ΕΥΓΕΝΙΑ Β. ΧΡΙΣΤΟΠΟΥΛΟΥ

ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΗΛΙΑΚΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ, 2007

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ	IV
ABSTRACT	V
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	VI
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	1
ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	1
1.1 ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΕΙΚΟΝΑΣ	1
1.2 ΦΑΣΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΗΜΑΤΟΣ (SPECTRAL ANALYSIS)	3
1.2.1 Βασικές αρχές.....	3
1.2.2 Ανάλυση Fourier	4
1.2.3 Short Time Fourier Transform (STFT)	7
1.3 ΜΙΑ ΚΑΙΝΟΥΡΓΙΑ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΧΡΟΝΟΥ-ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ: WAVELETS	10
1.4 ΓΙΑΤΙ ΜΕΛΕΤΑΜΕ ΤΟΝ ΉΛΙΟ	16
1.5 ΗΛΙΑΚΗ ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΑ ΚΑΙ ΗΛΙΑΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ.....	17
1.6 ΗΛΙΑΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΕΙΚΟΝΑΣ.....	21
1.7 ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ	22
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	27
ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΥΜΑΤΙΔΙΩΝ (WAVELET ANALYSIS).....	27
2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	27
2.2 ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ.....	28
2.3 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ WAVELET.....	29
2.3.1 Ιστορική αναδρομή.....	30
2.3.2 Μετασχηματισμός κυματιδίων (Wavelets Transform)	32
2.4 ΣΥΝΕΧΗΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΚΥΜΑΤΙΔΙΩΝ (CONTINUOUS WAVELET TRANSFORM)	37
2.4.1 Ορισμός.....	37
2.4.2 Ο δισδιάστατος CWT.....	39
2.4.3 Υπολογισμός του CWT.....	39
2.5 ΔΙΑΚΡΙΤΟΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ WAVELET (DISCRETE WAVELET TRANSFORM)	41
2.5.1 Διακριτός αλλά πλεονάζων μετασχηματισμός wavelet-frames.....	42
2.5.2 Ορθοκανονικές βάσεις	43
2.6 ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ WAVELET ΔΙΑΚΡΙΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ (DISCRETE-TIME WAVELET TRANSFORM, DTWT).....	43
2.7 ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΗΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ (MULTIRESOLUTION ANALYSIS, MRA)	46
2.8 ΔΙΣΔΙΑΣΤΑΤΟΣ ΔΙΑΚΡΙΤΟΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΚΥΜΑΤΙΔΙΟΥ	48
2.9 ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ.....	49
2.9.1 Γρήγορος Μετασχηματισμός Κυματιδίων (Fast Wavelet Transform)	50
2.9.2 "À trous" Wavelet Transform	52

2.10	ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ A TROUS ΚΑΙ MALLAT.....	56
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3		60
ΒΑΣΙΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΗΛΙΑΚΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ		60
3.1	ΒΑΣΙΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ	60
3.2	ΔΙΟΡΘΩΣΗ ΡΕΥΜΑΤΟΣ ΣΚΟΤΟΥΣ (DARK CURRENT)	61
3.3	ΔΙΟΡΘΩΣΗ ΓΙΑ FLAT FIELD	62
3.4	ΤΑΥΤΟΠΟΙΗΣΗ ΕΙΚΟΝΩΝ.....	63
3.5	ΚΑΝΟΝΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΕΙΚΟΝΩΝ	64
3.6	ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΩΝ ΗΛΙΑΚΩΝ ΚΗΛΙΔΩΝ	65
3.6.1	<i>Ηλιακές κηλίδες.....</i>	<i>65</i>
3.6.2	<i>Ενίσχυση παρατηρήσεων ηλιακών κηλίδων.....</i>	<i>67</i>
3.7	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΗΝ ΤΑΥΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ.....	72
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4		73
ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΩΝ ΣΤΟ ΗΛΙΑΚΟ ΧΕΙΛΟΣ		73
4.1	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.....	73
4.2	ΔΙΟΡΘΩΣΗ ΤΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ ΤΟΥ ΣΚΟΤΕΙΝΟΥ ΧΕΙΛΟΥΣ.....	75
4.3	ΜΕΘΟΔΟΣ MADMAX.....	77
4.4	ΔΙΟΡΘΩΣΗ ΜΕ ΤΟΝ A TROUS.....	80
4.5	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΗΝ ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΠΙΔΑΚΩΝ (SPICULES)	84
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5		86
ΤΜΗΜΑΤΟΠΟΙΗΣΗ ΗΛΙΑΚΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ ΚΑΙ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΩΝ.....		86
5.1	ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΣ ΛΑΜΠΡΩΝ ΚΑΙ ΣΚΟΤΕΙΝΩΝ ΝΗΜΑΤΙΔΙΩΝ ΣΤΗΝ ΥΠΕΡΠΑΡΑΣΚΙΑ ΤΩΝ ΚΗΛΙΔΩΝ (SUPERPENUMBRAL FIBRILS)	86
5.1.1	<i>Υπερπαρασκή των ηλιακών κηλίδων – περιγραφή του προβλήματος.....</i>	<i>87</i>
5.1.2	<i>Τμηματοποίηση (Segmentation) λαμπρών και σκοτεινών νηματίων.....</i>	<i>88</i>
5.1.3	<i>Εφαρμογή στην μελέτη της ροής Evershed.....</i>	<i>91</i>
5.2	ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΜΙΚΡΩΝ ΛΑΜΠΡΩΝ ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΩΝ (ELLERMAN BOMBS).....	92
5.2.1	<i>Απομόνωση των σχηματισμών με κλασσικές μεθόδους</i>	<i>92</i>
5.2.2	<i>Ενίσχυση με τον à trous.....</i>	<i>94</i>
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6		96
ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ ΚΥΜΑΤΙΔΙΩΝ ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ		96
6.1	ΜΕΛΕΤΗ ΧΡΟΝΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ	96
6.2	ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΣΗΜΑΤΟΣ.....	97
6.3	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ A TROUS ΓΙΑ ΤΟ DETRENDING	99

6.4	Ο CWT ΣΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΩΝ ΦΑΣΜΑΤΩΝ	101
6.4.1	Συνεχής Μετασχηματισμός κυματιδίων	101
6.4.2	Συναρτήσεις κυματιδίων.....	104
6.4.3	Κλίμακες.....	105
6.4.4	Κόνος επιρροής και επίπεδο αξιοπιστίας	107
6.5	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ CWT.....	107
6.6	ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ CWT	108
6.7	ΕΠΙΛΟΓΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΓΙΑ ΤΟΝ CWT	110
6.8	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	113
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7		115
ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ CWT ΣΤΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ ΤΩΝ ΚΗΛΙΔΩΝ		115
7.1	ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ ΤΗΣ ΣΚΙΑΣ ΤΩΝ ΚΗΛΙΔΩΝ	115
7.1.1	Περιγραφή του προβλήματος	116
7.1.2	Παρατηρήσεις.....	118
7.1.3	Βασική επεξεργασία εικόνας.....	119
7.2	ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΥΜΑΤΙΔΙΩΝ.....	121
7.3	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	122
7.3.1	Χρονική συμπεριφορά των ταλαντώσεων σε όλη τη σκιά.....	122
7.3.2	Χρονική συμπεριφορά των ταλαντώσεων σε μεμονωμένα σημεία της σκιάς.....	130
7.4	ΣΥΖΗΤΗΣΗ – ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ.....	138
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8		143
ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ –ΣΥΖΗΤΗΣΗ.....		143
8.1	ΣΥΝΟΨΗ	143
8.2	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	147
8.3	ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ	150
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....		152
ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ		156

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η εκπόνηση της διδακτορικής διατριβής οφείλεται στον κύριο Αθανάσιο Σκόδρα τον οποίο θα ήθελα να ευχαριστήσω καταρχήν για την ευκαιρία που μου έδωσε να ασχοληθώ με την έρευνα. Επίσης όχι μόνο γιατί μου έδωσε την ευκαιρία να εξειδικευτώ σε κάτι διαφορετικό από τις αρχικές μου σπουδές – προέρχομαι από τον χώρο της αστροφυσικής - αλλά και γιατί με εμπιστεύτηκε και πίστεψε στις δυνατότητες μου αν και ήταν μια μεγάλη στροφή για μένα. Τέλος θα ήθελα να τον ευχαριστήσω για την πραγματικά μεγάλη κατανόηση και υπομονή που έδειξε καθώς και για την στήριξή του όταν αντιμετώπισα κάποιες αντιξοότητες σε προσωπικό επίπεδο και για αρκετά μεγάλο χρονικό διάστημα.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τα υπόλοιπα μέλη της τριμελούς επιτροπής κυρίους Β. Αναστασόπουλο και Σ. Φωτόπουλο για την στήριξή τους.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Α. Γεωργακίλα για την παροχή των περισσότερων παρατηρήσεων και τη σημαντική συμβολή του στα θέματα της ηλιακής φυσικής. Επίσης για το γεγονός ότι δέχτηκε με υπομονή να μοιραστεί μαζί μου την ερευνητική του εμπειρία.

Θα ήταν παράλειψη από πλευράς μου αν δεν ευχαριστούσα όλους όσους απαρτίζουν το εργαστήριο Ηλεκτρονικής για το φιλικό κλίμα που δημιουργούσαν.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά την οικογένειά μου για την στήριξη και την υπομονή που έδειξαν κατά την διάρκεια του διδακτορικού καθώς και κάποιους στενούς φίλους ξεχωρίζοντας από αυτούς την κυρία Νέλλυ Σαρόγλου για την ηθική και συναισθηματική στήριξη που μου παρείχε.

ABSTRACT

Solar observations are usually degraded due to seeing effects related to the turbulence of earth's atmosphere. In order to study the fine structure of the solar surface it is necessary to apply techniques that enhance the images and improve the visibility of fine structures. Moreover many of those structures are embedded in the background and we need separate them from it. In this thesis we describe techniques that are used in order to improve the visibility of several categories of solar features like sunspots, fine structures near the limb and Ellerman bombs. Taking advantage of the multiresolution analysis that provides wavelets, we perform that kind of analysis to images from solar atmosphere. The à trous wavelet algorithm has been used as the proper wavelet transform. The images were successfully enhanced and those techniques have been proved really efficient. Those enhancement techniques were based to the à trous wavelet transform but they were modified properly depending on the specific application. We must clarify that the discussed techniques depend by far on the problem we have to deal with.

On the other hand, solar observations are time sequences of images. So we have to deal with time series analysis provided that one wants to study the temporal behavior and evolution of the observed solar structures.

By decomposing a time series into time-frequency space, one is able to determine both the dominant mode of variability and how those modes vary in time. We take advantage of this property of the wavelet analysis in order to examine the temporal variation of the period of the umbral oscillations using ground-based observations of the solar atmosphere. We use this real-life signal in order to test the capabilities of different wavelets and to see the problems that arise analyzing such a signal. In our study we use the continuous wavelet transform in order to perform the analysis and the “à trous” algorithm as a detrending tool.

We make slightly reference to previous works based on classical methods of signal analysis just to be able to understand what wavelets can offer in solar physics. The results can be summarized as follows: wavelets are a powerful tool for signal analysis even for solar scientists and will preoccupy us a lot in the future and for the study of the solar surface.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Οι ηλιακές παρατηρήσεις υποβαθμίζονται εξαιτίας του φαινομένου του seeing το οποίο σχετίζεται με τις διαταραχές της γήινης ατμόσφαιρας. Για να μελετήσουμε τις λεπτές δομές της ηλιακής επιφάνειας είναι απαραίτητο να εφαρμόσουμε τεχνικές που ενισχύουν τις εικόνες και βελτιώνουν την ορατότητα τους. Επιπλέον, πολλοί από αυτούς τους σχηματισμούς βρίσκονται «κρυμμένοι» μέσα στο υπόβαθρο και πρέπει να διαχωριστούν από αυτό. Σε αυτήν τη διατριβή περιγράφονται τεχνικές που χρησιμοποιούνται για να βελτιωθεί η ορατότητα ηλιακών σχηματισμών διαφορετικών κατηγοριών όπως κηλίδες, λεπτοί σχηματισμοί κοντά στο χείλος και βόμβες Ellerman. Εκμεταλλευόμενοι την ανάλυση πολλαπλής διακριτικής ικανότητας που παρέχουν τα κυματίδια, εφαρμόζουμε αυτό το είδος ανάλυσης σε εικόνες από την ηλιακή επιφάνεια. Ο αλγόριθμος κυματιδίων à trous χρησιμοποιήθηκε ως ο πιο κατάλληλος μετασχηματισμός κυματιδίων. Οι εικόνες ενισχύθηκαν επιτυχώς και οι συγκεκριμένες τεχνικές αποδείχτηκαν πραγματικά αποδοτικές. Αυτές οι τεχνικές μπορεί να βασίστηκαν στον μετασχηματισμό à trous αλλά τροποποιήθηκαν κατάλληλα, ανάλογα με την συγκεκριμένη εφαρμογή. Θα πρέπει να διευκρινίσουμε ότι οι τεχνικές στις οποίες αναφερόμαστε εξαρτώνται κατά πολύ από το πρόβλημα που έχουμε να αντιμετωπίσουμε.

Από την άλλη μεριά, οι ηλιακές παρατηρήσεις είναι χρονικές ακολουθίες εικόνων. Έτσι έχουμε να αντιμετωπίσουμε την ανάλυση χρονικών σειρών δεδομένου ότι θέλουμε να μελετήσουμε την χρονική συμπεριφορά και την εξέλιξη των παρατηρούμενων ηλιακών δομών.

Αναλύοντας μια χρονική ακολουθία στο χρονο-συχνотικό χώρο, μπορεί κανείς να προσδιορίσει τον κύριο τρόπο μεταβλητότητας αλλά και πως αυτοί οι τρόποι αλλάζουν με τον χρόνο. Εκμεταλλευόμαστε αυτή την ιδιότητα των κυματιδίων για να εξετάσουμε την χρονική μεταβολή της περιόδου των ταλαντώσεων της σκιάς των κηλίδων χρησιμοποιώντας παρατηρήσεις της ηλιακής ατμόσφαιρας οι οποίες έχουν ληφθεί από γήινα τηλεσκόπια. Χρησιμοποιούμε αυτό το σήμα του πραγματικού κόσμου για να δοκιμάσουμε τις δυνατότητες διαφορετικών κυματιδίων και για να δούμε τι προβλήματα ανακύπτουν αναλύοντας ένα τέτοιο σήμα. Στην μελέτη μας χρησιμοποιούμε τον συνεχή μετασχηματισμό κυματιδίων και τον αλγόριθμο à trous ως detrending εργαλείο.

Αναφερόμαστε επιγραμματικά σε προηγούμενες μελέτες οι οποίες βασίζονται στις κλασσικές μεθόδους ανάλυσης σήματος ώστε να μπορέσουμε να καταλάβουμε τι μπορούν να προσφέρουν τα κυματίδια στην ηλιακή φυσική. Τα αποτελέσματα μπορούν να συνοψιστούν στα ακόλουθα: τα κυματίδια είναι ένα ισχυρότατο εργαλείο της ανάλυσης σήματος ακόμη και για τους ηλιακούς φυσικούς και θα μας απασχολήσουν πολύ στο μέλλον και στην μελέτη εικόνων της ηλιακής επιφάνειας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Ψηφιακή επεξεργασία σήματος και εικόνας

Ένα σήμα μπορεί να οριστεί ως μια συνάρτηση που φέρει πληροφορία σχετικά με την κατάσταση ή την συμπεριφορά ενός φυσικού συστήματος [40]. Η πληροφορία αυτή περιέχεται στο σήμα με τη μορφή μεταβολών κάποιου τύπου ανεξάρτητα του τρόπου αναπαράστασης του σήματος. Για παράδειγμα, ένα σήμα μπορεί να εμφανίζει χρονικές ή χωρικές μεταβολές. Τα σήματα αναπαρίστανται μαθηματικώς ως συναρτήσεις μίας ή περισσοτέρων ανεξάρτητων μεταβλητών. Έτσι έχουμε να χειριστούμε μονοδιάστατα σήματα συνήθως με ανεξάρτητη μεταβλητή τον χρόνο ή δισδιάστατα σήματα, τις εικόνες. Ως ψηφιακά θεωρούμε τα σήματα που χρόνος και πλάτος παίρνουν διακριτές τιμές. Αυτά ακριβώς τα σήματα δεν είναι τίποτε άλλο παρά μια ακολουθία αριθμών.

Είναι προφανές λοιπόν ο λόγος για τον οποίο η επεξεργασία σήματος αποτελεί πλέον ένα βασικό κομμάτι της σύγχρονης επιστήμης και τεχνολογίας: τα σήματα πρέπει να υποστούν επεξεργασία για να διευκολυνθεί η εξαγωγή της πληροφορίας. Συνεπώς η ανάπτυξη τεχνικών επεξεργασίας έχουν μεγάλη σημασία. Οι τεχνικές αυτές συνήθως έχουν την μορφή

μετασχηματισμών, μετατρέποντας το σήμα σε κάποιο(α) άλλο(α) το οποίο έχει πλέον πιο κατάλληλη μορφή για επεξεργασία και ανάλυση της πληροφορίας που εμπεριέχει.

Η έννοια του σήματος στη γενίκευσή της περιλαμβάνει και την έννοια της εικόνας. Η επεξεργασία της ψηφιακής εικόνας αποτελείται συνήθως από πολλά στάδια (σχ.1-1). Η πραγματική εικόνα καταγράφεται από το σύστημα απόκτησης ψηφιακής εικόνας (image acquisition system) και ακολουθεί η αποκατάστασή της (restoration) από τυχόν θόρυβο ή άλλα σφάλματα που προκλήθηκαν είτε από το μέσο μεταξύ πραγματικής εικόνας και συστήματος απόκτησης είτε από το ίδιο το σύστημα απόκτησης. Τα σφάλματα αυτά πρέπει να διορθωθούν πριν την περαιτέρω επεξεργασία της εικόνας που αφορούν τη βελτίωσή της και τελικά την ανάλυσή της [65]. Η ανάλυση της εικόνας περιλαμβάνει:

- την εξαγωγή κατάλληλων χαρακτηριστικών για αναγνώριση και ταξινόμηση αντικειμένων που υπάρχουν μέσα στην εικόνα
- την συμπίεση της εικόνας
- τον μετασχηματισμό της σε άλλους χώρους, όπως τον χώρο των συχνοτήτων, για την αποκάλυψη πληροφορίας που στον αρχικό χώρο δεν είναι εμφανής
- τους γεωμετρικούς μετασχηματισμούς, που είναι απαραίτητοι για την σύγκριση εικόνων, την σύνθεση εικόνων που έχουν ληφθεί από διαφορετική γωνία κλπ.

Σχήμα 1-1 Τα στάδια επεξεργασίας μιας εικόνας.

1.2 Φασματική ανάλυση σήματος (Spectral Analysis)

1.2.1 Βασικές αρχές

Η ψηφιακή φασματική ανάλυση ενός σήματος ορίζεται ως η ανάλυση του σήματος στις συχνотικές του συνιστώσες χρησιμοποιώντας H/Y ή ειδικό υλικό (hardware)[29]. Αποτελεί μια χρησιμότερη και με μεγάλη αξία τεχνική σε πολλούς τομείς των εφαρμοσμένων επιστημών και στην επεξεργασία δεδομένων. Ένας αλγόριθμος FFT (Fast Fourier Transform) είναι η φυσική επιλογή γι' αυτή τη δουλειά λόγω της ταχύτητάς του. Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι η φασματική ανάλυση διαφοροποιείται από το φιλτράρισμα στο γεγονός ότι είναι πρωταρχικά διερευνητική. Δεν τροποποιεί απαραίτητα το σήμα αλλά η πληροφορία όμως που παρέχει είναι συχνά καθοριστική οδηγώντας σε σημαντικές αποφάσεις.

Η ψηφιακή φασματική ανάλυση αντιμετωπίζει σε πολλές περιπτώσεις πραγματικά - φυσικά σήματα. Για παράδειγμα η ανάλυση βιοϊατρικών σημάτων όπως τα ηλεκτροκαρδιογραφήματα, μετεωρολογικών δεδομένων, κλπ. Σε πολλές από αυτές τις εφαρμογές περιλαμβάνεται και ο διαχωρισμός του θορύβου από το πραγματικό σήμα με βάση τις διαφορετικές φασματικές κατανομές τους.

Η μέθοδος που θα χρησιμοποιηθεί για την επιτυχή μελέτη ενός σήματος εξαρτάται από τη φύση του σήματος. Υπάρχουν τρεις πιθανοί χαρακτηρισμοί που μπορούμε να προσάψουμε σε ένα σήμα: στατικό (stationary), ημι-στατικό (quasi-stationary) και σήμα με μεταβατικά χαρακτηριστικά (transient). Ως στατικό ορίζουμε ένα σήμα του οποίου οι ιδιότητες είναι στατιστικά αναλλοίωτες στο χρόνο. Οι άλλες δύο μορφές σημάτων θα μπορούσαν να ενταχθούν στην γενικότερη κατηγορία των μη στατικών σημάτων (non-stationary) με κύριο χαρακτηριστικό τους την ύπαρξη μεταβατικών γεγονότων τα οποία δεν είναι προβλέψιμα (ούτε στατιστικά με την γνώση του παρελθόντος). Τα τελευταία είναι και τα συνήθη σήματα του πραγματικού κόσμου.

1.2.2 Ανάλυση Fourier

Η ανάλυση Fourier είναι ένα καλά εδραιωμένο αντικείμενο στην εφαρμοσμένη μαθηματική ανάλυση και μάλιστα ένα από τα παλαιότερα. Δεν είναι μόνο οι τεχνικές του θέματος που έχουν θεμελιώδη σημασία σε όλες τις περιοχές της επιστήμης και της τεχνολογίας αλλά και το γεγονός ότι έχει φυσική ερμηνεία. Στην πράξη, η ανάλυση Fourier υλοποιείται είτε με τον μετασχηματισμό Fourier στην ολοκληρωτική μορφή του είτε τις σειρές Fourier.

Η βασική υπόθεση πίσω από την ανάλυση Fourier είναι να αποκαλυφθεί σημαντική πληροφορία στο συχνοτικό όμως χώρο η οποία δεν είναι εμφανής στην χρονική αναπαράσταση του σήματος. Χρησιμοποιείται δηλαδή για ανάλυση χρονικών σημάτων στο πεδίο συχνοτήτων, περιγράφοντας τη φασματική συμπεριφορά του σήματος. Δεδομένου ότι η φασματική πληροφορία δίνεται στα πλαίσια της συχνότητας το πεδίο ορισμού του μετασχηματισμού Fourier καλείται χώρος συχνοτήτων. Συνεπώς μας παρέχει μια αναπαράσταση συχνότητας – πλάτους χωρίς να είναι διαθέσιμη οποιαδήποτε χρονική πληροφορία. Ο μετασχηματισμός Fourier για ένα σήμα συνεχούς χρόνου $f(t)$ είναι:

$$F(\omega) = \int e^{-i\omega t} f(t) dt \quad (1.1)$$

Το αποτέλεσμα του είναι ένα σύνολο συντελεστών, οι οποίοι απεικονίζουν το σήμα ως ένα γραμμικό συνδυασμό ημιτονοειδών συναρτήσεων διαφορετικών συχνοτήτων δεδομένου ότι αυτό είναι περιοδικό. Οι ημιτονοειδείς συναρτήσεις στις οποίες αποσυντίθεται το σήμα ονομάζονται βάσεις του μετασχηματισμού και εκτείνονται στο άπειρο. Ο μετασχηματισμός Fourier είναι αντιστρέψιμος μόνο για άπειρα, περιοδικά και στατικά σήματα. Αποτελεί συνεπώς το ιδανικό εργαλείο για τα τελευταία.

Όμως ένα σήμα χαρακτηρίζεται και από μεταβατικά συστατικά τα οποία είναι μη μηδενικά για πολύ μικρό χρονικό διάστημα καθώς και από χαρακτηριστικά με ισχυρή τοπικότητα. Για παράδειγμα οι αιχμές των εικόνων παρουσιάζουν ισχυρή τοπικότητα όσον αφορά τη χωρική τους θέση. Γι' αυτού του είδους τα σήματα δεν μπορεί ο μετασχηματισμός Fourier να δώσει μια συμπαγή αναπαράσταση στο πεδίο των συχνοτήτων. Τοπικά χαρακτηριστικά

του σήματος γίνονται ολικά χαρακτηριστικά του μετασχηματισμού Fourier καθιστώντας τον μη αποδοτικό για την ανάλυση τέτοιων σημάτων και εικόνων. Αποδεικνύεται λοιπόν ότι μπορεί μεν ο μετασχηματισμός Fourier να είναι το ιδανικό εργαλείο για στατικά σήματα διότι όλες οι συχνοτικές συνιστώσες υπάρχουν όλες τις χρονικές στιγμές αλλά είναι ανεπαρκής για μη στατικά σήματα.

Σχήμα 1-2 Το πεδίο χρόνου – συχνότητας (α) σήμα, (β) αναπαράσταση.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, ο μετασχηματισμός Fourier δίνει μεν τις συχνοτικές συνιστώσες ενός σήματος αλλά αυτό που πραγματικά χρειαζόμαστε είναι μια αναπαράσταση χρόνου–συχνότητας. Η αναπαράσταση αυτή περιγράφει πλήρως τα μεταβατικά φαινόμενα ενός σήματος δεδομένου ότι κάθε μεταβατικό φαινόμενο αναλογεί σε μια θέση στο επίπεδο χρόνου – συχνότητας η οποία αντιστοιχεί στην επικρατούσα συχνότητα του φαινομένου και στην χρονική στιγμή της εμφάνισής του (σχ. 1-2). Ομοίως και στις εικόνες: ένα τοπικό χαρακτηριστικό της εικόνας θα εμφανιστεί στο σημείο που αντιστοιχεί στην κύρια συχνότητα του χαρακτηριστικού. Το σχήμα 1-3 περιέχει μια εικόνα με δύο τοπικά χαρακτηριστικά. Φιλτράροντας την εικόνα επιτυγχάνεται η απομόνωση των δύο αυτών συστατικών της.

Σχήμα 1-3 Ανάλυση εικόνας στο επίπεδο χρόνου – συχνότητας: (α) εικόνα με δύο τοπικά χαρακτηριστικά, (β) εφαρμογή φίλτρων στην εικόνα, (γ) απομόνωση των δύο χαρακτηριστικών.

Η λύση στα προβλήματα που προέκυψαν αρχικά δόθηκε με την εισαγωγή του μετασχηματισμού Fourier μικρής διάρκειας (Short Time Fourier Transform) ως εργαλείο ανάλυσης και στη συνέχεια με ένα νέο τρόπο την ανάλυση κυματιδίων (wavelet analysis). Το κοινό σημείο μεταξύ των δύο τελευταίων εργαλείων ανάλυσης είναι η χρήση μιας «παραθυρικής συνάρτησης» σταθερής ανάλυσης ή μη.

Πριν προχωρήσουμε στην περιγραφή του μετασχηματισμού Fourier μικρής διάρκειας θα πρέπει να σημειώσουμε ότι μία από τις βασικότερες εφαρμογές του μετασχηματισμού Fourier στην ψηφιακή επεξεργασία σήματος είναι η εκτίμηση του φάσματος ισχύος (power spectrum) μιας ακολουθίας. Η ανάγκη για τον υπολογισμό του συγκεκριμένου φάσματος προκύπτει σε μια ποικιλία εφαρμογών π.χ την μέτρηση του θορύβου αλλά και των ισχυρών συχνοτήτων του σήματος. Την εφαρμογή αυτή θα τη χρησιμοποιήσουμε εκτενώς στο πειραματικό μέρος της διατριβής.

1.2.3 Short Time Fourier Transform (STFT)

Η ανεπάρκεια του μετασχηματισμού Fourier είχε ήδη αναδειχθεί από τον D. Gabor από το 1946. Εισήγαγε λοιπόν την έννοια του «παραθύρου» ή «παραθυρικής συνάρτησης» όπου με την μετατόπισή του σε όλο το χρονικό πεδίο επιτυγχάνεται η εξαγωγή της τοπικής πληροφορίας του μετασχηματισμού Fourier του σήματος [17]. Ο μετασχηματισμός Gabor στην πραγματικότητα είναι η βάση ενός γενικότερου μετασχηματισμού Fourier γνωστού στη γενική του μορφή ως μετασχηματισμός Fourier μικρής διάρκειας (Short Time Fourier Transform, STFT).

Η προσέγγιση του Gabor βασίστηκε στην αποσύνθεση του σήματος σε «άτομα χρόνου – συχνότητας» τα οποία γεννιούνται ως μετατοπίσεις χρόνου και συχνότητας της γκαουσσισιανής συνάρτησης.

$$G(\omega) = \int (e^{-i\omega t} f(t)) g_a(t-b) dt \quad (1.2)$$

Ο μετασχηματισμός αυτός εντοπίζει τον μετασχηματισμό Fourier της συνάρτησης f γύρω από $t = b$. Το πλάτος του παραθύρου καθορίζεται από μια σταθερά a . Όμως βλέποντάς τον από άλλη οπτική γωνία, αντί να θεωρείται ως εντοπισμός του μετασχηματισμού Fourier της συνάρτησης f , μπορούμε να θεωρούμε ότι το παράθυρο χρησιμοποιείται για τον χωρισμό του σήματος σε μικρά τμήματα υπολογίζοντας στην συνέχεια τον μετασχηματισμό Fourier του συγκεκριμένου τμήματος. Με τον τρόπο αυτό το σήμα μπορεί να θεωρηθεί στάσιμο για τον υπολογισμό του FT.

Όπως προαναφέρθηκε ο μετασχηματισμός Gabor χρησιμοποιεί ως παραθυρική συνάρτηση την γκαουσσισιανή. Μπορούμε όμως να χρησιμοποιήσουμε οποιαδήποτε συνάρτηση ως παραθυρική και τότε ο μετασχηματισμός μας παίρνει το όνομα μετασχηματισμός Fourier μικρής διάρκειας. Θα πρέπει όμως να προσέξουμε ότι η παραθυρική συνάρτηση θα πρέπει να παραμένει παραθυρική και στο συχνοτικό χώρο. Άλλωστε αυτό είναι και το μεγάλο πλεονέκτημα της γκαουσσισιανής συνάρτησης: ο Fourier μετασχηματισμός της είναι επίσης γκαουσσισιανή συνάρτηση και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον εντοπισμό χρόνου – συχνότητας.

Επίσης για ακριβή χρονοσυχνοτικό εντοπισμό θα πρέπει να επιλέξουμε παραθυρική συνάρτηση τέτοια ώστε το παράθυρο χρόνου –

συχνότητας να καταλαμβάνει μικρή περιοχή. Το μέγεθος του παραθύρου υπόκειται στον περιορισμό που εισάγει η αρχή απροσδιοριστίας του Heisenberg. Με άλλα λόγια μπορούμε να γνωρίζουμε μόνο χρονικά διαστήματα στα οποία υπάρχουν συγκεκριμένες συχνότητες. Αποδεικνύεται ότι η γκαουσσσιανή συνάρτηση είναι το παράθυρο με τη μικρότερη περιοχή. Άρα ο μετασχηματισμός Gabor είναι ο STFT με το μικρότερο παράθυρο χρόνου – συχνότητας.

(α)

(β)

(γ)

(δ)

Σχήμα 1-4 Φασματική ανάλυση σήματος που αποτελείται από τις συχνότητες 30, 20, 10 και 5 Hz αντίστοιχα (α) υπολογισμένη με τους τρεις βασικούς μετασχηματισμούς: συνήθης μετασχηματισμός Fourier (β), παραθυρικός μετασχηματισμός Fourier (γ) και ο μετασχηματισμός wavelet (δ).

Μπορούμε να δούμε τον STFT σαν διαδοχικούς μετασχηματισμούς Fourier που εφαρμόζονται στο τμήμα του σήματος που περιλαμβάνεται στο παράθυρο. Από μια άλλη οπτική ο STFT είναι μια διαμορφούμενη συστοιχία φίλτρων σε δεδομένες συχνότητες: ισοδυναμεί δηλαδή με το φιλτράρισμα του σήματος σε όλο το χρόνο με ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο που έχει κρουστική απόκριση την παραθυρική συνάρτηση διαμορφούμενη στη συγκεκριμένη

συχνότητα [47]. Πάντως το αποτέλεσμα είναι το ίδιο: αναπαριστά το μονοδιάστατο σήμα στο δισδιάστατο χώρο χρόνου – συχνότητας ο οποίος διαχωρίζεται σε ομοιόμορφα διαστήματα τόσο στο χρόνο όσο και στη συχνότητα.

Δεδομένου ότι η «παραθυρική συνάρτηση» είναι μονοδιάστατη, προσδιορίζει ένα παράθυρο χρόνου – συχνότητας σταθερού πλάτους παρέχοντας με αυτόν τον τρόπο καθορισμένη ανάλυση για όλη τη χρονική διάρκεια του σήματος. Επιπροσθέτως η σταθερότητα αυτή του παραθύρου καθιστά τον STFT αναποτελεσματικό όχι μόνο στην ανίχνευση σημάτων με υψηλές συχνότητες αλλά και μη ικανό στο να «ανακαλύψει» σήματα στις χαμηλές συχνότητες.

Αυτό λοιπόν που πραγματικά χρειαζόμαστε είναι ένας επιπλέον βαθμός ελευθερίας εισάγοντας μία παράμετρο διαστολής (dilation) (ή κλιμάκωσης) ώστε να επιτύχουμε ένα «εύκαμπτο», ένα μεταβλητό παράθυρο.

Πρόσθετο μειονέκτημα του STFT είναι ότι δεν δίνει αριθμητικό τρόπο για την αναδημιουργία του σήματος από τον μετασχηματισμό του.

Για να κατανοήσουμε πιο καλά τις αδυναμίες και τα πλεονεκτήματα των μετασχηματισμών ας δούμε ένα παράδειγμα ενός μη στατικού ημιτονοειδούς σήματος που περιέχει τις συχνότητες των 30, 20, 10 και 5 Hz αντίστοιχα μεταβαίνοντας από τη μία συνιστώσα στη άλλη (σχ. 1-4α). Τα αποτελέσματα του συνήθους μετασχηματισμού Fourier φαίνονται στο σχήμα 1-4β όπου εμφανίζονται καθαρά οι τέσσερις συχνότητες του σήματος χωρίς καμία χρονική πληροφορία. Από την άλλη μεριά τα αποτελέσματα του STFT (σχ. 1-4γ) παρέχουν μεν κάποια χρονική πληροφορία αλλά με το συγκεκριμένο παράθυρο δεν επιτυγχάνεται ο ακριβής συχνοτικός εντοπισμός. Εμφανίζονται εύρη συχνοτήτων στα διάφορα χρονικά διαστήματα καθώς επίσης και μεγάλες ασυνέχειες στις αλλαγές των συχνοτήτων. Αφενός λοιπόν είναι πολύ κρίσιμη η επιλογή του παραθύρου ανάλογα με το σήμα μας αφετέρου είναι εμφανή όλα τα μειονεκτήματα που προαναφέρθηκαν.

1.3 Μία καινούργια αναπαράσταση χρόνου-συχνότητας: Wavelets

Η ανάγκη λοιπόν για μια νέα αναπαράσταση χρόνου – συχνότητας προέκυψε από τις αδυναμίες του μετασχηματισμού Fourier. Στα πλαίσια της ανάλυσης σήματος εμφανίστηκε η ανάλυση κυματιδίων (wavelet) ώστε να παρέχει μία πολύ ακριβή και με τοπικό χαρακτήρα Fourier ανάλυση. Η απαίτηση στην οποία θέλαμε να ανταποκριθούμε είναι η δημιουργία ενός μεταβλητού παραθύρου. Ένας απλοϊκός συλλογισμός είναι ότι αν το μέγεθος του παραθύρου αλλάζει και ο αριθμός των κύκλων του ημίτονου είναι σταθερός τότε: μικρότερο παράθυρο σημαίνει ότι οι κύκλοι συμβαίνουν σε μικρότερο χρονικό διάστημα και συνεπώς η συχνότητα του ημίτονου αυξάνει (σχ. 1-5). Συναρτήσεις χαμηλότερης συχνότητας καλύπτουν μεγαλύτερο χρονικό διάστημα ενώ οι συναρτήσεις υψηλότερων συχνοτήτων καλύπτουν μικρότερο χρονικό διάστημα. Γράφοντας συνεπώς τις συναρτήσεις-σήματα που θέλουμε να αναλύσουμε έχοντας ως βάσεις αυτές τις συναρτήσεις και τις μετατοπίσεις τους επιτυγχάνουμε τον εντοπισμό συχνότητας – χρόνου. Συνεπώς χρειαζόμαστε μία μόνο συνάρτηση γνωστή ως βασική ή μητρική συνάρτηση (basis or mother function). Όλες οι υπόλοιπες συναρτήσεις αποτελούν μεταθέσεις και διαστολές της βασικής.

Σχήμα 1-5 Ο STFT κρατά το μέγεθος του παραθύρου σταθερό και το «γεμίζει» με ταλαντώσεις διαφορετικών συχνοτήτων. Ο μετασχηματισμός wavelet κάνει το αντίθετο: διατηρεί τον αριθμό των ταλαντώσεων σταθερό και αλλάζει το εύρος του παραθύρου.

Όμως ας δούμε αρχικά τι ακριβώς είναι το κυματίδιο (wavelet) και γιατί ονομάζεται έτσι; Όπως λέει και το όνομα του είναι ένα μικρό κύμα. Γνωρίζουμε ότι ένα μικρό κύμα μεγαλώνει και φθίνει μέσα σε ένα περιορισμένο χρονικό διάστημα. Προσπαθώντας να εκφράσουμε ποσοτικά τον όρο κυματίδιο καταλήγουμε στον εξής μαθηματικό ορισμό:

Κυματίδιο είναι κάθε συνάρτηση η οποία είναι τετραγωνικά ολοκληρώσιμη και η απλή ολοκλήρωσή της είναι μηδενική.

Εκφράζοντας τον παραπάνω ορισμό με μαθηματικές σχέσεις έχουμε:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(u) du = 0 \quad (1.3)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi^2(u) du = 1 \quad (1.4)$$

Η εξίσωση (1.4) λοιπόν μας λέει ότι η συνάρτηση ψ θα πρέπει να έχει κάποιες μη μηδενικές τιμές για τις οποίες θα ισχύουν, σύμφωνα με την εξίσωση (1.3), ότι αυτές που είναι πάνω από το μηδέν θα ακυρώνονται από τις υπόλοιπες οι οποίες θα πρέπει να είναι αρνητικές, κάνοντας την συνάρτηση ψ να μοιάζει με κύμα. Συνεπώς οι (1.3) και (1.4) οδηγούν σε ένα μικρό κύμα (wavelet) [41]. Παραδείγματα τέτοιων μικρών κυματιδίων φαίνονται στο σχήμα 1-6.

Σχήμα 1-6 Παράδειγμα τριών κυματιδίων. Ξεκινώντας από αριστερά το πρώτο ιστορικά wavelet γνωστό ως Haar, το δεύτερο συνδέεται με την γκαουσιανή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (PDF) και τέλος το wavelet γνωστό ως Mexican hat και το οποίο συνδέεται με την δεύτερη παράγωγο της προηγούμενης PDF συνάρτησης.

Πέρα όμως από αυτές τις βασικές εξισώσεις απαιτούνται κάποιες επιπλέον ανάλογα με τον τύπο ανάλυσης που θέλουμε να πετύχουμε. Με άλλα λόγια, απαιτούνται πρόσθετες συνθήκες για την χρήση των wavelets στην πράξη. Σε αυτές όμως θα αναφερθούμε εκτενώς στο επόμενο κεφάλαιο μια που αποτελεί αναγκαιότητα η μαθηματική περιγραφή τους. Σε αυτό το κεφάλαιο θα περιοριστούμε σε κάποια ποιοτική ανάλυση των κυματιδίων αποφεύγοντας κατά το δυνατό την χρήση των μαθηματικών και θα γίνει μια προσπάθεια ανάλυσης των εννοιών που εισάγουν.

Σχήμα 1-7 Παράδειγμα φραγμένης συνάρτησης (α) με αντίστοιχη κλιμάκωσή της (β) και μετάθεση της (γ).

Προαναφέρθηκε ότι χρειαζόμαστε μία βασική συνάρτηση η οποία να ικανοποιεί τις (1.3) και (1.4) και ότι οι υπόλοιπες συναρτήσεις προκύπτουν από την αρχική με διαστολές (κλιμακώσεις) και μεταθέσεις (μετατοπίσεις). Για να γίνει πιο κατανοητό ας δούμε ένα παράδειγμα. Έστω η συνάρτηση:

$$f(t) = \begin{cases} \cos(\pi \cdot t), & -1 \leq t \leq 1 \\ 0 & , \text{ otherwise} \end{cases} \quad (1.5)$$

Η γραφική απεικόνιση της φαίνεται στο σχήμα 1-7α. Διαστολή (συστολή) ή κλιμάκωση της συνάρτησης προκύπτει από την αντικατάσταση της παραμέτρου t με την t/a π.χ. στο σχήμα 1-7β φαίνεται η κλιμάκωση της $f(t)$ με $a = 0.5$. Την παράμετρο a την ονομάζουμε παράμετρο κλίμακας. Για να επιτύχουμε μετατόπιση της κλιμακούμενης συνάρτησης αντικαθιστούμε την μεταβλητή t με την $t-b$ όπου $b = 1$ (σχ. 1-7γ). Η καινούργια αυτή παράμετρος ονομάζεται παράμετρος μετατόπισης. Η γενίκευση αυτής της διαδικασίας οδηγεί στην δημιουργία της *μητρικής συνάρτησης των κυματιδίων*:

$$\psi_{a,b} = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (1.6)$$

όπου ο παράγοντας $1/\sqrt{a}$ χρησιμοποιείται για λόγους κανονικοποίησης.

Αλλάζοντας την τιμή της παραμέτρου b δηλαδή της παραμέτρου μετάθεσης (translation) μετατοπίζεται το παράθυρο στο χρόνο επιτυγχάνοντας τον χρονικό εντοπισμό όπως και στον STFT. Η μετάθεση λοιπόν ορίζει τη θέση του παραθύρου κατά τη διάρκεια της μετατόπισης του και δίνει τη χρονική πληροφορία στο πεδίο του μετασχηματισμού δηλαδή στο επίπεδο χρόνου – συχνότητας.

Η παράμετρος της κλίμακας a διαστέλλει ή συστέλλει την αρχική συνάρτηση. Η διαδικασία αυτή είναι γνωστή ως κλιμάκωση (scaling) της μητρικής συνάρτησης κυματιδίου. Η έννοια της κλίμακας αντικαθιστά την έννοια της συχνότητας του μετασχηματισμού Fourier. Η κλίμακα που συζητάμε είναι ανάλογη της κλίμακας των γεωγραφικών χαρτών: μεγάλη κλίμακα σημαίνει χοντρική - γενική άποψη ενώ η μικρή κλίμακα αντιστοιχεί σε λεπτομερή άποψη και περιγραφή. Η κλίμακα είναι ανάλογη της διάρκειας των συναρτήσεων βάσης που χρησιμοποιούνται για την ανάπτυξη του σήματος. Υψηλής συχνότητας συναρτήσεις βάσης έχουμε στις μικρές κλίμακες [56]. Η κλίμακα συνεπώς είναι αντιστρόφως ανάλογη της συχνότητας.

Δεδομένου ότι η έννοια της κλίμακας παραπέμπει στη χαρτογραφία, το σήμα (ή εικόνα) αντικαθίστανται, σε δεδομένη κλίμακα, από την καλύτερη δυνατή προσέγγιση, σε αυτήν κλίμακα [36]. Πηγαίνοντας από τις μεγάλες κλίμακες στις μικρότερες εστιάζουμε όλο και περισσότερο σε λεπτομέρειες επιτυγχάνοντας αντίστοιχα όλο και περισσότερο ακριβείς αναπαραστάσεις του σήματος (σχ. 1-8). Η ανάλυση γίνεται υπολογίζοντας την αλλαγή από την μία κλίμακα στην άλλη. Αυτές αποτελούν τις λεπτομέρειες οι οποίες μας επιτρέπουν, διορθώνοντας την αρχική και μάλλον χοντρική προσέγγιση, να επιτύχουμε μια αναπαράσταση καλύτερης ποιότητας. Αυτό το αλγοριθμικό πλαίσιο καλείται «ανάλυση πολλαπλής διακριτικής ικανότητας» (Multiresolution Analysis, MRA).

Σχήμα 1-8 Η ανάλυση ενός μεταβατικού σήματος στις διάφορες κλίμακες. Στις μικρές κλίμακες επιτυγχάνεται καλύτερη ανάλυση του σήματος.

Ο μετασχηματισμός κυματιδίων μιας συνάρτησης f προκύπτει κατά αντιστοιχία με τον μετασχηματισμό Fourier από το ολοκλήρωμα:

$$W(a,b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi_{a,b}^*(t) dt \quad (1.7)$$

όπου $\psi_{a,b}(t)$ η συνάρτηση κυματιδίων.

Το αρχικό σήμα αναπαρίσταται ως γραμμικός συνδυασμός συναρτήσεων βάσης οι οποίες μεταβάλλονται ως προς τη θέση και την συχνότητα και είναι κύματα περιορισμένης διάρκειας. Αντιθέτως στον μετασχηματισμό Fourier οι συναρτήσεις βάσεις είναι ημίτονα και συνημίτονα που ξεκινούν και καταλήγουν στο άπειρο. Το σήμα δηλαδή αναπτύσσεται ως άθροισμα κυμάτων που εκτείνονται στο άπειρο και ως προς τις δύο κατευθύνσεις. Δεν χαρακτηρίζονται συνεπώς από την ιδιότητα της συμπαγούς υποστήριξης (compact support): δεν έχουν τις μοναδικές μη μηδενικές τιμές τους σε ένα μικρό χρονικό διάστημα. Η ιδιότητα αυτή είναι πολύ βασική μιας και εξαιτίας της τα κυματίδια συνιστούν ένα πολύτιμο εργαλείο για την ανάλυση των μεταβατικών στοιχείων ενός σήματος. Τα μεταβατικά στοιχεία ενός σήματος είναι μη μηδενικά μόνο για μικρά χρονικά διαστήματα.

Συνοψίζοντας, τα wavelets συνιστούν μια οικογένεια συναρτήσεων, η οποία προέρχεται από μία μοναδική συνάρτηση και χαρακτηρίζεται από δύο δείκτες, ένα για τη θέση και ένα για τη συχνότητα [11]. Ο μετασχηματισμός

wavelet είναι ένα εργαλείο το οποίο αναλύει τα δεδομένα σε διαφορετικές συνιστώσες συχνότητας και έπειτα μελετά την κάθε συνιστώσα με την ανάλυση που ταιριάζει στην κλίμακά της [12].

Η διαφορά μεταξύ παραθυρικού μετασχηματισμού Fourier και μετασχηματισμού wavelet αφορά το σχήμα των αναλυτικών συναρτήσεων που χρησιμοποιούνται. Οι συναρτήσεις του μετασχηματισμού STFT συνίσταται στην ίδια περιβάλλουσα συνάρτηση η οποία μεταφέρεται στην κατάλληλη χρονική θέση και «γεμίζει» με υψηλότερης συχνότητας συναρτήσεις. Σε αντίθεση οι συναρτήσεις wavelets έχουν προσαρμοζόμενο χρόνο – πλάτος στη συχνότητα τους: στις υψηλές συχνότητες έχουμε πολύ στενές συναρτήσεις ενώ στις χαμηλές συχνότητες είναι πολύ πιο πλατειές. Το αποτέλεσμα είναι ότι ο μετασχηματισμός wavelet είναι καλύτερος από τον παραθυρικό μετασχηματισμό Fourier στο να εστιάζει σε φαινόμενα μικρής διάρκειας και υψηλής συχνότητας όπως είναι τα μεταβατικά σήματα [13].

Ο μετασχηματισμός wavelet μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να χαρακτηρίσει την τοπική κανονικότητα (local regularity) ενός σήματος, κάτι το οποίο δεν μπορεί να επιτευχθεί ούτε και αν ληφθεί υπόψη η πληροφορία της φάσης από τον παραθυρικό μετασχηματισμό Fourier [10]. Αυτό συμβαίνει διότι το wavelet δρα σαν μικροσκόπιο εστιάζοντας σε μικρότερου χρόνου φαινόμενα όσο η κλίμακα γίνεται μικρότερη επιτρέποντας προφανώς τον τοπικό χαρακτηρισμό των συναρτήσεων.

Ο STFT προκύπτει από τη μετατόπιση και διαμόρφωση μιας πρωτότυπης συνάρτησης ενώ ο WT μετατοπίζει και κλιμακώνει μια πρωτότυπη συνάρτηση πετυχαίνοντας σταθερό σχετικό εύρος ζώνης (constant relative bandwidth) γνωστό και ως Q-constant.

Ενώ ένας μοναδικός αλγόριθμος (ανάλυση Fourier) είναι κατάλληλος για όλα τα στατικά σήματα, τα σήματα με μεταβατικές συνιστώσες είναι τόσο πλούσια και σύνθετα που μια μοναδική μέθοδος ανάλυσης δεν τα εξυπηρετεί [36].

Επανερχόμενοι στο παράδειγμα του σχήματος 1-4 παρατηρούμε ότι η ανάλυση του συγκεκριμένου σήματος γίνεται αποδοτικότερη όσον αφορά στην παροχή πληροφοριών του χρονικού αλλά και συχνотικού περιεχομένου του με την χρήση των κυματιδίων. Οι υψηλές συχνότητες οι οποίες όπως ήδη αναφέρθηκε αντιστοιχούν στις μικρές κλίμακες εμφανίζονται με καλή χρονική

ανάλυση. Αντιθέτως στις υψηλές κλίμακες η απεικόνιση των χαμηλών συχνοτήτων γίνεται με μεγαλύτερη ακρίβεια αλλά σε βάρος της χρονικής ανάλυσης (σχ. 1-4δ).

1.4 Γιατί μελετάμε τον Ήλιο

Ο Ήλιος είναι μία πηγή φωτός και θερμότητας για τη ζωή στη Γη. Οι προγονοί μας είχαν συνειδητοποιήσει ότι οι ζωές τους εξαρτιόνταν από τον Ήλιο και τον αντιμετώπιζαν με δέος και ευλάβεια. Ακόμη και σήμερα μας προκαλεί το ίδιο δέος και βέβαια αναγνωρίζουμε την σημασία του. Γι' αυτό ακριβώς ψάχνουμε να βρούμε και να καταλάβουμε πως λειτουργεί, πως αλλάζει και πως αυτές οι αλλαγές μας επηρεάζουν τον πλανήτη μας, τον πλανήτη Γη. Η ποσότητα και η ποιότητα του ηλιακού φωτός αλλάζει με χρονικές κλίμακες από milli- seconds σε δισεκατομμύρια χρόνια. Μερικές από αυτές τις μεταβολές είναι περισσότερο από βέβαιο ότι επηρεάζουν το κλίμα μας αλλά με όχι τόσο γνωστούς τρόπους. Η κλιματολογική συσχέτιση λοιπόν είναι ένα πρώτος σημαντικός λόγος μελέτης του Ήλιου.

Επιπλέον ο Ήλιος αποτελεί την πηγή του ηλιακού ανέμου, μία ροή αερίων από τον Ήλιο που ξεχύνεται προς τη Γη με ταχύτητα μεγαλύτερη των 500 km/sec. Οι διαταραχές του ηλιακού ανέμου «ταρακουνούν» το μαγνητικό πεδίο της Γης και διοχετεύουν ενέργεια στις ζώνες ακτινοβολίας της. Περιοχές της ηλιακής επιφάνειας συχνά έχουν βίαια ξεσπάσματα και εκπέμπουν υπεριώδεις ακτίνες καθώς και ακτίνες X οι οποίες θερμαίνουν την ανώτερη ατμόσφαιρα της Γης. Αυτός ο «διαστημικός καιρός» μπορεί να αλλάξει τις τροχιές των δορυφόρων και να μειώσει τον χρόνο ζωής των αποστολών. Η περίσσεια αυτή ακτινοβολία μπορεί να προκαλέσει τη φυσική καταστροφή των δορυφόρων και να αποτελέσει πραγματική απειλή για τους αστροναύτες. Η διαταραχή αυτή του γήινου μαγνητικού πεδίου μπορεί επίσης να προκαλέσει κύματα ρεύματος στις ηλεκτρικές γραμμές, να καταστρέψει τον εξοπλισμό και να αφήσει χωρίς ηλεκτρικό ρεύμα μεγάλες περιοχές. Όπως λοιπόν γινόμαστε όλο και πιο εξαρτημένοι από τους δορυφόρους τόσο περισσότερο μας ενδιαφέρει ο «διαστημικός καιρός» και τόσο περισσότερο θέλουμε να τον προβλέπουμε.

Ο Ήλιος επίσης έχει έναν άλλο σημαντικό ρόλο: να μας βοηθήσει να καταλάβουμε το υπόλοιπο αστρονομικό σύμπαν. Είναι το μόνο αστέρι τόσο κοντά ώστε να μας επιτρέπει την αποκάλυψη λεπτομερειών της επιφάνειάς του. Χωρίς τον Ήλιο δεν θα μπορούσαμε να μαντέψουμε τόσο εύκολα ότι και τα άλλα αστέρια μπορούν να έχουν κηλίδες και θερμές εξωτερικές ατμόσφαιρες. Ο Ήλιος είναι το κλειδί για να καταλάβουμε τα άλλα αστέρια. Γνωρίζουμε την ηλικία του, την ακτίνα του και την φωτεινότητά του αλλά μάθαμε επίσης κάποιες πιο λεπτομερείς πληροφορίες για το εσωτερικό του και την ατμόσφαιρά του. Αυτές οι πληροφορίες είναι κρίσιμες για την κατανόηση των άλλων αστερών και πως εξελίσσονται. Πολλές φυσικές διαδικασίες που μπορούν να συμβαίνουν οπουδήποτε στο σύμπαν μπορούν να μελετηθούν λεπτομερώς στον Ήλιο. Από αυτήν την οπτική γωνία η ηλιακή αστρονομία μας διδάσκει πολλά γύρω από τα αστέρια, τα πλανητικά συστήματα, τους γαλαξίες και το ίδιο το σύμπαν.

Τέλος, ο Ήλιος δεν είναι παρά ένα φυσικό εργαστήριο. Παράγει την ενέργεια του από την πυρηνική σύντηξη η οποία συμβαίνει βαθιά μέσα στον πυρήνα του. Για δεκαετίες έχουν δουλέψει για την αναπαραγωγή αυτής της διαδικασίας (φυσικά με ελεγχόμενο τρόπο) εδώ στη Γη. Οι περισσότερες προσπάθειες απαιτούν πολύ θερμό πλάσμα σε ισχυρά μαγνητικά πεδία. Ένα μεγάλο κομμάτι της ηλιακής αστροφυσικής περιλαμβάνει την παρατήρηση και κατανόηση του πλάσματος κάτω από όμοιες συνθήκες. Έτσι εξακολουθεί να υπάρχει μία αλληλεπίδραση μεταξύ των ηλιακών αστρονόμων και άλλων ερευνητών σε πολλούς ερευνητικούς τομείς.

Τα παραπάνω εξηγούν την ανάγκη μελέτης του Ήλιου, η οποία βέβαια επιτυγχάνεται με την παρατήρησή του. Η παρατήρηση αυτή ξεκίνησε αρχικά με την ανακάλυψη του τηλεσκοπίου από τον Γαλιλαίο και επεκτάθηκε στις μέρες μας σε παρατηρήσεις από το διάστημα.

1.5 Ηλιακή ατμόσφαιρα και ηλιακές παρατηρήσεις

Αναφέρθηκε ήδη ότι ο Ήλιος είναι ένα κοινό αστέρι αλλά είναι το μοναδικό του οποίου το σχήμα και η επιφάνεια μπορούν να παρατηρηθούν. Το φως του που φτάνει στη Γη αλλά και που διαφεύγει και προς το διάστημα προέρχεται από την επιφάνεια του. Ο ορατός Ήλιος δεν έχει στερεή επιφάνεια

αλλά αποτελείται από αέριο σε πολύ υψηλή θερμοκρασία και ονομάζεται *φωτόσφαιρα*. Όμως σε καμία περίπτωση ο Ήλιος δεν σταματά εδώ. Εκτός από την φωτόσφαιρα και πάνω από αυτήν, υπάρχουν άλλα δύο αέρια στρώματα η *χρωμόσφαιρα* και το *στέμμα* τα οποία είναι ορατά κατά τη διάρκεια των ηλιακών εκλείψεων. Τα τρία αυτά στρώματα συνθέτουν αυτό που είναι γνωστό ως ηλιακή ατμόσφαιρα (σχ.1-9).

Το μεγαλύτερο μέρος της εκπεμπόμενης ηλιακής ενέργειας περιέχεται στο ορατό φάσμα του Ήλιου. Όμως ο Ήλιος εκπέμπει ακτινοβολία σε όλο το εύρος του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος. Πρακτικά ό,τι ξέρουμε για τον Ήλιο προέρχεται από την ανάλυση του φωτός που στέλνει σε εμάς. Γενικά τα διαφορετικά μήκη κύματος της ακτινοβολίας προέρχονται από διαφορετικά στρώματα της ηλιακής ατμόσφαιρας.

Σχήμα 1-9 Το εσωτερικό και τα διάφορα στρώματα της ατμόσφαιρας του Ήλιου.

Ο καθένας γνωρίζει ότι δεν πρέπει να κοιτάμε απευθείας τον Ήλιο. Για να γίνει αυτό απαιτείται ειδικό υλικό (hardware). Συνήθως λύνουμε το πρόβλημα χρησιμοποιώντας σκοτεινά φίλτρα ή κοιτάζοντας την προβλλόμενη εικόνα του. Ένας πιο ενδιαφέρον τρόπος είναι να χρησιμοποιήσουμε ειδικά φίλτρα ώστε να αποκόπτεται ένα κομμάτι φωτός. Παρατηρώντας τον Ήλιο με ειδικά φίλτρα έχουμε την δυνατότητα να περιορίζουμε την μελέτη του σε συγκεκριμένα ατμοσφαιρικά στρώματα και στη δομή τους.

Σχήμα 1-10 Ένα σύστημα τοξοειδών νημάτων (arch filament system, AFS) που συνδέουν τις δύο αντίθετες πολικότητες μιας διπολικής περιοχής όπως φαίνεται σε διαφορετικά ύψη της ηλιακής χρωμόσφαιρας.

Για παράδειγμα αν χρησιμοποιήσουμε ένα φίλτρο H α τότε αποκόπτεται όλο το φως εκτός από αυτό που απορροφάται από τα άτομα του υδρογόνου στη δεύτερη στάθμη. Σε αυτό το στενό μήκος κύματος η ηλιακή ατμόσφαιρα παύει να είναι διάφανη και μπορούμε πια να δούμε τη χρωμόσφαιρα και σχηματισμούς όπως οι προεξοχές [63].

Διαφορετικά μήκη κύματος παρατήρησης σημαίνει ότι βλέπουμε σε διαφορετικό ύψος της ηλιακής ατμόσφαιρας. Δεν παρατηρούμε παντού τους ίδιους σχηματισμούς και δομές αλλά αν όντως είναι οι ίδιοι, η εμφάνισή τους είναι σαφώς διαφορετική από επίπεδο σε επίπεδο. Στο σχήμα 1-10 φαίνεται ένα σύστημα τοξοειδών νημάτων (arch filament system, AFS) που συνδέουν τις δύο αντίθετες πολικότητες μιας διπολικής περιοχής. Το σύστημα αυτό έχει παρατηρηθεί στην γραμμή H α τόσο στο κέντρο όσο και στις πτέρυγες της γραμμής. Αυτό στην πράξη σημαίνει ότι ναι μεν παρατηρούμε ένα σχηματισμό στην χρωμόσφαιρα αλλά σε διαφορετικά ύψη μέσα σε αυτήν αφού το πάχος της υπολογίζεται σε 2500-5000 Km (ανάλογα με το μοντέλο που χρησιμοποιούμε). Έτσι στο σχήμα αυτό ξεκινώντας από κάτω προς τα πάνω βλέπουμε τη μορφή του σχηματισμού πως αλλάζει από την κατώτατη χρωμόσφαιρα ως την ανώτερη ατμόσφαιρα. Είναι εμφανές ότι πρόκειται για ένα καθαρά χρωμοσφαιρικό σχηματισμό αφού πλησιάζοντας στα όρια χρωμόσφαιρας – φωτόσφαιρας ο σχηματισμός τείνει να εξαφανιστεί.

Πάντοτε λοιπόν όταν αναφερόμαστε σε ηλιακές παρατηρήσεις θα πρέπει να προσδιορίζουμε το μήκος κύματος παρατήρησης για να ξέρουμε το ατμοσφαιρικό επίπεδο που μελετάμε. Με άλλα λόγια έχοντας υπόψη μας τους σχηματισμούς που θέλουμε να μελετήσουμε, προγραμματίζουμε τα μήκη κύματος παρατήρησης και την λήψη των φωτογραφιών.

Οι παρατηρήσεις μπορεί να προέρχονται από γήινα τηλεσκόπια ή/και από το διάστημα. Βασική διαφοροποίησή τους είναι η ύπαρξη της γήινης ατμόσφαιρας. Πάντως σε κάθε περίπτωση εκείνο που χρειαζόμαστε είναι καλή χωρική ανάλυση ώστε να είναι ευδιάκριτες οι παρατηρούμενες δομές.

Τέλος αυτό που εμείς λαμβάνουμε και που καλούμε δεδομένα ή παρατηρήσεις είναι ένα ψηφιακό δισδιάστατο σήμα χάρη στην χρήση των CCDs (Charge Coupled Devices).

1.6 Ηλιακές παρατηρήσεις και Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας

Η χρήση των CCDs στα τηλεσκόπια μας παρέχουν εικόνες οι οποίες ξεφεύγουν από την παραδοσιακή λέξη «εικόνα» και που μάλλον θα μπορούσαμε να το περιγράψουμε ως ένα σύνολο δισδιάστατων δεδομένων σε μορφή αριθμητικών πινάκων κατάλληλο να υποστεί επεξεργασία. Με άλλα λόγια έχουμε να αντιμετωπίσουμε ψηφιακές εικόνες με ό,τι σημαίνει αυτό.

Οι εικόνες αυτές έχουν μέγεθος και βάθος bit εξαρτώμενο από τα χαρακτηριστικά της CCD που καταγράφει τις παρατηρήσεις. Ενδεικτικές τιμές για παρατηρήσεις από γήινα τηλεσκόπια είναι 512x512 pixels και 16-bits βάθος και βέβαια είναι graylevel. Η συνήθης τακτική είναι να καταγράφονται εικόνες της ίδιας περιοχής σε χρονική ακολουθία και ταυτόχρονα σε διαφορετικά μήκη κύματος. Αυτό σημαίνει ότι οι διαδοχικές εικόνες (ίδιου μήκους κύματος) απέχουν χρονικά μεταξύ τους μόνο μερικά δευτερόλεπτα.

Σχήμα 1-11 Οι παρατηρήσεις (π.χ. μιας κηλίδας) αποτελούν χρονική ακολουθία εικόνων στο ίδιο μήκος κύματος παρατήρησης.

Η διάρκεια των παρατηρήσεων εξαρτάται από το είδος του σχηματισμού που παρατηρούμε, τον λόγο που τον παρατηρούμε και βέβαια από τις συνθήκες παρατήρησης. Έτσι αν οι σχηματισμοί που παρατηρούμε έχουν μεγάλο χρόνο ζωής, τότε χρειαζόμαστε συνεχή χρόνο παρατήρησης όσο γίνεται περισσότερο. Για παράδειγμα οι κηλίδες είναι σταθεροί σχηματισμοί διάρκειας ως και εβδομάδων, θέλουμε λοιπόν συνεχείς παρατηρήσεις διάρκειας ωρών.

Οι συνθήκες παρατήρησης προφανώς είναι σημαντικές. Έτσι όχι μόνο χρειαζόμαστε πλήρη ηλιοφάνεια χωρίς καθόλου σύννεφα αλλά και ατμόσφαιρα χωρίς αναταράξεις. Με άλλα λόγια οι πολύ καλές κλιματολογικές συνθήκες είναι απαραίτητες αλλά από την άλλη μεριά αποτελούν αστάθμητο παράγοντα. Οι διαστημικές παρατηρήσεις από την άλλη πλευρά λύνουν αυτό το πρόβλημα αλλά βέβαια εκεί υπεισέρχονται άλλα.

Τι το ιδιαίτερο όμως μπορεί να έχουν αυτές οι εικόνες ώστε να διαφοροποιείται η επεξεργασία τους;

Καταρχήν το γεγονός ότι τα δεδομένα μπορεί να προέρχονται είτε από τη Γη είτε από το διάστημα συνεπάγεται την ύπαρξη διαφορετικών παραμορφώσεων λόγω της γήινης ατμόσφαιρας και συνεπώς απαιτείται διαφορετική επεξεργασία στις αντίστοιχες εικόνες.

Επιπλέον τα δεδομένα μας αποτελούνται από μεγάλο πλήθος εικόνων της τάξης των αρκετών εκατοντάδων οι οποίες βρίσκονται σε χρονική αλληλουχία (σχ. 1.11). Έχουμε δηλαδή να διαχειριστούμε ένα τεράστιο όγκο δεδομένων. Αυτό αποτελεί από μόνο του μία ιδιαιτερότητα.

Η ιδιομορφία αυτών των εικόνων συνίσταται και στο γεγονός ότι δεν μας παρέχουν την ελευθερία να κάνουμε ότι θέλουμε με αυτές. Θα πρέπει να τις επεξεργαζόμαστε με τέτοιο τρόπο ώστε να μην αλλοιώνονται τα χαρακτηριστικά τους αλλά και οι τιμές τους. Δηλαδή θα πρέπει να μην διαφοροποιούνται ή ακόμη και να χάνονται οι πληροφορίες που εμπεριέχονται σε αυτές δεδομένου ότι από την επεξεργασία και την μελέτη τους εξάγονται όχι μόνο ποιοτικά αλλά και ποσοτικά αποτελέσματα. Είναι σημαντικό να θυμόμαστε πάντα ότι πίσω από μια ηλιακή εικόνα κρύβεται η φυσική των φαινομένων που παρατηρούνται σε αυτήν.

Με άλλα λόγια, η βέλτιστη εκμετάλλευση της προόδου που προσφέρεται μέσω των CCDs απαιτεί την εφαρμογή αποδοτικών αλγορίθμων για την επεξεργασία αυτών των εικόνων.

1.7 Αντικείμενο της διδακτορικής διατριβής

Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται σε αυτή την έρευνα προέρχονται από γήινα ηλιακά τηλεσκόπια που βρίσκονται στις ΗΠΑ. Συγκεκριμένα κάποιες παρατηρήσεις έχουν ληφθεί στο Εθνικό Ηλιακό Αστεροσκοπείο

(National Solar Observatory) στο Sacramento Peak της πολιτείας του Νέου Μεξικού (New Mexico) και κάποιες άλλες στο Big Bear Solar Observatory (BBSO, California) που βρίσκεται στην Καλιφόρνια. Σχεδόν στο σύνολό τους έχουν ληφθεί σε μήκη κύματος που αφορούν το ατμοσφαιρικό χρώμα της ηλιακής χρωμόσφαιρας.

Ορισμένες από αυτές τις παρατηρήσεις αφορούν τον ηλιακό δίσκο και άλλες αποτελούν παρατηρήσεις του ηλιακού χείλους δηλαδή της περιφέρειας του ηλιακού δίσκου. Σε κάθε περίπτωση ο στόχος είναι κοινός: η κατάλληλη επεξεργασία τους ώστε να αναδειχτούν με κάθε δυνατή λεπτομέρεια οι σχηματισμοί της χρωμόσφαιρας και οι λεπτές δομές τους τόσο στο ηλιακό χείλος όσο και στον ηλιακό δίσκο.

Τα προβλήματα που αντιμετωπίζουμε στην επεξεργασία εικόνων σε κάθε περίπτωση είναι διαφορετικά. Οι παρατηρήσεις του ηλιακού χείλους περιέχουν σχηματισμούς που προβάλλονται στον σκοτεινό ουρανό. Από την άλλη μεριά παρατηρήσεις προερχόμενες από τον δίσκο περιέχουν σχηματισμούς που προβάλλονται πάνω στο ίδιο το φωτισμένο ή χρωμοσφαιρικό επίπεδο με αποτέλεσμα να παρουσιάζουν εντελώς διαφορετική εικόνα.

Η έρευνά μας έχει δύο κατευθύνσεις. Η πρώτη είναι να ερμηνεύσει καλύτερα τις υπάρχουσες παρατηρήσεις αναδεικνύοντας τους σχηματισμούς με μεγαλύτερη λεπτομέρεια ώστε να αποκαλυφθούν πλήρως μορφολογικά και με αυτόν τον τρόπο να συμπληρωθεί η ήδη υπάρχουσα γνώση. Αυτό θα επιτευχθεί με την χρήση νέων τεχνικών ενίσχυσης των εικόνων ή ακόμη και με τεχνικές τμηματοποίησης ώστε να απομονωθούν ορισμένες δομές για την καλύτερη δυνατή μελέτη τους.

Η δεύτερη κατεύθυνση αξιοποιεί το γεγονός ότι χρησιμοποιούμε χρονικές ακολουθίες ψηφιακών εικόνων. Συγκεκριμένα θα περιοριστούμε στην μελέτη παρατηρήσεων μόνο ηλιακών κηλίδων διότι όχι μόνο μας ενδιαφέρουν οι λεπτές δομές που υπάρχουν σε αυτές αλλά και τα δυναμικά φαινόμενα που τις χαρακτηρίζουν. Αφού λοιπόν τις επεξεργαστούμε κατάλληλα ώστε να είναι ευδιάκριτα τα χαρακτηριστικά που θέλουμε να μελετήσουμε, δημιουργούμε το σήμα από το οποίο θα αντλήσουμε τις πληροφορίες που θέλουμε.

Πριν προχωρήσουμε σε μια περιληπτική παρουσίαση του περιεχομένου αυτής της διατριβής θα δώσουμε απάντηση σε μία εύλογη αλλά και βασική ερώτηση για την εκπόνηση τούτης της διατριβής. Γιατί το να βλέπουμε μικρές λεπτομέρειες στην ηλιακή επιφάνεια είναι σημαντικό; Η απάντηση θα δοθεί χρησιμοποιώντας τις ηλιακές κηλίδες.

Το κλειδί στην παρατηρησιακή μελέτη των κηλίδων είναι η χωρική ανάλυση. Ένα παρατηρούμενο νήμα της παρασκιάς χωρίς καλή ανάλυση παρατήρησης θα μοιάζει απλά σαν μία λεπτή ασαφής κλωστή χωρίς να μας παρέχει αρκετή πληροφορία ώστε να μπορέσουμε να εξηγήσουμε την προέλευσή του. Μόνο όταν μπορούμε να δούμε κάποια δομή μέσα σε αυτά τα νήματα και μόνο τότε μπορούμε να ψάξουμε για κάποιες εξηγήσεις και να χρησιμοποιήσουμε μοντέλα για να τις επαληθεύσουμε. Έξω από τις κηλίδες, συχνά εμφανίζεται μαγνητικό πεδίο συγκεντρωμένο σε τόσο μικρές περιοχές που συχνά εμφανίζονται απλά σαν σημεία στα περισσότερα ηλιακά τηλεσκόπια. Για άλλη μια φορά, χωρίς να είμαστε ικανοί να δούμε την δομή τέτοιων συγκεντρώσεων είναι πολύ δύσκολο να είμαστε σίγουροι ότι οι υπάρχουσες θεωρίες και μοντέλα είναι σωστά. Ίσως να έχουμε αγνοήσει κάποια σημαντική φυσική παράμετρο σε αυτά τα μοντέλα. Είναι γνωστό εδώ και πάρα πολλά χρόνια ότι βασικές διαδικασίες της ηλιακής ατμόσφαιρας λαμβάνουν χώρα σε κλίμακες μικρότερες των 100 km. Αυτές οι μικρές δομές θα πρέπει να αναλυθούν κατασκευάζοντας μεγαλύτερα και καλύτερα τηλεσκόπια και βελτιώνοντας την ανάλυση των εικόνων με καλύτερους αλγόριθμους επεξεργασίας τους.

Στα σύγχρονα εργαλεία επεξεργασίας σήματος και εικόνας είδαμε ότι περιλαμβάνεται και ο μετασχηματισμός κυματιδίων. Αυτός ακριβώς ο μετασχηματισμός αποτελεί το κλειδί στην έρευνα αυτή. Τον εφαρμόσαμε τόσο σε ολόκληρες τις εικόνες για την βελτίωση και ενίσχυσή τους όσο και στα χρονικά σήματα που δημιουργήθηκαν από αυτές για την μελέτη δυναμικών φαινομένων που συνδέονται με σχηματισμούς (π.χ. ταλαντώσεις της σκιάς των κηλίδων). Τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι πολλές φορές εντυπωσιακά.

Στο επόμενο κεφάλαιο γίνεται μια αναλυτική παρουσίαση του μετασχηματισμού. Περιγράφονται οι διάφορες μορφές που τον συναντάμε, εξηγούνται οι διαφορές τους και ποιες μορφές του θα μας είναι χρήσιμες στην

έρευνά μας και γιατί. Στην προσπάθειά για πληρέστερη παρουσίαση χρησιμοποιήθηκε και μία συνοπτική μαθηματική περιγραφή τους. Η χρήση των μαθηματικών είναι απαραίτητη αφενός γιατί αποτελούν μαθηματικό εργαλείο αφετέρου γιατί η διαφοροποίησή τους που οδηγεί και στην κατηγοριοποίησή τους προκύπτει από αυτά.

Στο τρίτο κεφάλαιο περιγράφεται η βασική επεξεργασία των αρχικών εικόνων που καταγράφει η CCD κάμερα. Γίνεται στην συνέχεια μια περιγραφή του σχηματισμού των κηλίδων στην ηλιακή ατμόσφαιρα. Χρησιμοποιούμε σειρές εικόνων ηλιακών κηλίδων για την εφαρμογή του μετασχηματισμού wavelet. Ο αλγόριθμος με τον οποίο υλοποιήθηκε ο μετασχηματισμός είναι γνωστός με το όνομα à trous (με τρύπες). Εξετάζονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής του και τα χρησιμοποιούμε για την ενίσχυση (enhancement) των συγκεκριμένων εικόνων. Τα αποτελέσματα της νέας μεθόδου ενίσχυσης συγκρίνονται με αυτά των κλασσικών μεθόδων.

Στο τέταρτο κεφάλαιο επεκτείνεται η νέα τεχνική ενίσχυσης σε εικόνες που απεικονίζουν σχηματισμούς στο ηλιακό χείλος. Χρησιμοποιείται δηλαδή ο συγκεκριμένος μετασχηματισμός για την βελτίωση της διακριτικής ικανότητας παρατηρήσεων στο ηλιακό χείλος. Εξηγούμε επίσης τι επιπλέον προβλήματα εισάγονται με τη χρήση τέτοιων εικόνων.

Στο πέμπτο κεφάλαιο χρησιμοποιείται ο συγκεκριμένος αλγόριθμος (à trous) για την εφαρμογή του μετασχηματισμού κυματιδίων στην τμηματοποίηση εικόνων που έχουν να κάνουν με τις κηλίδες και συγκεκριμένα με την λεπτή δομή τους. Γίνεται δηλαδή μια προσπάθεια εξερεύνησης της λεπτής υφής τους αποκόπτοντας και ενισχύοντας δομικά τους χαρακτηριστικά μικρής κλίμακας. Αλλά δεν μένουμε μόνο σε αυτές, επεκτείνουμε την εφαρμογή αυτή και σε άλλους μικρούς σχηματισμούς που χρίζουν επιστημονικής μελέτης και διερεύνησης.

Στο έβδομο κεφάλαιο χρησιμοποιούμε τις χρονικές σειρές από πέντε διαφορετικές παρατηρήσεις κηλίδων. Συγκεκριμένα δημιουργούμε μόνο από την σκιά των κηλίδων ένα μονοδιάστατο σήμα με το οποίο μελετάμε την ταλαντωτική συμπεριφορά της σκιάς των κηλίδων. Στην συνέχεια περιγράφονται τα ερωτήματα τα οποία απασχολούν τους ηλιακούς φυσικούς και πως χρησιμοποιώντας τα κυματίδια προσπαθούμε να πάρουμε απαντήσεις. Βέβαια εδώ θα πρέπει να τονιστεί ότι απλά θα σκιαγραφηθεί η φυσική

σημασία των αποτελεσμάτων που προκύπτουν γιατί ξεφεύγουν από το αντικείμενο τούτης της διατριβής.

Στο έκτο κεφάλαιο έχει προηγηθεί η περιγραφή του τρόπου εξαγωγής του μονοδιάστατου σήματος. Για την μελέτη του χρησιμοποιήθηκε ο συνεχής μετασχηματισμός κυματιδίων. Εκεί παρουσιάζεται με ποιο τρόπο οδηγηθήκαμε στην μητρική συνάρτηση που χρησιμοποιήσαμε καθώς και στο σύνολο των παραμέτρων.

Στο τελευταίο κεφάλαιο γίνεται μια σύνοψη της συνολικής δουλειάς που παρουσιάζεται σε αυτήν την προσπάθεια έρευνας, τα βασικά συμπεράσματα και μελλοντικά σχέδια για την επέκτασή της.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΥΜΑΤΙΔΙΩΝ (WAVELET ANALYSIS)

2.1 Εισαγωγή

Τα «κυματίδια» (wavelets) αποτελούν ένα δημοφιλές αντικείμενο έρευνας δεδομένου ότι χρησιμοποιούνται σε πολλούς τομείς της επιστήμης. Μερικοί βλέπουν τα wavelets ως μια νέα βάση για την αναπαράσταση συναρτήσεων, άλλοι τα θεωρούν ως μια τεχνική για ανάλυση χρόνου – συχνότητας και βέβαια ορισμένοι τα σκέφτονται απλά ως ένα καινούργιο μαθηματικό αντικείμενο [7]. Όμως όλα τα παραπάνω είναι σωστά αφού τα wavelets είναι ένα εργαλείο πολλαπλών χρήσεων πολύ πλούσιο σε μαθηματικό περιεχόμενο αλλά και με μεγάλο δυναμικό στις εφαρμογές. Αυτό το τελευταίο μάλιστα αποτελεί τον κύριο άξονα αυτής της διατριβής.

Σκοπός λοιπόν αυτού του κεφαλαίου είναι να παρουσιαστεί ο μετασχηματισμός wavelet ξεκινώντας από την γενική θεώρησή του και καταλήγοντας στην μορφή που χρησιμοποιήθηκε στην μελέτη των ηλιακών εικόνων. Για λόγους πληρότητας όμως αρχικά θα κάνουμε μια μικρή εισαγωγή στην έννοια των μετασχηματισμών.

2.2 Μετασχηματισμοί

Νέες τεχνικές μετασχηματισμών εμφανίστηκαν τις τελευταίες δεκαετίες γνωρίζοντας μια νέα άνθηση ως ερευνητικός τομέας. Οι τεχνικές αυτές αναπτύχθηκαν για την επίλυση συγκεκριμένων προβλημάτων τα οποία προέκυψαν με την εξέλιξη της τεχνολογίας όπως η συμπίεση εικόνας, ανίχνευση ακμών και χαρακτηριστικών και οι οποίες βρίσκονται κάτω από τους τίτλους, ανάλυση χρόνου – συχνότητας, μετασχηματισμοί κυματιδίων (wavelet transforms), αλγόριθμοι πυραμίδας (pyramidal algorithms) και ανάλυση πολλαπλής διακριτικής ικανότητας (multiresolution analysis) [6].

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να θυμηθούμε ότι το αποτέλεσμα ενός μετασχηματισμού είναι κάποιοι συντελεστές οι οποίοι προκύπτουν από το εσωτερικό γινόμενο μεταξύ της συνάρτησης στην οποία εφαρμόζεται ο μετασχηματισμός και των συναρτήσεων βάσης του μετασχηματισμού. Η τιμή ενός συντελεστή αναπαριστά κατά μία έννοια το βαθμό ομοιότητας του σήματος με την αντίστοιχη συνάρτηση βάσης. Όταν οι συναρτήσεις βάσης είναι ορθοκανονικές τότε το εσωτερικό γινόμενο μεταξύ δύο οποιονδήποτε βάσεων είναι μηδέν. Είναι δηλαδή γραμμικά ανεξάρτητα διανύσματα ή απλουστευμένα εντελώς ανόμοιες μεταξύ τους. Επομένως όταν ένα σήμα περιέχει συστατικά που μοιάζουν σε κάποιες από τις συναρτήσεις βάσης, το αποτέλεσμα του μετασχηματισμού είναι κυρίως συντελεστές με μικρή ή και μηδενική τιμή εκτός από τους λίγους συντελεστές που αντικατοπτρίζουν τις συνιστώσες του σήματος που μοιάζουν με τις συναρτήσεις βάσεις. Ομοίως, ο αντίστροφος μετασχηματισμός μπορεί να θεωρηθεί ως η ανακατασκευή του σήματος μέσω της άθροισης των συναρτήσεων βάσης πολλαπλασιασμένες με τους συντελεστές του μετασχηματισμού δηλαδή έχοντας «ζυγισμένα» πλάτη.

Ένας μετασχηματισμός απεικονίζει το αρχικό σήμα σε ένα νέο χώρο. Ο νέος χώρος συχνά αποδεικνύεται καταλληλότερος για την αποκάλυψη στοιχείων που χαρακτηρίζουν το σήμα. Επιπλέον χαρακτηρίζεται από μία σημαντική ιδιότητα η οποία βέβαια συγκαταλέγεται στα πλεονεκτήματα του μετασχηματισμού, την αποσυσχέτιση. Το χαμηλό υπολογιστικό κόστος συχνά προστίθεται στα πλεονεκτήματα των μετασχηματισμών. Θα πρέπει να σημειώσουμε εδώ ότι γενικά κάθε τεχνική μετασχηματισμού έχει την δικιά της περιοχή εφαρμογής με πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα αντίστοιχα.

Στο προηγούμενο κεφάλαιο γνωρίσαμε συνοπτικά τον κλασσικό μετασχηματισμό Fourier, τον μετασχηματισμό Fourier μικρής διάρκειας, και τον μετασχηματισμό κυματιδίων. Επιδίωξή μας ήταν η ποιοτική ανάλυση των παραπάνω μετασχηματισμών επιτυγχάνοντας την εξοικείωσή μας με βασικές έννοιες που τους χαρακτηρίζουν. Διαπιστώσαμε την ανεπάρκεια του μετασχηματισμού Fourier ως προς τον χρονικό εντοπισμό των μεταβατικών συνιστωσών ενός σήματος και καταλήξαμε στην ανάγκη εισαγωγής ενός νέου τύπου ανάλυσης στο επίπεδο πλέον χρόνου – συχνότητας.

Ο κλασσικός μετασχηματισμός Fourier είναι ένας ορθογώνιος μετασχηματισμός που αναλύει το σήμα σε ένα άθροισμα ημίτονων και συνημίτονων ικανοποιώντας παράλληλα μία σχέση διατήρησης ενέργειας. Ο STFT από την άλλη έχει πίσω του ως βασική ιδέα την εισαγωγή μιας παραμέτρου «τοπικής συχνότητας» (τοπικής στο χρόνο) έτσι ώστε ο «τοπικός» μετασχηματισμός Fourier να βλέπει το σήμα μέσω ενός παραθύρου όπου το σήμα μπορεί να θεωρηθεί προσεγγιστικά στάσιμο. Με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνεται ανάλυση χρόνου–συχνότητας αλλά με σταθερή ανάλυση. Ο wavelet μετασχηματισμός έρχεται να καλύψει τις αδυναμίες του STFT: στις υψηλές συχνότητες παρέχει μεγαλύτερη ανάλυση στο χρόνο ενώ στις χαμηλές συχνότητες βελτιώνεται η ανάλυση στη συχνότητα. Οι μεσαίες συναρτήσεις είναι ταυτόσημες και συνεπώς η ανάλυση χρόνου – συχνότητας για τις δύο μεθόδους είναι ίδια σε αυτή τη συχνότητα [58].

Σε αυτό το κεφάλαιο θα αντιμετωπίσουμε το μετασχηματισμό κυματιδίων μέσα από το πρίσμα των μαθηματικών, παραθέτοντας λίγο από το θεωρητικό υπόβαθρο αλλά και φορμαλισμό του μη μένοντας όμως μόνο σε αυτά. Έτσι θα ασχοληθούμε και με υπολογιστικούς αλγορίθμους του μετασχηματισμού, οι οποίοι θα χρησιμοποιηθούν στα επόμενα κεφάλαια, για την επεξεργασία ψηφιακών σημάτων μιας ή δυο διαστάσεων προερχόμενα από την παρατήρηση του Ήλιου.

2.3 Εισαγωγή στην ανάλυση wavelet

Τα περισσότερα σήματα στην πράξη είναι συναρτήσεις του χρόνου και η γραφική τους παράσταση είναι μία αναπαράσταση χρόνου – πλάτους. Όταν ζητάμε πληροφορίες για το συχνотικό περιεχόμενο του σήματος τότε ζητάμε μια αναπαράσταση συχνότητας - πλάτους. Όταν χρειάζεται ο χρονικός

εντοπισμός των φασματικών συνιστωσών τότε χρειαζόμαστε ένα μετασχηματισμό που να δίνει την αναπαράσταση χρόνου – συχνότητας του σήματος.

Συνεπώς η αναπαράσταση χρόνου – συχνότητας είναι απαραίτητη για την μελέτη μη στατικών σημάτων δηλαδή την πλειοψηφία των σημάτων του πραγματικού κόσμου. Ένας γραμμικός συνδυασμός χρόνου – συχνότητας συσχετίζει το σήμα με κυματομορφές καλά εντοπισμένες στο χρόνο και στη συχνότητα. Αυτές οι κυματομορφές καλούνται άτομα χρόνου – συχνότητας και χρησιμοποιήθηκαν αρχικά στον παραθυρικό μετασχηματισμό Fourier. Όμως, για την ανάλυση δομών σήματος πολύ διαφορετικών μεγεθών είναι απαραίτητο να χρησιμοποιήσουμε άτομα χρόνου– συχνότητας με διαφορετική χρονική υποστήριξη. Εδώ ακριβώς κάνουν την εμφάνισή τους τα κυματίδια (wavelets).

2.3.1 Ιστορική αναδρομή

Τα wavelets είναι γνωστά ως μαθηματικά εργαλεία για την ανάλυση χρονικών σειρών ή εικόνων (αλλά όχι αποκλειστικά για αυτά μόνο). Αν και αποτελούν ένα σχετικά νέο εργαλείο, από πολλές απόψεις τα wavelets είναι η σύνθεση παλιότερων ιδεών που προσφέρουν νέα και κομψότερα μαθηματικά αποτελέσματα και αποδοτικούς υπολογιστικούς αλγορίθμους. Η wavelet ανάλυση σε πολλές περιπτώσεις λειτουργεί συμπληρωματικά στις υπάρχουσες τεχνικές και σε άλλες περιπτώσεις λύνει προβλήματα για τα οποία ήταν πολύ μικρή η πρόοδος πριν την εισαγωγή της.

Η ιστορία των κυματιδίων ξεκινά γύρω στα 1930, με χωριστές προσπάθειες οι οποίες δεν μπορούν να ενταχθούν σε μία ενοποιημένη θεωρία. Μάλιστα τότε όχι μόνο δεν υπήρχε η λέξη κυματίδιο αλλά ούτε καν η γενική ιδέα. Κοιτώντας πίσω στην ιστορία των μαθηματικών, αποκαλύπτονται τουλάχιστον επτά διαφορετικές πηγές - ρίζες της ανάλυσης wavelet. Και βέβαια, σήμερα μόνο έχουμε πλέον τη δυνατότητα να γνωρίζουμε ότι όλη αυτή η δουλειά σκιαγραφεί προκαταβολικά την θεωρία των κυματιδίων.

Το 1807 ο J. Fourier αποδεικνύοντας ότι κάθε περιοδική συνάρτηση μπορεί να γραφεί ως άθροισμα ημιτόνων και συνημιτόνων, άνοιξε ένα νέο δρόμο στον κόσμο των συναρτήσεων. Στην συνέχεια εξερευνώντας την έννοια των συναρτήσεων, την σύγκλιση των σειρών Fourier και τα ορθογώνια

συστήματα, οι μαθηματικοί σταδιακά οδηγήθηκαν από την υπάρχουσα έννοια την ανάλυσης συχνότητας στην έννοια της ανάλυσης κλίμακας. Δηλαδή, στην ανάλυση μιας συνάρτησης δημιουργώντας μαθηματικές δομές με μεταβλητή κλίμακα. Έτσι αναφέρθηκε για πρώτη φορά η έννοια των κυματιδίων από τον Haar το 1909, ο οποίος δημιούργησε μια μεταβλητής κλίμακας συνάρτηση βάσης γνωστή σήμερα με το όνομά του.

Γύρω στα 1930, ο φυσικός Paul Lévy χρησιμοποίησε την συνάρτηση βάσης Haar για να μελετήσει την κίνηση Brown. Βρήκε λοιπόν ότι αυτή η βάση είναι σαφώς αποδοτικότερη ως προς την μελέτη πολύπλοκων λεπτομερειών της κίνησης. Την ίδια εποχή οι Littlewood, Paley [28] προσπαθούσαν να υπολογίσουν την ενέργεια μιας συνάρτησης εντοπίζοντας ταυτόχρονα που είναι κατανομημένη. Ανακάλυψαν μία συνάρτηση η οποία μπορεί να μεταβάλλεται ως προς την κλίμακα και να διατηρεί την ενέργεια όταν υπολογίζουμε την συναρτησιακή ενέργεια.

Την εικοσαετία 1960-1980 οι μαθηματικοί G. Weiss και R.R. Coifman [9] μελέτησαν τα «άτομα» και την «ατομική αποσύνθεση». Ως «άτομα» καλούνται τα απλούστερα στοιχεία του χώρου των συναρτήσεων και το αντικείμενο της θεωρίας είναι να βρεθούν τα άτομα στους συνήθεις συναρτησιακούς χώρους καθώς επίσης και το σύνολο των κανόνων που επιτρέπουν την ανακατασκευή όλων των στοιχείων του συναρτησιακού χώρου χρησιμοποιώντας αυτά τα άτομα. Την ίδια εποχή μία άλλη προσέγγιση στις «ατομικές αποσυνθέσεις» δόθηκε από τον Calderón (1960) [5].

Είκοσι χρόνια αργότερα οι Grossman και Morlet [19], ένας φυσικός και ένας μηχανικός, προσδιόρισαν ευρέως τα wavelets στα πλαίσια της κβαντικής φυσικής παρέχοντας μας ένα διαφορετικό τρόπο σκέψης για τα κυματίδια στηριγμένο στην φυσική διαίσθηση. Στις αρχές της ίδιας δεκαετίας, του 1980, ο D. Marr [35] και στην συνέχεια ο S. Mallat [31] με την δουλειά τους στην επεξεργασία εικόνας έδωσαν την ώθηση στην ανάλυση των Littlewood, Paley να ορίσει ένα αποδοτικό αλγόριθμο για την αριθμητική ανάλυση εικόνας.

Ο S. Mallat έδωσε μία νέα ώθηση στην θεωρία των κυματιδίων μέσα από την δουλειά του στην ψηφιακή επεξεργασία σήματος. Ανακάλυψε στενές σχέσεις μεταξύ των: α) quadrature mirror filters, β) των αλγόριθμων

πυραμίδας και γ) των ορθοκανονικών κυματιδιακών βάσεων [31][32][33]. Χάρη στη δουλειά του η Ingrid Daubechies ολοκλήρωσε την δουλειά του Haar δημιουργώντας ορθοκανονικές βάσεις κυματιδίων οι οποίες παρείχαν σαφώς μια πιο αποδοτική ανάλυση και σύνθεση από το σύστημα Haar [11]. Η δουλειά της Daubechies αποτελεί τη βάση του αντικειμένου που σήμερα είναι γνωστό ως συμπίεση σήματος.

Από την παραπάνω σύντομη ιστορική αναδρομή που αφορά την εμφάνιση και εξέλιξη των wavelets διαπιστώνουμε μία ιδιαιτερότητα στην εξέλιξη της ανάλυσης κυματιδίων. Αρχικά οι μαθηματικοί δούλεψαν στα κυματίδια αλλά με το όνομα «ατομικές αποσυνθέσεις» για αρκετά μεγάλο χρονικό διάστημα. Ο σκοπός τους ήταν να παρέχουν εύκολη και άμεση πρόσβαση σε διάφορους συναρτησιακούς χώρους. Σε όλη αυτή την χρονική περίοδο όμως, δηλαδή μεταξύ του 1907 και του 1980, δεν υπήρξε ανταλλαγή των επιστημονικών απόψεων μεταξύ των μαθηματικών, των φυσικών και των ειδικών στην επεξεργασία σήματος. Μη γνωρίζοντας λοιπόν την ανάπτυξη των κυματιδίων από τους μαθηματικούς, οι τελευταίες δύο ομάδες κάτω από την πίεση συγκεκριμένων αναγκών της επιστήμης τους ανακάλυψαν εκ νέου τα κυματίδια [36].

Στα τέλη της δεκαετίας του 1970 έκαναν την εμφάνισή τους τα wavelets σε διάφορα επιστημονικά και τεχνολογικά πεδία. Η προέλευσή τους οφειλόταν αποκλειστικά και μόνο στους φυσικούς και μηχανικούς και ποτέ στην ανάμειξη των μαθηματικών. Σήμερα βέβαια τα όρια ανάμεσα στα μαθηματικά και την επεξεργασία σήματος και εικόνας είναι πολύ αχνά. Η εκ νέου ανακάλυψη των κυματιδίων από τους ειδικούς των άλλων επιστημών ωφέλησαν και τους μαθηματικούς. Η παράκαμψη που έγινε διαμέσου της επεξεργασίας σήματος και εικόνας ήταν ο γρηγορότερος δρόμος στο να οδηγηθεί η βάση Haar στα Daubechies wavelets.

2.3.2 Μετασχηματισμός κυματιδίων (Wavelets Transform)

Έχουμε ήδη εξηγήσει σε προηγούμενο κεφάλαιο ότι ο χαρακτηρισμός μικρό κύμα ή κυματίδιο προσδίδει άμεσα δύο χαρακτηριστικά: της ταλαντούμενης συμπεριφοράς και της συμπαγούς υποστήριξης. Επίσης αναφέρθηκε ότι αυτό που χρειαζόμαστε είναι μία αρχική συνάρτηση η οποία χαρακτηρίζεται ως μητρική (basis or mother function) από την οποία

προκύπτουν («γεννιούνται») οι υπόλοιπες συναρτήσεις βάσης με μεταθέσεις και διαστολές (ή συστολές) της.

Η μετάθεση ορίζει τη θέση του παραθύρου κατά τη διάρκεια της μετατόπισης του και δίνει τη χρονική πληροφορία στο πεδίο του μετασχηματισμού. Από την άλλη μεριά διαστολή (dilation) σημαίνει κλιμάκωση (scaling) και δεδομένου ότι η κλίμακα είναι αντιστρόφως ανάλογη της συχνότητας μας δίνει την συχνοτική πληροφορία. Η κλιμάκωση ως μαθηματική εφαρμογή είτε διαστέλλει είτε συμπιέζει ένα σήμα. Η συσχέτιση της κλίμακας με την συχνότητα έχει να κάνει με το γεγονός ότι στις υψηλές κλίμακες παρουσιάζεται μία γενική εικόνα ενώ στις χαμηλές κλίμακες οι λεπτομέρειες. Στο σχήμα 2-1 μπορεί κανείς να δει τις μετατοπίσεις και κλιμακώσεις μιας βασικής κυματιδικής συνάρτησης σε σχέση με ένα σήμα.

Σχήμα 2-1 Η διαδικασία μετατοπίσεων και κλιμακώσεων του μητρικού κυματιδίου και ο τρόπος που δρα στο σήμα.

Δεδομένου ότι ο μετασχηματισμός κυματιδίου αναφέρθηκε ως ένας μετασχηματισμός χρόνου – συχνότητας θα πρέπει να δούμε τι καινοτομία εισάγει σε αυτόν πλέον τον μετασχηματισμένο χώρο. Ο τρόπος δημιουργίας των συναρτήσεων βάσης οδηγεί στην απεικόνιση στο πεδίο χρόνου –

συχνότητας που φαίνεται στο σχήμα 2-2β . Στο σχήμα αυτό παρουσιάζονται τα δομικά στοιχεία του χώρου και πως τον συνθέτουν. Παρατηρούμε ότι ο χώρος αυτός δομείται από ορθογώνια μη μηδενικού αλλά σταθερής τιμής εμβαδού και διαφορετικών διαστάσεων, καθένα από τα οποία αντιστοιχεί σε διαφορετική τιμή του μετασχηματισμού. Τα σχετικά με το εμβαδόν καθορίζονται από την αρχή απροσδιοριστίας του Heisenberg: δεν μπορούμε να γνωρίζουμε την ακριβή τιμή ενός σημείου στο χώρο χρόνου – συχνότητας. Οι διαφορετικές διαστάσεις των ορθογωνίων καθορίζουν τον εντοπισμό συχνότητας – χρόνου και την ανάλυση με την οποία γίνεται ο τρόπος με τον οποίο μεταβάλλονται οι διαστάσεις τους θα γίνει ξεκάθαρος παρακάτω. Για λόγους κατανόησης της πρωτοτυπίας των κυματιδίων, στο ίδιο σχήμα (2-2α) δίνεται η ίδια απεικόνιση για τον STFT: τα γραμμοσκιασμένα τετράγωνα αντιστοιχούν σε κυματομορφές εντοπισμένα στο ίδιο χρονικό διάστημα σε τρία γειτονικά επίπεδα συχνότητας.

Σχήμα 2-2 Συναρτήσεις βάσεις και τα αντίστοιχα ορθογώνια στον επίπεδο χρόνου – συχνότητας. (α) Short – time Fourier μετασχηματισμός και (β) wavelet μετασχηματισμός.

Σε αυτήν την αναπαράσταση (STFT) έχουν σταθερό εντοπισμό και ο χρόνος και η συχνότητα. Τα κυματίδια προσφέρουν κάτι το διαφορετικό: ο συχνοτικός εντοπισμός είναι λογαριθμικός δηλαδή, ανάλογος του επιπέδου συχνότητας [8]. Έτσι έχουμε το αποτέλεσμα του καλύτερου χρονικού εντοπισμού στις υψηλές συχνότητες. Αυτή άλλωστε η κατάσταση φαίνεται στο σχήμα 2-2β.

Όμως είναι καιρός να δούμε και να αντιμετωπίσουμε τα κυματίδια μέσα από τα μαθηματικά. Ένα wavelet ψ είναι μία συνάρτηση η οποία ανήκει στο χώρο $L^2(\mathbb{R})$ με μηδενικό μέσο όρο: $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0$, κανονικοποιημένο $\|\psi\| = 1$ και κεντραρισμένο στη γειτονιά του $t = 0$. Μεταφερόμενοι στον χώρο των συχνοτήτων τα παραπάνω μεταφράζονται στο ότι το φάσμα του wavelet έχει τιμή μηδέν για μηδενική συχνότητα. Ανήκοντας στον χώρο $L^2(\mathbb{R})$ ισχύει η παρακάτω ιδιότητα:

$$\psi(t) \in L^2(\mathbb{R}) \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} [\psi(t)]^2 dt \leq +\infty \quad (2.1)$$

δηλαδή είναι μια συνάρτηση τετραγωνικά ολοκληρώσιμη και βέβαια ό,τι συνεπάγεται αυτό: η ψ είναι μία συνάρτηση πεπερασμένης ενέργειας.

Εξετάζοντας το φάσμα ενός κυματιδίου εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι η ενέργειά του είναι συγκεντρωμένη σε συγκεκριμένη περιοχή και ως προς τον άξονα του χρόνου αλλά και της συχνότητας. Αυτή η συμπεριφορά είναι χαρακτηριστική των κυματιδίων και σε αυτήν οφείλεται η καλή αναπαράσταση του σήματος στο επίπεδο χρόνου – συχνότητας (ή χρόνου – κλίμακας).

Σχήμα 2-3 Μερικά κυματίδια τα οποία προέκυψαν από την μητρική συνάρτηση $\psi(t) = (1 - 2t^2)e^{-t^2} = \psi_{1,0}(t)$, η οποία είναι η δεύτερη παράγωγος της γκαουσιανής συνάρτησης. Επίσης απεικονίζονται (από αριστερά προς τα δεξιά): $\psi_{(\frac{3}{2}),-2}(t)$, $\psi_{1,0}(t)$, $\psi_{(\frac{1}{4}),2^{\frac{1}{2}}}(t)$.

Έχοντας μια συνάρτηση με τα παραπάνω χαρακτηριστικά μπορούμε να δημιουργήσουμε μία ολόκληρη οικογένεια συναρτήσεων οι οποίες θα

παίζουν τον ρόλο των συναρτήσεων βάσης. Μία τέτοια οικογένεια ατόμων χρόνου – συχνότητας δηλαδή μία οικογένεια wavelets δημιουργείται κλιμακώνοντας την ψ κατά a και μετατοπίζοντάς την κατά b :

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2.2)$$

όπου $a > 0$ και b είναι πραγματικοί αριθμοί. Ο παράγοντας $1/\sqrt{a}$ εξασφαλίζει ότι οι συναρτήσεις $\psi_{a,b}$ έχουν σταθερή νόρμα στο χώρο $L^2(\mathbb{R})$ δηλαδή των τετραγωνικά ολοκληρώσιμων συναρτήσεων. Αυτά τα άτομα δηλαδή παραμένουν κανονικοποιημένα, $\|\psi_{a,b}\| = 1$. Η κανονικοποίηση αυτή είναι κανονικοποίηση της ενέργειας έτσι ώστε να διασφαλίζεται το γεγονός ότι το μετασχηματισμένο σήμα θα έχει την ίδια ενέργεια σε όλες τις κλίμακες. Στο σχήμα 2-3 φαίνεται ένα παράδειγμα μερικών κυματιδίων τα οποία προέρχονται από την μητρική συνάρτηση $\psi(t) = (1 - 2t^2)e^{-t^2}$. Η συνάρτηση αυτή αποτελεί τη δεύτερη παράγωγο της γκαουσιανής συνάρτησης και είναι γνωστή ως συνάρτηση Mexican hat, λόγω του ότι η γραφική της παράσταση θυμίζει τομή μεξικάνικου καπέλου.

Στην περίπτωση της οικογένειας συναρτήσεων επαληθεύεται αυτό που είπαμε παραπάνω ότι η περιοχή του ορθογωνίου Heisenberg δεν τροποποιείται αλλά διαστέλλεται κατά a στο χρόνο και συμπιέζεται κατά a στην συχνότητα. Μεταβάλλονται δηλαδή μόνο οι διαστάσεις του, το ύψος και το πλάτος του, διατηρώντας το εμβαδόν της περικλειόμενης περιοχής σταθερό (σχ 2-4). Η επιλογή της συγκεκριμένης κλίμακας a εξαρτάται από την επιθυμητή ανάλυση και από το trade-off μεταξύ συχνότητας – χρόνου. Η μεταβολή της παραμέτρου b επιτρέπει την μεταφορά του ορθογωνίου δηλαδή το χρονικό κέντρο τοπικότητας: το κέντρο του ορθογωνίου θα βρίσκεται πλέον στο b . Συνεπώς, ένας μετασχηματισμός κυματιδίων μπορεί να μετρήσει τις μεταβολές χρόνου – συχνότητας των φασματικών συνιστωσών αλλά με διαφορετική ανάλυση χρόνου – συχνότητας [30]. Στις χαμηλές συχνότητες φαίνεται να υπάρχει καλύτερη συχνοτική ανάλυση ενώ στις υψηλές καλύτερη χρονική ανάλυση. Με κατάλληλη επιλογή λοιπόν των a και b το σύνολο των κυματιδίων $\psi_{a,b}$ αποτελεί βάση του χώρου $L^2(\mathbb{R})$.

Σχήμα 2-4 Ορθογώνια χρόνου – συχνότητας δύο κυματιδίων $\psi_{u,s}$ και ψ_{u_0,s_0} . Όταν η κλίμακα s ελαττώνεται, η χρονική υποστήριξη μειώνεται αλλά η κατανομή της συχνότητας αυξάνει και καλύπτει ένα διάστημα το οποίο έχει μετατοπιστεί προς τις υψηλές συχνότητες.

2.4 Συνεχής Μετασχηματισμός Κυματιδίων (Continuous Wavelet Transform)

Ο συνεχής μετασχηματισμός κυματιδίου (CWT) αναπτύχθηκε ως πρώτη εναλλακτική προσέγγιση του STFT για να ξεπεράσει τα προβλήματα ανάλυσης (resolution) που είχαν προκύψει. Είναι γνωστός και ως ολοκληρωτικός μετασχηματισμός κυματιδίου.

2.4.1 Ορισμός

Στον χώρο $L^2(\mathbb{R})$ δεδομένου ότι είναι ένας Hilbert χώρος ισχύει ότι το εσωτερικό γινόμενο δύο συναρτήσεων f και g ορίζεται από το ολοκλήρωμα:

$$\langle f, g \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) g^*(t) dt \quad (2.3)$$

Στα πλαίσια αυτά ορίζουμε τον συνεχή κυματιδιακό μετασχηματισμό (Continuous Wavelet Transform, ή CWT) μιας συνάρτησης $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$ ως:

$$Tf(a, b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (2.4)$$

Οι συναρτήσεις $\psi_{a,b}$ παίζουν τον ίδιο ρόλο με αυτόν του εκθετικού στον ορισμό του κλασικού μετασχηματισμού Fourier. Με άλλα λόγια είναι οι συναρτήσεις βάσης του μετασχηματισμού στις οποίες αποσυντίθεται η συνάρτηση f .

Λαμβάνοντας υπ' όψιν μας το θεώρημα Parseval ο παραπάνω μετασχηματισμός μπορεί να γραφεί ως:

$$Tf(a,b) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\omega) \hat{\psi}_{a,b}^*(\omega) d\omega \quad (2.5)$$

όπου $\hat{f}(\omega)$ είναι ο μετασχηματισμός Fourier της f και αντίστοιχα η $\hat{\psi}_{a,b}(\omega)$ της ψ .

Πέρα όμως από αυτές τις βασικές εξισώσεις απαιτούνται κάποιες επιπλέον ανάλογα με τον τύπο ανάλυσης που θέλουμε να πετύχουμε. Με άλλα λόγια, απαιτούνται πρόσθετες συνθήκες για την χρήση των wavelets στην πράξη. Η πιο κοινή είναι η λεγόμενη admissibility συνθήκη (συνθήκη αποδοχής). Μία συνάρτηση wavelet ψ λέμε ότι είναι admissible όταν ο Fourier μετασχηματισμός της

$$\hat{\psi}(\omega) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) e^{-i\omega t} dt \quad (2.6)$$

ώστε η

$$C_{\psi} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega \quad (2.7)$$

να ικανοποιεί την $0 < C_{\psi} < \infty$

Η συνθήκη αυτή επιτρέπει την ανακατασκευή της συνάρτησης f από τον συνεχή wavelet μετασχηματισμό της σύμφωνα με τους Calderón, Grossmann, Morlet [19] εφόσον η $\psi \in L^2(\mathbb{R})$, είναι μία πραγματική συνάρτηση και τότε κάθε $f \in L^2(\mathbb{R})$ ικανοποιεί την:

$$f(t) = C_{\psi}^{-1} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Tf(a,b) \psi_{a,b}(t) \frac{da}{a^2} db \quad (2.8)$$

Για να μπορεί να εγγυηθεί κανείς ότι το ολοκλήρωμα της admissibility συνθήκης είναι πεπερασμένο θα πρέπει να ισχύει $\hat{\psi}(0) = 0$. Έτσι εξηγείται η αρχική απαίτηση να είναι ο μέσος όρος των κυματιδίων μηδέν ή με άλλα λόγια η ψ να ταλαντώνεται. Αυτή η συνθήκη είναι όμως σχεδόν επαρκής. Μόνο αν $\hat{\psi}(0) = 0$ και η $\hat{\psi}(\omega)$ είναι συνεχώς διαφορίσιμη ικανοποιείται η admissibility συνθήκη. Επίσης μπορεί εύκολα να επαληθευτεί ότι η $\hat{\psi}(\omega)$ είναι συνεχώς διαφορίσιμη όταν η ψ φθίνει χρονικά σχετικά γρήγορα:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (1 + |t|) |\psi(t)| dt < +\infty \quad (2.9)$$

Μάλιστα αν $\hat{\psi}(\omega) = \infty$ τότε ένα admissible wavelet είναι όμοιο με την συνάρτηση μεταφοράς ενός ζωνοδιαβατού φίλτρου. Στην πραγματικότητα, οποιαδήποτε κρουστική απόκριση ζωνοδιαβατού φίλτρου με μηδενικό μέσο όρο και που φθίνει στο μηδέν αρκετά γρήγορα καθώς αυξάνει η συχνότητα μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν ένα βασικό κυματίδιο για αυτόν τον μετασχηματισμό [6].

2.4.2 Ο δισδιάστατος CWT

Ο CWT μιας μονοδιάστατης συνάρτησης $f(t)$ είναι μια συνάρτηση με δύο μεταβλητές. Αυξάνει δηλαδή κατά μία μεταβλητή την αρχική συνάρτηση. Ο CWT χαρακτηρίζεται ως υπερπλήρης (overcomplete), αφού παρουσιάζει μια αρκετά σημαντική αύξηση στο περιεχόμενο της πληροφορίας και στον απαιτούμενο όγκο αποθήκευσης των δεδομένων. Για συναρτήσεις με περισσότερες από μία μεταβλητές, ο μετασχηματισμός προσθέτει μία ακόμη διάσταση.

Για την συνάρτηση $f(x, y)$, ο CWT θα είναι:

$$Tf(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \psi_{a, b_x, b_y}(x, y) dx dy \quad (2.10)$$

όπου τα b_x και b_y προσδιορίζουν την μετάθεση στις δύο διαστάσεις. Ο αντίστροφος CWT είναι:

$$f(x, y) = C_{\psi}^{-1} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Tf(a, b_x, b_y) \psi_{a, b_x, b_y}(x, y) \frac{da}{a^3} db_x db_y \quad (2.11)$$

$$\text{όπου } \psi_{a, b_x, b_y}(x, y) = |a|^{-1} \psi\left(\frac{x - b_x}{a}, \frac{y - b_y}{a}\right)$$

και $\psi(x, y)$ ένα δισδιάστατο βασικό κυματίδιο. Η γενίκευση για συναρτήσεις μεγαλύτερες των δύο διαστάσεων μπορεί να επεκταθεί κατά τον ίδιο τρόπο. Όμως πως από την θεωρία περνάμε στην πράξη;

2.4.3 Υπολογισμός του CWT

Αρχικά διαλέγουμε τη μητρική συνάρτηση ανάλογα με τον σκοπό της ανάλυσής μας. Στην συνέχεια ξεκινά ο υπολογισμός με $\alpha = 1$ και συνεχίζει για όλες τις τιμές του α . Στην πράξη δεδομένου ότι τα σήματα είναι

περιορισμένου συχνοτικού εύρους (bandlimited), ο υπολογισμός του μετασχηματισμού σε περιορισμένο εύρος κλιμάκων είναι συνήθως επαρκής. Η πρώτη τιμή που παίρνει η κλίμακα αντιστοιχεί στο περισσότερο συμπιεσμένο κυματίδιο.

Το κυματίδιο τοποθετείται στην αρχή του σήματος στο σημείο που αντιστοιχεί σε χρόνο μηδέν. Το κυματίδιο που αντιστοιχεί στην συγκεκριμένη κλίμακα πολλαπλασιάζεται με το σήμα και ολοκληρώνεται στον χρόνο (σχ. 2-5). Στη συνέχεια μετατοπίζεται προς τα δεξιά με πολύ μικρό βήμα και επαναλαμβάνεται ο υπολογισμός του μετασχηματισμού. Με αυτόν τον τρόπο για κάθε τιμή της κλίμακας υπολογίζεται μία γραμμή σημείων στο επίπεδο χρόνου – συχνότητας ενώ ο υπολογισμός για τις διάφορες κλίμακες δημιουργεί τις στήλες του επιπέδου. Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι εφόσον ο μετασχηματισμός είναι συνεχής, και οι δύο παράμετροι μεταβάλλονται με αρκετά μικρό βήμα.

Σχήμα 2-5 Υπολογισμός του CWT.

Για τον υπολογισμό του CWT θα πρέπει να δειγματοληψήσουμε το επίπεδο χρόνου – συχνότητας (κλίμακας). Δεδομένου ότι αλλάζει η κλίμακα ακόμη και εντελώς διαισθητικά η δειγματοληψία καταλαβαίνουμε ότι δεν θα είναι ομοιόμορφη δηλαδή δεν θα γίνει με τον ίδιο ρυθμό αλλά θα ληφθεί υπόψιν η αλλαγή της κλίμακας. Στις υψηλότερες κλίμακες (χαμηλές συχνότητες) ο ρυθμός δειγματοληψίας μειώνεται σύμφωνα με τον κανόνα του Nyquist. Αν το επίπεδο χρόνου – κλίμακας χρειάζεται να δειγματοληπτηθεί με ρυθμό n_1 στην κλίμακα a_1 τότε μπορεί το ίδιο επίπεδο να δειγματοληπτηθεί

με ρυθμό n_2 στην κλίμακα a_2 , όπου $a_1 < a_2$ και $n_2 < n_1$. Στην πραγματικότητα η μεταξύ τους σχέση είναι: $n_2 = \frac{a_1}{a_2} n_1$ ή $n_2 = \frac{f_1}{f_2} n_1$.

2.5 Διακριτός μετασχηματισμός wavelet (Discrete Wavelet Transform)

Ο συνεχής μετασχηματισμός κυματιδίου εφαρμόζεται σε συνεχείς συναρτήσεις της μορφής $f(t)$ και για συνεχείς τιμές των παραμέτρων a και b . Η ανάλυση μιας συνάρτησης με τον κυματιδιακό μετασχηματισμό μπορεί να αντιμετωπισθεί από δύο διαφορετικές οπτικές γωνίες: α) ως ένας τρόπος ανακατασκευής μιας συνάρτησης από τον κυματιδιακό μετασχηματισμό της ή β) να γραφεί η f ως υπέρθεση των wavelets $\psi_{a,b}$ με τους συντελεστές να δίνονται ακριβώς από τον κυματιδιακό μετασχηματισμό της f [12].

Είδαμε ότι για τον υπολογισμό του CWT χρησιμοποιούμε μία δειγματοληπτημένη έκδοσή του. Στην πραγματικότητα όμως δεν είναι ένας διακριτός μετασχηματισμός. Χαρακτηρίζουμε ως διακριτό κυματιδιακό μετασχηματισμό (discrete wavelet transform, DWT) τον μετασχηματισμό που αφορά συναρτήσεις συνεχούς χρόνου αλλά υπολογισμένο σε διακριτό πλέγμα. (σχ2 -11α). Ο πραγματικός χρόνος είναι συνεχής. Επιπλέον αυτό που καλούμε ως επίπεδο χρόνου – κλίμακας, θα ήταν σωστότερο αν το λέγαμε επίπεδο μετάθεσης – κλίμακας διότι στον μετασχηματισμένο χώρο ο χρόνος αντιστοιχεί στην μετάθεση. Στη συνέχεια θα ασχοληθούμε με τις σειρές κυματιδίων (wavelet series) που αντιστοιχούν κατά κάποιο τρόπο στις σειρές Fourier.

Ο διακριτός μετασχηματισμός κυματιδίου (discrete wavelet transform, DWT) επινοήθηκε για την εκμετάλλευση των αδυναμιών του CWT. Περιορίζει την πλεονάζουσα πληροφορία και σαφώς είναι πολύ πιο εύκολος στην εφαρμογή και τον υπολογισμό του. Έχει επικρατήσει λοιπόν να θεωρούνται ως DWT οι ορθοκανονικές (και άλλες) βάσεις των κυματιδίων. Όμως υπάρχουν και τα πλεονάζοντα διακριτά συστήματα (frames) από τα οποία θα ξεκινήσουμε και την περιγραφή.

2.5.1 Διακριτός αλλά πλεονάζων μετασχηματισμός wavelet-frames

Σε αυτή την περίπτωση η παράμετρος της κλίμακας a και η παράμετρος μετάθεσης b παίρνουν διακριτές τιμές και οι δύο. Για την a μπορούμε να επιλέξουμε έναν ακέραιο ως δύναμη μιας καθορισμένης παραμέτρου κλίμακας $a_0 > 1$ π.χ $a = a_0^j$. Όπως ήδη αναφέρθηκε πιο πάνω διαφορετικές τιμές του j αντιστοιχούν σε wavelets με διαφορετικά πλάτη. Αυτό σημαίνει με τη σειρά του ότι για να γίνει διακριτή η παράμετρος b εξαρτάται από το j : στενά (υψηλής συχνότητας) wavelets μετατοπίζονται με μικρά βήματα ώστε να καλυφθεί όλος ο άξονας του χρόνου, ενώ τα μεγαλύτερου εύρους (χαμηλής συχνότητας) μετατοπίζονται με μεγαλύτερα βήματα. Επιλέγουμε λοιπόν για την παράμετρο b αφού το εύρος των κυματιδίων είναι ανάλογο του a_0^j να παίρνει τις τιμές $b = kb_0 a_0^j$, όπου $b_0 > 0$ και καθορισμένο $n \in \mathbb{Z}$ [12]. Τότε οι αντίστοιχες συναρτήσεις wavelets θα είναι:

$$\psi_{j,k}(t) = a_0^{-j/2} \psi(a_0^{-j}t - kb_0) \quad (2.12)$$

και αντίστοιχα ο μετασχηματισμός θα ορίζεται από το εσωτερικό γινόμενο της συνάρτησης με τις παραπάνω συναρτήσεις:

$$Tf(a,b) = \langle f, \psi_{j,k} \rangle = a_0^{j/2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi_{j,k}^*(a_0^j t - kb_0) dt \quad (2.13)$$

Το μειονέκτημα αυτής της περίπτωσης είναι ότι δεν μπορεί να ανακατασκευαστεί η αρχική συνάρτηση όπως ισχύει στην περίπτωση του συνεχούς. Ο μετασχηματισμός αυτός παρέχει πλεονάζουσα πληροφορία αλλά και αρκετή ελευθερία ικανοποιώντας μόνο την συνθήκη αποδοχής (admissibility condition). Αυτά βέβαια αλλάζουν εισάγοντας τις ορθοκανονικές βάσεις. Είναι προφανές ότι επιλέγοντας a_0 κοντά στο 1 και b_0 κοντά στο μηδέν τείνουμε στην περίπτωση του συνεχούς μετασχηματισμού οπότε και μπορούμε να θεωρήσουμε ότι προσεγγιστικά η αρχική μας συνάρτηση ανακατασκευάζεται. Σε αυτήν την περίπτωση οι συνθήκες για την βασική κυματιδιακή συνάρτηση είναι πολύ «μαλακές», αλλά όσο το a_0 μεγαλώνει τότε μόνο πολύ ειδικές μητρικές κυματιδιακές συναρτήσεις μπορούν να δουλέψουν.

2.5.2 Ορθοκανονικές βάσεις

Για να μπορεί μια συνάρτηση όχι μόνο να αναλυθεί αλλά και να ανακατασκευαστεί ακριβώς θα πρέπει να πληρούνται ορισμένες συνθήκες. Θα πρέπει λοιπόν για συγκεκριμένες και ειδικές τιμές των ψ , α_0 και b_0 , οι συναρτήσεις $\psi_{j,k}$ να συνιστούν ορθοκανονική βάση του χώρου $L^2(\mathbb{R})$. Ο μετασχηματισμός σε αυτήν την περίπτωση παύει να είναι πλεονάζων σε αντίθεση με τον DWT με frames που είδαμε στην προηγούμενη ενότητα. Από την άλλη μεριά είναι δύσκολο να βρεθούν ορθοκανονικές βάσεις.

Ένα ζευγάρι βολικών τιμών για τις παραμέτρους κλίμακας και μετάθεσης είναι: $\alpha_0 = 2$ και $b_0 = 1$. Τότε υπάρχει η συνάρτηση ψ με καλές ιδιότητες όσον αφορά τον χωροχρονικό εντοπισμό έτσι ώστε οι:

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k) \quad (2.14)$$

να αποτελούν ορθοκανονική βάση του $L^2(\mathbb{R})$. Η μητρική συνάρτηση κλιμακώνεται κατά δυνάμεις του δύο και μετατίθεται με ακέραιες τιμές. Το πλέγμα είναι πλέον δυαδικό.

Μία συνεχής συνάρτηση αναπαρίσταται από μία και μόνο άπειρη ακολουθία:

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \psi_n(t) \quad (2.15)$$

όπου τα j, k είναι συναρτήσεις του n σύμφωνα με την: $n = 2^j + k$. Οι συνιστώσες του μετασχηματισμού θα δίνονται από την :

$$c_n = \langle f(t), \psi_n(t) \rangle = 2^{-j/2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi(2^{-j}t - k) dt \quad (2.16)$$

Η αναπαράσταση αυτή είναι παρόμοια με αυτήν των σειρών Fourier. Παρατηρούμε ότι η πλεονάζουσα πληροφορία του ολοκληρωτικού μετασχηματισμού κυματιδίων δεν υπάρχει πια.

2.6 Μετασχηματισμός wavelet διακριτού χρόνου (Discrete-Time Wavelet Transform, DTWT)

Στην πράξη από την μια έχουμε να κάνουμε με σήματα τα οποία είναι διακριτού χρόνου, από την άλλη χρειαζόμαστε αποδοτικότητα στον

υπολογισμό των μετασχηματισμών. Ο CWT είναι ένας πλεονάζων μετασχηματισμός με ό,τι αυτό συνεπάγεται: από τη μια η πληροφορία που παρέχει είναι πλεονάζουσα όσον αφορά την ανακατασκευή του σήματος και από την άλλη απαιτεί σημαντικά ποσά υπολογιστικού χρόνου αλλά και υπολογιστικών πόρων. Όμως αυτό διορθώνεται!

Η βασική ιδέα είναι η ίδια όπως και στον CWT. Όμως μια αναπαράσταση χρόνου – κλίμακας ενός ψηφιακού σήματος αποκτιέται χρησιμοποιώντας ψηφιακές τεχνικές φιλτραρίσματος. Ο συνεχής μετασχηματισμός υπολογίστηκε αλλάζοντας την κλίμακα του παραθύρου, μετατοπίζοντάς το στο χρόνο, πολλαπλασιάζοντας στη συνέχεια με το σήμα και ολοκληρώνοντας στον χρόνο. Στην διακριτή περίπτωση, φίλτρα με διαφορετικές συχνότητες αποκοπής χρησιμοποιούνται για την ανάλυση του σήματος σε διαφορετικές κλίμακες. Το σήμα περνά μέσα από βαθυπερατά και υψηπερατά φίλτρα. Η ανάλυση του σήματος, η οποία δίνει το ποσό της λεπτομερούς πληροφορίας που περιέχεται στο σήμα αλλάζει από τις διαδικασίες φιλτραρίσματος και η κλίμακα από τις διαδικασίες της υποδειγματοληψίας και υπερδειγματοληψίας αντίστοιχα.

Δεδομένου ότι το σήμα είναι διακριτού χρόνου ο όρος συνάρτηση αντικαθίσταται από την λέξη ακολουθία και συμβολίζεται με $x[n]$. Ο μετασχηματισμός χρησιμοποιεί δύο διαφορετικές ομάδες συναρτήσεων, τις συναρτήσεις κλιμακώσεων (scaling functions) και τις συναρτήσεις κυματιδίου (wavelet functions) οι οποίες συσχετίζονται με τα χαμηλοπερατά και υψηπερατά φίλτρα, αντίστοιχα. Η αποσύνθεση του σήματος σε διαφορετικές περιοχές συχνότητας επιτυγχάνεται μέσω διαδοχικών φιλτραρισμάτων με τα υψηπερατά και χαμηλοπερατά φίλτρα στο πραγματικό χώρο του σήματος. Δηλαδή το σήμα $x[n]$ περνά αρχικά από τα halfband φίλτρα $g[n]$ (υψηπερατό) και $h[n]$ (χαμηλοπερατό). Μετά το φιλτράρισμα και σύμφωνα με τον κανόνα του Nyquist μπορούμε να μειώσουμε τα δείγματα στο μισό δηλαδή να υποστεί το σήμα υποδειγματοληψία κατά 2. Η αποσύνθεση του σήματος στο πρώτο επίπεδο έχει επιτευχθεί και μαθηματικά περιγράφεται από τις:

$$y_{low}[k] = \sum_n x[n]h[2k-n] \quad (2.17)$$

$$y_{high}[k] = \sum_n x[n]g[2k-n] \quad (2.18)$$

όπου $y_{low}[k]$ και $y_{high}[k]$ είναι αντίστοιχα τα αποτελέσματα της δράσης των φίλτρων, χαμηλοπερατού και υψηλοπερατού αντίστοιχα, μετά και την υποδειγματοληψία. Η παραπάνω διαδικασία ανάλυσης είναι γνωστή ως κωδικοποίηση υποπεριοχών (subband coding).

Η κυματιδιακή αποσύνθεση λοιπόν προέρχεται από το φιλτράρισμα υποπεριοχής με δύο κανάλια (2-channel subband filtering) με δύο ακολουθίες φίλτρων, $h[n]$, το φίλτρο κλιμάκωσης (smoothing or scaling filter), $g[n]$ και το κυματιδιακό φίλτρο ή φίλτρο λεπτομέρειας (detail or wavelet filter). Αν τα φίλτρα αυτά είναι ιδανικά halfband τότε επιτυγχάνεται ακριβής ανακατασκευή του σήματος:

$$x[n] = \sum_{-\infty}^{+\infty} y_{high}[k] \cdot g[2k-n] + y_{low}[k] \cdot h[2k-n] \quad (2.19)$$

Αν τα φίλτρα δεν είναι ιδανικά τότε πρέπει να πληρούν συγκεκριμένες ιδιότητες ώστε να επιτυγχάνεται ακριβής ανακατασκευή του σήματος. Τα φίλτρα αυτά τότε καλούνται Quadrature Mirror Filters (QMFs). Για ορθοκανονική συστοιχία φίλτρων τότε υπολογίζονται ορθοκανονικές σειρές κυματιδίων διακριτού χρόνου (discrete-time wavelet series) ή όπως μερικές φορές καλούνται στην βιβλιογραφία διακριτού χρόνου μετασχηματισμός κυματιδίων (discrete-time wavelet transform) [52].

Αφού το φιλτράρισμα γίνεται με τη συνέλιξη του σήματος με την κρουστική απόκριση του φίλτρου είναι το ίδιο με το να υπολογίσουμε τα εσωτερικά γινόμενα του σήματος με μετατοπισμένες συναρτήσεις βάσης. Με άλλα λόγια ο μετασχηματισμός προκύπτει από την συνέλιξη του κυματιδίου με το σήμα.

Η ανάλυση των δύο καναλιών αποτελεί το πρώτο βήμα για την λεγόμενη ανάλυση πολλαπλής διακριτικής ικανότητας (multiresolution analysis). Συγκεκριμένα, προκύπτει από την επανάληψη του διαχωρισμού υψηλών/χαμηλών συχνοτήτων στον κλάδο των χαμηλών συχνοτήτων του πρώτου φιλτραρίσματος όπως θα δούμε στη συνέχεια.

2.7 Ανάλυση πολλαπλής διακριτικής ικανότητας (Multiresolution Analysis, MRA)

Οι Meyer και Mallat [36] [32] εισήγαγαν την έννοια της ανάλυσης πολλαπλής διακριτικής ικανότητας (Multiresolution analysis, MRA) η οποία μπορεί να παρουσιαστεί ως μία διαδικασία διαδοχικών προσεγγίσεων. Η βασική αντίληψη πίσω από την MRA είναι ο διαχωρισμός του σήματος σε μία χονδρική προσέγγιση και κάποιες πρόσθετες λεπτομέρειες.

Καλούμε multiresolution analysis μία ακολουθία κλειστών υποχώρων προσέγγισης $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ του $L^2(\mathbb{R})$ όταν ικανοποιούνται οι παρακάτω συνθήκες:

- Ο χώρος V_j γεννιέται από μία συνάρτηση κλίμακας $\varphi \in L^2(\mathbb{R})$, με την έννοια ότι για κάθε j , η οικογένεια $\varphi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \varphi(2^j t - k)$, $k \in \mathbb{Z}$ παράγει τον χώρο V_j και αποτελεί Riesz βάση του.
- Οι χώροι είναι «φωλιασμένοι» δηλαδή $V_{j+1} \subset V_j$.
- Οι ορθογώνιες προβολές P_j στον V_j ικανοποιούν τις $\lim_{j \rightarrow -\infty} P_j f = f$ και $\lim_{j \rightarrow +\infty} P_j f = 0$ για όλες τις $f \in L^2(\mathbb{R})$.

Από τον παραπάνω ορισμό (για περισσότερες λεπτομέρειες και μαθηματική ανάλυση βλ. [30]), προκύπτει ότι ο χώρος V_j είναι αναλλοίωτος κάτω από οποιαδήποτε μετάθεση ανάλογη της κλίμακας 2^j . Αυτός ο χώρος μπορεί να εξομοιωθεί με ένα ομοιόμορφο πλέγμα με διαστήματα 2^j , ο οποίος χαρακτηρίζει την προσέγγιση του σήματος στην ανάλυση 2^{-j} . Διαστέλλοντας τις συναρτήσεις στον V_j κατά 2, διογκώνονται οι λεπτομέρειες κατά δύο ορίζοντας μία λιγότερο λεπτομερή προσέγγιση στο επίπεδο ανάλυσης $j+1$.

Η MRA χωρίζει τον χώρο V_0 σε μία ακολουθία «φωλιασμένων» υποχώρων V_j (σχ. 2-6). Κάθε υποχώρος V_j αντιστοιχεί σε διαφορετική κλίμακα. «Φωλιασμένοι» χώροι σημαίνει ότι κάθε χώρος V_{j+1} περιέχεται επίσης και στον V_j : $\dots \subset V_2 \subset V_1 \subset V_0 \subset V_{-1} \subset \dots$. Η ιδιότητα αυτή δείχνει ότι μία προσέγγιση σε ένα επίπεδο ανάλυσης j περιέχει όλη την απαραίτητη

πληροφορία για τον υπολογισμό του επόμενου επιπέδου το οποίο περιέχει λιγότερες λεπτομέρειες.

Σχήμα 2-6 Διάγραμμα Venn που απεικονίζει τους «φωλιασμένους» υποχώρους.

Από τον ορισμό της MRA προκύπτει ότι η φ αποτελεί λύση της εξίσωσης $\varphi(t) = \sqrt{2} \sum_n h[n] \varphi(2t - n)$ (refinement equation).

Η εξίσωση αυτή σχετίζει τη διαστολή της φ κατά 2 με τις ακέραιες μεταθέσεις της. Η ακολουθία $h[n]$ μπορεί να παρουσιαστεί σαν διακριτό φίλτρο. Οι τιμές της προσδιορίζουν πλήρως την συνάρτηση κλίμακας και η εύρεσή τους ανάγεται ισοδύναμα στην σχεδίαση μιας συστοιχίας φίλτρων σε συνδυασμό με κάποιες συνθήκες σταθερότητας (stability conditions) έτσι ώστε να μπορούν να παράγουν τον $L^2(\mathbb{R})$ χώρο. Αποδεικνύεται ότι κάθε συνάρτηση κλίμακας καθορίζεται από ένα φίλτρο γνωστό ως conjugate mirror filter (CMF).

Η MRA μπορεί να προκύψει όπως προαναφέρθηκε από την επανάληψη του διαχωρισμού υψηλών/χαμηλών συχνοτήτων στον κλάδο των χαμηλών συχνοτήτων του πρώτου φιλτραρίσματος. Αυτό σημαίνει ότι ο κλάδος των χαμηλών συχνοτήτων διασπάται επαναληπτικά ώστε να επιτύχουμε τον DWT.

Συνοπτικά μία multiresolution προσέγγιση χαρακτηρίζεται πλήρως από μία συνάρτηση κλίμακας φ (scaling function) η οποία γεννά μία ορθογώνια βάση για κάθε χώρο V_j . Η συνάρτηση φ έχει συγκεκριμένες ιδιότητες έτσι ώστε οι χώροι V_j να ικανοποιούν όλες τις συνθήκες της

multiresolution προσέγγισης. Συγκεκριμένα αν με την συνάρτηση $\varphi(t)$ μπορεί να αναπαρασταθεί η συνάρτηση f τότε μπορεί να αναπαρασταθεί και από τις διευρυμένες εκδόσεις της συνάρτησης κλίμακας, $\varphi_k(t) = \varphi(t - k)$. Ισχύει δηλαδή $f(t) = \sum_k a_k \varphi_k(t)$.

Η προσέγγιση μιας συνάρτησης f σε μια ανάλυση j ορίζεται ως μία ορθογώνια προβολή στον χώρο V_j . Εφόσον ισχύει ότι $V_j \subset V_{j+1}$ τότε $V_{j+1} = V_j \oplus W_j$ όπου W_j το ορθογώνιο συμπλήρωμα του V_j . Το συμπλήρωμα αυτό προβάλλει τις λεπτομέρειες της f οι οποίες εμφανίζονται στο επίπεδο $j+1$ αλλά εξαφανίζονται στο λιγότερο λεπτομερές επίπεδο j . Αποδεικνύεται ότι μπορεί να δημιουργηθεί ορθοκανονική βάση του υποχώρου W_j από την μετατόπιση και την κλιμάκωση ενός κυματιδίου ψ :

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k), \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Καταλήγουμε δηλαδή για άλλη μια φορά στον υπολογισμό του DWT.

2.8 Δισδιάστατος διακριτός μετασχηματισμός κυματιδίου

Οι ιδέες που αναπτύχθηκαν στις προηγούμενες ενότητες για μονοδιάστατα σήματα μπορούν πολύ εύκολα να γενικευτούν στις δύο διαστάσεις ειδικά στη διαχωρίσιμη περίπτωση. Θεωρούμε διαχωρίσιμη δισδιάστατη συνάρτηση κλίμακας: $\phi(x, y) = \phi(x)\phi(y)$

όπου $\phi(x)$ είναι μία μονοδιάστατη συνάρτηση κλίμακας. Αν $\psi(x)$ η αντίστοιχη κυματιδιακή συνάρτηση τότε τα τρία δισδιάστατα βασικά κυματίδια θα είναι:

$$\psi^1(x, y) = \phi(x)\psi(y) \quad \psi^2(x, y) = \psi(x)\phi(y) \quad \psi^3(x, y) = \psi(x)\psi(y)$$

Μία εικόνα μπορεί λοιπόν να αναλυθεί στα πλαίσια του δισδιάστατου μετασχηματισμού ως ακολούθως: σε κάθε στάδιο του μετασχηματισμού, η εικόνα αναλύεται σε τέσσερις εικόνες με μέγεθος το ένα τέταρτο του αρχικού (Σχήμα 2-7α-δ). Καθεμιά από τις τέσσερις εικόνες σχηματίζεται από το εσωτερικό γινόμενο της αρχικής εικόνας με μία από την κυματιδιακή εικόνα βάσης, ακολουθούμενη από υποδειγματοληψία κατά παράγοντα 2 και ως προς τις δύο διαστάσεις.

Σχήμα 2-7 Ο δισδιάστατος διακριτός μετασχηματισμός wavelet όπως δρα σε μία εικόνα $f(x,y)$: (α) αρχική εικόνα (β) εφαρμογή του μετασχηματισμού για πρώτη φορά (πρώτο βήμα), (γ) δεύτερο βήμα και (δ) τρίτο βήμα. Η δεξιά εικόνα (ε) είναι η ανάλυση του τρίτου βήματος στις μπάντες που έχουν δημιουργηθεί.

Τα εσωτερικά γινόμενα μπορούν να γραφούν ως συνελίξεις οπότε έχουμε πλέον την ανάλυση της εικόνας σε υποπεριοχές μέσω φίλτρων. Αν τα φίλτρα και η υποδειγματοληψία είναι διαχωρίσιμα τότε ο υπολογισμός είναι πολύ πιο γρήγορος και αποδοτικός αφού εφαρμόζονται χωριστά στις γραμμές και στις στήλες της εικόνας (Σχήμα 2-8) και τα φίλτρα που χρησιμοποιούμε πλέον είναι μονοδιάστατα. Το αποτέλεσμα βέβαια είναι το ίδιο δηλαδή παίρνουμε τις περιοχές LL, HL, LH, HH (Σχήμα 2-7 ε). Η σύνθεση γίνεται με την αντίστροφη διαδικασία όπως φαίνεται στο Σχήμα 2-9.

2.9 Υπολογιστικοί αλγόριθμοι

Είδαμε στις προηγούμενες ενότητες ότι προσθέτοντας περισσότερους περιορισμούς στις διακριτές ή δειγματοληπτημένες παραμέτρους a_0 και b_0 και επιλέγοντας το κατάλληλο κυματίδιο, επιτυγχάνουμε μια μη πλεονάζουσα αναπαράσταση του σήματος. Παρόλα αυτά όμως παραμένει ανοιχτό ακόμα το ερώτημα για ένα αποδοτικό αλγόριθμο διακριτού χρόνου. Ο Mallat [31] πρότεινε ένα αποδοτικό αλγόριθμο για τον υπολογισμό του κυματιδιακού μετασχηματισμού γνωστό ως γρήγορο κυματιδιακό μετασχηματισμό (Fast Wavelet Transform, FWT).

2.9.1 Γρήγορος Μετασχηματισμός Κυματιδίων (Fast Wavelet Transform)

Ο S. Mallat [32] ανακάλυψε την σχέση που υπάρχει μεταξύ της ανάλυσης πολλαπλής διακριτικής ικανότητας και του διακριτού κυματιδιακού μετασχηματισμού. Η παρατήρηση του αυτή ως προς την υποκρύπτουσα πολυεπίπεδη δομή του μετασχηματισμού wavelet τον οδήγησε στην εύρεση ενός αποδοτικού διακριτού χρόνου αλγορίθμου, η εφαρμογή του οποίου βασίζεται στην χρήση συστοιχίας φίλτρων.

Στον αλγόριθμο αυτό δεν υπολογίζεται το πλήρες σύνολο των εσωτερικών γινομένων. Αντίθετα χρησιμοποιεί το πλαίσιο της subband κωδικοποίησης. Αφού λοιπόν εφαρμόσουμε την κωδικοποίηση υποπεριοχής στο σήμα με δείγματα N , τότε το σήμα θα έχει χωριστεί σε δύο άλλα με αριθμό δειγμάτων $N/2$ και από τα οποία το ένα θα περιέχει τις υψηλές συχνότητες και το άλλο τις χαμηλές συχνότητες. Στην συνέχεια υποβάλλουμε στην ίδια κωδικοποίηση το σήμα στην χαμηλή ζώνη των συχνοτήτων. Χωρίζεται πάλι το σήμα (των χαμηλών συχνοτήτων) σε δύο άλλα με διαφορετικά συχνοτικά εύρη. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται, διατηρώντας σε κάθε βήμα το σήμα που αντιστοιχεί στην ζώνη υψηλών συχνοτήτων και υποβάλλοντας σε περαιτέρω ανάλυση το σήμα της ζώνης χαμηλών συχνοτήτων (σχ.2-10). Τερματισμός της παραπάνω διαδικασίας υφίσταται όταν το σήμα των χαμηλών συχνοτήτων φτάσει στο μέγεθος του ενός δείγματος ή όταν θα εκτελεσθεί ένας συγκεκριμένος αριθμός επαναλήψεων. Αν αυτή διαδικασία επαναληφθεί j φορές τότε παρέχεται ο DTWT σε j οκτάβες. Ο παραπάνω αλγόριθμος ονομάζεται γρήγορος μετασχηματισμός κυματιδίου (Fast Wavelet Transform, FWT) ή αλγόριθμος του Mallat. Ο αντίστροφος μετασχηματισμός πραγματοποιείται με την αναστροφή της διαδικασίας.

Ο αλγόριθμος του Mallat υπολογίζει τα αναπτύγματα των κυματιδιακών σειρών σε διακριτό πλέγμα με κλίμακες $a_i = 2^i$ και μετατοπίσεις $b_{i,j} = j \cdot 2^i$ αντίστοιχα (βλέπε σχ. 2-11α), υποθέτοντας πάντα ότι $i = 0, 1, 2, \dots$. Τα αντίστοιχα κυματίδια συνιστούν ορθοκανονική βάση αλλά ο μετασχηματισμός δεν είναι αναλλοίωτος στην μετατόπιση (shift-invariant).

Σχήμα 2-8 Το πρώτο βήμα αποσύνθεσης μιας εικόνας του διακριτού κυματιδιακού μετασχηματισμού με εφαρμογή των μονοδιάστατων συνελιξων κατά γραμμή και στήλη.

Σχήμα 2-9 Ανακατασκευή της αρχικής εικόνας με τον αντίστροφο διακριτό κυματιδιακό μετασχηματισμό

Σχήμα 2-10 Ο αλγόριθμος του Mallat. Το τόξο προς τα κάτω σημαίνει υποδειγματοληψία.

Το τελευταίο μπορεί να αποτελέσει πρόβλημα στην επεξεργασία σήματος και στην αναγνώριση δομών (pattern recognition). Η απάντηση σε αυτό το πρόβλημα δίνεται μέσα από ένα άλλο αλγόριθμο του κυματιδιακού μετασχηματισμού γνωστού ως αλγόριθμο à trous.

2.9.2 "À trous" Wavelet Transform

Ο αλγόριθμος à trous αναπαριστά μια διακριτή προσέγγιση του συνεχούς μετασχηματισμού wavelet. Για να λειτουργήσει ως λύση στο πρόβλημα του αναλλοίωτου στην μετατόπιση του αλγορίθμου του Mallat θα πρέπει ο υπολογισμός του μετασχηματισμού να γίνει για όλες τις μετατοπίσεις έτσι ώστε να αποφευχθεί η υποδειγματοληψία (σχ. 2-11β). Βέβαια οι κλίμακες είναι επίσης περιορισμένες στις δυνάμεις του δύο αλλά οι μετατοπίσεις είναι πλέον οι συνήθεις ακέραιοι [56].

Στην πραγματικότητα, αν εξαιρέσουμε τις συνθήκες που πληρούν τα φίλτρα τους, ο à trous που έχει υποστεί αποδεκάτιση [14] και ο αλγόριθμος του Mallat είναι ταυτόσημοι. Είδαμε ότι ένα είδος φίλτρων DWT σε ζεύγη είναι τα φίλτρα της Daubechies [10] τα οποία οδηγούν σε ορθογώνιες αποσυνθέσεις και συνιστούν μια συστοιχία QMF φίλτρων με πλήρη ανακατασκευή. Μια άλλη κατηγορία φίλτρων είναι αυτή που το χαμηλοπερατό φίλτρο ικανοποιεί την συνθήκη à trous $f_{2k} = \delta(k)/\sqrt{2}$. Τέτοια φίλτρα, τα οποία απλά χρησιμεύουν για να γίνεται η παρεμβολή σε κάθε δεύτερο σημείο, αντιστοιχούν σε μη ορθοκανονική ανάλυση [49].

Είναι προφανές ότι το αποτέλεσμα στην κλίμακα a_i , είναι 2^i φορές υπερδειγματοληπτημένο. Για να πετύχουμε τον συγκεκριμένο μετασχηματισμό αρκεί να βρούμε τα ισοδύναμα φίλτρα για κάθε κλάδο του

octave band δέντρου το οποίο υπολογίζει τις κυματιδιακές σειρές διακριτού χρόνου. Μία αποτελεσματική υπολογιστική δομή απλά υπολογίζει τα σήματα κατά μήκος του δέντρου επωφελούμενη του γεγονότος ότι η κρουστική απόκριση του φίλτρου υπερδειγματοληπτείται, δηλαδή οι μη μηδενικές συνιστώσες διαχωρίζονται από 2^k μηδενικά. Αυτό οδηγεί και στο όνομα αλγόριθμος à trous δηλαδή αλγόριθμος με τρύπες όπως αναφέρεται στο [20].

Με άλλα λόγια, όμοια με τον γρήγορο μετασχηματισμό wavelet (fast wavelet transform) το σήμα αναλύεται χρησιμοποιώντας τους συντελεστές ενός κατάλληλα επιλεγμένου χαμηλοπερατού φίλτρου χωρίς όμως να ακολουθείται το βήμα της αποδεκάτισης (decimation). Η εφαρμογή αυτού του αλγορίθμου σε μία εικόνα έχει ως αποτέλεσμα ένα σύνολο προσεγγίσεων της αρχικής εικόνας οι οποίες έχουν το ίδιο μέγεθος με την αρχική.

Σχήμα 2-11 Δειγματοληψία του επιπέδου χρόνου – κλίμακας. (α) Δειγματοληψία των ορθογώνιων διακριτού χρόνου σειρών κυματιδίων (β) Το υπερδειγματοληπτημένο επίπεδο χρόνου – κλίμακας του αλγορίθμου à trous.

Υποθέτουμε ότι τα δειγματοληπτημένα δεδομένα $\{c_{0,l}\}$ ορίζονται ως το αριθμητικό γινόμενο στα pixels l , της συνάρτησης $f(x)$ με τη συνάρτηση κλίμακας $\phi(x)$ η οποία αντιστοιχεί σε χαμηλοπερατό φίλτρο. Η συνάρτηση wavelet $\psi(x)$ υπακούει στην εξίσωση διαστολής (dilation):

$$\frac{1}{2}\psi\left(\frac{x}{2}\right) = \sum_k g(k)\phi(x-k) \quad (2.20)$$

Οι συντελεστές $g(x)$ συμφωνούν με δεδομένα ϕ και ψ . Υπολογίζουμε τα γινόμενα $\frac{1}{2^j} \left\langle f(x), \psi\left(\frac{x-l}{2^j}\right) \right\rangle$, δηλαδή τις διακριτές wavelet συνιστώσες, ως εξής:

$$w_{j+1,l} = \sum_k g(k)c_{j,l+2^j k} \quad (2.21)$$

Η αρίθμηση είναι τέτοια ώστε το $j=1$ να αντιστοιχεί στις πιο λεπτομερείς (finest) κλίμακες δηλαδή στις υψηλότερες συχνότητες.

Γενικά, οι συντελεστές του μετασχηματισμού προκύπτουν από τη διαφορά δύο διαδοχικών προσεγγίσεων:

$$w_{j+1,l} = c_{j,l} - c_{j+1,l} \quad (2.22)$$

Το πρώτο φιλτράρισμα εφαρμόζεται από μία διπλά μεγενθυμένη κλίμακα οδηγώντας στο σύνολο συντελεστών $\{c_{1,l}\}$. Η διαφορά σήματος $\{c_{0,l}\} - \{c_{1,l}\}$ περιέχει την πληροφορία μεταξύ των δύο κλιμάκων και αποτελεί το διακριτό σύνολο συντελεστών που σχετίζονται με το μετασχηματισμό wavelet που αντιστοιχεί στη συνάρτηση $\phi(x)$. Η αντίστοιχη συνάρτηση wavelet είναι η $\psi(x)$.

$$\frac{1}{2}\psi\left(\frac{x}{2}\right) = \phi(x) - \frac{1}{2}\phi\left(\frac{x}{2}\right) \quad (2.23)$$

Η απόσταση μεταξύ των δειγμάτων αυξάνει κατά παράγοντα 2 (σχ. 2-12) από τη μια κλίμακα στην άλλη. Έτσι από την κλίμακα j στην επόμενη, οι συντελεστές $c_{j+1,l}$ (προσέγγισης) προκύπτουν από την:

$$c_{j+1,l} = \sum_k h(k)c_{j,l+2^j k} \quad (2.24)$$

Οι συντελεστές $\{h(k)\}$ προκύπτουν από την συνάρτηση κλίμακας $\phi(x)$:

$$\frac{1}{2}\phi\left(\frac{x}{2}\right) = \sum_l h(l)\phi(x-l) \quad (2.25)$$

Σχήμα 2-12 Πέρασμα από το C_0 στο C_1 και από το C_1 στο C_2 .

Με βάση τα παραπάνω ο αλγόριθμος à trous υλοποιείται ως εξής:

1. Δίνουμε αρχική τιμή στο j τη μηδενική και αρχίζουμε με τα δεδομένα $c_{j,k}$.
2. Εφαρμόζουμε διακριτή συνέλιξη των δεδομένων $c_{j,k}$ χρησιμοποιώντας το φίλτρο h . Η απόσταση μεταξύ του κεντρικού pixel και των γειτονικών είναι 2^j .
3. Στη συνέχεια παίρνουμε το διακριτό μετασχηματισμό wavelet από τη διαφορά $c_{j,k} - c_{j+1,k}$.
4. Αν το j είναι μικρότερο από τον αριθμό J των αναλύσεων που θέλουμε να υπολογίσουμε, αυξάνουμε την τιμή του j και πηγαίνουμε πάλι στο βήμα 2.

Το σύνολο $W = \{w_1, w_2, \dots, w_J, c_J\}$ αναπαριστά τον μετασχηματισμό wavelet των δεδομένων. Τέλος, ο αλγόριθμος επιτρέπει την άμεση επανάκτηση των δεδομένων. Η επανάκτηση αυτή γίνεται όταν ο τελευταίος πίνακας c_J προστεθεί σε όλες τις διαφορές w_j , δηλαδή: $c_{o,l} = c_{J,l} + \sum_{j=1}^J w_{j,l}$

Η επιλογή της συνάρτησης κλίμακας εναπόκειται σε εμάς.

Φίλτρα που χρησιμοποιούνται συχνά για την υλοποίηση του αλγορίθμου à trous είναι τα φίλτρα παρεμβολής Lagrange. Εδώ θα πρέπει να αναφέρουμε ότι αυτά τα φίλτρα δεν είναι παρά τα convolutional τετράγωνα των Daubechies φίλτρων για τα συμπαγή ορθοκανονικά κυματίδια [49]. Τώρα πια είναι ξεκάθαρο το πόσο άμεση είναι η σχέση του αλγορίθμου à trous με τον κλασικό αλγόριθμο του Mallat.

Εμείς ακολουθώντας την μέθοδο των Starck, Murtagh και Bijaoui [51], επιλέξαμε την B_3 -spline ως συνάρτηση κλίμακας:

$$\phi(x) = B_3(x) = \frac{1}{12} \left(|x-2|^3 - 4|x-1|^3 + 6|x|^3 - 4|x+1|^3 + |x+2|^3 \right)$$

Οι συντελεστές που χρησιμοποιούνται για την συνέλιξη στη μια διάσταση είναι:

$$\left(\frac{1}{16}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{16} \right)$$

Στο σχήμα 2-13 φαίνεται η συνάρτηση κλίμακας και η συνάρτηση wavelet όταν ως συνάρτηση κλίμακας ϕ έχει επιλεγθεί η κυβική spline.

Ο παραπάνω αλγόριθμος μπορεί πολύ εύκολα να επεκταθεί και στις δύο διαστάσεις. Η μάσκα που χρησιμοποιείται στην συνέλιξη προκύπτει από την αντίστοιχη μονοδιάστατη:

$$\left(\frac{1}{16}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{16} \right) \begin{pmatrix} 1 \\ 16 \\ 1 \\ 4 \\ 3 \\ 8 \\ 1 \\ 4 \\ 1 \\ 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{256} & \frac{1}{64} & \frac{3}{128} & \frac{1}{64} & \frac{1}{256} \\ \frac{1}{64} & \frac{1}{16} & \frac{3}{32} & \frac{1}{16} & \frac{1}{64} \\ \frac{3}{128} & \frac{3}{32} & \frac{9}{64} & \frac{3}{32} & \frac{3}{128} \\ \frac{1}{64} & \frac{1}{16} & \frac{3}{32} & \frac{1}{16} & \frac{1}{64} \\ \frac{1}{256} & \frac{1}{64} & \frac{3}{128} & \frac{1}{64} & \frac{1}{256} \end{pmatrix}$$

Για διευκόλυνση στους υπολογισμούς είναι δυνατό να υποθέσουμε διαχωρισιμότητα στην δισδιάστατη περίπτωση. Έτσι μπορούμε να εφαρμόσουμε την μονοδιάστατη μάσκα υλοποιώντας την συνέλιξη πρώτα γραμμή - γραμμή και στην συνέχεια κατά στήλη.

Όσον αφορά τις άκρες του σήματος χρησιμοποιήσαμε τον καθρεπτισμό (mirroring) δηλαδή: $c(k+N) = c(N-k)$. Μπορεί επίσης όμως να χρησιμοποιηθούν η περιοδική επέκταση του σήματος (periodicity) $c(k+N) = c(N)$ καθώς και η συνέχεια (continuity) $c(k+N) = c(k)$.

2.10 Σύγκριση των αλγορίθμων à trous και Mallat

Η πολυεπίπεδη προσέγγιση του Mallat πρωταρχικά εφαρμόστηκε στην επεξεργασία εικόνας, χρησιμοποιώντας ορθοκανονικά κυματίδια [31][32]. Νωρίτερα βέβαια είδαμε ότι ο αλγόριθμος αυτός είχε ανακαλυφθεί με την

μορφή των QMF φίλτρων με ακριβή ανακατασκευή του σήματος βρίσκοντας εφαρμογή στην μετάδοση ομιλίας και στην κωδικοποίηση διαφορετικών ζωνών. Από την άλλη μεριά ο αλγόριθμος *à trous* αρχικά επινοήθηκε ως ένας υπολογιστικά αποδοτικός αλγόριθμος χρησιμοποιώντας όμως μη ορθοκανονικά κυματίδια. Ο τελευταίος αποδείχτηκε ιδιαίτερα κατάλληλος για την επεξεργασία σήματος.

Σχήμα 2-13 Αριστερά: η συνάρτηση ϕ της κυβικής spline και η αντίστοιχη wavelet συνάρτηση ψ δεξιά.

Ρίχνοντας μια πρώτη ματιά στους δύο αλγορίθμους είναι αρκετό για να αποκαλυφθεί η στενή σχέση τους. Φαίνεται λοιπόν ότι και οι δύο αλγόριθμοι, βλέποντάς τους από μία ευρύτερη οπτική γωνία, αποτελούν στιγμές του διακριτού μετασχηματισμού κυματιδίων (DWT), ο οποίος σε πιο συμβατικά πλαίσια δεν είναι παρά μία συστοιχία φίλτρων που υλοποιείται χρησιμοποιώντας την αποδεκάτιση (υποδειματοληψία) και δύο φίλτρα [49]. Υπάρχουν δύο εκδόσεις του DWT η μία εκ των οποίων είναι απλά η υποδειματοληπτημένη έξοδος (η οκτάβα i υποδειματοληπτείται κατά 2^i) της άλλης. Ο υποδειματοληπτημένος DWT χαρακτηρίζεται από οκτάβες εναλλάσσοντας το χαμηλοπερατό φίλτρο με την αποδεκάτιση και tapped από το ζωνοδιαβατό φίλτρο για να παραχθεί η έξοδος. Ο μη υποδειματοληπτημένος DWT εισάγει i μηδενικά ανάμεσα στα στοιχεία των φίλτρων στην οκτάβα i αντί της υποδειματοληψίας.

Η βασική τους διαφορά είναι οι συνθήκες που πληρούν τα φίλτρα τους. Ο αλγόριθμος Mallat χρησιμοποιεί για την ανάλυση του σήματος ορθοκανονική βάση και ως μετασχηματισμός δεν είναι αναλλοίωτος ως προς την μετάθεση. Ο αλγόριθμος *à trous* αποτελεί ένα μη ορθοκανονικό

αλγόριθμο ανάλυσης πολλαπλής διακριτικής ικανότητας αλλά με ακριβή ανασύνθεση του σήματος και είναι αναλλοίωτος ως προς την μετάθεση. Αυτή η τελευταία ιδιότητα του τον κάνει να υπερέχει σε σχέση με τους άλλους μετασχηματισμούς.

Η έλλειψη της ανεξαρτησίας στην μετάθεση εικονοστοιχείου αποτελεί πρόβλημα για κάθε περίπτωση πυραμιδικού μετασχηματισμού κυματιδίων λόγω της αποδεκάτισης ή δειγματοληψίας. Ο λόγος είναι απλός: οι διαφορές που προκύπτουν με την μετάθεση εισάγονται διότι σε κάθε υποπεριοχή που προκύπτει από την αποσύνθεση των κυματιδίων παραβιάζεται η συνθήκη δειγματοληψίας του Nyquist. Τα κυματίδια δεν είναι ιδανικά φίλτρα. Χωρίς υποδειγματοληψία αυτό το πρόβλημα αποφεύγεται. Ο αλγόριθμος $\hat{a}$ trous είναι λοιπόν στην πραγματικότητα ένας μετασχηματισμός κυματιδίων χωρίς υποδειγματοληψία.

Μία ενοχλητική όψη αρκετών μετασχηματισμών κυματιδίων είναι η εμφάνιση αρνητικών τιμών. Εξ ορισμού, οι συντελεστές που προκύπτουν σε κάθε επίπεδο από την εφαρμογή του μετασχηματισμού έχουν μέση τιμή μηδέν. Κάθε φορά που εμφανίζεται ένας θετικός σχηματισμός σε μία κλίμακα τότε γύρω από αυτόν θα υπάρχουν αρνητικές τιμές. Αυτές οι αρνητικές τιμές εισάγουν σφάλματα κατά τη διαδικασία ανασύνθεσης ή περιπλέκουν την ανάλυση. Για παράδειγμα, αν «κόψουμε» τις μικρές τιμές (θόρυβος, μη σημαντικές δομές, κλπ.) θέτοντας ένα κατώφλι στον μετασχηματισμό και αν ανακατασκευάσουμε την εικόνα σε πλήρη ανάλυση, η ολική ένταση των σχηματισμών θα έχει τροποποιηθεί. Επιπλέον αν ένα αντικείμενο σχετίζεται με μεγάλες τιμές έντασης, οι αρνητικές τιμές θα είναι επίσης σημαντικές και θα οδηγήσει σε λανθασμένη ανίχνευση σχηματισμών. Τέλος, σημειακά σφάλματα μπορούν να «μολύνουν» όλες τις κλίμακες του μετασχηματισμού κυματιδίων. Ο μετασχηματισμός κυματιδίων δεν είναι ανθεκτικός σε σχέση με τέτοια πραγματικά σφάλματα ή σφάλματα του ανιχνευτή (CCD).

Επιπλέον ο μετασχηματισμός $\hat{a}$ trous είναι ιστροπικός. Σε αντίθεση με αυτόν ο αλγόριθμος του Mallat δεν είναι: οδηγεί σε ένα μετασχηματισμό με τρεις συναρτήσεις κυματιδίων (σε κάθε κλίμακα υπάρχουν τρεις υποεικόνες συντελεστών) ο οποίος δεν απλοποιεί την ανάλυση και την παρουσίαση των συντελεστών των κυματιδίων. Ένα ιστροπικό κυματίδιο φαίνεται να είναι

καταλληλότερο για εικόνες που περιέχουν χαρακτηριστικά ή αντικείμενα χωρίς εμφανή προσανατολισμό.

Τα παραπάνω χαρακτηριστικά του à trous είναι που τον καθιστούν ένα πολύτιμο εργαλείο. Από την σύγκριση των μετασχηματισμών δημιουργείται μία εικόνα υπεροχής του η οποία μας οδήγησε στο να τον χρησιμοποιήσουμε σε ποικίλες εφαρμογές σε σήματα από τον Ήλιο χωρίς βέβαια αυτό να σημαίνει ότι η χρήση του είναι απαραβίαστος κανόνας. Με τις εφαρμογές αυτές θα ασχοληθούμε στα κεφάλαια που ακολουθούν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΒΑΣΙΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΗΛΙΑΚΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ

3.1 Βασική επεξεργασία των εικόνων

Η μελέτη της ηλιακής επιφάνειας απαιτεί την συγκέντρωση μεγάλου αριθμού παρατηρήσεων σε διάφορα μήκη κύματος, που επιτρέπουν την μελέτη πολλών στρωμάτων της ηλιακής επιφάνειας ταυτόχρονα. Επιπλέον όταν μελετούμε ένα φαινόμενο δεν μας ενδιαφέρει μόνο η μορφολογία των σχηματισμών αλλά και η εξέλιξή τους με τον χρόνο. Όταν λοιπόν ξεκινάμε την μελέτη ενός φαινομένου συγκεντρώνουμε ένα μεγάλο αριθμό παρατηρήσεων που πολλές φορές ανέρχεται σε μερικές χιλιάδες εικόνων. Οι παρατηρήσεις λαμβάνονται με κάμερες CCD και αποθηκεύονται σε ηλεκτρονικά μαγνητικά μέσα. Για να τις επεξεργαστούμε είναι απαραίτητη η ταξινόμηση τους υπό την μορφή μιας βάσης δεδομένων και η ανάπτυξη του κατάλληλου λογισμικού για την ομαδική επεξεργασία τους. Συνεπώς θα πρέπει να αναπτυχθεί εξειδικευμένο λογισμικό επεξεργασίας ψηφιακών εικόνων που επιτρέπει την μαζική επεξεργασία μεγάλου αριθμού εικόνων. Το λογισμικό αυτό έχει τη δυνατότητα να κάνει βασικές διορθώσεις των ψηφιακών φωτογραφιών της βάσης δεδομένων και ό,τι περαιτέρω βελτιώσεις

χρειάζονται όπως στην διακριτική ικανότητα, ενίσχυση κλπ. Στις βασικές διορθώσεις, τις οποίες θα περιγράψουμε παρακάτω, κατατάσσονται οι παρακάτω εργασίες:

- Διόρθωση ρεύματος σκότους (dark current correction)
- Διόρθωση ομοιόμορφου πεδίου (flat field correction)
- Κανονικοποίηση (normalization)
- Ταυτοποίηση (alignment)
- Destretching

3.2 Διόρθωση ρεύματος σκότους (dark current)

Κάθε υλικό σε θερμοκρασία αρκετά πάνω από το απόλυτο μηδέν υπόκειται σε θερμικό θόρυβο. Συνεπώς ακόμη και όταν η CCD τοποθετηθεί στο απόλυτο σκοτάδι θα παρατηρηθεί η καταγραφή ενός σήματος. Το σήμα αυτό είναι το αποτέλεσμα ρευμάτων που δημιουργούνται εξαιτίας της θερμικής κινητικότητας του κρυσταλλικού πλέγματος [4].

Όταν λοιπόν η συσκευή είναι read out, τότε τα ηλεκτρόνια του ρεύματος σκότους της CCD γίνονται μέρος του σήματος. Αυτό σημαίνει ότι τα ηλεκτρόνια που ελευθερώνονται συλλέγονται στα pixels της CCD. Το ρεύμα σκότους μιας CCD συνήθως ορίζεται ως ο αριθμός των θερμικών ηλεκτρονίων που γεννιούνται ανά δευτερόλεπτο και ανά εικονοστοιχείο ή ως το ρεύμα που γεννιέται ανά περιοχή της συσκευής [21]. Το ποσό του ρεύματος σκότους που παράγει η CCD εξαρτάται πρωταρχικά από την θερμοκρασία λειτουργίας της και συνήθως δεν είναι αρκετό για να προκαλέσει σημαντικό θερμικό θόρυβο στην εικόνα.

Η μεταβολή στην γέννηση των θερμικών φορτίων από το ένα εικονοστοιχείο στο άλλο είναι ο βασικός περιοριστικός παράγοντας [4]. Αυτή η έλλειψη ομοιογένειας είναι δυνατό να εκλείψει αφαιρώντας από την αρχική εικόνα μια άλλη η οποία ναι μεν έχει ληφθεί σε ταυτόσημες συνθήκες αλλά στο σκοτάδι. Αυτήν την εικόνα την ονομάζουμε «θερμικό ή σκοτεινό χάρτη» .

Δεδομένου ότι είναι προσθετικός θόρυβος διορθώνεται απλά αφαιρώντας το ρεύμα σκότους από τις εικόνες . Η συστηματική διόρθωση που γίνεται λοιπόν είναι η αφαίρεση του θερμικού χάρτη από τις εικόνες.

3.3 Διόρθωση για *flat field*

Το μεγαλύτερο πλεονέκτημα μιας CCD είναι η ακρίβεια των μετρήσεων της. Από την άλλη μεριά το να δίνει κανείς προσοχή στις μικρές λεπτομέρειες είναι σημαντικό και πολλές φορές και κρίσιμο.

Για παράδειγμα η σχετική ευαισθησία των μεμονωμένων φωτοστοιχείων τα οποία σχηματίζουν το μωσαϊκό της CCD δεν είναι σταθερή όσο και αν δείχνει ομοιόμορφα φωτισμένος ο ανιχνευτής. Το αποτέλεσμα είναι η τελική εικόνα να παρουσιάζει χωρικό θόρυβο λόγω του ότι γειτονικά pixels δεν αντιδρούν το ίδιο σε ταυτόσημη ροή ακτινοβολίας

Η ιδέα λοιπόν της εικόνας ομοιόμορφου πεδίου (*flat field*) προκύπτει από το γεγονός ότι σε μια CCD κάθε pixel έχει ελαφρά διαφορετική απόκριση (*gain*) ή QE τιμή όταν συγκρίνεται με τα γειτονικά του [21]. Για να εξομαλύνουμε τη σχετική απόκριση του κάθε pixel στην εισερχόμενη ακτινοβολία χρειάζεται να καταγραφεί μία εικόνα ομοιόμορφου πεδίου για να γίνει μία σωστή βαθμονόμηση (*calibration*). Μία *flat field* εικόνα, ιδανικά θα συνίσταται από ομοιόμορφο φωτισμό σε κάθε pixel της από μια φωτεινή πηγή με ταυτόσημη φασματική απόκριση με το αντικείμενό μας. Δηλαδή θέλουμε η εικόνα αυτού του τύπου να είναι φασματικά και χωρικά επίπεδη.

Στα παραπάνω θα πρέπει να προσθέσουμε άλλες εξωτερικές αιτίες που προκαλούν επιπλέον ανομοιογένεια στην ευαισθησία της CCD. Η σκόνη στα παράθυρα της κάμερας και των φίλτρων είναι δύο από αυτές. Στην περίπτωση δε των εικόνων του Ήλιου προστίθεται και το γεγονός ότι το φως του Ήλιου δεν είναι σταθερό στη διάρκεια της ημέρας.

Διόρθωση αυτής της ανομοιογενούς ευαισθησίας γίνεται διαιρώντας την πρωτότυπη εικόνα (αφού βέβαια έχει αφαιρεθεί ο χάρτης του ρεύματος σκότους) με μία εικόνα του ομοιόμορφα φωτεινού ηλιακού δίσκου δηλαδή την *flat field* εικόνα.

Δεδομένου ότι τα pixels του πίνακα της CCD έχουν διαφορετικές αποκρίσεις στα διαφορετικά χρώματα του φωτός (δηλαδή στα διαφορετικά μήκη κύματος), προκύπτουν κάθε φορά διαφορετικές *flat field* εικόνες για κάθε διαφορετικό φίλτρο που χρησιμοποιείται στις παρατηρήσεις. Ο μέσος όρος μιας δεκάδας τουλάχιστον *flat field* εικόνων αποτελεί την τελική εικόνα που χρησιμοποιείται για την βαθμονόμηση της CCD. Μία τεχνική για το *flat*

field που χρησιμοποιείται είναι να παίρνουμε εικόνες με το τηλεσκόπιο εκτός εστίας (spatial offset images) όλου του Ήλιου.

Η παραπάνω διαδικασία θεωρείται πλέον μία κλασσική διόρθωση [4].

3.4 Ταυτοποίηση εικόνων

Αφού έχουν ολοκληρωθεί οι διορθώσεις ρεύματος σκότους και ομοιόμορφου πεδίου, οι διορθωμένες πλέον εικόνες θα πρέπει να ευθυγραμμιστούν πολύ προσεκτικά. Η ευθυγράμμιση ή ταυτοποίηση των εικόνων (image alignment) μας δίνει τη δυνατότητα να μελετηθεί η χρονική μεταβολή των υπό μελέτη σχηματισμών. Είναι λοιπόν μία πολύ σημαντική διαδικασία η οποία πρέπει να γίνεται πολύ προσεκτικά διότι μπορεί να εισαχθούν σφάλματα. Θα πρέπει να τονίσουμε εδώ ότι δεν αναφερόμαστε απλά στα οπτικά σφάλματα που μπορεί να εισάγονται αλλά και στις συνέπειες που μπορεί να έχουν αυτά στην εξαγωγή λανθασμένων φυσικών συμπερασμάτων.

Στην πραγματικότητα εκείνο που παρατηρούμε, μετράμε και μελετάμε είναι οι μεταβολές της έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας που φτάνουν και καταγράφονται στην κάμερα. Μία μη σωστή ταυτοποίηση των διαδοχικών εικόνων θα δημιουργήσει τεχνητές μεταβολές και αλλοιώσεις στην ένταση, παραποιώντας τις πληροφορίες των πραγματικών φυσικών φαινομένων που συμβαίνουν στην επιφάνεια του Ήλιου.

Χρησιμοποιείται ένας αλγόριθμος ετεροσυσχέτισης (cross-correlation) ώστε να υπολογιστεί η μετατόπιση (offset) ανάμεσα σε δύο εικόνες. Όταν για παράδειγμα επεξεργαζόμαστε παρατηρήσεις κηλίδων, ο υπολογισμός της μετατόπισης γίνεται με βάση την περιοχή της παρασκιάς στην φωτόσφαιρα και της υπερπαρασκιάς στην χρωμόσφαιρα. Οι μετατοπίσεις που υπολογίζονται εφαρμόζονται στις αρχικές εικόνες.

Στην παραπάνω διαδικασία υπόκεινται τόσο οι εικόνες που αποτελούν χρονική ακολουθία όσο και οι εικόνες που έχουν ληφθεί σε διαφορετικά μήκη κύματος.

Σχήμα 3-1 Η διαδικασία από την οποία περνούν οι αρχικές εικόνες ώστε να διορθωθούν κατάλληλα και να είναι έτοιμες για περαιτέρω χρήση.

Επιπλέον μία άλλη διόρθωση που πρέπει να γίνει είναι να υποστούν οι εικόνες το λεγόμενο destretching. Με άλλα λόγια να διορθωθεί η πιθανή στρέβλωσή τους λόγω της διαταραχής της ατμόσφαιρας. Για παράδειγμα επειδή οι ταχύτητες υπολογίζονται από την αφαίρεση των δυο εικόνων που έχουν ληφθεί σε αντίθετες πτέρυγες της γραμμής παρατήρησης θα πρέπει πριν να υπολογιστούν οι ταχύτητες κατά μήκος της γραμμής παρατήρησης, κάθε εικόνα της κόκκινης πτέρυγας να υποστεί destretch σε σχέση με την αντίστοιχη εικόνα της μπλε πτέρυγας.

3.5 Κανονικοποίηση εικόνων

Μια τελευταία επεξεργασία στην οποία υπόκεινται όλη η σειρά των εικόνων είναι μία διαδικασία κανονικοποίησης. Η διαδικασία αυτή επιβάλλεται όταν έχουμε να κάνουμε με χρονικές σειρές εικόνων ή/και με

εικόνες οι οποίες έχουν ληφθεί σε διαφορετικά μήκη κύματος ώστε να διορθωθούν οποιεσδήποτε αλλαγές στην διαφάνεια του ουρανού.

Η διαδικασία η οποία ακολουθείται για να γίνει η κανονικοποίηση των τιμών έντασης των ηλιακών εικόνων ακολουθεί τα εξής βήματα: αρχικά υπολογίζεται μία μέση ένταση και στην συνέχεια κάθε εικονοστοιχείο διαιρείται με αυτήν την τιμή. Στόχος μας είναι η μέση ένταση της παρατηρούμενης περιοχής να είναι ίση με την μονάδα ώστε να υπάρχει η δυνατότητα σύγκρισης χρονικής σειράς εικόνων. Ο υπολογισμός της μέσης έντασης δεν προκύπτει πάντοτε με τον ίδιο τρόπο αλλά εξαρτάται από το αντικείμενο παρατήρησης.

Αν λοιπόν έχουμε να κάνουμε με το ηλιακό χείλος τότε υπολογίζεται μία μέση ένταση από όλη την εικόνα (εξαιρουμένου του σκοτεινού ουρανού). Αν όμως για παράδειγμα μελετάμε μία κηλίδα τότε η μέση ένταση υπολογίζεται από μια αρκετά μεγάλη περιοχή της ήσυχης χρωμόσφαιρας/φωτόσφαιρας μακριά από την γειτονιά της κηλίδας.

Η κανονικοποίηση αποτελεί το τελευταίο στάδιο της βασικής επεξεργασίας των εικόνων (Σχήμα 3-1). Μετά από αυτό μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε όλη την σειρά των παρατηρήσεων ανάλογα με τον στόχο της έρευνάς μας. Μπορεί για παράδειγμα να θέλουμε να υπολογίσουμε Doppler ταχύτητες οπότε δεν πρέπει οι εικόνες να υποστούν οποιαδήποτε άλλη επεξεργασία. Από την άλλη μεριά όμως αν θέλουμε να δούμε την λεπτή υφή σχηματισμών μπορεί να χρειάζονται περαιτέρω ενίσχυση.

3.6 Βελτιστοποίηση παρατηρήσεων ηλιακών κηλίδων

3.6.1 Ηλιακές κηλίδες

Οι κηλίδες είναι βασικές δομές της ηλιακής επιφάνειας. Τις συναντάμε τόσο στην φωτόσφαιρα όσο και στη χρωμόσφαιρα. Αποτελούν τους βασικότερους σχηματισμούς της πρώτης αλλά είναι σαφώς πιο εντυπωσιακοί όταν παρατηρούνται στη δεύτερη. Όταν παρατηρούνται στο φωτεινό υπόβαθρο της φωτόσφαιρας παρουσιάζονται με τη μορφή σκοτεινών σχηματισμών διαστάσεων 1800-25000Km γεγονός που υποδηλώνει την ύπαρξη χαμηλότερης θερμοκρασίας σε σχέση με το περιβάλλον. Πράγματι η

θερμοκρασία του πλάσματος μιας κηλίδας είναι περίπου 4000°K , πολύ χαμηλότερη από την ενεργό θερμοκρασία της φωτόσφαιρας. Η διάρκεια ζωής τους κυμαίνεται από 10 ως 60 μέρες περίπου.

Αποτελούνται από μια κεντρική σκοτεινή περιοχή, την σκιά (umbra) και μια περιβάλλουσα λιγότερο σκοτεινή περιοχή, την παρασκιά (penumbra) με ακανόνιστη νηματοειδή μορφή. Το μαγνητικό πεδίο είναι ισχυρότατο, περίπου 3000G και σχεδόν κάθετο στο κέντρο της σκιάς. Βαθμιαία εξασθενεί και αποκλίνει από την κάθετο καθώς απομακρυνόμαστε από το κέντρο της. Φτάνοντας στην παρασκιά το πεδίο είναι περίπου 1000G, σχεδόν οριζόντιο και διαχέεται ακτινικά. Το μαγνητικό πεδίο πέφτει απότομα στα 100G στο εξωτερικό άκρο της παρασκιάς. Το μαγνητικό πεδίο είναι αυτό που ευθύνεται για την πολύπλοκη δομή τους και που βέβαια τις καθιστά κύριο αντικείμενο μελέτης της ηλιακής φυσικής.

Σχήμα 3-2 Μία ηλιακή κηλίδα όπως αυτή φαίνεται στην χρωμόσφαιρα. Η μαύρη κεντρική περιοχή είναι η σκιά της κηλίδας, ο δακτύλιος που την περιβάλλει αποτελεί την παρασκιά και έξω από αυτή είναι η υπερπαρασκιά. Οι δύο εξωτερικοί δακτύλιοι δομούνται από νηματοειδείς σχηματισμούς (fibrils).

Στη χρωμόσφαιρα υπάρχει και μία τρίτη περιοχή, ένα εξωτερικός δακτύλιος, γνωστός ως υπερπαρασκιά (superpenumbra). Η υπερπαρασκιά είναι ένα σταθερό χαρακτηριστικό μιας ώριμης κηλίδας και έχει μεγάλο χρόνο ζωής. Περιλαμβάνει σχεδόν ακτινικά σκοτεινά νηματίδια (fibrils) μήκους

10000Km περίπου με ποικιλία πλάτους που ξεκινούν από την παρασκιά. Ο χρόνος ζωής ενός μεμονωμένου νηματιδίου είναι μικρότερος ή περίπου ίσος με 20min. Η φωτοσφαιρική παρασκιά είναι δομικά όμοια με την χρωμοσφαιρική παρασκιά-υπερπαρασκιά δηλαδή και οι δύο χαρακτηρίζονται από φωτεινά και σκοτεινά νηματίδια με φαινόμενα πλάτη περίπου 1500Km. Μία κηλίδα ως σχηματισμός είναι περισσότερο εντυπωσιακός στη χρωμόσφαιρα από ότι στη φωτόσφαιρα (Σχήμα 3-2).

3.6.2 Ενίσχυση παρατηρήσεων ηλιακών κηλίδων

Η απότομη μεταβολή της έντασης ανάμεσα στην σκιά και στην παρασκιά καθώς επίσης και ανάμεσα στην παρασκιά και στην περιβάλλουσα περιοχή δεν μας επιτρέπουν την απεικόνιση εικόνων ηλιακών κηλίδων με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι εφικτός ο διαχωρισμός και η παρατήρηση χαρακτηριστικών χαμηλής αντίθεσης και στις τρεις περιοχές. Από πλευράς παρατηρήσεων, ο τρόπος που μειώνει αυτή την απότομη μεταβολή της έντασης μεταξύ των περιοχών μιας κηλίδας είναι να ληφθεί ακολουθία εικόνων με γρήγορη διαδοχή.

Στην θεωρία, η ικανότητα να αναλύουμε μικρές λεπτομέρειες αυξάνει με την διάμετρο του τηλεσκοπίου: ένα τηλεσκόπιο ενός μέτρου θα είναι ικανό να βλέπει λεπτομέρειες δύο φορές μικρότερες από ότι μπορεί να δει ένα τηλεσκόπιο μισού μέτρου. Στην πραγματικότητα αυτό όμως δεν είναι εφικτό. Το βασικό εμπόδιο είναι το τυρβώδες ανακάτεμα του ζεστού και κρύου αέρα της γήινης ατμόσφαιρας. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται seeing.

Το αποτέλεσμα του είναι θολές και παραμορφωμένες εικόνες. Όταν χαρακτηρίζουμε το seeing ως καλό σημαίνει ότι ο αέρας είναι σταθερός με αποτέλεσμα οι εικόνες να είναι καθαρές (sharp). Αν στις συνθήκες παρατήρησης το seeing περιγράφεται ως κακό τότε έχουμε να κάνουμε με τυρβώδη αέρα και εικόνες ασαφείς πολλές φορές σε τέτοιο βαθμό ώστε να μην μπορούν ούτε καν να χρησιμοποιηθούν.

Οι ηλιακοί παρατηρητές έχουν ιδιαίτερα προβλήματα διότι κάνοντας τις παρατηρήσεις τους κατά τη διάρκεια της ημέρας, ο Ήλιος θερμαίνει το έδαφος γύρω από το τηλεσκόπιο με αποτέλεσμα ζεστά κύματα αέρα να αναταράσσουν το seeing. Η μεταβλητότητα αυτή του seeing καθιστά δύσκολη

την συλλογή παρατηρήσεων πολύ καλής διακριτικής ικανότητας και μάλιστα μεγάλης χρονικής διάρκειας.

Παρόλο λοιπόν που γνωρίζουμε πώς πρέπει να ληφθούν οι ιδανικές παρατηρήσεις είναι πολύ δύσκολο να τα καταφέρουμε. Έτσι επιστρατεύουμε τις μεθόδους της ψηφιακής επεξεργασίας εικόνας για την βελτίωση της διακριτικής τους ικανότητας.

Μία γνωστή μέθοδος σε αυτό το επιστημονικό πεδίο είναι ο τρέχων τοπικός μέσος όρος (running local average). Όταν λοιπόν έχουμε μία ακολουθία εικόνων βρίσκουμε για κάθε εικόνα, την εικόνα μέσο όρο χρησιμοποιώντας στο σύνολο N εικόνες. Οι μισές από αυτές προηγούνται και οι άλλες μισές έπονται της κεντρικής εικόνας κάθε φορά. Υπολογίζεται δηλαδή ένας μεταβλητός μέσος όρος εικόνας αφού διαφοροποιείται από εικόνα σε εικόνα. Το πλήθος των εικόνων που χρησιμοποιούμε εξαρτάται από τον χρόνο ζωής των σχηματισμών που θέλουμε να αναδείξουμε, την χρονική μεταβλητότητά του ή ακόμη και την περιοδικότητα του αν υπάρχει. Τελικά διαιρούμε την κάθε εικόνα με τον αντίστοιχο τοπικό μέσο όρο, ενισχύοντας με αυτόν τον τρόπο την εικόνα.

Στο Σχήμα 3-3α φαίνεται μία χαρακτηριστική εικόνα της χρονικής σειράς παρατηρήσεων μιας κηλίδας στις 14-10-2000 στο BBSO (California,USA) και στην γραμμή παρατήρησης $H\alpha -0.35\text{\AA}$. Τα αποτελέσματα αυτής της μεθόδου φαίνονται στο Σχήμα 3-3β. Πράγματι οι λεπτομέρειες στην παρασκιά και στην υπερπαρασκιά έχουν εμφανέστατα ενισχυθεί. Όσον αφορά όμως στην σκιά της κηλίδας, φαίνεται ότι έχει χαθεί αρκετή «πληροφορία».

Μία κλασσική τεχνική ενίσχυσης εικόνων αποτελεί η τεχνική του ιστογράμματος. Είναι λοιπόν εύλογο κάποιος να αναρωτηθεί γιατί δεν χρησιμοποιούμε αυτήν την τεχνική ή τουλάχιστον κάποια τεχνική που να προκύπτει από κάποια κατάλληλη τροποποίηση αυτής. Η αλήθεια είναι ότι τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή της είναι μάλλον απογοητευτικά: συνήθως παράγονται σφάλματα (artifacts) στα σύνορα και των τριών περιοχών.

Σχήμα 3-3 Φωτογραφία μίας κηλίδας που έχει παρατηρηθεί στις 14-10-2000 στο BBSO (California,USA) και στην $H\alpha - 0.35\text{\AA}$. Η πρωτότυπη εικόνα είναι η (a), η (b) έχει προκύψει από τη διαίρεση με μία εικόνα υποβάθρου (βλέπε στο κείμενο) και η (c) έχει προκύψει με διαίρεση της αρχικής με το 5° επίπεδο του μετασχηματισμού à trous.

Η ανάγκη εύρεσης μιας εναλλακτικής λύσης προέκυψε από την ανεπάρκεια των κλασσικών μετασχηματισμών να παράσχουν μία λεπτομερή ανάλυση αυτών των εικόνων. Η χρήση των κυματιδίων ως εργαλείο ανάλυσης στην ψηφιακή επεξεργασία εικόνας είναι πλέον ευρέως γνωστό και πολύ δημοφιλές λόγω των πλεονεκτημάτων τους έναντι των κλασσικών μεθόδων. Η ανάλυση πολλαπλής διακριτικής ικανότητας που παρέχει ο μετασχηματισμός

κυματιδίων είναι μία πρόκληση. Προέκυψε λοιπόν ως φυσικό επακόλουθο η εφαρμογή του σε αυτές τις εικόνες.

Σχήμα 3-4 Το δεύτερο και το πέμπτο επίπεδο του μετασχηματισμού à trous της εικόνας της κηλίδας του σχ. 3-3α. Το δεύτερο επίπεδο μοιάζει με μια “sharpened” προσέγγιση της αρχικής εικόνας ενώ το πέμπτο επίπεδο μπορεί να θεωρηθεί ως εικόνα υποβάθρου.

Στο προηγούμενο κεφάλαιο παρουσιάστηκε αναλυτικά ο μετασχηματισμός κυματιδίων. Είδαμε ότι παρέχει μία προσέγγιση με πολλές όψεις για την ανάλυση και περιγραφή δεδομένων. Επίσης είδαμε ότι υπάρχουν πολλοί αλγόριθμοι για την υλοποίηση του δισδιάστατου μετασχηματισμού [6,7,31,51]. Ο πιο ευρέως διαδεδομένος, ως προς τη χρήση πάντα, είναι μάλλον ο διορθογώνιος μετασχηματισμός κυματιδίων [32]. Αυτή η μέθοδος στηρίζεται στην αρχή της μείωσης της πλεονάζουσας πληροφορίας στα μετασχηματισμένα δεδομένα.

Ένας διακριτός μετασχηματισμός wavelet για διακριτά δεδομένα παρέχεται από μία ειδική έκδοση γνωστή ως αλγόριθμος à trous [51]. Η μετάφρασή του σημαίνει «με τρύπες» και καλείται έτσι λόγω της ενδιάμεσης συνέλιξης που χρησιμοποιείται στα ενδιάμεσα επίπεδα όπως θα δούμε

παρακάτω στην περιγραφή και ανάλυση του αλγορίθμου. Είναι ένας «στατικός» ή πλεονάζων μετασχηματισμός – δεν υλοποιείται η αποδεκάτιση.

Επιπλέον της ανάλυσης των διαφόρων ειδών μετασχηματισμών κυματιδίων, στο προηγούμενο κεφάλαιο, παρουσιάστηκαν τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά τους. Από την μεταξύ τους σύγκριση καταλήξαμε να χρησιμοποιήσουμε τον μετασχηματισμό κυματιδίων à trous, εφαρμογές του οποίου θα δούμε τόσο σε αυτό όσο και στα επόμενα δύο κεφάλαια. Θα πρέπει πάντα να θυμόμαστε ότι ο αλγόριθμος αυτός είναι μη ορθογώνιος και δίνει ένα πλεονάζον σύνολο δεδομένων [20].

Για να πάρουμε τα αποτελέσματα μας χρησιμοποιήσαμε ως συνάρτηση κλίμακας (scaling function) μία B_3 -spline και πέντε επίπεδα ανάλυσης. Τα επίπεδα των wavelet υπολογίζονται ως διαφορά μεταξύ δύο διαδοχικών προσεγγίσεων της εικόνας. Το πρώτο επίπεδο περιέχει τις υψηλές χωρικές συχνότητες ενώ το τελευταίο τις χαμηλότερες.

Έστω δειγματοληπτημένα δεδομένα, $\{c_0(k)\}$, που ορίζονται ως το αριθμητικό γινόμενο στο pixel k της συνάρτησης $f(x)$ με τη συνάρτηση κλίμακας $\phi(x)$ η οποία αντιστοιχεί στο χαμηλοπερατό φίλτρο: $c_0(k) = \langle f(x), \phi(x-k) \rangle$. Αφού η συνάρτηση κλίμακας ικανοποιεί την εξίσωση διεύρυνσης (dilation equation), φιλτράροντας τις χαμηλές συχνότητες της εικόνας προκύπτει εξ ορισμού εικόνα η οποία είναι στενά συνδεδεμένη με τα άλλα επίπεδα ανάλυσης της εικόνας. Η απόσταση μεταξύ των επιπέδων αυξάνει κατά παράγοντα δύο από τη μία κλίμακα στην άλλη.

Τα smoothed δεδομένα $c_i(k)$ για δεδομένη ανάλυση i και στη θέση k προκύπτουν από την συνέλιξη:

$$c_i(k) = \sum_l h(l) c_{i-1}(k + 2^{i-1}l), \text{ όπου } h \text{ το χαμηλοπερατό φίλτρο}$$

Η διαφορά μεταξύ δύο διαδοχικών επιπέδων ανάλυσης: $w_i(k) = c_{i-1}(k) - c_i(k)$ αναπαριστά το μετασχηματισμό των δεδομένων στο i επίπεδο.

Τα αποτελέσματα του παραπάνω αλγορίθμου είναι εντυπωσιακά. Στο Σχήμα 3-4 φαίνονται δύο από τα πέντε επίπεδα του μετασχηματισμού όπως προέκυψαν από την εφαρμογή του στην συγκεκριμένη εικόνα. Το δεύτερο επίπεδο μοιάζει με μια (sharpened, αδρή) προσέγγιση της λεπτομέρειας της αρχικής εικόνας, ενώ το πέμπτο επίπεδο μπορεί να θεωρηθεί ως εικόνα

υποβάθρου. Αυτήν ακριβώς την παρατήρηση εκμεταλλευτήκαμε για να επινοήσουμε και να εφαρμόσουμε μια νέα τεχνική ενίσχυσης των συγκεκριμένων εικόνων με τις ιδιαιτερότητες που παρουσιάζουν.

3.7 Εφαρμογή στην ταυτοποίηση των εικόνων

Χρησιμοποιήσαμε το πέμπτο επίπεδο του μετασχηματισμού ως εικόνα υποβάθρου και διαιρέσαμε με αυτήν την αρχική. Η εικόνα (Σχήμα 3-3γ) που προέκυψε είναι φανερά ενισχυμένη σε όλες τις περιοχές της. Αποκαλύπτει λεπτομέρειες με σαφή όρια και μορφολογία χωρίς την εισαγωγή σφαλμάτων.

Για παράδειγμα είναι εμφανής ένας σχηματισμός που διαπερνά την σκιά της κηλίδας χωρίζοντάς την στα δύο, γνωστός ως «λαμπρή γέφυρα» (light bridge). Βέβαια θα πρέπει να διευκρινίσουμε ότι η συγκεκριμένη μέθοδος δοκιμάστηκε σε διαφορετικά δεδομένα ως προς την ποιότητα αλλά και ως προς την κηλίδα παρατήρησης και τα αποτελέσματά της ήταν το ίδιο εντυπωσιακά.

Οι εικόνες με αυτόν τον τρόπο ενισχύονται σημαντικά με αποτέλεσμα την βελτίωση της διακριτικής ικανότητας τους. Η συγκεκριμένη μέθοδος εφαρμόστηκε στο σύνολο των δεδομένων: για κάθε εικόνα υπολογίζονται τα πέντε επίπεδα του μετασχηματισμού και κρατώντας μόνο το τελευταίο διαιρούμε την αρχική. Από το σύνολο των ενισχυμένων εικόνων δημιουργείται ένα καινούργιο σύνολο δεδομένων το οποίο χρησιμοποιείται στην συνέχεια για την καλύτερη χωρική ταυτοποίηση τους.

Αντί να εφαρμοστεί ο αλγόριθμος συσχέτισης (cross correlation) στις αρχικές εικόνες εφαρμόζεται στο νέο σύνολο των ενισχυμένων εικόνων ώστε να γίνει ακριβέστερος προσδιορισμός της τυχόν χωρικής μετατόπισης (offset). Στην συνέχεια οι μετατοπίσεις αυτές εφαρμόζονται στις αρχικές εικόνες ώστε να δημιουργηθεί μία διορθωμένη ακολουθία εικόνων. Οι διορθώσεις αυτές έχουν γίνει πια με μεγαλύτερη ακρίβεια ώστε να περιορίζεται στο ελάχιστο η εισαγωγή σφαλμάτων από την όλη διαδικασία.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΩΝ ΣΤΟ ΗΛΙΑΚΟ ΧΕΙΛΟΣ

4.1 Περιγραφή του προβλήματος

Στο προηγούμενο κεφάλαιο έγινε περιγραφή των βασικών διορθώσεων στις οποίες υπόκεινται οι αρχικές εικόνες όπως καταγράφονται από τις CCD κάμερες. Επίσης έγινε μια πρώτη εφαρμογή του μετασχηματισμού κυματιδίων χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο *à trous* για βελτίωση της διακριτικής ικανότητας των εικόνων ώστε να γίνουν κάποιες από τις διορθώσεις με μεγαλύτερη ακρίβεια.

Σε αυτό το κεφάλαιο θα εξετάσουμε περαιτέρω εφαρμογές του συγκεκριμένου μετασχηματισμού αφού δούμε αναλυτικά πως μέσα από τα διάφορα στάδια της έρευνας οδηγηθήκαμε σε αυτόν. Ήδη έχει αναφερθεί ότι οι ηλιακές παρατηρήσεις συνήθως παρουσιάζουν αλλοιώσεις εξαιτίας του φαινομένου του *seeing*, ενός φαινομένου που σχετίζεται με τις αναταράξεις της ατμόσφαιρας. Αλλά δεν είναι το μόνο πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε...

Το να καταφέρουμε να πετύχουμε υψηλή ανάλυση κοντά στο χείλος του ηλιακού δίσκου ώστε να μπορέσουμε να αναλύσουμε τις χρωμοσφαιρικές δομές είναι μια πρόκληση. Χρειαζόμαστε όχι μόνο μια απλή απεικόνιση των

μικρών σχηματισμών, οι οποίοι είναι μικρότεροι από το δευτερόλεπτο του τόξου (arcsecond)*, αλλά και καλή χρονική και φασματική ανάλυση ώστε να είναι δυνατή η παρακολούθηση και η κατανόηση των δυναμικών φαινομένων που συμβαίνουν. Η χαμηλή γωνιακή ανάλυση δεν είναι όμως ο μόνος λόγος που αλλοιώνει την αντίθεση των εικόνων κοντά στο χείλος του ηλιακού δίσκου.

Όταν κοιτάμε φωτογραφίες του Ήλιου παρατηρούμε ότι η άκρη του ηλιακού δίσκου είναι σκοτεινότερη από το κέντρο του. Αυτό είναι ένα πραγματικό φαινόμενο το οποίο είναι γνωστό ως φαινόμενο σκοτεινού χείλους (limb darkening effect) και οφείλεται στην διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ των εξωτερικών στρωμάτων και του πυρήνα. Όλα τα μέρη του Ήλιου αποτελούνται από αέριο με υψηλή θερμοκρασία το οποίο εκπέμπει ενέργεια. Το εσωτερικό του κομμάτι όμως είναι σαφώς πολύ πιο θερμό.

Όταν βλέπουμε λοιπόν τον Ήλιο, βλέπουμε το φως που προέρχεται από τα εξωτερικά στρώματα. Όμως βλέπουμε επίσης και φως που προέρχεται από το κέντρο του. Το κεντρικό κομμάτι του φωτός είναι πολύ πιο φωτεινό με αποτέλεσμα το χείλος του Ήλιου να φαίνεται πιο ασθενές. Είναι πράγματι σκοτεινότερο το χείλος όταν συγκρίνεται δίπλα δίπλα με θερμοκρασίες της τάξης των 40 εκατομμυρίων βαθμών που επικρατούν στο κέντρο του (σχ.4-1).

Σχήμα 4-1 Το φαινόμενο του σκοτεινού χείλους (limb darkening effect) οφείλεται στην διαφορά θερμοκρασίας του πυρήνα με τα εξωτερικά στρώματα του Ήλιου.

Το φαινόμενο του σκοτεινού χείλους (limb darkening effect) αποτελεί έναν πρόσθετο παράγοντα αλλοίωσης των ηλιακών εικόνων και άρα ένα επιπλέον πρόβλημα. Δεδομένου ότι υπάρχουν στο χείλος σχηματισμοί που

* 1 arcsecond μονάδα γωνιακής μέτρησης ίση με το 1/1296000 του κύκλου και συμβολίζεται με (").

προβάλλονται στο χείλος του ηλιακού δίσκου αλλά και που συνεχίζουν πέρα από αυτό, πρέπει όταν λαμβάνουμε παρατηρήσεις να χρησιμοποιούμε πολύ μεγάλο χρόνο έκθεσης (μεγαλύτερο από τον πρόποτα χρόνο) με αποτέλεσμα να χάνουμε τις λεπτομέρειες στους σχηματισμούς που βρίσκονται κοντά στο χείλος.

Θα δείξουμε λοιπόν στην συνέχεια μεθόδους που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια αυτής της διατριβής για να γίνει η διόρθωση του φαινομένου του σκοτεινού χείλους. Αρχικά προτείναμε μία μέθοδο επεξεργασίας για τη διόρθωση των παρατηρήσεων κοντά στο χείλος του ηλιακού δίσκου η οποία βασίζεται σε έναν τελεστή (μετασχηματισμό) γνωστό με το όνομα Madmax. Η βελτίωση της μεθόδου αυτής έγινε στην συνέχεια με την χρήση των κυματιδίων με εντυπωσιακά αποτελέσματα.

4.2 Διόρθωση του φαινομένου του σκοτεινού χείλους

Να υπενθυμίσουμε ότι σκοπός μας είναι να διορθώσουμε τις εικόνες ώστε να είναι εφικτή η ταυτόχρονη παρατήρηση των σχηματισμών κοντά στο χείλος αλλά και όσων βρίσκονται πέρα από αυτό δηλαδή το διασχίζουν. Η μέθοδος που προτάθηκε είναι βασισμένη στο συνδυασμό μιας διόρθωσης για το σκοτεινό χείλος και σε μια μέθοδο ενίσχυσης της αντίθεσης των σχηματισμών.

Για να διορθώσουμε λοιπόν τις εικόνες από την επίδραση του φαινομένου του limb darkening τόσο της φωτόσφαιρας όσο και της χρωμόσφαιρας (συμπεριλαμβανομένου και του κομματιού πάνω από το φωτοσφαιρικό χείλος) ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία.

Αρχικά προσδιορίζουμε το κέντρο και την ακτίνα του ηλιακού δίσκου προσαρμόζοντας στο χείλος τον καλύτερο δυνατό κύκλο (fitting). Όμως στην συγκεκριμένη διαδικασία υπάρχει μια ιδιομορφία: τα δεδομένα μας δεν περιέχουν ολόκληρο τον ηλιακό δίσκο αλλά ένα κομμάτι του. Σε αυτήν την ιδιομορφία έγκειται και η βασική δυσκολία του να προσδιοριστεί ο κατάλληλος κύκλος που να ταιριάζει στο χείλος του ηλιακού δίσκου. Για την επίλυση λοιπόν αυτού του προβλήματος και για να ξεπεράσουμε αυτήν τη βασική δυσκολία ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα:

Το πρώτο βήμα είναι να υπολογίσουμε την κλίση (gradient) της εικόνας κατά την ακτινική διεύθυνση. Στην συνέχεια παίρνουμε γραμμές κατά μήκος του χείλους και προσδιορίζουμε το σημείο καμπής (inflection point) του χείλους. Τελικά προσδιορίζουμε με μια επαναληπτική διαδικασία τον κύκλο που ταιριάζει καλύτερα στα σημεία του χείλους. Με αυτόν τον τρόπο προσδιορίζουμε το κέντρο του ηλιακού δίσκου και την ακτίνα του.

Σχήμα 4-2 Μία εικόνα μιας περιοχής κοντά στο χείλος η οποία παρατηρήθηκε τις 13 Δεκέμβρη 1996 από το EIT SOHO (ESA-NASA) και στη γραμμή παρατήρησης He II 304 Å.. Η (a) αποτελεί την πρωτότυπη εικόνα, η (b) την διορθωμένη για το φαινόμενο του σκοτεινού χείλους και η (c) έχει επιπλέον ενισχυθεί με την μέθοδο Madmax.

Έχοντας πλέον προσδιορίσει το κέντρο του δίσκου και την ηλιακή ακτίνα στόχος μας είναι πλέον να προσδιορίσουμε και να καθορίσουμε το προφίλ του limb darkening ως συνάρτηση της απόστασης από το κέντρο του ηλιακού δίσκου. Υπολογίζουμε λοιπόν κατά μήκος τόξων παράλληλων του ηλιακού χείλους και με βήμα μισού pixel, την μέση ένταση των τιμών που συναντώνται συχνότερα. Χρησιμοποιούμε δε στους υπολογισμούς μας για την μέση ένταση τις τιμές που εμφανίζονται συχνότερα και όχι όλες τις τιμές ώστε να αποφύγουμε τυχόν επιρροές από τους χρωμοσφαιρικούς σχηματισμούς.

Με αυτόν τον τρόπο το προφίλ του σκοτεινού χείλους υπολογίζεται ως μία συνεχής συνάρτηση εκτός από τα όρια του ηλιακού δίσκου. Για να πετύχουμε τη διόρθωση των εικόνων και για να δημιουργήσουμε εικόνες

απαλλαγμένες από το φαινόμενο του σκοτεινού χείλους, αφαιρούμε από κάθε σημείο της εικόνας (δεδομένου ότι κάθε σημείο της εκφράζει την ένταση) την αντίστοιχη ένταση της συνάρτησης του σκοτεινού χείλους. Για να γίνουν όμως οι παραπάνω υπολογισμοί θα πρέπει πρώτα να υπολογίσουμε την απόσταση κάθε σημείου της εικόνας από το κέντρο του ηλιακού δίσκου.

Το πόσο διαφοροποιείται η αρχική εικόνα είναι δυνατόν να το δει κανείς στα σχήματα 4-2 και 4-3. Στις εικόνες αυτές, οι πάνω φωτογραφίες είναι οι πρωτότυπες ενώ οι μεσαίες είναι οι διορθωμένες για το φαινόμενο του σκοτεινού χείλους. Το σχήμα 4-2 αφορά εικόνα η οποία έχει ληφθεί από το διάστημα ενώ το 4-3 προέρχεται από επίγειες παρατηρήσεις. Και οι δύο αφορούν τους σχηματισμούς που γίνονται συνηθέστερα αντικείμενο παρατήρησης, οι πίδακες (spicules) και οι προεξοχές (prominences) αντίστοιχα. Είναι εμφανές πόσο διαφορετικοί παρουσιάζονται οι υπό μελέτη σχηματισμοί και πόσο σημαντικά έχουν ενισχυθεί. Παρόλα αυτά η συγκεκριμένη τεχνική δεν είναι τεχνική ενίσχυσης αλλά μια διόρθωση. Στις επόμενες παραγράφους θα ασχοληθούμε με την ενίσχυση τέτοιου είδους εικόνων.

4.3 Μέθοδος Madmax

Για την μελέτη των δομών της ηλιακής ατμόσφαιρας στο χείλος, από την χρωμόσφαιρα ως και το κατώτερο στέμμα, αναπτύχθηκε μία διαφορετική έκδοση μίας μεθόδου η οποία ονομάστηκε από τους δημιουργούς της “Madmax” [26]. Η μέθοδος αυτή δεν είναι παρά ένας αλγόριθμος ενίσχυσης εικόνων που χρησιμοποιεί έναν μη γραμμικό τελεστή. Ο αλγόριθμος αυτός ανιχνεύει τα σημεία στα οποία συμβαίνουν σημαντικές αλλαγές στην ένταση της εικόνας.

Οι Koutchmy et al [26] εφάρμοσαν την πρωτότυπη μέθοδο τους στην μελέτη παρατηρήσεων του ηλιακού στέμματος και για κάθε σημείο της εικόνας υπολόγιζαν το μέγιστο της πολυδιευθυνσιακής δεύτερης παραγώγου χρησιμοποιώντας έναν μη γραμμικό τελεστή. Ο τελεστής που χρησιμοποίησαν υπολόγιζε το μέγιστο των δεύτερων παραγώγων σε οκτώ διευθύνσεις. Επίσης πριν τον υπολογισμό της παραγώγου εφάρμοζαν block average smoothing σε διάφορα επίπεδα ανάλογα με τον λόγο σήματος – θορύβου της εικόνας και ανάλογα με τους σχηματισμούς που ήθελαν να ενισχύσουν. Τέλος ο τελεστής

που χρησιμοποιήσαν περιείχε ένα παράγοντα διαστολής της εικόνας κατά 2, 4, κτλ.

Η αρχική μέθοδος επεκτάθηκε μία πενταετία αργότερα χρησιμοποιώντας αλληλεπικαλυπτόμενους μέσους όρους για το smoothing αντί για μέσους όρους των block [23][24] και εφαρμόστηκε πάλι σε εικόνες του ηλιακού χείλους αλλά από το διάστημα αυτή τη φορά και συγκεκριμένα από το Skylab.

Διατηρώντας τους αρχικούς στόχους των παραπάνω αλγορίθμων δηλαδή αφενός την ενίσχυση οπτικά λεπτών σχηματισμών αφετέρου την ανάγκη ενός τελεστή ευαίσθητου ως προς την διεύθυνση διαφοροποιήσαμε την μέθοδο επεξεργασίας. Αυτό έγινε διότι αφενός οι εικόνες που επεξεργαζόμαστε είναι εικόνες του χρωμοσφαιρικού χείλους και οι δομές είναι όχι απαραίτητα οπτικά λεπτές.

Για κάθε εικονοστοιχείο (pixel) λοιπόν, υπολογίζεται το μέγιστο των δεύτερων παραγώγων ως προς όλες τις διευθύνσεις. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για διαφορετικά βήματα pixel, δηλαδή σε διαφορετικές αποστάσεις από το βασικό εικονοστοιχείο. Αντί να χρησιμοποιούμε παράγοντες διαστολής της εικόνας, υπολογίζουμε τη δεύτερη παράγωγο με διαφορετικό βήμα. Στην συνέχεια, για κάθε θέση υπολογίζεται το άθροισμα των μέγιστων τιμών των δεύτερων παραγώγων για διαφορετικό βήμα πολλαπλασιασμένο με κάποιο βάρος. Τα βάρη εξαρτώνται από τους λεπτούς σχηματισμούς που θέλουμε να ενισχύσουμε. Τελικά το άθροισμα αυτό προστίθεται στην αρχική ένταση του κάθε pixel.

Η νέα τιμή της έντασης λοιπόν για κάθε pixel υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τον ακόλουθο τύπο:

$$N(I) = I + a M(SD1(I)) + b M(SD2(I)) + c M(SD3(I))$$

όπου M είναι οι μέγιστες απόλυτες τιμές των δεύτερων παραγώγων υπολογισμένες σε οκτώ διευθύνσεις ίσης απόστασης γύρω από κάθε pixel. Ως SD ορίζουμε έναν τελεστή για τον υπολογισμό της δεύτερης παραγώγου. Η προσθήκη των δεικτών 1,2 ... στον τελεστή δηλαδή SD1, SD2... αναπαριστά τον υπολογισμό των παραγώγων με διαφορετική δειγματοληψία (δηλ. διαφορετικό βήμα). Οι αριθμοί a, b και c είναι βάρη εξαρτώμενα από την χαρακτηριστική κλίμακα των δομών που υπάρχουν στην εικόνα και που κάποιος θέλει να αναδείξει. Γενικά τα βάρη εξαρτώνται από το θόλωμα

(smearing) της εικόνας από το ίδιο το όργανο παρατήρησης, από την γήινη ατμόσφαιρα αλλά και από τις φασματικές διαταραχές και τον θόρυβο που υπάρχει στην κάθε εικόνα.

Στην περίπτωση μας χρησιμοποιήσαμε την τεχνική αυτή σε χρωμοσφαιρικές δομές, όχι οπτικά λεπτές (αραιές) και χωρίς να εφαρμόσουμε οποιοδήποτε είδους smoothing της εικόνας παρά μόνο επιλέγοντας τα κατάλληλα βάρη προσέχοντας να μην εισάγονται artifacts. Για να το επιτύχουμε αυτό υπολογίζουμε την κατανομή του πλάτους των λεπτών σχηματισμών παίρνοντας κάθετες τομές σε χαρακτηριστικούς σχηματισμούς (όπως spicules, mottles, fibrils). Ακολούθως υπολογίσαμε τον μέσο όρο των πιθανότερων τιμών και θέσαμε στα βάρη τέτοιες τιμές ώστε το a να αντιστοιχεί στην πιο πιθανή τιμή, το b στην πιο πιθανή τιμή αυξημένη κατά $\sigma/2$, όπου σ η διασπορά της κατανομής των πλατών, κ.ο.κ. Η μέθοδος έχει τα καλύτερα αποτελέσματα όταν εφαρμόζεται στις ομοιογενείς περιοχές της χρωμόσφαιρας (π.χ. αυτές που έχουν spicules και mottles) όπου η διασπορά της κατανομής των πλατών είναι μικρή.

Σχήμα 4-3 Εικόνα στο κέντρο της γραμμής $H\alpha$ στην οποία φαίνεται μια προεξοχή. Η (a) είναι η πρωτότυπη εικόνα, η (b) είναι η διορθωμένη για το φαινόμενο του σκοτεινού χείλους και η (c) έχει ενισχυθεί επιπλέον με την χρήση του τελεστή Madmax.

Η τεχνική αυτή είναι ιδιαίτερα αποδοτική στην ενίσχυση των λεπτών σχηματισμών οι οποίοι σχετίζονται και με απότομες μεταβολές της έντασης. Είναι ιδανική για τα spicules που παρατηρούνται πέρα από το χείλος του ηλιακού δίσκου αλλά και για τα σκοτεινά mottles που παρατηρούνται κοντά σε αυτό. Με την μέθοδο αυτή ουσιαστικά αποκαθίστανται οι χωρικές λεπτομέρειες των λεπτών χρωμοσφαιρικών δομών.

Ένα πλήθος δοκιμών έγιναν σε μια ποικιλία ηλιακών εικόνων (περιοχές κηλίδων, ήσυχες περιοχές, ενεργές περιοχές στον δίσκο αλλά και στο χείλος, νήματα και προεξοχές) εφαρμόζοντας την τεχνική ενίσχυσης Madmax. Οι επεξεργασμένες εικόνες συγκρίνονταν οπτικά με τις πρωτότυπες ώστε να είναι εφικτή η εύρεση πιθανών artifacts γεγονός που θα καθιστούσε την μέθοδο πρακτικά άχρηστη. Εισαγωγή artifacts δεν παρατηρήθηκαν. Μερικά από τα αποτελέσματα φαίνονται στα σχήματα 4.2c και 4-3c.

Σε γενικές γραμμές η μέθοδος φαίνεται να συμπεριφέρεται καλά εκτός από τις περιπτώσεις προσθετικού θορύβου (salt and pepper noise). Στις περιπτώσεις αυτές είναι απαραίτητο να γίνει ένα smoothing των εικόνων χρησιμοποιώντας είτε τον μέσο όρο των blocks [26] είτε ένα μέσο όρο επικάλυψης [24].

4.4 Διόρθωση με τον *à trous*.

Συνοψίζοντας, στην προηγούμενη παράγραφο και στα πλαίσια μιας προσπάθειας για την ενίσχυση των λεπτών σχηματισμών σε εικόνες του ηλιακού χείλους, εφαρμόσαμε μια διαφορετική έκδοση ενός τελεστή γνωστού ως “Madmax”. Είδαμε ότι είναι ένας τελεστής ευαίσθητος ως προς την διεύθυνση αν και χρησιμοποιήθηκε αρχικά για την επεξεργασία οπτικά λεπτών σχηματισμών του ηλιακού στέμματος [26], είναι επίσης αποτελεσματικός και στο χρωμοσφαιρικό ή/και φωτοσφαιρικό χείλος, με την διαφοροποίηση την οποία εισάγαμε βέβαια .

Στην προσπάθεια για μια περαιτέρω βελτίωση και ενίσχυση των συγκεκριμένου τύπου εικόνων αναρωτηθήκαμε κατά πόσο θα μπορούσε να

Σχήμα 4-4 Η πρωτότυπη εικόνα στο χείλος του ηλιακού δίσκου (a) και τα πέντε επίπεδα ανάλυσης του μετασχηματισμού à trous (b - f). Οι εικόνες δείχνουν την ανάλυση η οποία μπορεί να επιτευχθεί με την χρήση του συγκεκριμένου μετασχηματισμού ξεκινώντας με το πρώτο επίπεδο ανάλυσης (b) το οποίο περιέχει τις υψηλές συχνότητες και φτάνοντας στο τελευταίο επίπεδο (f) με τις χαμηλότερες συχνότητες.

είναι αποδοτικός ο μετασχηματισμός à trous δεδομένου ότι όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο μπορεί να διαχωρίζει τις συχνότητες της εικόνας.

Ο υπολογισμός του μετασχηματισμού έγινε όπως παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Χρησιμοποιήσαμε ως συνάρτηση κλίμακας μία B₃-spline και πέντε επίπεδα ανάλυσης. Τα επίπεδα των wavelet υπολογίζονται ως διαφορά μεταξύ δύο διαδοχικών προσεγγίσεων της εικόνας. Το πρώτο επίπεδο περιέχει τις υψηλές χωρικές συχνότητες ενώ το τελευταίο τις χαμηλότερες.

Το αποτέλεσμα της εφαρμογής του, δηλαδή τα διάφορα επίπεδα ανάλυσης του φαίνονται στο σχήμα 4-4. Στην εικόνα αυτή παρουσιάζεται μία τυπική φωτογραφία συγκεκριμένης περιοχής παρατήρησης του ηλιακού χείλους (σχ.4-4α) όπως έχει προκύψει μετά τις βασικές διορθώσεις. Η περιοχή αυτή παρατηρήθηκε στις 15-8-1997 από το Dun Solar Telescope στο National Solar Observatory στο Sacramento Peak (New Mexico, USA). Η γραμμή παρατήρησης είναι η H α -0.75Å.

Τα πέντε επίπεδα ανάλυσης του μετασχηματισμού παρουσιάζονται ξεκινώντας από το πρώτο επίπεδο το οποίο περιέχει τις υψηλές συχνότητες της εικόνας και καταλήγοντας στο πέμπτο το οποίο περιέχει τις χαμηλές συχνότητες. Αυτό σημαίνει, όπως άλλωστε είναι εμφανές και από την εικόνα, ότι το πέμπτο και τελευταίο επίπεδο δεν τίποτε άλλο παρά το υπόβαθρο (background) της αρχικής εικόνας.

Παρατηρώντας λοιπόν ότι το τελευταίο επίπεδο μοιάζει πολύ με μία flat field εικόνα και δεδομένου ότι στόχος μας είναι η ενίσχυση της εικόνας κάναμε την σκέψη να το χρησιμοποιήσουμε ως flat field εικόνα. Με άλλα λόγια απλά διαιρέσαμε την αρχική εικόνα με αυτό το πέμπτο επίπεδο. Στο σχήμα 4-5d μπορεί κανείς να διαπιστώσει αν το αποτέλεσμα είναι ικανοποιητικό. Επίσης πάνω από αυτήν την εικόνα υπάρχουν τρεις άλλες ώστε να μπορεί κανείς να κάνει άμεση σύγκριση των μεθόδων. Η εικόνα 4-5a είναι η αρχική, η 4-5b έχει διορθωθεί για το φαινόμενο του σκοτεινού χείλους ενώ η 4-5c έχει ενισχυθεί με την επίδραση του τελεστή Madmax.

Το γεγονός ότι η επόμενη μέθοδος αποτελεί εξέλιξη της προηγούμενης, όσον αφορά την βελτίωση και ενίσχυση της εικόνας και της

Σχήμα 4-5 Εικόνα κοντά στο ηλιακό χείλος. Η περιοχή αυτή παρατηρήθηκε στις 15-8-1997 από το Dun Solar Telescope στο National Solar Observatory στο Sacramento Peak (New Mexico, USA). Η γραμμή παρατήρησης είναι η $H\alpha -0.75\text{\AA}$. Η πρωτότυπη εικόνα είναι η (a), η διορθωμένη από το limb darkening φαινόμενο είναι η (b) ενώ η(c)είναι η ίδια εικόνα ενισχυμένη επιπλέον με τον τελεστή Madmax και τέλος η (d) στην οποία έχει χρησιμοποιηθεί ο μετασχηματισμός κυματιδίων à trous. Κάποιο ελάττωμα μπορεί να παρατηρηθεί παράλληλα στο χείλος και σχετίζεται με την ακτινοβολία που προέρχεται από την φωτόσφαιρα.

διακριτικής ικανότητας της εικόνας, είναι μάλλον εμφανές. Παρατηρούμε επίσης ότι η εικόνα φαίνεται πιο φυσική, δηλαδή σαν μορφολογία θυμίζει περισσότερο την αρχική εικόνα συγκριτικά με την ενισχυμένη με την μέθοδο Madmax. Με άλλα λόγια η τεχνική ενίσχυσης με τον μετασχηματισμό à trous αποτελεί τουλάχιστον μια καλή εναλλακτική λύση. Τέλος κάποιο ελάττωμα μπορεί να παρατηρηθεί παράλληλα στο χείλος, το οποίο σχετίζεται με την ακτινοβολία που προέρχεται από την φωτόσφαιρα. Και βέβαια όπως έχει ήδη αναφερθεί δοκιμάστηκαν οι μέθοδοι σε μεγάλο όγκο δεδομένων ώστε να εξαχθούν γενικευμένα συμπεράσματα.

4.5 Εφαρμογή στην μελέτη των πιδάκων (spicules)

Στο χείλος η χρωμόσφαιρα εμφανίζεται σαν μία ασθενής άλως γύρω από το φωτόσφαιρα, πάχους 2000-5000 Km. Πάνω από την άλω προβάλλουν μικροί σχηματισμοί, κατακόρυφοι ή κεκλιμένοι, επιμήκεις στενές γλώσσες υλικού, που φαίνονται να ανεβαίνουν σαν θύσανοι κατακόρυφα από τη βάση της χρωμόσφαιρας γνωστοί ως πίδακες ή ακίδες (spicules).

Σχήμα 4-6 Φιλτρογραφήματα στο κέντρο της Ηα που δείχνουν ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα πίδακα ο οποίος έχει παρατηρηθεί πέρα από το χείλος και φαίνεται η εξέλιξή του.

Οι πίδακες (spicules) για πρώτη φορά αναγνωρίστηκαν και μελετήθηκαν ως σχηματισμοί του ηλιακού χείλους. Έχουν μέση διάρκεια ζωής 8 min και είναι ορατοί πάνω από το χείλος σαν λαμπρές ακίδες (σχ. 4-5) διαμέτρου ενός arcsec και με ύψος 5000-9000 km. Πιστεύεται ότι είναι

εκτοξεύσεις υλικού (jets) το οποίο ανέρχεται με ταχύτητα γύρω στα 25 km s^{-1} και είτε εξασθενεί είτε πέφτει πίσω με παρεμφερείς ταχύτητες [59]. Είναι δηλαδή ένα ακόμη δυναμικό φαινόμενο που συμβαίνει στην ηλιακή ατμόσφαιρα.

Είναι προφανές ότι τα μορφολογικά χαρακτηριστικά τους είναι πολύ δύσκολο να καθοριστούν με ακρίβεια. Οι υψηλής ανάλυσης παρατηρήσεις του χείλους που χρειάζονται είναι δύσκολο να επιτευχθούν γιατί όχι μόνο χρειαζόμαστε την απεικόνιση σχηματισμών μικρότερων ακόμα και του ενός arcsec αλλά χρειαζόμαστε επίσης καλή χρονική και φασματική ανάλυση για την κατανόηση δυναμικών φαινομένων όπως οι πίδακες.

Το πόσο σημαντικό είναι η λεπτομερής και ακριβής καταγραφή του φαινομένου αλλά και το πόσο σημαντική η συμβολή των τεχνικών ενίσχυσης τέτοιων εικόνων μπορεί να γίνει κατανοητό από το σχήμα 4-6. Σε αυτό το σχήμα μπορεί κανείς να δει το χαρακτηριστικό παράδειγμα ενός πίδακα και την εξέλιξή του. Το όλο φαινόμενο συμβαίνει μέσα σε λίγα λεπτά. Η τεχνική ενίσχυσης που χρησιμοποιήσαμε είναι αυτή που μας επέτρεψε αφενός να παρατηρηθεί αφετέρου να μελετηθεί. Αφού λοιπόν οι δρόμοι ανοίχτηκαν για διεξοδικότερη και ακριβέστερη μελέτη μέσω των τεχνικών επεξεργασίας του συγκεκριμένου είδους εικόνων, ο στόχος μας σε αυτό το επίπεδο και για αυτό το κεφάλαιο επιτεύχθηκε. Από εδώ και πέρα αναλαμβάνουν οι ειδικοί ερευνητές για την περαιτέρω μελέτη των συγκεκριμένων σχηματισμών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΤΜΗΜΑΤΟΠΟΙΗΣΗ ΗΛΙΑΚΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ ΚΑΙ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΩΝ

5.1 Διαχωρισμός λαμπρών και σκοτεινών νηματιδίων στην υπερπαρασκιά των κηλίδων (superpenumbral fibrils)

Στα προηγούμενα κεφάλαια γνωρίσαμε την πολυπλοκότητα αλλά και την ιδιαιτερότητα των ηλιακών εικόνων. Διαπιστώσαμε τι μπορεί να προσφέρει η ψηφιακή επεξεργασία τέτοιων εικόνων και πόσο σημαντικός είναι ο ρόλος της στην εξήγηση φυσικών φαινομένων. Στο κεφάλαιο αυτό οι εικόνες αυτές θα αναλυθούν.

Ως ανάλυση εικόνας αναφέρεται η περιοχή της επεξεργασίας εικόνας στην οποία ανήκουν οι τεχνικές που αναπτύσσονται για την εξαγωγή πληροφορίας από μια εικόνα. Ένα σύνηθες βήμα στην ανάλυση της εικόνας γενικά είναι να τμηματοποιηθεί. Η τμηματοποίηση υποδιαιρεί μια εικόνα στα συστατικά της μέρη ή στα αντικείμενα που την απαρτίζουν. Το επίπεδο στο οποίο φτάνει η υποδιαίρεση εξαρτάται από το πρόβλημα που πρέπει να λυθεί. Έτσι η τμηματοποίηση θα πρέπει να σταματά όταν τα αντικείμενα που μας ενδιαφέρουν στην συγκεκριμένη εφαρμογή έχουν απομονωθεί [18].

Στη συνέχεια λοιπόν θα εφαρμοστεί η τμηματοποίηση στις συγκεκριμένες εικόνες. Θα περιγραφούν οι λόγοι που μας οδηγούν στην τεχνική αυτή, και θα γίνει εφαρμογή της σε πραγματικά δεδομένα ώστε να επιτευχθεί ο διαχωρισμός διαφορετικών αντικειμένων – σχηματισμών. Και όλα αυτά στοχεύοντας στην μελέτη δυναμικών φαινομένων.

5.1.1 Υπερπαρασκιά των ηλιακών κηλίδων – περιγραφή του προβλήματος

Στη δομή των κηλίδων αναφερθήκαμε επανειλημμένως στα προηγούμενα κεφάλαια. Η σκιά και η παρασκιά αποτελούν τα βασικά χαρακτηριστικά της στο επίπεδο της φωτόσφαιρας. Στο χρωμοσφαιρικό επίπεδο, γύρω από τις ώριμες κηλίδες αναπτύσσεται συνήθως η υπερπαρασκιά. Αποτελείται από σχεδόν ακτινικά νημάτια, τα οποία φαίνεται να ξεκινούν εσωτερικά της παρασκιάς και να φτάνουν σε μήκος της τάξης μεγέθους μερικών ακτίνων της κηλίδας.

Μία σημαντική ιδιότητα της παρασκιάς των κηλίδων, στο φωτοσφαιρικό επίπεδο είναι μια ακτινικά προς τα έξω οριζόντια ροή υλικού δηλαδή εκροή πλάσματος από την κηλίδα προς το εξωτερικό περιβάλλον της. Αυτό το φαινόμενο είναι γνωστό ως φαινόμενο ή ροή Evershed. Αντίστοιχα η υπερπαρασκιά μιας ώριμης κηλίδας χαρακτηρίζεται από την αντίστροφη ροή Evershed [39,34]. Θεωρείται ότι τα νημάτια της υπερπαρασκιάς αποτελούν μαγνητικούς σωλήνες στους οποίους το υλικό ρέει με φορά προς την κηλίδα και οι προσπάθειες εξήγησης του φαινομένου βασίζονται σε ένα μηχανισμό ροής σιφωνίου (siphon flow mechanism). Η κινητήριος δύναμη σε αυτήν την περίπτωση είναι η διαφορά της πίεσης του αερίου μεταξύ των δύο άκρων του σωλήνα [53].

Γενικά τα φαινόμενα Evershed, ευθύ και αντίστροφο, αποτελούν ανοικτά προβλήματα για την ηλιακή φυσική. Πολλοί ερευνητές έχουν ασχοληθεί με τη μελέτη τους σε μια προσπάθεια να γίνει κατανοητή η φύση τους. Υπάρχουν ανοικτά ερωτήματα όπως αν το μοντέλο της ροής σιφωνίου πράγματι μπορεί να επιβεβαιωθεί από τις παρατηρήσεις ή αν ακόμη ισχύει και για τα δύο είδη φαινομένων. Αρχικός στόχος ήταν ο προσδιορισμός των βασικών χαρακτηριστικών όπως αν είναι πράγματι περιορισμένη ροή μέσα σε δομές και τι μορφή έχουν αυτές. Ο προσδιορισμός του διανύσματος της

ταχύτητας ήταν το επόμενο βήμα ώστε να δοθούν τα βασικά στηρίγματα για να κτιστούν τα θεωρητικά μοντέλα. Η χρονική συμπεριφορά του φαινομένου αποτέλεσε τη φυσική συνέχεια της προσπάθειας κατανόησης του. Και σε όλα αυτά βέβαια έρχεται να προστεθεί και ο ρόλος του μαγνητικού πεδίου.

Ερευνητές [44,45,46] που μελέτησαν το φαινόμενο θεωρούν ότι η ροή Evershed είναι περιορισμένη σε λεπτές τοξοειδείς δομές πάνω από το ύψος του συνεχούς και για σχεδόν όλο το κομμάτι της παρασκιάς. Οι δομές αυτές συσχετίστηκαν επιπλέον με τα νημάτια. Όσον αφορά τις ταχύτητες βρήκαν ανοδική κίνηση του πλάσματος στο εσωτερικό όριο της σκιάς και καθοδική κίνηση στο εξωτερικό όριο ενώ ανάμεσα βρέθηκε μια σχεδόν οριζόντια ροή [48].

Ομοίως και για το αντίστροφο φαινόμενο Evershed βρέθηκε ότι η κίνηση του πλάσματος περιορίζεται σε κανάλια ροής με διαφορετικές ταχύτητες όμως από αυτές που συναντά κανείς στο φωτοσφαιρικό φαινόμενο. Οι ταχύτητες αυτές στην προκειμένη περίπτωση χαρακτηρίζονται από μεταβάσεις της ηχητικής ταχύτητας: το αέριο κινείται πότε με υποηχητική και πότε με υπερηχητική ταχύτητα.

Πάντως σε κάθε περίπτωση, δεδομένου ότι το κοινό χαρακτηριστικό είναι ο περιορισμός της ροής σε κανάλια είναι λογικό να προσπαθήσουμε να τα εντοπίσουμε και να τα απομονώσουμε. Είπαμε ήδη ότι αυτά τα κανάλια έχουν ονομαστεί νημάτια (fibrils) και αρχικά θεωρήθηκε ότι ήταν απλά τοξοειδείς σκοτεινοί σχηματισμοί. Σήμερα πια θεωρείται ότι μπορεί να υπάρχουν εξίσου φωτεινά και σκοτεινά νημάτια και μάλιστα τα αποτελέσματα των μελετών δείχνουν διαφορετικές ιδιότητες της ροής Evershed για τα σκοτεινά και φωτεινά νημάτια.

Η δουλειά μας σε αυτό το κεφάλαιο και προκειμένου να διευκολυνθεί η μελέτη του συγκεκριμένου φαινομένου θα είναι να απομονωθούν οι συγκεκριμένοι σχηματισμοί.

5.1.2 Τμηματοποίηση (Segmentation) λαμπρών και σκοτεινών νηματίων

Στόχος μας λοιπόν είναι να μελετήσουμε χωριστά αυτά τα κανάλια ροής πλάσματος. Θα πρέπει λοιπόν να δημιουργήσουμε εικόνες που έχουμε απορρίψει τα εικονοστοιχεία που ανήκουν αντίστοιχα στα σκοτεινά ή φωτεινά

νημάτια. Θα πρέπει να σημειώσουμε εδώ ότι όπως θα δούμε παρακάτω, οι εικόνες δεν θα χωριστούν σε δύο τμήματα απλά κρατώντας στην μία τα λαμπρά νημάτια και το υπόλοιπο ως τα σκοτεινά αλλά βασισμένοι στην αρχική εικόνα θα απορρίπτουμε τα εικονοστοιχεία που αντιστοιχούν στα περισσότερα φωτεινά ή σκοτεινά αντίστοιχα νημάτια. Συνεπώς, κάθε τμήμα θα περιέχει πιθανά έναν αριθμό νηματίων τα οποία δεν μπορούν να καταταγούν στις δύο κατηγορίες απόλυτα.

Σχήμα 5-1 Η εικόνα (α) δείχνει ένα χάρτη έντασης της περιοχής μιας κηλίδας (ο οποίος έχει προκύψει από το άθροισμα των χαρτών έντασης στις πτέρυγες της γραμμής παρατήρησης). Η εικόνα (b) δείχνει την ίδια εικόνα η οποία έχει υποστεί τη διαδικασία ενίσχυσης βασισμένη στον *à trous* μετασχηματισμό wavelet. Η εικόνα (c) είναι μία δυαδική (binary) στην οποία έχουν τιμή 0 τα pixels που αντιστοιχούν στα σκοτεινά νηματίδια και τα υπόλοιπα έχουν τιμή 1. Αντίστοιχα στην εικόνα (d) έχουν τιμή 0 τα pixels που αντιστοιχούν στα λαμπρά νηματίδια.

Σαν πρωτότυπη εικόνα θεωρήσαμε την εικόνα έντασης που προκύπτει από το άθροισμα δύο εικόνων στις αντίθετες πτέρυγες (σχ. 5-1α). Στη συνέχεια εφαρμόσαμε σε αυτήν την εικόνα τον μετασχηματισμό $\hat{a}$ trous όπως χρησιμοποιήθηκε στα προηγούμενα κεφάλαια, δηλαδή χρησιμοποιώντας ως μητρική την B_3 -spline και με ανάλυση των συχνοτήτων της εικόνας σε πέντε επίπεδα. Γνωρίζουμε αφενός ότι η εφαρμογή του συγκεκριμένου αλγορίθμου σε μια εικόνα δίνει σαν αποτέλεσμα ένα σύνολο συντελεστών σε κάθε επίπεδο ανάλυσης, γνωστό και ως επίπεδο κυματιδίων (wavelet plane), το οποίο αποτελείται από τον ίδιο αριθμό εικονοστοιχείων με την πρωτότυπη εικόνα και αφετέρου ότι το πρώτο επίπεδο περιέχει τις υψηλές συχνότητες ενώ το τελευταίο τις χαμηλότερες.

Προκειμένου να εφαρμόσουμε τεχνική τμηματοποίησης φροντίσαμε να ενισχύσουμε την αρχική εικόνα. Αθροίζοντας τα τρία πρώτα επίπεδα κυματιδίων δημιουργήσαμε μια πιο έντονη εικόνα ενώ αθροίζοντας τα υπόλοιπα δημιουργήθηκε μια πιο «λεία» (smoothed) εικόνα. Την τελευταία φροντίσαμε να εξομαλυνθεί ακόμα περισσότερο εφαρμόζοντας ένα boxcar mean φίλτρο. Τέλος από την έντονη εικόνα αφαιρέσαμε την «λεία» επιτυγχάνοντας μεγαλύτερη ενίσχυση (σχ. 5-1b). Η τελική εικόνα είναι φανερά ενισχυμένη αλλά δεν ήταν ακριβώς αυτό στο οποίο στοχεύαμε: η όλη διαδικασία αποσκοπεί στο να επιτύχουμε την κατάλληλη ενίσχυση ώστε να υπάρχουν τέτοιες διαφορές αντίθεσης στην εικόνα που να μπορούν να διαχωριστούν τα λαμπρά από τα σκοτεινά νημάτια. Έτσι εμπειρικά πια βρίσκουμε μία τιμή κατωφλίου ώστε να δημιουργήσουμε μια δυαδική μάσκα θέτοντας τις τιμές των εικονοστοιχείων που είναι μεγαλύτερες (ή μικρότερες αντίστοιχα) από την τιμή κατωφλίου 0 και τις υπόλοιπες 1. Το αποτέλεσμα για την εικόνα παράδειγμα που παρουσιάζεται στο σχήμα 5-1α φαίνεται στις εικόνες 5-1c και 5-1d. Στην 5-1c, τα εικονοστοιχεία που αντιστοιχούν στα σκοτεινά νημάτια έχουν πάρει την τιμή 0 ενώ τα υπόλοιπα την τιμή 1. Στην εικόνα 5-1d έχει συμβεί το αντίστροφο δηλαδή τιμή 0 έχουν τα εικονοστοιχεία που αντιστοιχούν στα φωτεινά νημάτια.

Τώρα πια είναι κατανοητό αυτό που αναφέρθηκε εξ αρχής ότι η εικόνα δεν χωρίζεται σε δύο κομμάτια αλλά απορρίπτουμε μόνο τα εικονοστοιχεία που αντιστοιχούν στους πιο έντονους σχηματισμούς δηλαδή στα περισσότερο φωτεινά ή σκοτεινά αντίστοιχα νημάτια. Επιπλέον τώρα αφού εντοπίστηκαν χωρικά οι τοξοειδείς δομές, τα κανάλια ροής πλάσματος, στην παρασκιά και

υπερπαρασκιά των κηλίδων μπορεί να γίνει μια πιο διεξοδική και ακριβής μελέτη σε σχέση με την ροή Evershed.

Θα πρέπει επίσης να διευκρινιστεί ότι μπορεί μεν εδώ για ευνόητους λόγους να παρουσιάζεται ενδεικτικά μία εικόνα αλλά η όλη επεξεργασία αφορά σειρά εικόνων χρονική ή/και σε διαφορετικά μήκη κύματος παρατήρησης. Αυτό σημαίνει ότι ο εντοπισμός των συγκεκριμένων δομών μας επιτρέπει να τις μελετήσουμε χωρικά και χρονικά. Στην επόμενη παράγραφο θα δούμε συνοπτικά πώς οι παραπάνω τεχνικές επεξεργασίας εικόνων βοηθούν στο να δοθούν απαντήσεις σε ερωτήματα που απασχολούν τους ερευνητές που ασχολούνται με την επιφάνεια του Ήλιου.

5.1.3 Εφαρμογή στην μελέτη της ροής Evershed

Με τη απομόνωση των σκοτεινών και φωτεινών νηματίων μας παρέχεται η δυνατότητα ανεξάρτητης μελέτης της ταχύτητας του πλάσματος που ρέει μέσα σε αυτά. Επιπλέον μπορούμε να δούμε τις δομές αυτές μορφολογικά πώς διαφοροποιούνται σε διαφορετικά ύψη της ηλιακής ατμόσφαιρας. Τέλος βέβαια μπορεί να γίνει ένας καλύτερος έλεγχος σε σχέση με την χρονική εξέλιξη αυτών των δομών και να διαπιστώσουμε πόσο δυναμικές είναι οι ίδιες αλλά και τα φαινόμενα που σχετίζονται με αυτές.

Για παράδειγμα εφαρμόστηκε αυτή η τεχνική στη μελέτη της χρωμοσφαιρικής ροής Evershed σε φιλτρογραφήματα τα οποία ελήφθησαν σε εννέα διαφορετικά μήκη κύματος κατά μήκος της γραμμής H α (βλ. δημοσεύσεις [2]). Σε αυτό το άρθρο οι συγγραφείς βρήκαν ότι στα πιο σκοτεινά νημάτια η ταχύτητα ροής είναι σημαντικά μεγαλύτερη της μέσης χρωμοσφαιρικής ροής Evershed. Επιπλέον με τη δουλειά τους φαίνεται να ενισχύεται η άποψη ότι η ταχύτητα ροής των διαφόρων νηματίων είναι διαφορετική για τα διαφορετικού είδους νημάτια και πιθανά να είναι και χρονικά εξαρτώμενη.

Η ταχύτητα της αντίστροφης ροής Evershed ελαττώνεται συστηματικά στα χαμηλότερα χρωμοσφαιρικά ύψη και το μέγιστό της μετατοπίζεται προς το εσωτερικό όριο της παρασκιάς.

5.2 Προσδιορισμός μικρών λαμπρών σχηματισμών (Ellerman Bombs)

Στην ηλιακή επιφάνεια υπάρχει μια πληθώρα σχηματισμών φωτεινών και σκοτεινών, μεγάλων και μικρών οι οποίοι βρίσκονται βυθισμένοι μέσα σ' αυτήν. Από την συστηματική τους παρατήρηση μπορούμε να πούμε ανάμεσα σε ποιους υπάρχει πιθανή συσχέτιση. Όπως είδαμε και στις προηγούμενες παραγράφους είναι σημαντικό οι σχηματισμοί αυτοί να μπορούν να απομονώνονται επιτυχώς, να ορίζονται με σαφήνεια το μέγεθος και η μορφολογία τους ώστε να μπορεί να αποδοθεί η καλύτερη δυνατή ερμηνεία της ύπαρξής τους από τους ειδικούς επιστήμονες. Σε αυτήν την ενότητα θα ασχοληθούμε με την ενίσχυση και ταυτοποίηση μικρών λαμπρών σχηματισμών.

5.2.1 Απομόνωση των σχηματισμών με κλασσικές μεθόδους

Οι βόμβες Ellerman (Ellerman bombs ή moustaches) είναι μικροί λαμπροί σχηματισμοί, της τάξης μεγέθους του 1 arcsec, οι οποίοι εμφανίζονται στις ενεργές περιοχές του Ήλιου κατά προτίμηση γύρω από τις κηλίδες και κάτω από τα συστήματα τοξοειδών νημάτων (AFS) (σχ.5-2a). Ο χρόνος ζωής τους κυμαίνεται ανάμεσα στα 12 με 15 λεπτά και έχουν την τάση να ξαναεμφανίζονται στα ίδια σημεία. Αναγνωρίζονται και παρατηρούνται πιο καλά στις πτέρυγες της γραμμής H α και συσχετίζονται με λαμπρές δομές της φωτόσφαιρας. Η φύση τους είναι ένα ακόμα ανοιχτό πρόβλημα της ηλιακής φυσικής. Θα βοηθούσε σημαντικά στην διερεύνησή της ο προσδιορισμός του μαγνητικού τους πεδίου και οι κινήσεις μάζας τους. Για να επιτευχθεί η καλύτερη δυνατή διερεύνηση και μελέτη θα πρέπει να μπορούμε να απομονώσουμε τους συγκεκριμένους σχηματισμούς από το περιβάλλον τους.

Οι σχηματισμοί αυτοί μπορούν να περιγραφούν απλά ως λαμπρές κουκίδες. Το πρόβλημα λοιπόν που έχουμε μπορεί θεωρητικά να λυθεί με κλασσική αντιμετώπιση. Αρχικά θα ενισχύσουμε την αντίθεση των συγκεκριμένων σχηματισμών και στην συνέχεια θα εφαρμόσουμε την τεχνική κατωφλίου για να τους διαχωρίσουμε από το περιβάλλον τους.

Μια κλασσική διαδικασία ενίσχυσης είναι να υπολογίσουμε ουσιαστικά μια εικόνα υποβάθρου και στην συνέχεια να την αφαιρέσουμε από

Σχήμα 5-2 Εικόνα κηλίδας από τις παρατηρήσεις που έγιναν 15-8-1997 από το τηλεσκόπιο DST του NSO στο Sacramento Peak των ΗΠΑ, στην γραμμή H α -0.75 Å. (a) η αρχική εικόνα, (b) η ίδια εικόνα από την οποία έχουν διαχωριστεί οι βόμβες Ellerman χρησιμοποιώντας μια κλασσική μέθοδο, (c) ομοίως τμηματοποιημένη εικόνα για τους ίδιους σχηματισμούς αλλά με μία μέθοδο βασισμένη στον μετασχηματισμό κυματιδίων.

την πρωτότυπη. Ως εικόνα υποβάθρου για κάθε εικόνα χρησιμοποιήθηκε μια πιο «λεία» (smoothed) εικόνα της αρχικής.

Για κάθε εικόνα υπολογίσαμε την αντίστοιχή της πιο ενισχυμένη αφαιρώντας την εικόνα υποβάθρου που δημιουργήσαμε από την πρωτότυπη. Στη συνέχεια η ενισχυμένη εικόνα χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό μιας δυαδικής μάσκας. Βρέθηκε δηλαδή μία τιμή κατωφλίου πάνω από την οποία

οι τιμές των εικονοστοιχείων εξισώθηκαν με την μονάδα ενώ οι υπόλοιπες πήραν την τιμή μηδέν. Η αρχική εικόνα πολλαπλασιάστηκε με την μάσκα με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί μια τμηματοποιημένη εικόνα όπου οι σχηματισμοί που μας ενδιαφέρουν διατηρούν την πρωτότυπη έντασή τους και το υπόβαθρο έχει μηδενική τιμή (σχ. 5-2b). Βέβαια στο τέλος της διαδικασίας η τμηματοποιημένη εικόνα συγκρίνεται με την αρχική ώστε να διαπιστωθεί αν πράγματι έχουν επιλεγεί μόνο οι συγκεκριμένοι σχηματισμοί καθώς και αν έχουν παραληφθεί ορισμένοι από αυτούς.

5.2.2 Ενίσχυση με τον *à trous*.

Δεδομένου ότι το τελικό βήμα της διαδικασίας δηλαδή αυτό της δημιουργίας της μάσκας, παραμένει το ίδιο θα πρέπει να βρεθεί καλύτερος τρόπος ενίσχυσης των σχηματισμών της αρχικής εικόνας. Θα πρέπει δηλαδή να δοθεί έμφαση στην ενίσχυση της αντίθεσης των σχηματισμών με το υπόβαθρο. Επιπλέον θα πρέπει να γίνουν πιο σαφή τα όρια τους για να μπορέσουν να εξαχθούν οι σχηματισμοί από το περιβάλλον τους.

Φυσικό επακόλουθο της επιτυχούς εφαρμογής του μετασχηματισμού *à trous* στην ενίσχυση εικόνων της επιφάνειας του Ήλιου, όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, ήταν να τον δοκιμάσουμε και σε αυτού του είδους τα δεδομένα διατηρώντας τις ίδιες παραμέτρους του αλγορίθμου.

Πράγματι όπως μπορεί κανείς να διαπιστώσει και στο σχήμα 5-3 στις υψηλές συχνότητες, δηλαδή στα δύο πρώτα επίπεδα ανάλυσης του μετασχηματισμού οι βόμβες Ellerman είναι ευδιάκριτες. Στο πρώτο επίπεδο μάλιστα παρουσιάζονται με ανάγλυφη μορφολογία. Μία άλλη διαφοροποίηση της ανάλυσης της συγκεκριμένης ακολουθίας εικόνων είναι ότι σαν εικόνα υποβάθρου δεν χρησιμοποιήθηκε το πέμπτο επίπεδο αλλά το τέταρτο.

Αντί λοιπόν να ενισχύσουμε με κάποιο τρόπο την αρχική, πρωτότυπη εικόνα, δημιουργήσαμε μία νέα εικόνα η οποία προέκυψε από το άθροισμα των δύο επιπέδων των μετασχηματισμού πρώτο και δεύτερο. Με άλλα λόγια κρατήσαμε τις υψηλές συχνότητες τις κάθε εικόνας. Την νέα αυτή εικόνα την ενισχύσαμε επιπλέον διαιρώντας την με το επίπεδο που θεωρήσαμε ως εικόνα υποβάθρου, δηλαδή το τέταρτο επίπεδο.

Σχήμα 5-3 Το πρώτο και το δεύτερο επίπεδο, όπως αυτά προκύπτουν από την εφαρμογή του μετασχηματισμού των κυματιδίων της προηγούμενης φωτογραφίας της κηλίδας.

Η τμηματοποίηση της καινούργιας εικόνας γίνεται πάλι με τον ίδιο τρόπο: επιλέγουμε εμπειρικά μία τιμή κατωφλίου και οι τιμές που την υπερβαίνουν αντικαθίστανται με την μονάδα ενός οι υπόλοιπες μηδενίζονται. Η δυαδική μάσκα που δημιουργήθηκε πολλαπλασιάζεται με τις αρχικές εικόνες με αποτέλεσμα να έχουμε την δημιουργία τμηματοποιημένων εικόνων οι οποίες περιέχουν μόνο τους συγκεκριμένους σχηματισμούς με τις πραγματικές τιμές έντασης (σχ. 5-2c).

Τώρα πια έχοντας σαφώς απομονωθεί από το περιβάλλον τους μπορούν να μελετηθούν ευκολότερα, αρχικά ως προς την μορφολογία τους και στη συνέχεια ως προς την αιτία δημιουργίας τους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ ΚΥΜΑΤΙΔΙΩΝ ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ

6.1 Μελέτη χρονικών σειρών

Στα προηγούμενα κεφάλαια περιγράφηκε η επεξεργασία εικόνων από τον Ήλιο με τη χρήση κυματιδίων με σκοπό κυρίως την ενίσχυση των εικόνων ώστε να μας αποκαλύψουν τα μυστικά τους οι λεπτές δομές της ηλιακής ατμόσφαιρας. Τα κυματίδια όμως, γνωστά ως μαθηματικά εργαλεία, επιτρέπουν την ανάλυση και χρονικών ακολουθιών. Αποτελούν βέβαια ένα σχετικά νέο τρόπο ανάλυσης τέτοιου είδους.

Η αποσύνθεση μιας χρονικής σειράς στο χώρο χρόνου-συχνότητας οδηγεί στον προσδιορισμό τόσο του επικρατέστερου τρόπου μεταβολής όσο και στο πώς αυτοί οι τρόποι μεταβάλλονται με το χρόνο. Επωφελούμενοι από αυτή την ιδιότητα της ανάλυσης κυματιδίων, εξετάζουμε την χρονική μεταβολή της περιόδου των ταλαντώσεων της σκιάς κηλίδων. Πριν όμως επικεντρωθούμε στην μελέτη του συγκεκριμένου φαινομένου θα πρέπει να

προηγηθούν η δημιουργία του σήματος, η επιλογή του μετασχηματισμού αλλά και η επιλογή της κατάλληλης μητρικής συνάρτησης.

Αρχικά θα δούμε τον τρόπο δημιουργίας του μονοδιάστατου χρονικά μεταβαλλόμενου σήματος. Θα προσπαθήσουμε να το ενισχύσουμε ώστε να έχουμε ένα περιβάλλον με λιγότερο θόρυβο. Θα επιλέξουμε στην συνέχεια τον μετασχηματισμό που θα χρησιμοποιήσουμε αλλά και τον κατάλληλο αλγόριθμο για την υλοποίησή του. Αυτό το πραγματικό σήμα που δημιουργείται το χρησιμοποιούμε για να δοκιμάσουμε τις δυνατότητες διαφορετικών κυματιδίων και να δούμε τα προβλήματα που τυχόν προκύπτουν αναλύοντας ένα τέτοιο σήμα.

Σχήμα 6-1 Εικόνα μίας κηλίδας όπου έχουν προσδιοριστεί τα όρια της σκιάς και της παρασκιάς με μια τεχνική ιστογράμματος.

6.2 Δημιουργία σήματος

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήσαμε για να δημιουργηθεί ένα χαρακτηριστικό σήμα δοκιμής αφορούσαν τις παρατηρήσεις μιας κηλίδας στις 14-10-2000 από το Big Bear Solar Observatory (BBSO). Αυτά τα δεδομένα αποτελούνται από 1024 εικόνες έντασης, με βάθος bit 16 και με μέγεθος 300x300 pixels. Η χρονική απόσταση διαδοχικών εικόνων είναι 20.3 δευτερόλεπτα και η συνολική διάρκεια είναι 5.8 ώρες.

Οι αρχικές (raw) εικόνες υπέστησαν κατάλληλη επεξεργασία σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στο τρίτο κεφάλαιο. Έγινε διόρθωση για ρεύμα σκότους (dark current) και για flat field ενώ επίσης έγινε προσεκτικό «κεντράρισμα» (alignment). Τέλος οι εικόνες κανονικοποιήθηκαν υπολογίζοντας την μέση ένταση μιας αρκετά μεγάλης περιοχής της ήσυχης χρωμόσφαιρας/ φωτόσφαιρας μακριά από την γειτονιά της κηλίδας.

Αν διαλέξουμε ένα pixel από μια εικόνα τότε έχουμε πια να χειριστούμε ένα μονοδιάστατο διακριτό σήμα με 1024 δείγματα και ρυθμό δειγματοληψίας 20.3s. Δεδομένου ότι θέλουμε να μελετήσουμε το σήμα που προέρχεται από όλη την σκιά μιας κηλίδας, θα πρέπει να διαλέξουμε ένα αντιπροσωπευτικό σημείο μέσα στη σκιά. Όμως, λόγω της σύνθετης δομής της σκιάς, δεν είναι εφικτό να διαλέξουμε πράγματι ένα αντιπροσωπευτικό σημείο. Για να ξεπεράσουμε αυτό το πρόβλημα και επιπλέον για να εμποδίσουμε την εμφάνιση θορύβου από τυχαίες πηγές, χρησιμοποιήσαμε τις μέσες τιμές έντασης για την περιοχή της σκιάς.

Εδώ λοιπόν θα πρέπει να θυμηθούμε ότι τα κύρια περιγραφικά χαρακτηριστικά μιας κηλίδας είναι η κεντρική σκοτεινή περιοχή της, η σκιά, και ένα περιβάλλον ομόκεντρο δακτυλίδι λιγότερο σκοτεινό, η παρασκιά. Το πρώτο βήμα συνεπώς για τον υπολογισμό της κάθε μέσης τιμής έντασης είναι να προσδιορίσουμε τα ακριβή όρια της σκιάς.

Η διαδικασία που ακολουθήσαμε ήταν να αθροίσουμε τις 1024 εικόνες και να υπολογίσουμε τον μέσο όρο των εικόνων. Στην συνέχεια χρησιμοποιήσαμε μια τεχνική τμηματοποίησης βασισμένη στην μέθοδο του ιστογράμματος, όπου θέτοντας μία κατάλληλη τιμή κατωφλίου προσδιορίζουμε το όριο της σκιάς ή/και της παρασκιάς (σχ. 6-1). Ο προσδιορισμός του ορίου της σκιάς είναι απαραίτητος ώστε να δημιουργήσουμε μία δυαδική μάσκα όπου η περιοχή της σκιάς περιέχει μονάδες ενώ η υπόλοιπη εικόνα έχει μηδενικά. Η μάσκα αυτή ακολούθως πολλαπλασιάζεται με κάθε εικόνα και υπολογίζουμε τον μέσο όρο των τιμών έντασης από τα μη μηδενικά pixels της κάθε εικόνας. Τελικά παίρνουμε ένα σήμα με 1024 δείγματα και συχνότητα Nyquist 24.3 mHz το οποίο φαίνεται στο σχήμα 6-2 και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για περαιτέρω ανάλυση. Αυτό ακριβώς το μονοδιάστατο σήμα θα χρησιμοποιήσουμε στην συνέχεια ως δοκιμαστικό σήμα.

Δημιουργήσαμε δηλαδή μια χρονική σειρά ή με άλλα λόγια μια σειριακή συλλογή δεδομένων-παρατηρήσεων με δείκτη τον χρόνο. Τα παρατηρούμενα δεδομένα είναι συνεχή και καταγράφονται ως ένα διακριτό και ορισμένο σύνολο ίσης χρονικής απόστασης σημείων.

Σχήμα 6-2 Το αρχικό σήμα με διάρκεια 5.7 ωρών και με συχνότητα Nyquist 24.3 mHz. Η μαύρη συνεχής γραμμή είναι το trend του σήματος όπως υπολογίστηκε με τη βοήθεια του αλγορίθμου *à trous*.

6.3 Εφαρμογή του *à trous* για το *detrending*

Όταν κάποιος ασχολείται με ορισμένου μήκους και διακριτού χρόνου ακολουθίες με σταθερό ρυθμό δειγματοληψίας έχει σύμφωνα με την θεωρία να αντιμετωπίσει τέσσερις βασικές συνιστώσες:

- ένα trend ή μεγάλης διάρκειας κίνηση
- μία κυκλική διακύμανση γύρω από το trend
- μία εποχική επίδραση (pronounced seasonal effect)
- ένα υπόλοιπο, μία ακανόνιστη ή τυχαία επίδραση

Αθροιστικά όλα τα παραπάνω καθιστούν την ανάλυση μιας χρονικής ακολουθίας μια πραγματική πρόκληση.

Το δοκιμαστικό σήμα που δημιουργήσαμε ανήκει σε αυτήν την κατηγορία χρονικών ακολουθιών. Το πρώτο βήμα, άρα και το πρώτο πρόβλημα που καλούμαστε να αντιμετωπίσουμε είναι ο υπολογισμός και η αφαίρεση του trend από το σήμα μας (*detrending*). Η συγκεκριμένη διεργασία είναι απαραίτητη για να εξαλείψουμε από το σήμα μας τις μακροπρόθεσμες μεταβολές της έντασης και για να εξαλειφθούν επιπλέον οι χαμηλής συχνότητας ταλαντώσεις του υποβάθρου. Είναι μια διεργασία στην οποία υποβάλλεται το σήμα ώστε να ενισχυθούν οι ταλαντώσεις και να μειωθεί ο θόρυβος που υπάρχει σε αυτό.

Μία κλασσική μέθοδος υπολογισμού του trend είναι ο τρέχων μέσος όρος (running moving average). Αυτήν λοιπόν την μέθοδο χρησιμοποιήσαμε αρχικά για να διαπιστώσουμε ότι είναι ακατάλληλη για την περίπτωση μας αφού το αποτέλεσμα της δεν ήταν ικανοποιητικό. Συγκεκριμένα υπολογίζαμε τον τρέχοντα μέσο όρο κάθε δείγματος του σήματος χρησιμοποιώντας τα 25 γειτονικά του δείγματα. Ο αριθμός των δειγμάτων που χρησιμοποιούσαμε σαφώς και δεν ήταν τυχαίος. Μετά από πολλές δοκιμές είχαμε καταλήξει στο συμπέρασμα ότι καλύτερη ενίσχυση επιτυγχάνεται όταν ο αριθμός των δειγμάτων που χρησιμοποιούμε είναι περίπου δύο με τρεις φορές μεγαλύτερος της περιόδου των φαινομένων που θέλουμε να μελετήσουμε. Παρόλα αυτά στην συγκεκριμένη περίπτωση το trend του σήματος που προέκυπτε δεν ήταν καθόλου ομαλό και είχε πολλές διακυμάνσεις με αποτέλεσμα να εισάγει χαμηλές συχνότητες στο σήμα.

Μετά από πολλές δοκιμές αποφασίσαμε να δοκιμάσουμε τον μετασχηματισμό κυματιδίων που είχαμε χρησιμοποιήσει στην επεξεργασία των εικόνων τόσο για την ενίσχυση όσο και για την εξαγωγή των χαρακτηριστικών δομών που υπήρχαν σε αυτές. Ο *à trous* είδαμε ότι παρέχει μια ανάλυση η οποία είναι ανεξάρτητη του υποβάθρου και ότι είναι μια εναλλακτική προσέγγιση του διακριτού μετασχηματισμού κυματιδίων. Είναι όμοιος με ένα γρήγορο και δισορθογώνιο μετασχηματισμό κυματιδίων χωρίς υποδειγματοληψία [49].

Η μητρική συνάρτηση για τη δημιουργία των κυματιδίων που χρησιμοποιήθηκε ήταν η B_3 -spline, η οποία υλοποιήθηκε με τη μορφή του διακριτού φίλτρου: $[1/16, 1/4, 3/8, 1/4, 1/16]$. Σε κάθε κλίμακα, οι συνιστώσες του κυματιδίου υπολογίζονται από τη διαφορά δύο διαδοχικών προσεγγίσεων και το πλήθος τους είναι το ίδιο με τα δείγματα του σήματος. Στο τέλος προκύπτει και ένας τελευταίος πίνακας, το υπόλοιπο [51]. Η ανακατασκευή του σήματος μπορεί να γίνει πολύ εύκολα αθροίζοντας απλά όλα τα επίπεδα και φυσικά το υπόλοιπο χωρίς να έχουμε καμία απώλεια πληροφορίας.

Αυτός ο αλγόριθμος υλοποιήθηκε και εφαρμόστηκε χρησιμοποιώντας πέντε επίπεδα ανάλυσης και τα αποτελέσματα του χρησιμοποιήθηκαν στον υπολογισμό του trend του σήματος καθώς επίσης και στην δημιουργία ενός φιλτραρισμένου σήματος ώστε να ενισχυθούν οι συχνότητες των ταλαντώσεων που ψάχνουμε. Η καμπύλη trend που μας έδωσε σαν

αποτελεσμα είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα 6-2 με την μαύρη συνεχή γραμμή σχεδιασμένη πάνω στο σήμα και η οποία δεν είναι τίποτε άλλο παρά αυτό που αποκαλέσαμε παραπάνω το υπόλοιπο του μετασχηματισμού. Η προσέγγιση που προέκυψε είναι εμφανώς καλή, προσφέροντας μας μια αποτελεσματική ενίσχυση στο σήμα μας. Έτσι το σήμα είναι πλέον έτοιμο να μας δώσει τις πληροφορίες που περιέχει, αν βέβαια καταφέρουμε να το αποκρυπτογραφήσουμε. Γι' αυτόν ακριβώς τον σκοπό χρησιμοποιήσαμε τον συνεχή μετασχηματισμό κυματιδίων.

6.4 Ο CWT στον υπολογισμό των φασμάτων

Στόχος μας είναι να δουλέψουμε και να αναλύσουμε πραγματικά σήματα από τον Ήλιο. Θα πρέπει λοιπόν να είμαστε όσο το δυνατόν πιο σίγουροι για την μέθοδο επεξεργασίας και ανάλυσης των δεδομένων μας ώστε να μην προκύψουν λανθασμένα συμπεράσματα.

Ο μετασχηματισμός κυματιδίων είναι αναμφισβήτητα ένα δυναμικό εργαλείο λόγω της ικανότητάς του να εξάγει πληροφορίες από ένα μη στάσιμο σήμα. Είναι επίσης γνωστό ότι για να επιτευχθεί ακριβής ανάλυση μιας χρονικής ακολουθίας θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί ο συνεχής μετασχηματισμός κυματιδίων και μάλιστα στην διακριτή του μορφή και όχι ο διακριτός μετασχηματισμός. Ο συνεχής μετασχηματισμός κυματιδίων επιτρέπει μια καθαρότερη αναπαράσταση του σήματος [2].

Ένα σημαντικό σημείο στην ανάλυση κυματιδίων είναι η κατάλληλη επιλογή της μητρικής συνάρτησης ειδικά όταν έχουμε να αντιμετωπίσουμε σήματα του πραγματικού κόσμου. Επιπλέον, θα πρέπει να είμαστε πολύ πιο προσεκτικοί όταν τα αποτελέσματα της ανάλυσης θα αποτελέσουν τη βάση για την επεξήγηση φυσικών φαινομένων όπως στην περίπτωση μας.

6.4.1 Συνεχής Μετασχηματισμός κυματιδίων

Ο υπολογισμός του συνεχούς μετασχηματισμού κυματιδίων μπορεί να γίνει με τον συνήθη τρόπο όπως αναφέρθηκε στο δεύτερο κεφάλαιο. Ο συνεχής μετασχηματισμός μιας διακριτής ακολουθίας x_n ορίζεται ως η συνέλιξη της x_n με μια έκδοση της συνάρτησης κυματιδίου $\psi_0(n)$ η οποία έχει υποστεί κλιμάκωση και μετάθεση:

$$W_n(s) = \sum_{n'=0}^{N-1} x_{n'} \psi^* \left[\frac{(n'-n)\delta t}{s} \right] \quad (6.1)$$

όπου ο αστερίσκος συμβολίζει το μιγαδικό συζυγές, s είναι η κλίμακα και n ένας δείκτης χρόνου. Για να προσεγγίσουμε τον συνεχή μετασχηματισμό κυματιδίων η συνέλιξη θα πρέπει να γίνει N φορές για κάθε κλίμακα, όπου N είναι ο αριθμός των δειγμάτων στην χρονική ακολουθία [21].

Με την επιλογή N δειγμάτων, το θεώρημα της συνέλιξης είναι αυτό που μας επιτρέπει να κάνουμε ταυτόχρονα όλες τις N συνέλιξεις στον χώρο Fourier χρησιμοποιώντας τον διακριτό μετασχηματισμό Fourier (DFT). Σύμφωνα λοιπόν με αυτό ο μετασχηματισμός κυματιδίου είναι ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier του γινομένου:

$$W_n(s) = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{x}_k \hat{\psi}^*(s\omega_k) e^{i\omega_k n \delta t} \quad (6.2)$$

όπου $\hat{x}_k$ ο DFT της x_n και η γωνιακή συχνότητα ορίζεται ως:

$$\omega_k = \begin{cases} \frac{2\pi k}{N\delta t} & , \quad k \leq \frac{N}{2} \\ -\frac{2\pi k}{N\delta t} & , \quad k > \frac{N}{2} \end{cases}$$

Χρησιμοποιώντας την παραπάνω σχέση και μία κλασσική ρουτίνα για τον μετασχηματισμό Fourier, μπορεί να υπολογιστεί ο συνεχής μετασχηματισμός κυματιδίων (για δεδομένη κλίμακα s) και για όλα τα n ταυτόχρονα και αποδοτικά.

Για να εξασφαλίσουμε ότι οι παραπάνω μετασχηματισμοί είναι απευθείας συγκρίσιμοι μεταξύ τους σε κάθε κλίμακα καθώς και με μετασχηματισμούς άλλων χρονικών ακολουθιών, η συνάρτηση κυματιδίου σε κάθε κλίμακα κανονικοποιείται ώστε να έχει ενέργεια ίση με μονάδα:

$$\hat{\psi}(s\omega_k) = \left(\frac{2\pi s}{\delta t} \right)^{1/2} \hat{\psi}_0(s\omega_k) \quad (6.3)$$

Παραδείγματα διαφορετικών συναρτήσεων κυματιδίων δίνονται στον πίνακα 6-1 και απεικονίζονται στο σχήμα 6-3. Κάθε συνάρτηση $\hat{\psi}_0$ σε αυτόν τον πίνακα έχει κανονικοποιηθεί, δηλαδή υπακούει στην:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{\psi}_0(\omega')|^2 d\omega' = 1$$

Τέλος ορίζουμε το φάσμα ισχύος κυματιδίων (wavelet power spectrum) ως $|W_n(s)|^2$, όπου $W_n(s)$ ο μετασχηματισμός ο οποίος μπορεί να είναι μιγαδικός ή πραγματικός ανάλογα με την μητρική συνάρτηση.

Σχήμα 6-3 Τέσσερις διαφορετικές βάσεις κυματιδίων. Τα διαγράμματα στα αριστερά δείχνουν το πραγματικό μέρος (συνεχής γραμμή) και το φανταστικό μέρος (διακεκομμένη γραμμή) των κυματιδίων στον χρόνο. Τα διαγράμματα στα δεξιά δείχνουν τα αντίστοιχα κυματίδια στον χώρο των συχνοτήτων. Για λόγους παρουσίασης, η κλίμακα έχει επιλεγεί να είναι $s=10\delta t$. (α) Morlet, (b) Paul ($m=4$), (c) Mexican hat (DOG $m=2$) και (d) DOG ($m=6$).

Επίσης ορίζεται ένα άλλο φάσμα κυματιδίων που αποτελεί τον μέσο όρο των τοπικών φασμάτων και ονομάζεται ολικό φάσμα κυματιδίων (global wavelet spectrum).

$$\overline{W}(s) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |W_n(s)|^2 \quad (6.4)$$

Ο Percival (1995) [41] έδειξε ότι το ολικό φάσμα κυματιδίου παρέχει μια αρκετά καλή και συνεπή εκτίμηση του πραγματικού φάσματος ισχύος μιας χρονικής ακολουθίας. Όμως δεν είναι κατάλληλο για τον προσδιορισμό των σχετικών μεγεθών των κορυφών που εμφανίζονται σε αυτό.

6.4.2 Συναρτήσεις κυματιδίων

Πριν προχωρήσουμε στην υλοποίηση του μετασχηματισμού θα πρέπει να επιλέξουμε την μητρική συνάρτηση. Στην επιλογή της θα πρέπει να ληφθούν υπ' όψιν πολλοί παράγοντες όπως θα δούμε στη συνέχεια. Τα δεδομένα παίζουν βασικό ρόλο σε αυτήν την επιλογή.

Η ανάλυση κυματιδίων μπορεί να είναι ορθογώνια ή μη. Η ορθογώνια ανάλυση κυματιδίων μας δίνει την πιο συμπαγή αναπαράσταση σήματος. Ο αριθμός των συνελίζεων είναι ανάλογος του εύρους του κυματιδίου στην συγκεκριμένη κλίμακα. Το αποτέλεσμα είναι το φάσμα να περιέχει διακριτά κομμάτια (blocks) δύναμης κυματιδίων. Από την άλλη μεριά όταν ασχολούμαστε με χρονικές ακολουθίες μία μη περιοδική μετατόπιση στην χρονική ακολουθία παράγει ένα διαφορετικό φάσμα κυματιδίων. Έτσι η πλεονάζουσα πληροφορία που προκύπτει από την χρήση της μη ορθογώνιας ανάλυσης είναι πολύ χρήσιμη στην ανάλυση χρονικών ακολουθιών. Επιπλέον η χρήση ορθογώνιας βάσης συνεπάγεται και την χρήση του διακριτού μετασχηματισμού κυματιδίων ενώ η μη ορθογώνια ανάλυση μπορεί να εφαρμοστεί είτε στον διακριτό μετασχηματισμό είτε στον συνεχή [15].

Οι συναρτήσεις κυματιδίων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν μπορεί να είναι είτε πραγματικές είτε μιγαδικές. Μία μιγαδική συνάρτηση κυματιδίων μπορεί να μας δώσει πληροφορίες για το πλάτος αλλά και την φάση και προσαρμόζεται καλύτερα αν θέλουμε να δούμε ταλαντωτική συμπεριφορά. Από την άλλη μεριά μία πραγματική συνάρτηση κυματιδίου δίνει μόνο μία συνιστώσα και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να απομονώσουμε κορυφές και ασυνέχειες.

Γενικότερα η συνάρτηση κυματιδίων θα πρέπει να αντανakλά το είδος των χαρακτηριστικών που παρουσιάζονται στη χρονική ακολουθία. Αν ενδιαφερόμαστε όμως αποκλειστικά για τα φάσματα ισχύος που προκύπτουν τότε η επιλογή της συνάρτησης δεν είναι αυτό ακριβώς που θα λέγαμε

κρίσιμη, μιας και οποιαδήποτε συνάρτηση δίνει τα ίδια ποιοτικά πάντα αποτελέσματα. Στην συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε τρεις διαφορετικές συναρτήσεις κυματιδίων: τα κυματίδια Morlet και Paul, τα οποία είναι μιγαδικά και το κυματίδιο Derivative of Gaussian (DoG) το οποίο είναι πραγματικό. Και τα τρία αυτά κυματίδια φαίνονται στο σχήμα 6-3 τόσο στο χρονικό πεδίο όσο και στο πεδίο των συχνοτήτων ενώ οι συναρτήσεις τους και τα χαρακτηριστικά τους φαίνονται αναλυτικά στον πίνακα 6-1. Στον πίνακα αυτόν, η τέταρτη στήλη αναφέρεται ως χρόνος αναδίπλωσης (e-folding time) του πλάτους του κυματιδίου και έχει να κάνει με το εύρος της συνάρτησης του κυματιδίου.

Τα κυματίδια που αναφέρθηκαν παραπάνω είναι τα συνηθέστερα που χρησιμοποιούνται για μη ορθογώνια ανάλυση. Μεταξύ τους σύγκριση θα γίνει σε επόμενη παράγραφο χρησιμοποιώντας το πραγματικό σήμα ώστε να καταλήξουμε ποιο θα αποτελέσει το εργαλείο της μελέτης μας.

Name	$\psi_0(\eta)$	$\hat{\psi}_0(s\omega)$	e-folding time τ_e	Fourier wavelength λ
Morlet (ω_0 = frequency)	$\pi^{-1/4} e^{i\omega_0\eta} e^{-\eta^2/2}$	$\pi^{-1/4} H(\omega) e^{-(s\omega - \omega_0)^2/2}$	$\sqrt{2}s$	$\frac{4\pi s}{\omega_0 + \sqrt{2 + \omega_0^2}}$
Paul (m = order)	$\frac{2^m i^m m!}{\sqrt{\pi(2m)!}} (1 - i\eta)^{-(m+1)}$	$\frac{2^m}{\sqrt{m(2m-1)!}} H(\omega) (s\omega)^m e^{-s\omega}$	$s/\sqrt{2}$	$\frac{4\pi s}{2m+1}$
DOG (m = derivative)	$\frac{(-1)^{m+1}}{\sqrt{\Gamma(m + \frac{1}{2})}} \frac{d^m}{d\eta^m} (e^{-\eta^2/2})$	$\frac{-i^m}{\sqrt{\Gamma(m + \frac{1}{2})}} (s\omega)^m e^{-(s\omega)^2/2}$	$\sqrt{2}s$	$\frac{2\pi s}{\sqrt{m + \frac{1}{2}}}$

$H(\omega)$ = Heaviside step function, $H(\omega) = 1$ if $\omega > 0$, $H(\omega) = 0$ otherwise.
 DOG = derivative of a Gaussian; $m = 2$ is the Marr or Mexican hat wavelet.

Πίνακας 6-1 Οι τρεις συναρτήσεις κυματιδίων που θα χρησιμοποιήσουμε με τις ιδιότητες τους. Οι σταθεροί παράγοντες διασφαλίζουν την ολική ενέργεια να είναι μονάδα.

6.4.3 Κλίμακες

Αφού έχουμε ήδη ασχοληθεί με την επιλογή της μητρικής συνάρτησης κυματιδίων θα πρέπει στη συνέχεια να δούμε πως θα διαλέξουμε τις κλίμακες που θα χρησιμοποιηθούν στον μετασχηματισμό. Για μια μη ορθογώνια

ανάλυση δεν υπάρχει περιορισμός στην επιλογή. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα οποιοδήποτε σύνολο από κλίμακες ώστε να έχουμε μια εικόνα κατά το δυνατόν πλήρη. Για λόγους καθαρά ευκολίας στους υπολογισμούς επιλέχθηκαν κλίμακες που είναι κλασματικές δυνάμεις του 2:

$$s_j = s_0 2^{j\delta}, \quad j = 0, 1, \dots, J$$

$$J = \delta^{-1} \log_2(N\delta t / s_0)$$

όπου s_0 η μικρότερη διακριτή κλίμακα ενώ το J προσδιορίζει την μεγαλύτερη. Το s_0 θα πρέπει να επιλεγεί έτσι ώστε η ισοδύναμη περίοδος Fourier να είναι περίπου $2\delta t$. Το δ είναι ένας παράγοντας που καθορίζει την απόσταση μεταξύ των διακριτών κλιμάκων. Η επιλογή του ώστε να είναι αρκετά μικρό εξαρτάται από το πλάτος του κυματιδίου στον φασματικό χώρο. Για παράδειγμα για το κυματίδιο Morlet, ένα δ γύρω στο 0.5 είναι η μέγιστη τιμή που μπορεί να δώσει μια επαρκή δειγματοληψία στην κλίμακα, ενώ για άλλες συναρτήσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν μεγαλύτερες τιμές. Όσο μικρότερες είναι οι τιμές του δ τόσο καλύτερη ανάλυση πετυχαίνουμε.

Μία προσεκτική εξέταση των κυματιδίων στο σχήμα 6-3 δείχνει ότι η κορυφή στο $\hat{\psi}(s\omega)$ δεν συμβαίνει πάντα στην συχνότητα s^{-1} . Σύμφωνα με τους Meyers et al. (1993) [37], η σχέση ανάμεσα στην ισοδύναμη περίοδο Fourier και την κλίμακα των κυματιδίων μπορεί να προκύψει αναλυτικά για μια συνάρτηση κυματιδίου αντικαθιστώντας ένα συνημιτονοειδές κύμα γνωστής συχνότητας στην εξίσωση (6.2) και υπολογίζοντας την κλίμακα s στην οποία το φάσμα ισχύος φτάνει στο μέγιστο. Για το κυματίδιο Morlet με $\omega_0 = 6$, η τιμή που παίρνουμε είναι $\lambda = 1,03s$ όπου λ είναι η περίοδος Fourier. Δηλαδή για το συγκεκριμένο κυματίδιο η κλίμακα του κυματιδίου είναι σχεδόν ίση με την περίοδο Fourier. Θα πρέπει πάντα να μετατρέπουμε την κλίμακα σε περίοδο Fourier πριν να κάνουμε διαγράμματα αφού συνήθως ενδιαφερόμαστε στην εξίσωση της δύναμης των κυματιδίων σε ορισμένο χρόνο και κλίμακα με την επικρατούσα τιμή Fourier στην ισοδύναμη περίοδο Fourier. Η τελευταία στήλη του πίνακα 6-1 αφορά αυτήν ακριβώς την μετατροπή.

6.4.4 Κώνος επιρροής και επίπεδο αξιοπιστίας

Δεδομένου ότι επεξεργαζόμαστε χρονικές ακολουθίες ορισμένου μήκους, υπεισέρχονται σφάλματα στην αρχή και στο τέλος της ακολουθίας αφού στην σχέση (6.2) ο μετασχηματισμός Fourier προϋποθέτει κυκλικά δεδομένα. Η λύση που χρησιμοποιήσαμε ήταν να προσθέτουμε μηδενικά στο τέλος της ακολουθίας τόσα ώστε ο αριθμός των δειγμάτων να συμπληρώνεται στην αμέσως μεγαλύτερη δύναμη του δύο. Με αυτόν τον τρόπο αφενός περιορίζουμε τα φαινόμενα των άκρων αφετέρου επιταχύνουμε τον μετασχηματισμό Fourier.

Ως κώνος επιρροής (cone of influence or COI) ορίζεται η περιοχή του φάσματος στην οποία γίνονται σημαντικά τα φαινόμενα των άκρων δηλαδή τα σφάλματα που εισάγονται λόγω της ύπαρξης των μηδενικών [54].

Από την άλλη μεριά για να είμαστε σίγουροι ότι μία κορυφή του φάσματος ισχύος είναι πραγματική εισάγεται η έννοια του επιπέδου αξιοπιστίας (confidence level). Με άλλα λόγια υποθέτουμε ότι η χρονική σειρά μας έχει ένα μέσο φάσμα ισχύος οπότε αν μια κορυφή είναι σαφώς μεγαλύτερη από το φάσμα υποβάθρου τότε υποθέτουμε ότι είναι ένα πραγματικό χαρακτηριστικό με κάποιο συγκεκριμένο ποσοστό αξιοπιστίας.

6.5 Υπολογισμός του CWT

Ο αλγόριθμος υλοποίησης του μετασχηματισμού ακολουθεί τα παρακάτω βήματα:

- Βρίσκουμε τον μετασχηματισμό Fourier της χρονικής ακολουθίας.
- Διαλέγουμε μία συνάρτηση κυματιδίων και τις κλίμακες ανάλυσης.
- Για κάθε κλίμακα δημιουργούμε την κανονικοποιημένη συνάρτηση κυματιδίων.
- Βρίσκουμε τον μετασχηματισμό κυματιδίων σε αυτήν τη κλίμακα.
- Προσδιορίζουμε τον κώνο επιρροή (cone of influence) και το μήκος κύματος Fourier σε αυτήν την κλίμακα.
- Επαναλαμβάνουμε τα τελευταία τρία βήματα και σχεδιάζουμε το φάσμα ισχύος κυματιδίων με ισοϋψείς καμπύλες.
- Βρίσκουμε το περίγραμμα του 95% επιπέδου αξιοπιστίας (confidence level)

Ο αλγόριθμος αυτός υλοποιήθηκε αρχικά από τους Torrence και Compro (1998) [54] από τους οποίους δανειστήκαμε κάποιες αρχικές ρουτίνες.

6.6 Εφαρμογή του CWT

Έχοντας ήδη δημιουργήσει ένα σήμα από μια χρονική ακολουθία 1024 παρατηρήσεων με δειγματοληψία 20.3s και με τη διαδικασία που περιγράφηκε σε προηγούμενη παράγραφο είμαστε έτοιμοι να εφαρμόσουμε τον CWT στο σήμα μας. Σαν μητρική συνάρτηση αρχικά θα χρησιμοποιήσουμε το κυματίδιο Morlet.

Τα αποτελέσματα του μετασχηματισμού για την συγκεκριμένη μητρική φαίνονται στο Σχήμα 6-4 στο αριστερό διάγραμμα. Ο οριζόντιος άξονας είναι ο χρόνος δηλαδή η διάρκεια του σήματος σε λεπτά, ενώ ο κάθετος άξονας είναι η περίοδος των ταλαντώσεων σε δευτερόλεπτα και σε λογαριθμική κλίμακα. Η μεγαλύτερη αμαύρωση αντιστοιχεί σε μεγαλύτερες τιμές των συντελεστών. Οι διάστικτες γραμμές που είναι παράλληλες στον οριζόντιο άξονα σκιαγραφούν την περιοχή του κώνου επιρροής (COI) δηλαδή την περιοχή η οποία επηρεάζεται από τα φαινόμενα των άκρων (edge effects). Τα περιγράμματα προσδιορίζουν το λεγόμενο επίπεδο εμπιστοσύνης (confidence level) σε ποσοστό 95% (5% σημαντικό (significant)). Στο δεξιό διάγραμμα φαίνεται το ολικό κυματιδιακό φάσμα (global wavelet spectrum) που υπενθυμίζουμε ότι είναι ένας μέσος όρος φάσματος ισχύος.

Σχήμα 6-4 Ο CWT του σήματος (αριστερά) και το αντίστοιχο ολικό φάσμα ισχύος του μετασχηματισμού (δεξιά).

Μπορούμε εύκολα να παρατηρήσουμε μία κύρια ταλάντωση γύρω στα 170sec ή 5.9 mHz η οποία δεν είναι συνεχής αλλά παρουσιάζει κάποια κενά χρονικά διαστήματα. Αυτή η ταλάντωση επιβεβαιώνεται και από το ολικό

φάσμα ισχύος με κορυφή στα 6 mHz. Επίσης διακρίνονται τρεις άλλες ταλαντώσεις με σαφώς μικρότερα πλάτη και με συχνότητες 1, 2 και 3.5 mHz αντίστοιχα. Στην συνέχεια θα προσπαθήσουμε να αξιολογήσουμε αυτές τις κορυφές.

Η κορυφή του 1 mHz μπορεί κανείς να ισχυριστεί πολύ εύκολα ότι σχετίζεται με την μακροπρόθεσμη εξέλιξη των σχηματισμών, το θόρυβο και την κακή ταυτοποίηση των εικόνων. Από την άλλη μεριά η κορυφή των 3.5 mHz μπορεί να θεωρηθεί ως αληθινή. Από την σκοπιά της φυσικής της ηλιακής ατμόσφαιρας, κάποιος μπορεί εύκολα να ισχυριστεί ότι είναι προβλέψιμη και αναμενόμενη η μειωμένη ισχύς της συγκεκριμένης κορυφής διότι πρόκειται για ταλάντωση που χαρακτηρίζει τα χαμηλά στρώματα της ατμόσφαιρας. Από την άλλη μεριά πρέπει να αντιμετωπίσουμε πολύ προσεχτικά και με σκεπτικισμό την κορυφή των 2 mHz διότι μπορεί να είναι πραγματική ταλάντωση ή μπορεί να είναι απλά μια αρμονική ταλάντωση των δύο άλλων ταλαντώσεων.

Προσπαθώντας να βρούμε μια απάντηση στο παραπάνω πρόβλημα ακολουθήσαμε την παρακάτω διαδικασία: αναλύσαμε το σήμα μας σε πέντε επίπεδα του *à trous*. Αυτή τη φορά χρησιμοποιήσαμε τον συγκεκριμένο μετασχηματισμό ως ένα φίλτρο που μας επιτρέπει να επιλέξουμε τις συχνότητες του σήματος που θέλουμε να μελετήσουμε. Έτσι κρατώντας μόνο τα τρία από τα πέντε επίπεδα το σήμα μας περιέχει πια συχνότητες μόνο μέσα στο εύρος 1.5–12.5 mHz . Το νέο αυτό σήμα υπέστη ξανά την ανάλυση με τον CWT όπως και το αρχικό. Στο σχήμα 6-5 απεικονίζονται τα αποτελέσματα αυτής της ανάλυσης.

Σχήμα 6-5 Ο CWT του φιλτραρισμένου σήματος (αριστερά) και το αντίστοιχο ολικό φάσμα ισχύος του μετασχηματισμού (δεξιά).

Φαίνεται λοιπόν ότι η ισχυρή ταλάντωση των 6 mHz παρουσιάζει την ίδια συμπεριφορά αλλά παρουσιάζονται κάποιες διαφορές στις μικρότερες ταλαντώσεις. Η ταλάντωση του 1 mHz έχει εξαφανιστεί βέβαια αλλά η κορυφή των 2 mHz παρουσιάζεται ενισχυμένη. Η ενίσχυση αυτή θα πρέπει να σημειώσουμε ότι μπορεί να υφίσταται απλά και μόνο λόγω του φαινομένου aliasing του φίλτρου. Εύκολα παρατηρούμε ότι οι κύριες διαφορές μεταξύ των δύο αναπαραστάσεων χρόνου-συχνότητας (περιόδου) συμβαίνουν στο διάστημα 125 –275 min. Για να ερευνήσουμε περαιτέρω αυτές τις διαφορές μελετήσαμε το φιλτραρισμένο σήμα εστιάζοντας στο συγκεκριμένο διάστημα. Η προσεκτική μελέτη του σχήματος 6-6 μας δίνει σοβαρές ενδείξεις ώστε να ισχυριστούμε ότι η κορυφή των 2 mHz είναι αρμονική των δύο άλλων ταλαντώσεων (6 και 3.5 mHz).

Σχήμα 6-6 Εστίαση του σήματος από το προηγούμενο σχήμα στο χρονικό διάστημα 125-275 sec.

6.7 Επιλογή παραμέτρων για τον CWT

Μέχρι τώρα χρησιμοποιήσαμε ένα σήμα πραγματικό, τμήμα από τα δεδομένα μας κάνοντας μια εισαγωγή στα προβλήματα που παρουσιάζονται. Πριν αρχίσουμε να δουλεύουμε με το σύνολο των δεδομένων μας θα πρέπει να είμαστε σίγουροι ότι χρησιμοποιούμε την κατάλληλη μητρική συνάρτηση για την ανάλυσή μας καθώς και σωστά επιλεγμένες παραμέτρους που υπεισέρχονται στον αλγόριθμό μας. Χρησιμοποιώντας το τμήμα του σήματος μεταξύ 125 – 275 min, που σύμφωνα με την προηγούμενη παράγραφο μπορεί να χαρακτηριστεί ως «κρίσιμο», κάναμε αρχικά μια σύγκριση μεταξύ διαφορετικών μητρικών συναρτήσεων.

Σχήμα 6-7 Αναπαράσταση χρόνου – συχνότητας για το τμήμα σήματος χρησιμοποιώντας το κυματίδιο Morlet με κυματάριθμο 20 (αριστερά) και το αντίστοιχο μέσο φάσμα ισχύος (δεξιά).

Στην μέχρι τώρα ανάλυση χρησιμοποιήσαμε το κυματίδιο Morlet, το οποίο δε είναι παρά ένα μιγαδικό εκθετικό συχνότητας του οποίου το πλάτος διαμορφώνεται από την κλασική γκαουσσισιανή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (PDF) [42]. Η παράμετρος που χαρακτηρίζει αυτή την συνάρτηση είναι ο κυματάριθμος, ο οποίος στην πράξη καθορίζει την συχνότητα του εκθετικού. Όσο ο κυματάριθμος αυξάνει, αυξάνει επίσης και ο αριθμός των ταλαντώσεων μέσα στο ενεργό πλάτος της γκαουσσισιανής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας.

Στο σχήμα 6-6 χρησιμοποιήσαμε την τιμή 6. Αυξάνοντας την τιμή του κυματάριθμου επιτυγχάνουμε καλύτερο συχνοτικό εντοπισμό αλλά βέβαια χάνουμε στον χρονικό εντοπισμό όπως άλλωστε φαίνεται στο σχήμα 6-7. Αυτή η αναπαράσταση φαίνεται να επηρεάζεται σημαντικά από τα φαινόμενα των άκρων τα οποία βέβαια επηρεάζουν και τα αποτελέσματα του μέσου φάσματος ισχύος. Οι συχνότητες που απορρίπτονται λόγω αυτών των φαινομένων είναι των 1 και 7 mHz. Είναι ξεκάθαρο από το κυματιδιακό φάσμα ότι για το μεγαλύτερο χρονικό διάστημα αυτές οι ταλαντώσεις βρίσκονται μέσα στην περιοχή του κώνου (COI). Οι συχνότητες που φαίνεται να εμφανίζονται καλά ορισμένες είναι αυτές των 3.2 και 5.9 mHz αντίστοιχα ενώ αυτή των 2 mHz είναι πάλι υπό μελέτη. Επιπλέον οι ταλαντώσεις φαίνονται να είναι ομαλότερες από την προηγούμενη ανάλυση αλλά βέβαια ο χρονικός εντοπισμός δεν είναι πια αρκετά καλός.

Σχήμα 6-8 Τα αποτελέσματα από την ανάλυση με το κυματίδιο Paul

Η επόμενη μητρική συνάρτηση που δοκιμάσαμε στο συγκεκριμένο τμήμα σήματος είναι ένα άλλο μιγαδικό κυματίδιο γνωστό ως Paul (βλ. πίνακα 6-1). Αυτή η μητρική παράγει κυματίδια που μας παρέχουν καλύτερο χρονικό εντοπισμό από το Morlet κυματίδιο λόγω της γρηγορότερης εξασθένησης και αυτό ακριβώς φαίνεται στο σχήμα 6-8.

Μετά τα δύο μιγαδικά κυματίδια επιλέξαμε να δοκιμάσουμε ένα πραγματικό για να δούμε τα αποτελέσματα του στην επεξεργασία του σήματος. Ως τέτοια μητρική επιλέξαμε την παράγωγο της γκαουσιανής συνάρτησης. Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται εδώ είναι της δέκατης και εικοστής τάξης παραγώγου (σχ. 6-9 και σχ. 6-10 αντίστοιχα). Στα σχήματα αυτά φαίνονται αναπαραστάσεις χρόνου-συχνότητας και το ολικό φάσμα ισχύος που προκύπτει από την χρήση των κυματιδίων. Παρατηρούμε ότι όσο υψηλότερη είναι η τάξη της παραγώγου τόσο καλύτερο εντοπισμό συχνότητας έχουμε. Τόσο η παράγωγος της γκαουσιανής συνάρτησης όσο και το κυματίδιο Paul παρουσιάζουν μια μετατόπιση στις κορυφές των συχνοτήτων των ταλαντώσεων περίπου 0.5 mHz δηλαδή παρουσιάζουν δύο κορυφές στα 2.5 και 6.5 mHz.

Η βασική διαφορά που προκύπτει από την προσεκτική μελέτη των διαγραμμάτων είναι ότι το πραγματικό κυματίδιο παράγει ισχύ μόνο στις στιγμές όπου η ταλάντωση βρίσκεται σε μέγιστο ή όταν συμβεί μια απότομη ασυνέχεια ενώ τα μιγαδικά κυματίδια παρουσιάζουν μια σταθερή δύναμη σε όλη τη χρονική διάρκεια της ταλάντωσης. Και τα τρία είδη κυματιδίων μας παρέχουν έναν καλό χρονικό εντοπισμό και φαίνεται ως καλύτερος αυτός της παραγώγου της γκαουσιανής συνάρτησης. Από την άλλη μεριά, ο καλύτερος

εντοπισμός στη συχνότητα παρέχεται από την παράγωγο υψηλής τάξης της γκαουσσιανής συνάρτησης και από το κυματίδιο Morlet με μεγάλες τιμές κυματάριθμου.

Σχήμα 6-9 Η αναπαράσταση χρόνου–συχνότητας όπως προκύπτει από τη χρήση της παραγώγου δέκατης τάξης της γκαουσσιανής συνάρτησης (αριστερό διάγραμμα) και το αντίστοιχο φάσμα.

Σχήμα 6-10 Η αναπαράσταση χρόνου–συχνότητας όπως προκύπτει από τη χρήση της παραγώγου εικοστής τάξης της γκαουσσιανής συνάρτησης (αριστερό διάγραμμα) και το αντίστοιχο φάσμα.

6.8 Συμπεράσματα

Αναλύσαμε ένα μη στάσιμο σήμα προερχόμενο από μια κηλίδα εγκατεστημένη στην ηλιακή ατμόσφαιρα και το οποίο περιέχει ταλαντώσεις διαφορετικών συχνοτήτων. Το σήμα αυτό αποτέλεσε το δοκιμαστικό μας σήμα ώστε αφενός να γίνει μία μικρή εισαγωγή στο τι χαρακτηριστικά συναντάμε σε τέτοιου είδους σήματα και αφετέρου στο να δοκιμάσουμε την

ανάλυση κυματιδίων και να καταλήξουμε στις παραμέτρους που θα χρησιμοποιήσουμε σε διεξοδικότερη μελέτη που ακολουθεί.

Κατ' αρχήν χρησιμοποιήσαμε τον συνεχή μετασχηματισμό κυματιδίων ο οποίος ενδείκνυται για την ανάλυση χρονικών σειρών. Είδαμε πως από μια χρονική ακολουθία εικόνων, δηλαδή δισδιάστατων σημάτων, προέκυψε μονοδιάστατο διακριτό σήμα. Καταλήξαμε στο ότι η μη ορθογώνια ανάλυση κυματιδίων είναι ιδανική για μας αφού χρειαζόμαστε όλη την πληροφορία που περιέχεται στο σήμα.

Χρησιμοποιήσαμε τρεις διαφορετικές μητρικές συναρτήσεις: οι δύο από αυτές ήταν μιγαδικές συναρτήσεις και η μία μόνο πραγματική συνάρτηση. Και οι τρεις συναρτήσεις κυματιδίων αποτελούν τις συνηθέστερες συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται για μη ορθογώνια ανάλυση. Κάναμε αυτή την επιλογή ώστε να δούμε να συγκρίνουμε και να επωφεληθούμε από τις διαφορετικές ιδιότητές τους.

Οι πραγματικές συναρτήσεις κυματιδίων είναι πιο κατάλληλες για να ανιχνεύουν απότομες μεταπτώσεις του σήματος ενώ οι μιγαδικές συναρτήσεις κυματιδίων μπορούν να μετρήσουν την χρονική εξέλιξη των προσωρινών (transient) συχνοτήτων. Παρόλο που κάθε κυματίδιο προσφέρει διαφορετικού τύπου πληροφορία, η συνάρτηση κυματιδίου Morlet με κυματάριθμο 20 φαίνεται να παρέχει την πιο πλήρη εξαγωγή πληροφοριών στην περίπτωση μας καθώς και ένα καλό συμβιβασμό ανάμεσα στον εντοπισμό χρόνου και συχνότητας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ CWT ΣΤΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ ΤΩΝ ΚΗΛΙΔΩΝ

7.1 Μελέτη των ταλαντώσεων της σκιάς των κηλίδων

Η ανάλυση κυματιδίων άλλες φορές έρχεται να λειτουργήσει συμπληρωματικά στις ήδη υπάρχουσες τεχνικές ανάλυσης (π.χ συσχέτιση και φασματική ανάλυση) και άλλοτε είναι ικανή να λύνει προβλήματα τα οποία είχαν μηδαμινή πρόοδο πριν την εισαγωγή των κυματιδίων [42].

Το βασικό πλεονέκτημά τους και αυτό που τα κάνει να υπερέχουν έναντι των άλλων αναλύσεων είναι αναμφισβήτητα το γεγονός ότι προσαρμόζονται πολύ καλά στις αλλαγές ή στις ανωμαλίες, χαρακτηριστικά που είναι συνήθη για τα πραγματικά σήματα. Έτσι αν ένα σήμα παρουσιάζει μία ταλαντωτική συμπεριφορά, η εντοπισμένη φύση των κυματιδίων μας επιτρέπει την μελέτη της διάρκειας οποιασδήποτε στατιστικά σημαντικής ταλάντωσης και επιπλέον μας δίνει πληροφορίες για την συχνότητα/περίοδό της.

Στην περίπτωση μας το σήμα προέρχεται από ηλιακές κηλίδες. Μελετάμε δηλαδή την συμπεριφορά των ηλιακών κηλίδων από την σκοπιά των ταλαντώσεων. Για να δούμε λοιπόν στη συνέχεια ποιος είναι ο στόχος μας αφού πρώτα γίνει μια παρουσίαση του προβλήματος με το οποίο θα ασχοληθούμε.

7.1.1 Περιγραφή του προβλήματος

Σε προηγούμενο κεφάλαιο αναφέρθηκε μια γενική περιγραφή των κηλίδων και δόθηκε έμφαση στην λεπτή υφή τους. Εδώ θα χρειαστεί να τις μελετήσουμε ως προς τα δυναμικά φαινόμενα με τα οποία σχετίζονται για να γίνει κατανοητό το αντικείμενο της μελέτης μας.

Για περισσότερα από τριάντα χρόνια παρατηρούνται στις κηλίδες φαινόμενα ταλαντώσεων. Οι ταλαντώσεις της σκιάς μιας κηλίδας μπορούν να οριστούν ως μεταβολές της έντασης ή της ταχύτητας. Υπάρχουν δύο γνωστοί διακριτοί τύποι ταλαντώσεων της σκιάς: η τρίλεπτη ζώνη και η πεντάλεπτη ζώνη. Η πρώτη αφορά τις συχνότητες 5-8 mHz, χαρακτηρίζει τα ανώτερα ατμοσφαιρικά στρώματα και εμφανίζεται γύρω στα 5.5 mHz. Η δεύτερη εμφανίζεται στο εύρος 2-4 mHz και επικρατεί στα χαμηλότερα στρώματα της ατμόσφαιρας με συχνότητα συνήθως γύρω στα 3.3 mHz [3].

Το κύριο αντικείμενο των ερευνητών σε αυτά τα τριάντα χρόνια, μετά την ανακάλυψη των ταλαντώσεων, είναι η ταυτοποίηση και η διάκριση των διαφορετικών τύπων ταλάντωσης, η χρονική συμπεριφορά τους και η χωρική κατανομή των διάφορων συχνοτήτων ταλάντωσης. Βασική δυσκολία στο έργο των ερευνητών αποτελεί το γεγονός ότι η σκιά δεν ταλαντώνεται σαν σύνολο αλλά αποτελείται ανάλογα με το μέγεθος της κηλίδας, από ταλαντούμενα στοιχεία μεγέθους της τάξης των 2"-3" (σχ. 7-1).

Κατά καιρούς ερευνητές χρησιμοποίησαν τον μετασχηματισμό Fourier σαν εργαλείο ανάλυσης (π.χ. [25]) για την μελέτη αυτών των ταλαντώσεων αποδείχτηκε όμως ανεπαρκής λόγω της φύσης του μετασχηματισμού. Για παράδειγμα, μία ξαφνική χρονική αλλαγή σε ένα μη στατικό σήμα θα διαχυθεί σε όλο τον άξονα συχνοτήτων [47]. Επιπλέον ο συγκεκριμένος μετασχηματισμός δεν παρέχει καμία πληροφορία για την

χρονική μεταβολή του σήματος. Από τα παραπάνω είναι εμφανής πόσο επιτακτική είναι η ανάγκη της χρήσης του μετασχηματισμού κυματιδίων.

Σχήμα 7-1 Η σκιά δεν ταλαντώνεται σαν σύνολο αλλά αποτελείται από μικρότερα, δονούμενα στοιχεία. Οι ταλαντώσεις φαίνονται ως μεταβολές έντασης.

Η καινοτομία λοιπόν που εισάγεται είναι η ανάλυση κυματιδίων στην επεξεργασία δεδομένων από τον Ήλιο και πιο συγκεκριμένα παρατηρήσεων ηλιακών κηλίδων στο χρωμοσφαιρικό επίπεδο που αποτελούν χρονικές ακολουθίες. Θα χρησιμοποιήσουμε δηλαδή ένα πραγματικό σήμα από τον Ήλιο με ό,τι εμπεριέχει αυτό και από το οποίο καλούμαστε να εξάγουμε τις πληροφορίες που περιέχει σχετικά με την ηλιακή επιφάνεια, ώστε να μπορέσει να αποκρυπτογραφηθεί η φυσική της.

Βασικά ερωτήματα που θα πρέπει να απαντηθούν είναι:

- Είναι αυτές οι ταλαντώσεις συνεχείς ως προς τον χρόνο;
- Παρουσιάζει μεταβολές η συχνότητα με τον χρόνο;
- Είναι πράγματι ανεξάρτητες οι δύο συχνοτικές ζώνες;

Θα δούμε στην συνέχεια του κεφαλαίου αν τελικά καταφέραμε να απαντήσουμε αυτά τα ερωτήματα. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήσαμε προέρχονται από γήινα τηλεσκόπια, αφορούν διαφορετικές κηλίδες αλλά πάντα στο ατμοσφαιρικό επίπεδο της χρωμόσφαιρας. Είναι παρατηρήσεις με διάφορες χρονικές και συχνοτικές αναλύσεις ώστε να μπορέσουμε να αξιολογήσουμε όσο το δυνατόν καλύτερα την απόδοση της μεθόδου.

7.1.2 Παρατηρήσεις

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν σε αυτή την εργασία αποτελούνται από πέντε διαφορετικά σύνολα παρατηρήσεων τα οποία αφορούν τρεις διαφορετικές ηλιακές κηλίδες. Οι παρατηρήσεις της πρώτης κηλίδας ελήφθησαν από το R. B. Dunn τηλεσκόπιο του αστεροσκοπείου του Sacramento Peak στο New Mexico των ΗΠΑ με κάμερα CCD διαστάσεων 512x512 pixels και με το UBF (Universal Birefringer Filter) φίλτρο. Μία μεγάλη και απομονωμένη κηλίδα με συντεταγμένες $N14^{\circ}.7$, $E26^{\circ}$ παρατηρήθηκε στις 15 Αυγούστου του 1997. Η χωρική ανάλυση του εικονοστοιχείου ήταν $0''.26$. Οι παρατηρήσεις αυτές αποτελούνται από δύο διαδοχικές ακολουθίες φιλτρογραφημάτων. Η πρώτη σειρά είχε διάρκεια 53 λεπτών και ελήφθη στο κέντρο της Ηα και στις πτέρυγες στα $\pm 0.5 \text{ \AA}$. Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών εικόνων του ίδιου μήκους κύματος ήταν 12 δευτερόλεπτα. Η δεύτερη σειρά είχε διάρκεια 70 λεπτών και ελήφθησαν παρατηρήσεις στα μήκη κύματος, Ηα κέντρο, $\pm 0.35 \text{ \AA}$, $\pm 0.75 \text{ \AA}$ και στην γραμμή του σιδήρου FeI(5576.09) $\pm 0.012 \text{ \AA}$ ενώ το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών εικόνων του ίδιου μήκους κύματος ήταν 28 δευτερόλεπτα. Και για τις δύο σειρές η χρονική διαφορά μεταξύ των αντίθετων πτερύγων των γραμμών ήταν 4 δευτερόλεπτα και οι συνθήκες seeing ήταν πάρα πολύ καλές. Η τρίτη σειρά παρατηρήσεων αποκτήθηκε με το ίδιο τηλεσκόπιο στις 14 Δεκεμβρίου 1996. Μία κηλίδα με συντεταγμένες $N6^{\circ}.7$, $E36^{\circ}.4$ ήταν ο στόχος και την παρατηρήσαμε στα μήκη κύματος Ηα κέντρο και Ηα $\pm 0.4 \text{ \AA}$. Το χρονικό διάστημα μεταξύ διαδοχικών εικόνων του ίδιου μήκους κύματος ήταν 6 δευτερόλεπτα και η διάρκεια της σειράς ήταν 2.3 ώρες. Η χωρική ανάλυση του pixel ήταν $0''.31$ και το seeing όχι τόσο καλό. Θα πρέπει εδώ να σημειώσουμε ότι η ακρίβεια του φίλτρου UBF είναι της τάξης του $1 \text{ m\AA}$, ενώ το FWHM είναι γύρω στα $240 \text{ m\AA}$ κοντά στην Ηα και γύρω στα $120 \text{ m\AA}$ στη γραμμή του σιδήρου FeI (5576.09). Θα πρέπει να διευκρινίσουμε ότι η γραμμή του σιδήρου είναι φωτοσφαιρική γραμμή παρατήρησης.

Sunspot	Date	Location	Duration	Resolution (arcsec)	Temporal Res. (sec)	Wavelengths
A	15 August 1997	26 E, 15 N	0.9 h	0.26 X 0.26	12	H α $\pm 0, \pm 0.5$
B	15 August 1997	07 E, 05 S	1.2 h	0.26 X 0.26	28	H α $\pm 0, \pm 0.35, \pm 0.75$, Fe I (5576.099) ± 0.12
C	13 October 2000	13 E, 18 N	4.7 h	0.40 X 0.40	60.5	H α $\pm 0, \pm 0.25$
D	14 October 2000	0 W, 17 S	5.8 h	0.40 X 0.40	20.3	H α -0.25
E	14 December 1996	36.4 E, 6.7 N	2.5 h	0.31 X 0.31	6	H α $\pm 0, \pm 0.4$

Πίνακας 7-1 Οι παρατηρήσεις που χρησιμοποιήθηκαν στην μελέτη μας.

Για τις άλλες δύο σειρές παρατηρήσεων χρησιμοποιήθηκε το τηλεσκόπιο H. Zirin του αστεροσκοπείου Big Bear Solar Observatory (BBSO), το οποίο βρίσκεται στην Καλιφόρνια των ΗΠΑ, τον Οκτώβριο του 2000. Συγκεκριμένα τις 13 Οκτώβρη ο στόχος ήταν μία κηλίδα κοντά στο κέντρο του ηλιακού δίσκου (N16°.8, E13°.5) η οποία παρατηρήθηκε στο κέντρο της H α και στο ± 0.25 Å της γραμμής και η χρονική διάρκεια της σειράς ήταν 4.7 ώρες. Η χρονική απόσταση μεταξύ διαδοχικών εικόνων ίδιου μήκους κύματος ήταν 60 δευτερόλεπτα. Η δεύτερη σειρά παρατηρήσεων έγινε στις 14 Οκτώβρη με στόχο μία κηλίδα με συντεταγμένες W0°.5, S17° στο H α -0.25 Å. Οι παρατηρήσεις των δύο τελευταίων σειρών περιείχαν και μερικές εικόνες σε φωτοσφαιρικές γραμμές, οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν ως αναφορά για τον προσδιορισμό του ορίου σκιάς – παρασκιάς. Η χωρική ανάλυση του pixel ήταν 0".4 και το seeing ήταν καλό κατά τη διάρκεια των παρατηρήσεων και για τις δύο σειρές. Ο πίνακας 7-1 συνοψίζει τις παρατηρήσεις. Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι η πραγματική ανάλυση, λαμβάνοντας υπ' όψιν μας το seeing, είναι περίπου 2 φορές τη χωρική ανάλυση του pixel, εκτός από τις παρατηρήσεις στις 14 Δεκέμβρη 1996 όπου εκεί είναι 3 φορές η χωρική ανάλυση. Για συντομία θα αναφερόμαστε από εδώ και στο εξής στις κηλίδες ως A, B, C, D, και E σύμφωνα με τον πίνακα 7-1.

7.1.3 Βασική επεξεργασία εικόνας

Οι αρχικές (raw) εικόνες διορθώθηκαν για ρεύμα σκότους (dark current) και για flat field ενώ επίσης έγινε προσεκτικό «κεντράρισμα»

(alignment). Για να γίνει το κεντράρισμα των εικόνων αρχικά υπολογίστηκαν χωρικά «ενισχυμένες» εικόνες εφαρμόζοντας τον μετασχηματισμό κυματιδίων “à trous” όπως περιγράφεται στο κεφάλαιο 3. Στην συνέχεια χρησιμοποιήθηκε ένας αλγόριθμος cross-correlation ώστε να υπολογιστεί η μετατόπιση (offset) μεταξύ δύο εικόνων βασισμένη στην περιοχή της κηλίδας. Οι μετατοπίσεις που υπολογίστηκαν με αυτόν τον τρόπο εφαρμόστηκαν στη συνέχεια στις πρωτότυπες εικόνες. Επιπλέον οι εικόνες κανονικοποιήθηκαν υπολογίζοντας την μέση ένταση μιας αρκετά μεγάλης περιοχής της ήσυχης χρωμόσφαιρας/φωτόσφαιρας μακριά από την γειτονιά της κηλίδας και διαιρώντας την τιμή του κάθε εικονοστοιχείου με αυτή την τιμή. Επίσης υπολογίστηκαν χάρτες γνωστοί ως Dopplergrams από τις πτέρυγες της Ηα και με την αφαίρεση της μπλε πτέρυγας από την κόκκινη. Οι χάρτες αυτοί χρησιμοποιήθηκαν ως ποιοτικοί χάρτες ταχύτητας.

Για τον προσδιορισμό της περιοχής της σκιάς της κηλίδας χρησιμοποιήθηκε η διαδικασία τμηματοποίησης εικόνας βασισμένη σε τεχνική ιστογράμματος, όπως περιγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο κατά τη δημιουργία του δοκιμαστικού σήματος. Το αποτέλεσμα της διαδικασίας αυτής είδαμε ότι είναι ένα μονοδιάστατο σήμα με σταθερό διάστημα δειγματοληψίας. Θα πρέπει να διευκρινίσουμε ότι τα όρια της σκιάς που χρησιμοποιήθηκαν προσδιορίστηκαν από εικόνες στο φωτοσφαιρικό επίπεδο.

Υπολογίστηκαν δυναμικοί χάρτες (power maps) σε επιλεγμένες περιοχές συχνοτήτων όπως επίσης και χάρτες συχνότητας των μεγίστων του φάσματος ισχύος (maximum power frequency maps). Οι χάρτες αυτοί δημιουργήθηκαν υπολογίζοντας το φάσμα ισχύος (power spectrum) κάθε pixel του χάρτη και επιλέγοντας τη συχνότητα με τη μέγιστη δύναμη ως την πιο αντιπροσωπευτική συχνότητα ταλάντωσης αυτού του pixel. Οι χάρτες συχνότητας της μέγιστης φασματικής δύναμης ελέγχθηκαν σε σχέση με τους δυναμικούς χάρτες ώστε να επαληθευτεί αν πράγματι οι ενδεικνυόμενες συχνότητες μέγιστης δύναμης είναι οι πιο χαρακτηριστικές συχνότητες ταλάντωσης για τα αντίστοιχα εικονοστοιχεία (pixels).

7.2 Ανάλυση κυματιδίων

Στο προηγούμενο κεφάλαιο έγινε μια μελέτη ως προς την μητρική συνάρτηση που θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε στην εφαρμογή του συνεχούς μετασχηματισμού κυματιδίων. Είδαμε ότι η επιλογή της κατάλληλης μητρικής εξαρτάται αφενός από το είδος του σήματος αφετέρου από το είδος της πληροφορίας που θέλουμε να εξαγάγουμε από αυτό.

Καταλήξαμε στο ότι το Morlet wavelet είναι το καταλληλότερο για την ανάλυση που θέλουμε να πετύχουμε. Να θυμηθούμε εδώ ότι το κυματίδιο Morlet είναι ουσιαστικά ένα μιγαδικό εκθετικό συχνότητας $f_0 = \omega_0/2\pi$ του οποίου το πλάτος διαμορφώνεται από μια συνάρτηση ανάλογη της γκαουσιανής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας. Η παράμετρος ω_0 ελέγχει την συχνότητα του μιγαδικού εκθετικού. Όσο το ω_0 αυξάνει, ο αριθμός των ταλαντώσεων μέσα στο ενεργό πλάτος της γκαουσιανής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας αυξάνει.

Η επιλογή μας στηρίχτηκε στο γεγονός ότι το συγκεκριμένο κυματίδιο αποτελεί έναν καλό συμβιβασμό για το σήμα μας διότι μπορεί να αναδείξει τόσο την ταλαντωτική όσο και την μεταβατική φύση των κινήσεων που ψάχνουμε. Είναι ένα κυματίδιο συμπαγούς υποστήριξης (compactly supported), το οποίο σημαίνει ότι οι ταλαντώσεις εντοπίζονται αποτελεσματικά στον χρόνο με γρήγορη εξασθένιση και παρέχει επίσης πολύ καλό εντοπισμό συχνότητας στον χώρο των συχνοτήτων.

Όσον αφορά την τιμή της παραμέτρου ω_0 επιλέξαμε την τιμή 20. Για μεγάλες τιμές της παραμέτρου παίρνουμε καλύτερη ανάλυση στη συχνότητα αλλά χειρότερο χρονικό εντοπισμό, σε συμφωνία πάντα με την ανισότητα του Heisenberg. Η συγκεκριμένη τιμή αποτελεί έναν καλό συμβιβασμό ανάμεσα στην ανάλυση συχνότητας και χρόνου με αποτέλεσμα να μπορούμε να μελετήσουμε την χρονική μεταβλητότητα των ταλαντώσεων, έχοντας ταυτόχρονα και ικανοποιητική ακρίβεια στη συχνότητα.

7.3 Αποτελέσματα

7.3.1 Χρονική συμπεριφορά των ταλαντώσεων σε όλη τη σκιά

Σε αυτό το τμήμα θα αναλύσουμε την χρονική συμπεριφορά των ταλαντώσεων στο μέσο όρο υπολογισμένο σε όλη την σκιά. Δεδομένου ότι οι ταλαντώσεις της σκιάς είναι χωρικά δισδιάστατο φαινόμενο, με αυτόν τον τρόπο ρισκάρουμε να μειωθεί το σήμα αφού ταλαντώσεις με διαφορετικές φάσεις θα ακυρώνουν η μία την άλλη. Όμως η ανάλυση wavelet μειώνει αυτή την πιθανότητα δεδομένου ότι η βασική της ιδιότητα του εντοπισμού χρόνου – συχνότητας επιτρέπει τη διάκριση διαφορετικών ταλαντώσεων ακόμη και με μικρά πλάτη. Η wavelet ανάλυση των ταλαντώσεων που προκύπτουν από τον μέσο όρο όλης της σκιάς μπορεί να μας δώσει μια πρώτη ιδέα για τις συχνότητες των σημαντικότερων τρόπων ταλάντωσης όπως επίσης αν είναι παρόντες σε όλη την διάρκεια των παρατηρήσεων ή μερικές εμφανίζονται μόνο σε συγκεκριμένο τμήμα των χρονικών σειρών. Όπως και στην περίπτωση του μετασχηματισμού Fourier έτσι και ο μετασχηματισμός wavelet είδαμε ότι υποφέρει από “wraparound” λάθη και στα δύο άκρα των χρονικών σειρών (περιορισμένου μήκους). Ο κώνος επιρροής (cone of influence) αποτελεί ένα μέτρο του πόσο επηρεάζουν αυτά τα λάθη την ανάλυση και χρησιμοποιήθηκε με αυτή του την ιδιότητα στο προηγούμενο κεφάλαιο. Αυτά τα φαινόμενα στις άκρες των σημάτων είναι ενισχυμένα στις μεγαλύτερες κλίμακες καθώς το κάθε κυματίδιο εκτείνεται περισσότερο στο χρόνο με αποτέλεσμα μεγαλύτερα τμήματα ασυνεχειών να εισέρχονται στην ανάλυση [38]. Τα τμήματα του μετασχηματισμού που ανήκουν σε αυτόν τον κώνο (COI) υπόκεινται σε αυτά τα φαινόμενα των άκρων και γι’ αυτό δεν είναι αξιόπιστα.

Τα αποτελέσματα από τις διαφορετικές κηλίδες φαίνονται στα σχήματα 7.1-7.6. Σε κάθε σχήμα το αριστερό διάγραμμα δείχνει τα αποτελέσματα από τον συνεχή μετασχηματισμό κυματιδίων (CWT): ο οριζόντιος άξονας είναι ο χρόνος, δηλαδή η διάρκεια του σήματος σε λεπτά, ενώ ο κάθετος άξονας είναι η περίοδος των ταλαντώσεων σε δευτερόλεπτα και σε λογαριθμική κλίμακα. Η μεγαλύτερη αμύρωση αντιστοιχεί σε ταλαντώσεις με μεγαλύτερη ισχύ. Τα περιγράμματα προσδιορίζουν το λεγόμενο επίπεδο αξιοπιστίας (confidence level) σε ποσοστό 95%, δηλαδή 5%

σημαντικό (significant). Η περιοχή του κώνου ή με άλλα λόγια η περιοχή που επηρεάζεται από τα φαινόμενα των άκρων, απεικονίζεται με διάστικτες γραμμές παράλληλες στον οριζόντιο άξονα σε κάθε διάγραμμα. Στα δεξιά διαγράμματα φαίνεται το ολικό κυματιδιακό φάσμα (global wavelet spectrum) με την συνεχή γραμμή ενώ με την διάστικτη απεικονίζεται το φάσμα ισχύος, όπως προκύπτει από τον κλασσικό FFT. Για συντομία, το ολικό κυματιδιακό φάσμα (global wavelet spectrum) και το φάσμα ισχύος του FFT θα αναφέρονται ως φάσματα ισχύος ενώ το φάσμα του συνεχούς μετασχηματισμού κυματιδίων (CWT) απλά ως φάσμα wavelet.

Η παρουσίαση των αποτελεσμάτων θα γίνει ξεκινώντας από τη χρονική σειρά με τη μικρότερη χρονική διάρκεια (περίπου 1 ώρας) και θα συνεχίσουμε με τις μεγαλύτερες (2,5 – 6 ώρες). Στη εικόνα 7-2 βλέπουμε τα αποτελέσματα για την ένταση της $H\alpha$ στο κέντρο της γραμμής (πάνω διαγράμματα) και για τις ταχύτητες στην ± 0.5 πτέρυγα της $H\alpha$ (κάτω διαγράμματα) της κηλίδας A. Το φάσμα ισχύος της έντασης δείχνει μία κύρια κορυφή στα 6.3 mHz και δύο δευτερεύουσες κορυφές, στην πεντάλεπτη ζώνη, μία κοντά στα 3.3 mHz και άλλη μία στα 7.8 mHz. Από τον μετασχηματισμό κυματιδίων προκύπτει ότι οι δύο κύριες ταλαντώσεις των 6.3 και 3.3 mHz είναι παρούσες για το μεγαλύτερο χρονικό διάστημα των παρατηρήσεων. Η ταλάντωση των 7.8 mHz είναι παρούσα μόνο για μικρό χρονικό διάστημα προς το τέλος του χρόνου παρατήρησης και όταν η ταλάντωση των 6.3 mHz έχει εξασθενήσει. Το φάσμα ισχύος των ταχυτήτων εμφανίζει κορυφές περίπου στις ίδιες συχνότητες: η κύρια κορυφή της τρίλεπτης ταλάντωσης έχει μετατοπιστεί γύρω στα 5.8 mHz και η δευτερεύουσα στα 7.5 mHz. Η ισχύς της κορυφής γύρω στα 3.3 mHz έχει μειωθεί σημαντικά. Το φάσμα wavelet δείχνει να συγκεντρώνεται η ισχύς γύρω στα 5.3 mHz για τα πρώτα 15 λεπτά, έπειτα η δύναμη να μετατοπίζεται στα 5.8 mHz για τα επόμενα 20 λεπτά και τέλος να διαχωρίζεται η ταλάντωση σε δύο συχνότητες, μία κοντά στα 5.3 mHz και η άλλη κοντά στα 7.5 mHz.

Στις εικόνες 7.3 και 7.4 βλέπουμε τα αποτελέσματα της κηλίδας B (ένταση στην $H\alpha$ κέντρο, ταχύτητες στα $H\alpha \pm 0.35 \text{ \AA}$, $H\alpha \pm 0.75 \text{ \AA}$ και σίδηρος $\text{FeI}(5576.09) \pm 0.012 \text{ \AA}$). Τα φάσματα ισχύος της έντασης στο κέντρο της $H\alpha$ (σχ. 7-3, πάνω διαγράμματα) δείχνει δύο κύριες κορυφές κοντά στα 3.0 και 6

mHz και δύο δευτερεύουσες κορυφές κοντά στα 4.5 και 6.7 mHz. Η κύρια διαφορά από το αντίστοιχο φάσμα της κηλίδας A είναι η κορυφή γύρω στα 4.5 mHz. Το φάσμα wavelet φαίνεται να δείχνει ταλαντώσεις κοντά στα 3.0, 4.5 και 6 mHz και οι οποίες να είναι παρούσες για σχεδόν όλη τη χρονική διάρκεια των παρατηρήσεων. Η ταλάντωση των 6.7 mHz υφίσταται μόνο για περίπου 25 από τα 70 λεπτά παρατήρησης και συνυπάρχει με την ταλάντωση των 6 mHz. Το φάσμα των ταχυτήτων στην $H\alpha \pm 0.35 \text{ \AA}$ (σχ. 7-3, κάτω διαγράμματα) εμφανίζει ταλαντώσεις περίπου στις ίδιες συχνότητες με την ένταση στο κέντρο της $H\alpha$: η ισχυρότερη κορυφή έχει κέντρο περίπου στα 5.7 mHz ενώ η δευτερεύουσα της τρίλεπτης ζώνης στα 6.8 mHz. Από το φάσμα wavelet παρατηρείται μία ελάχιστη ολίσθηση της ταλάντωσης γύρω στα 3 mHz, ξεκινώντας από περίπου 3 mHz στην αρχή των παρατηρήσεων και φτάνοντας στα 3.3 mHz κοντά στο τέλος. Η ταλάντωση των 4.5 mHz είναι παρούσα μόνο για τα πρώτα 20 λεπτά. Επιπλέον μία ολίσθηση στη συχνότητα είναι εμφανής και για την ταλάντωση των 5.5 mHz από 5 mHz στο πρώτο μισό του χρόνου παρατήρησης και φθάνοντας στα 5.7 mHz στο δεύτερο μισό. Τέλος, η ταλάντωση των 6.8 mHz είναι παρούσα μόνο για το περιορισμένο χρονικό διάστημα των 25 λεπτών περίπου σχεδόν το ίδιο με την αντίστοιχη ταλάντωση της έντασης στο κέντρο της $H\alpha$. Από τα φάσματα ισχύος των ταχυτήτων $H\alpha \pm 0.75 \text{ \AA}$ και σιδήρος $\text{FeI} \pm 0.012 \text{ \AA}$ (σχ. 7-4, πάνω και κάτω διαγράμματα αντίστοιχα) παρατηρούμε, όπως άλλωστε αναμενόταν, οι ισχυρότερες κορυφές να εμφανίζονται στην πεντάλεπτη ζώνη συχνοτήτων (γύρω στα 3.3 mHz). Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι όσον αφορά τις παρατηρήσεις του σιδήρου και για να μειώσουμε την επίδραση ακτινοβολίας (stray light) την προερχόμενη από την περιβάλλουσα ήσυχη φωτόσφαιρα, οι ταχύτητες ολοκληρώθηκαν στην «εσωτερική» σκιά. Επιπροσθέτως τα φωτοσφαιρικά φιλτρογραφήματα κανονικοποιήθηκαν χρησιμοποιώντας την μέση ένταση μιας μεγάλης περιοχής της ήσυχης φωτόσφαιρας μακριά από την κηλίδα. Παρόλα αυτά οι πεντάλεπτες ταλαντώσεις θα πρέπει να αντιμετωπίζονται με ιδιαίτερη προσοχή. Εκτός από τις πεντάλεπτες ταλαντώσεις παρατηρούμε και μία δευτερεύουσα κορυφή γύρω στα 5.3 mHz και για τις δύο γραμμές, $H\alpha \pm 0.75 \text{ \AA}$ και $\text{FeI} \pm 0.012 \text{ \AA}$. Μία τρίτη κορυφή εμφανίζεται στα 6.5 mHz η οποία κυριαρχεί εμφανώς στο φάσμα των ταχυτήτων της γραμμής $H\alpha \pm 0.75 \text{ \AA}$. Το φάσμα wavelet της ταχύτητας στην

$H\alpha \pm 0.75 \text{ \AA}$ δείχνει κορυφή κοντά στα 5.3 mHz η οποία εμφανίζεται μετά τα πρώτα 25 λεπτά και είναι παρούσα για το υπόλοιπο χρονικό διάστημα, ενώ η ταλάντωση που εμφανίζεται γύρω στα 6.5 mHz είναι εμφανής για τα τελευταία 20 λεπτά. Το φάσμα wavelet του $FeI \pm 0.012 \text{ \AA}$ δείχνει την ταλάντωση των 6.5 mHz για περίπου 15 λεπτά και αυτή των 5.3 mHz για περίπου για 25 από τα 70 λεπτά του χρόνου παρατήρησης.

Συνεχίζουμε την παρουσίαση των αποτελεσμάτων με τις μεγάλες χρονικές σειρές και παρουσιάζοντας στο σχήμα 7-5 τα αποτελέσματα δύο εξ αυτών: συγκεκριμένα την κηλίδα D για την οποία χρησιμοποιήσαμε δεδομένα έντασης στην γραμμή $H\alpha - 0.25 \text{ \AA}$ και την κηλίδα C με δεδομένα έντασης στο κέντρο της $H\alpha$ και ταχύτητες στο $\pm 0.25 \text{ \AA}$ της $H\alpha$. Οι χαρακτηριζόμενες κηλίδες ως C και D είναι η ίδια κηλίδα η οποία όμως παρατηρήθηκε διαφορετικές μέρες. Η γραμμή $H\alpha - 0.25 \text{ \AA}$ είναι ευαίσθητη τόσο σε διαμορφώσεις έντασης όσο και ταχύτητας, συνεπώς και τα δύο φάσματα, το δυναμικό και το wavelet, μοιάζουν με φάσματα ταχύτητας. Το φάσμα ισχύος για την ένταση της $H\alpha - 0.25 \text{ \AA}$ της κηλίδας D (σχ.7-5, πάνω διαγράμματα) παρουσιάζει δύο κύριες κορυφές στην τρίλεπτη ζώνη με την ισχυρότερη να έχει κέντρο περίπου στα 5.8 mHz, ενώ η δεύτερη κοντά στα 6.8 mHz. Στην πεντάλεπτη ζώνη είναι πολύ ασθενείς οι ταλαντώσεις. Από το wavelet φάσμα παρατηρούμε την ταλάντωση γύρω στα 5.8 mHz να είναι παρούσα για το μεγαλύτερο χρονικό διάστημα παρατήρησης που στην περίπτωση αυτή είναι γύρω στις 6 ώρες. Παρατηρούμε διαστήματα στα οποία η ταλάντωση φαίνεται να καταπνίγεται καθώς επίσης και ελαφρές ολισθήσεις της συχνότητας γύρω από τη μέση τιμή. Υπάρχουν τρεις συρμοί κυμάτων (wavetrains) με διάρκεια 95, 48 και 95 λεπτά αντίστοιχα. Μεταξύ των διαδοχικών αυτών συρμών υπάρχει κενό των 20 και 25 λεπτών αντίστοιχα. Η ταλάντωση των 6.8 mHz είναι παρούσα για περιορισμένα χρονικά διαστήματα και κυρίως όταν καταπνίγεται η ταλάντωση των 5.8 mHz. Τέλος παρατηρούμε ότι υπάρχει ακόμη μία ταλάντωση για περίπου 40 λεπτά στο τέλος σχεδόν του χρόνου παρατήρησης. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την ένταση στο κέντρο της $H\alpha$ της χρονικής σειράς της κηλίδας C (σχ. 7-5 μεσαία διαγράμματα) είναι όμοια, εκτός από το ότι οι δύο κύριες κορυφές βρίσκονται στα 5.5 και 6.5 mHz αντίστοιχα. Επιπροσθέτως, παρατηρούμε μεγαλύτερα χρονικά

διαστήματα όπου οι ταλαντώσεις καταπνίγονται ή ακριβέστερα η ισχύς τους βρίσκεται κάτω από το επίπεδο θορύβου στο φάσμα wavelet. Αυτό μπορεί να σχετίζεται με το γεγονός ότι η χρονική απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών εικόνων είναι 60 δευτερόλεπτα και το seeing είναι χειρότερο από αυτό της κηλίδας D. Το αποτέλεσμα είναι ο θόρυβος να είναι μεγαλύτερος και για κάποιο χρόνο η δύναμη να παραμένει κάτω από το επίπεδο θορύβου στο φάσμα wavelet. Λαμβάνοντας τα παραπάνω υπόψη μας μπορούμε να διαχωρίσουμε δύο συρμούς κυμάτων με ένα χρονικό κενό μεταξύ τους περίπου 25 λεπτών. Τα αποτελέσματα της ταχύτητας της $H\alpha \pm 0.25 \text{ \AA}$ της κηλίδας C (σχ. 7-5, κάτω διαγράμματα) μοιάζουν πάρα πολύ με αυτά της έντασης του κέντρου της $H\alpha$: οι δύο κύριες κορυφές βρίσκονται περίπου στα 6.3 και 7.5 mHz. Από το φάσμα wavelet παρατηρούμε ότι τα πρώτα 50 λεπτά η συχνότητα της κυρίαρχης ταλάντωσης είναι στα 5.8 mHz, ενώ στη συνέχεια μετατοπίζεται στα 6.3 mHz για τα επόμενα 110 λεπτά φτάνοντας τελικά στα 7.5 mHz για τα επόμενα 40 λεπτά. Τα τελευταία 40 λεπτά του χρόνου παρατήρησης και οι τρεις ταλαντώσεις είναι ταυτόχρονα παρούσες. Από το φάσμα wavelet των κηλίδων C και D παρατηρούμε ότι η ισχύς των διαφορετικών ταλαντώσεων παραμένει σταθερή (είτε ισχυρή είτε ασθενής για χρονικά διαστήματα τα οποία κυμαίνονται από 16 σε 25 λεπτά).

Στο σχήμα 7-6 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της έντασης στο κέντρο της $H\alpha$ (πάνω διαγράμματα) και της ταχύτητας $H\alpha \pm 0.4 \text{ \AA}$ (κάτω διαγράμματα) της κηλίδας E. Τόσο το δυναμικό όσο και το wavelet φάσμα της έντασης στο κέντρο της $H\alpha$ φαίνονται να είναι πιο θορυβώδη από τα αντίστοιχα των άλλων κηλίδων. Αυτό πιθανά να σχετίζεται με το κακό (bad) seeing της μέρας αυτής. Σημαντική ισχύς έχει συγκεντρωθεί στην πεντάλεπτη ζώνη. Στην τρίλεπτη ζώνη υπάρχουν δύο κύριες κορυφές κοντά 5.2 και 8.2 mHz. Από το φάσμα wavelet η ισχύς συγκεντρώνεται κοντά στα 5.5 mHz μετά τα πρώτα 40 λεπτά. Ένας δεύτερος τρόπος ταλάντωσης κοντά στα 8.2 mHz εμφανίζεται μετά τα πρώτα 60 λεπτά. Τέλος για περιορισμένα χρονικά διαστήματα παρουσιάζονται συχνότητες μεταξύ 6 και 7 mHz. Από την άλλη μεριά τόσο το δυναμικό όσο και το wavelet φάσμα στο $H\alpha \pm 0.4 \text{ \AA}$ παρουσιάζουν μια σαφέστερη εικόνα όσον αφορά τους τρόπους ταλάντωσης. Η ισχύς στην πεντάλεπτη ζώνη είναι πολύ ασθενής ενώ στην τρίλεπτη ζώνη παρατηρούμε

Sunspot	H α ± 0 (mHz)	H α -0.25 (mHz)	H α ± 0.25 (mHz)	H α ± 0.35 (mHz)	H α ± 0.4 (mHz)	H α ± 0.5 (mHz)	H α ± 0.75 (mHz)	Fe I (5576.099 Å) ± 0.12 (mHz)
A	3.3, 6.3, 7.8	-	-	-	-	3.3, 5.8, 7.5	-	-
B	3.0, 4.5, 6, 6.8,	-	-	3.0, 4.5, 5.7, 6.8	-	-	3.3, 5.3, 6.5	3.2, 5.3, 6.5
C	5.5, 6.3, 7.0, [8.2]	-	5.8-6.3, 7.5	-	-	-	-	-
D	-	5.8, 6.8	-	-	-	-	-	-
E	3.2 5.2, 6.0-7.0, 8.2	-	-	-	5.5, 6.2, 8.2	-	-	-

Πίνακας 7-2 Οι παρατηρούμενες ταλαντώσεις όπως προέκυψαν από το φάσμα της μέσης έντασης / ταχύτητας από όλη την σκιά. Η κύρια συχνότητα ταλάντωσης σημειώνεται με έντονη γραφή σε κάθε μήκος κύματος. Η συχνότητα των 8.2 mHz στην κηλίδα C συμπίπτει με την συχνότητα Nyquist και θα πρέπει να αντιμετωπιστεί με μεγάλη προσοχή.

Σχήμα 7-2 Πάνω:Φάσμα wavelet (αριστερά), ολικό κυματιδιακό φάσμα (global wavelet spectrum, δεξιά, συνεχής γραμμή) και το φάσμα ισχύος με βάση τον μετασχηματισμό Fourier (Fourier power spectrum, δεξιά, διάστικτη γραμμή) της πρώτης σειράς εικόνων έντασης από τις 15 Αυγούστου 1997 και για το κέντρο της Ηα. Κάτω: Τα αντίστοιχα φάσματα για τις παρατηρήσεις ταχυτήτων στο ± 0.5 της Ηα. Τα φάσματα υπολογίστηκαν με βάση την μέση ένταση/ταχύτητα από όλη την περιοχή της σκιάς της κηλίδας. Περιοχές με μεγαλύτερη αμαύρωση αντιστοιχούν στις ταλαντώσεις με μεγαλύτερη ισχύ ενώ τα περιγράμματα αντιστοιχούν σε 95% επιπέδου αξιοπιστίας.

Σχήμα 7-3 Φάσμα κυματιδίων, ολικό φάσμα κυματιδίων και φάσμα ισχύος Fourier για την ένταση στο κέντρο της $H\alpha$ (πάνω διαγράμματα) και της ταχύτητας $H\alpha \pm 0.35$ (κάτω διαγράμματα) από την δεύτερη σειρά παρατηρήσεων της 15-8-1997.

Σχήμα 7-4 Τα φάσματα όπως στις προηγούμενες εικόνες για τις ταχύτητες $H\alpha \pm 0.75 \text{ \AA}$ (πάνω διαγράμματα) και $\text{FeI}(5576.09) \pm 0.12 \text{ \AA}$ (κάτω διαγράμματα), της δεύτερης σειράς παρατηρήσεων της 15-8-1997.

Σχήμα 7-5 Τα φάσματα των παρατηρήσεων έντασης $H\alpha -0.25\text{\AA}$ που λήφθηκαν στις 14-12-2000 (πάνω διαγράμματα). Τα φάσματα στις μεσαίες εικόνες αφορούν παρατηρήσεις έντασης που έχουν ληφθεί στις 13-10-2000 στο κέντρο της $H\alpha$ ενώ τα κάτω διαγράμματα αφορούν αντίστοιχα τις ταχύτητες $H\alpha \pm 0.4\text{\AA}$.

μία κύρια κορυφή στα 5.5 mHz και δύο δευτερεύουσες στα 6.3 και 8.2 mHz. Το φάσμα wavelet δείχνει μία ισχυρή ταλάντωση στα 5.5 mHz η οποία υφίσταται για όλο σχεδόν το χρονικό διάστημα παρατήρησης. Μία ασθενέστερη ταλάντωση στα 8.2 mHz υπάρχει επίσης για εκτεταμένα χρονικά διαστήματα. Τέλος ταλάντωση συχνότητας 6.3 mHz εμφανίζεται για περιορισμένα χρονικά διαστήματα και κυρίως όταν οι άλλες δύο ταλαντώσεις

εξασθενούν. Στον πίνακα 7-2 αναφέρονται συνοπτικά οι παρατηρούμενες ταλαντώσεις τόσο στην ένταση όσο και στην ταχύτητα για όλες τις κηλίδες.

7.3.2 Χρονική συμπεριφορά των ταλαντώσεων σε μεμονωμένα σημεία της σκιάς

Όπως αναφέρθηκε στην εισαγωγή, πολλοί ερευνητές βρήκαν ότι διαφορετικές συχνότητες μπορούν αναγνωρισθούν σε διαφορετικά σημεία της σκιάς. Σύμφωνα με τον Lites (1986) [27], τυπικά μεγέθη των στοιχειωδών ταλαντωτών μέσα στη χρωμοσφαιρική σκιά είναι της τάξης των 3-4" και η κατανομή της ισχύος ποικίλει από σημείο σε σημείο μέσα στην σκιά.

Σχήμα 7-6 Τα φάσματα παρατηρήσεων στο κέντρο της H α (έντασης) φαίνονται στα πάνω διαγράμματα και των ταχυτήτων H α ± 0.4 Å μίας κηλίδας στις 14-12-1996 στα κάτω διαγράμματα αντίστοιχα.

Οι Kentischer & Mattig (1995) [25] βρήκαν ότι το σχήμα του φάσματος ισχύος μεταξύ δύο σημείων διαφέρει όταν τα σημεία αυτά απέχουν περισσότερο από 3-5", ενώ κάτω από 2" δεν μπορούν να αναγνωριστούν διαφοροποιήσεις. Λογικά λοιπόν, το επόμενο βήμα θα είναι ο υπολογισμός των φασμάτων διαφορετικών χωρικών σημείων μέσα στην σκιά. Πριν να

εξετάσουμε την χρονική συμπεριφορά των ταλαντώσεων σε διαφορετικά σημεία της σκιάς και για να έχουμε μια ιδέα για την χωρική κατανομή των συχνοτήτων ταλάντωσης, παρουσιάζουμε στο σχήμα 7-7 δυναμικούς χάρτες στις συχνότητες 5-6 mHz (σχ. 7-7a) και στην ζώνη των 6-8 mHz (σχ. 7-7b) μαζί με χάρτες συχνότητας μέγιστης φασματικής ισχύος υπολογισμένες από τις εικόνες έντασης στο κέντρο της Ha (πάνω σειρά εικόνων) και από τις ταχύτητες στο $H\alpha-0.35 \text{ \AA}$ (κάτω σειρά εικόνων) της κηλίδας B. Πριν τον υπολογισμό των χαρτών, στις εικόνες εφαρμόστηκε ζωνοδιαβατό φίλτρο βασισμένο στον *à trous* μετασχηματισμό wavelet, κρατώντας τις συχνότητες μεταξύ 2 και 9 mHz ώστε να απαλειφθούν μακρόχρονες μεταβολές στην ένταση/ταχύτητα καθώς και για την μείωση του θορύβου. Από το σχήμα 7-7 επιβεβαιώνεται ότι η κατανομή ισχύος ποικίλει για ταλαντούμενα στοιχεία με μέγεθος της τάξης $2.5''$. Ειδικότερα στον χάρτη συχνοτήτων των μεγίστων του φάσματος ισχύος που προέκυψε από τις εικόνες ταχύτητας στην $H\alpha \pm 0.35 \text{ \AA}$ δίνεται η εντύπωση ότι αποτελείται από μικρά κομμάτια ταλαντούμενων περιοχών με ελαφρά διαφορετικές συχνότητες μεταξύ τους οι οποίες ανήκουν στην τρίλεπτη ζώνη. Ο αντίστοιχος χάρτης για το κέντρο της Ha είναι ακόμα πιο σύνθετος αφού παρατηρούμε επιπλέον και στοιχεία να ταλαντώνονται με συχνότητες στην πεντάλεπτη ζώνη. Στο σχήμα 7-7e έχουμε σημειώσει με λευκό τόξο ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα ενός ταλαντούμενου στοιχείου με χαμηλή ισχύ στην ζώνη των 6-8 mHz αλλά με μεγάλη ισχύ στην ζώνη των 5-6 mHz (σχ. 7-7d). Επιπλέον με ένα μαύρο βέλος φαίνεται ένα άλλο χαρακτηριστικό παράδειγμα ταλαντούμενου στοιχείου με συμπεριφορά ακριβώς αντίθετη από το προηγούμενο. Και στις δύο περιπτώσεις η συμπεριφορά των ταλαντούμενων στοιχείων επιβεβαιώνεται από τον χάρτη συχνοτήτων μέγιστης ισχύος (σχ. 7-7e). Οι άλλες κηλίδες παρουσιάζουν παρόμοια συμπεριφορά.

Σύμφωνα με τους Abdelatif, Lites & Thomas (1986) [1], το μέγεθος της τρίλεπτης ταλάντωσης στο φωτοσφαιρικό επίπεδο αυξάνει όταν ο μέσος όρος του σήματος προέρχεται από το κεντρικό τμήμα της σκιάς. Θεωρούν μάλιστα ότι αποτελεί ένδειξη για την τρίλεπτη ταλάντωση ότι συγκεντρώνεται στο κεντρικό τμήμα της σκιάς. Επιπλέον σύμφωνα με τους Kentischer & Mattig (1995) [25], οι υψηλές συχνότητες ταλάντωσης που βρήκαν με κέντρο

στα 7.5 mHz συγκεντρώνονταν κυρίως στο κεντρικό σκοτεινό τμήμα της σκιάς. Εμείς επιλέξαμε σημεία τα οποία βρίσκονται αφενός στα σκοτεινότερα κεντρικά τμήματα των στοιχειωδών ταλαντούμενων στοιχείων (τα οποία επίσης ταυτοποιήθηκαν από τους δυναμικούς χάρτες και τους χάρτες συχνότητας μέγιστης φασματικής ισχύος) αφετέρου και άλλα στην περιφέρεια των ταλαντούμενων αυτών στοιχείων. Θα πρέπει να σημειώσουμε εδώ ότι τα σημεία δεν ήταν απαραίτητα στο κέντρο ή την περιφέρεια της σκιάς της κηλίδας δεδομένου ότι στις περισσότερες περιπτώσεις η σκιά των κηλίδων αποτελούνταν από δύο ή τρία σκοτεινά στοιχεία. Για την μείωση του θορύβου πήραμε το μέσο όρο του σήματος σε τετραγωνικό παράθυρο 3x3 pixels με κέντρο το σημείο το οποίο μελετάμε. Τα φάσματα για τα σημεία στην περιφέρεια των ταλαντούμενων στοιχείων έμοιαζαν πάρα πολύ με τα αντίστοιχα του μέσου όρου της σκιάς. Τα φάσματα των σημείων κοντά στο κέντρο των ταλαντούμενων στοιχείων παρουσίαζαν διαφορές: οι πεντάλεπτες ταλαντώσεις μειώθηκαν και η κυρίαρχη κορυφή της τρίλεπτης ταλάντωσης ήταν γύρω στα 5.5 mHz. Στην συνέχεια θα παρουσιάσουμε τα φάσματα ενός σημείου κοντά στο κέντρο ενός ταλαντούμενου στοιχείου.

Στο σχήμα 7-8 φαίνονται τα αποτελέσματα της έντασης στο κέντρο της Ηα (πάνω διαγράμματα) και της ταχύτητας στο $H\alpha \pm 0.5 \text{ \AA}$ (κάτω διαγράμματα) της κηλίδας Α. Από τα φάσματα ισχύος της έντασης και της ταχύτητας παρατηρούμε τη μεγαλύτερη κορυφή να βρίσκεται κοντά στα 6 mHz και δύο δευτερεύοντα μέγιστα να εμφανίζονται κοντά στα 4.2 και 7.5 mHz. Υπάρχουν επίσης κορυφές στην πεντάλεπτη ζώνη οι οποίες είναι όμως περισσότερο εμφανείς κυρίως στην ένταση. Στα φάσματα wavelet παρατηρείται μία διαφορά συγκριτικά με τα αντίστοιχα φάσματα από το μέσο όρο της έντασης/ταχύτητας από όλη την σκιά: περίπου στα 3 λεπτά η ισχύς συγκεντρώνεται σε κάποιο εύρος συχνοτήτων. Στο κέντρο της Ηα το φάσμα wavelet της έντασης παρουσιάζει συγκέντρωση ισχύος στο εύρος 5.2 mHz ως σχεδόν 6.8 mHz: κατά τη διάρκεια του πρώτου μισού των παρατηρήσεων η συχνότητα γύρω στα 5.5 mHz επικρατεί ενώ στο δεύτερο μισό η συχνότητα των 6.3 mHz είναι επικρατούσα. Η συχνότητα των 7.5 mHz είναι παρούσα και ισχυρή για τα τελευταία 18 λεπτά του χρόνου παρατήρησης. Στο φάσμα wavelet της ταχύτητας η τρίλεπτη ταλάντωση εμφανίζεται με στενότερο εύρος

από 5.5 mHz στα 6.5 mHz. Η συχνότητα στα 7.5 mHz είναι επίσης παρούσα αλλά για περιορισμένο χρονικό διάστημα στο τέλος των παρατηρήσεων.

Στο σχήμα 7-9 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της κηλίδας B για την ένταση στο κέντρο της H α και για τις ταχύτητες στα H α $\pm$ 0.35 Å και FeI $\pm$ 0.012 Å. Το φάσμα ισχύος της έντασης στο κέντρο της H α και της ταχύτητας στο H α $\pm$ 0.35 Å εμφανίζουν μία κύρια κορυφή στα 5.5 mHz η οποία είναι πιο πλατειά από τα αντίστοιχα φάσματα της μέσης έντασης και ταχύτητας (σχήματα 7-3 και 7-4, αντίστοιχα). Επίσης εμφανίζονται δευτερεύουσες κορυφές στην πεντάλεπτη ζώνη και στα 8.2 mHz. Το φάσμα wavelet της έντασης στο κέντρο της H α δείχνει μία ευρεία ζώνη συχνοτήτων κοντά στα τρία λεπτά μεταξύ 4.5 και 5.8 mHz. Οι ταλαντώσεις στην τρίλεπτη ζώνη καταπνίγονται (ή είναι τόσο ασθενείς που η ισχύς τους παραμένει κάτω από το επίπεδο θορύβου στο φάσμα wavelet) για περίπου 12 λεπτά κοντά στο κέντρο του χρονικού διαστήματος παρατήρησης και περίπου εκεί που η πεντάλεπτη ταλάντωση είναι πιο ισχυρή. Κατά τη διάρκεια του πρώτου μισού του χρόνου παρατήρησης η περισσότερη ισχύς ταλάντωσης είναι συγκεντρωμένη στα 4.5 και 5.3 mHz ενώ μετά από την χρονική περίοδο αυτή κατάπνιξης της ταλάντωσης και μέχρι το τέλος του χρόνου συγκεντρώνεται στα 5.8 mHz. Από την H α $\pm$ 0.35 Å παρατηρούμε μια ευρεία ζώνη με σχεδόν συνεχείς ταλαντώσεις να έχει σχηματιστεί με τη μέγιστη ισχύ να βρίσκεται συγκεντρωμένη κυρίως στα 5.3 και 4.5 mHz. Αυτές οι δύο ταλαντώσεις είναι παρούσες σε όλη την χρονική διάρκεια του σήματος. Μία τρίτη ταλάντωση εμφανίζεται μετά τα πρώτα τριάντα λεπτά με συχνότητα 5.8 mHz. Τέλος, μία ταλάντωση συχνότητας 3.1 mHz εμφανίζεται για το περιορισμένο χρονικό διάστημα των 20 λεπτών. Η κύρια κορυφή στο φάσμα ισχύος ταχυτήτων του σιδήρου βρίσκεται στην πεντάλεπτη ζώνη αλλά υπάρχουν και δευτερεύουσες κορυφές στα 4.5 και 5.3 mHz. Από το φάσμα wavelet παρατηρούμε ότι η ταλάντωση των 5.3 mHz μετά τα πρώτα 30 λεπτά και βαθμιαία να ολισθαίνει προς τα 4.5 mHz. Για πολύ μικρό χρονικό διάστημα εμφανίζεται και μία ταλάντωση στα 6.5 mHz. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι όταν η ταλάντωση συχνότητας στα 5.3 mHz εμφανίζεται στο FeI $\pm$ 0.012 Å, στην H α $\pm$ 0.35 Å εμφανίζεται η ταλάντωση στα 5.8 mHz και στο κέντρο της H α

αρχίζει η μείωση (κατάπνιξη) των ταλαντώσεων της τρίλεπτης ζώνης. Μετά από αυτή την μείωση η συχνότητα μετατοπίζεται από τα 5.3 στα 5.8 mHz.

Στο σχήμα 7-10 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της κηλίδας D για την ένταση $H\alpha-0.25 \text{ \AA}$ (πάνω διαγράμματα) και της κηλίδας E για την ένταση στο κέντρο της $H\alpha$ (μεσαία διαγράμματα) και για την ταχύτητα αντίστοιχα στο $H\alpha \pm 0.4 \text{ \AA}$ (κάτω διαγράμματα). Και στις δύο περιπτώσεις περιορίσαμε το χρονικό διάστημα που μελετήσαμε τις σειρές στα διαστήματα με το καλύτερο seeing ώστε να καταφέρουμε να μειώσουμε την επίδραση του θορύβου. Το φάσμα ισχύος της κηλίδας D δείχνει μια κύρια κορυφή στα 5.8 mHz, με μία

Σχήμα 7-7 Πάνω: Δυναμικοί χάρτες σε εύρος συχνοτήτων (a) των 5-6 mHz και (b) των 6-8 mHz και (c) ένας χάρτης συχνοτήτων των μεγίστων του φάσματος ισχύος (maximum power frequency map) υπολογισμένος για τις εικόνες του κέντρου της $H\alpha$ της κηλίδας B. Κάτω: οι ίδιοι δυναμικοί χάρτες αλλά για τις εικόνες ταχυτήτων $H\alpha \pm 0.35 \text{ \AA}$. Τα περιγράμματα ορίζουν το όριο της σκιάς με βάση τον μέσο όρο των φωτοσφαιρικών εικόνων. Στην εικόνα (e) με ένα άσπρο τόξο φαίνεται ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα ταλαντούμενου στοιχείου με χαμηλή δύναμη στις συχνότητες 6-8 mHz και υψηλή δύναμη στις 5-6 mHz (d). Την αντίθετη συμπεριφορά παρουσιάζει το στοιχείο που σημειώνεται με το μαύρο τόξο.

μακριά ουρά στη δεξιά πλευρά η οποία σταματά μετά τα 8.5 mHz, υποδεικνύοντας ότι περισσότερες κατανομές στην ζώνη μεταξύ 6 και 8 mHz

συνεισφέρουν στο παρατηρούμενο προφίλ ισχύος. Πράγματι, το φάσμα wavelet δείχνει μία ισχυρή ταλάντωση στα 5.8 mHz. Όμως δείχνει επίσης σημαντική ισχύ η οποία φαίνεται να είναι συγκεντρωμένη στα 6.5 και 7.5 mHz. Η εξαφάνιση των ταλαντώσεων είναι εμφανής μετά το τέλος του παραθύρου παρατήρησης. Το φάσμα ισχύος της έντασης της κηλίδας E δείχνει μία δευτερεύουσα κορυφή στα 3.2 mHz περίπου όσον αφορά την πεντάλεπτη ταλάντωση και τρεις κορυφές στην τρίλεπτη ζώνη, με την μεγαλύτερη να βρίσκεται στα 5.3 mHz, μία δεύτερη στα 6.3 mHz και τέλος μία ασθενέστερη στα 8.5 mHz. Το φάσμα wavelet δείχνει την ύπαρξη θορύβου στις χαμηλές συχνότητες (κάτω από 2 mHz). Στην τρίλεπτη ζώνη παρατηρούμε μια ισχυρή ταλάντωση στα 5.3 mHz η οποία είναι παρούσα για όλο το χρονικό διάστημα,

Σχήμα 7-8 Πάνω:Φάσμα wavelet (αριστερά), ολικό κυματιδιακό φάσμα (global wavelet spectrum, δεξιά, συνεχής γραμμή) και το φάσμα ισχύος με βάση τον μετασχηματισμό Fourier (Fourier power spectrum, δεξιά διάστικτη γραμμή) της πρώτης σειράς εικόνων έντασης από τις 15-8-1997 και για το κέντρο της H α . Κάτω: Τα αντίστοιχα φάσματα για τις παρατηρήσεις ταχυτήτων στο ± 0.5 της H α . Τα φάσματα υπολογίστηκαν με βάση την μέση ένταση/ταχύτητα από μερικά σημεία κοντά στο κεντρικό σκοτεινό κομμάτι ενός ταλαντούμενου στοιχείου.

Σχήμα 7-9 Φάσμα wavelet (αριστερά), ολικό κυματιδιακό φάσμα (δεξιά, συνεχής γραμμή) και το φάσμα ισχύος με βάση τον μετασχηματισμό Fourier (δεξιά διάστικτη γραμμή) για τη δεύτερη ακολουθία παρατηρήσεων στο κέντρο της H α (πάνω), των ταχυτήτων H α $\pm$ 0.35Å (μεσαία διαγράμματα) και FeI(5576.09) $\pm$ 0.12Å (κάτω διαγράμματα), οι οποίες έχουν ληφθεί στις 15-8-1997. Τα φάσματα υπολογίστηκαν με βάση την μέση ένταση/ταχύτητα από μερικά σημεία κοντά στο κεντρικό σκοτεινό κομμάτι ενός ταλαντούμενου στοιχείου.

Σχήμα 7-10 Φάσμα wavelet, ολικό κυματιδιακό φάσμα και το φάσμα ισχύος με βάση τον μετασχηματισμό Fourier για εικόνες έντασης στο $H\alpha -0.25 \text{ \AA}$ οι οποίες έχουν ληφθεί στις 14-10-2000 (πάνω), επίσης στο κέντρο της $H\alpha$ (μεσαία διαγράμματα) και εικόνων ταχυτήτων $H\alpha \pm 0.4 \text{ \AA}$ (κάτω διαγράμματα), οι οποίες έχουν ληφθεί στις 14-12-1996. Τα φάσματα υπολογίστηκαν με βάση την μέση ένταση/ταχύτητα από μερικά σημεία κοντά στο κεντρικό σκοτεινό κομμάτι ενός ταλαντούμενου στοιχείου.

Sunspot	H α $\pm$ 0 (mHz)	H α -0.25 (mHz)	H α $\pm$ 0.25 (mHz)	H α $\pm$ 0.35 (mHz)	H α $\pm$ 0.4 (mHz)	H α $\pm$ 0.5 (mHz)	H α $\pm$ 0.75 (mHz)	Fe I (5575.099 Å) $\pm$ 0.12 (mHz)
A	3.1, 4.2, 5.2-6.8, 7.5	-	-	-	-	3.1, 4.2, 5.5-6.5, 7.5	-	-
B	3.1, 4.5, 5.2, 5.8, 6.7, 8.2	-	-	3.1, 4.5, 5.2, 5.8, 7.5	-	-	2.5, 4.5, 5.3, 6.5	3.7, 4.5, 5.3, 6.5
C	5.5, 6.5	-	5.8-6.3, 7.5	-	-	-	-	-
D	-	5.8, 6.5, 7.5	-	-	-	-	-	-
E	3.2 5.3, 6.3, 8.5	-	-	-	5.3, 6.3, 8.5	-	-	-

Πίνακας 7-2 Οι ταλαντώσεις όπως προέκυψαν από απομονωμένα σημεία. Η κύρια συχνότητα ταλάντωσης φαίνεται με έντονη γραφή σε κάθε μήκος κύματος παρατήρησης.

ενώ η ταλάντωση των 6.3 mHz είναι επίσης ισχυρή αλλά μόνο για 35 λεπτά. Τέλος μία ταλάντωση στα 8.5 mHz παρουσιάζεται μόνο στην αρχή και στο τέλος των παρατηρήσεων. Το φάσμα για την ταχύτητα της κηλίδας E είναι παρόμοιο με αυτό της έντασης της κηλίδας D: παρουσιάζει δηλαδή μία πολύ ψηλή κορυφή στα 6.3 mHz και μία μακριά ουρά. Το φάσμα wavelet είναι πολύ λιγότερο θορυβώδες από το αντίστοιχο φάσμα της έντασης στο κέντρο της Ηα. Μία ισχυρή ταλάντωση είναι παρούσα για σχεδόν όλο το χρονικό διάστημα με συχνότητα 6.3 mHz. Μία δεύτερη ταλάντωση που εμφανίζεται στα 8.5 mHz είναι παρούσα μόνο για περιορισμένα χρονικά διαστήματα. Τέλος, για πολύ περιορισμένο χρόνο εμφανίζεται και μία τρίτη ταλάντωση στα 5.3 mHz. Στον πίνακα 7-3 καταγράφονται όλες οι συχνότητες που παρατηρήθηκαν για ένα σημείο και για όλες τις κηλίδες.

7.4 Συζήτηση – σχολιασμός

Από την εισαγωγή είναι εμφανές ότι για να γίνει ουσιαστική πρόοδος στο να κατανοήσουμε τη φύση των ταλαντώσεων της σκιάς θα πρέπει να διευκρινιστεί παρατηρησιακά αν η σκιά στην περιοχή της χρωμόσφαιρας αλλάζει την συχνότητα συντονισμού με το χρόνο ή/και από σημείο σε σημείο και αν οι διάφορες συχνότητες διεγείρονται ταυτόχρονα και σε δεδομένο σημείο μέσα στην σκιά. Σε μια προσπάθεια να απαντήσουμε τα παραπάνω ερωτήματα μελετήσαμε πέντε σειρές παρατηρήσεων που αφορούσαν κηλίδες χρησιμοποιώντας ως εργαλείο ανάλυσης την ανάλυση κυματιδίων.

Πριν να συζητήσουμε τα αποτελέσματα μας σημειώνουμε ότι σύμφωνα με τους Uekxuell et al (1983) [55] το ύψος της χρωμόσφαιρας της Ηα για την σκιά της κηλίδας βρίσκεται περίπου στα 1750 Km. Όπως σημειώνουν οι παραπάνω ερευνητές, η ερμηνεία των διακυμάνσεων της έντασης μιας οπτικά παχιάς γραμμής, μη-LTE (local thermodynamic equilibrium) γραμμής, όπως η Ηα, και η συσχέτισή της με ταλαντώσεις μετατοπίσεων γραμμής είναι σύνθετη εξαιτίας του γεγονότος ότι η συνεισφορά μιας μεταβολής της έντασης στην επιφάνεια μιας ατμόσφαιρας μπορεί να προέρχεται από μια εκτεταμένη περιοχή και όχι από ένα συγκεκριμένο ύψος. Επιπλέον, τα πεδία της ακτινοβολίας υποβάθρου στο ιονισμένο συνεχές παίζουν σημαντικό ρόλο στη δημιουργία της γραμμής Ηα [60]. Έτσι είναι πιθανό οι εξωτερικές πτέρυγες της Ηα να επηρεάζονται τόσο από συνεισφορές της χρωμόσφαιρας όσο και της φωτόσφαιρας.

Τα φάσματα ισχύος από τους μετασχηματισμούς Fourier και wavelet τόσο της έντασης όσο και της ταχύτητας στο χρωμοσφαιρικό επίπεδο δείχνουν την παρουσία και της τρίλεπτης και της πεντάλεπτης ταλάντωσης. Οι ταλαντώσεις στην πεντάλεπτη ζώνη είναι ισχυρές στα φάσματα έντασης αλλά είναι σημαντικά μειωμένες στα φάσματα ταχύτητας. Ασθενείς ταλαντώσεις στην ουρά των πεντάλεπτων ταλαντώσεων, γύρω στα 4.5 mHz, είναι εμφανείς στις περισσότερες περιπτώσεις. Επίσης αναγνωρίσαμε ταλαντώσεις στην τρίλεπτη ζώνη και για το φωτοσφαιρικό επίπεδο στην μοναδική περίπτωση που είχαμε παρατηρήσεις. Το χρωμοσφαιρικό φάσμα ισχύος παρουσιάζει πολλαπλές κορυφές πολύ κοντινές μεταξύ τους στην τρίλεπτη ζώνη και για την ακρίβεια μεταξύ 5-8 mHz. Συχνά τα φάσματα ισχύος του σήματος της έντασης στο κέντρο της Ηα εμφανίζει μια πλουσιότερη δομή από αυτή της ταχύτητας. Τα αποτελέσματα μας επιβεβαιώνουν ότι μπορεί να υπάρχουν πολλές cospatial συχνότητες ταλάντωσης σε δεδομένο σημείο της σκιάς στο χρωμοσφαιρικό επίπεδο. Οι ταλαντώσεις διαφορετικής συχνότητας δείχνουν μια δυναμική χρονική συμπεριφορά και δεν υπάρχουν απαραίτητα την ίδια χρονική στιγμή.

Τυπικά, τρεις τρόποι ταλάντωσης παρατηρούνται στην τρίλεπτη ζώνη: ένας κύριος με συχνότητα γύρω στα 5.5 mHz που υφίσταται συνήθως για όλη τη χρονική διάρκεια των παρατηρήσεων, εκτός από περιόδους που έχει

καταπνιγεί. Ένας δεύτερος τρόπος γύρω στα 6.3 mHz είναι παρών για μεγάλα χρονικά διαστήματα, ενώ τέλος για περιορισμένα χρονικά διαστήματα εμφανίζονται ταλαντώσεις με συχνότητες οι οποίες μεταβάλλονται με τον χρόνο γύρω στα 7.5 mHz. Η παρουσία των τρόπων αυτών ταλάντωσης είναι ιδιαίτερα εμφανής στο φάσμα ισχύος της ταχύτητας των μεγάλων σειρών, όπου και εμφανίζουν μία ισχυρή κορυφή στα 5.3 mHz με μια μακριά ουρά να τελειώνει συνήθως κοντά στα 9 mHz.

Τόσο οι ταλαντώσεις έντασης όσο και οι ταλαντώσεις ταχύτητας παρουσιάζουν ολίσθηση στην συχνότητα τους στην περιοχή των τρίλεπτων ταλαντώσεων που ωστόσο δεν φαίνεται να έχουν μία εμφανή περιοδική ή σχεδόν περιοδική συμπεριφορά. Επίσης παρατηρήσαμε περιόδους ύφεσης των ταλαντώσεων. Ο Zhugzhda (1984) [62] πρότεινε την πιθανότητα της σύζευξης μεταξύ των χρωμοσφαιρικών τρόπων συντονισμού και των γρήγορων κυμάτων οδηγώντας σε τρεις καταστάσεις: την απαλοιφή (suppression), την αναρρόφηση (suction) και το pulling off.

Κατά τη διάρκεια της απαλοιφής οι ταλαντώσεις καταπνίγονται εξαιτίας της διάχυσης του δεύτερου ταλαντωτή. Κατά τη διάρκεια της αναρρόφησης το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται σημαντικά, ενώ για την τρίτη κατάσταση συμβαίνουν απότομες αλλαγές στο πλάτος και στην συχνότητα της ταλάντωσης. Τα παραπάνω φαίνεται να αποτελούν την πιο φυσική εξήγηση της χρονικής συμπεριφοράς των παρατηρούμενων ταλαντώσεων. Διαφορές στα φάσματα ισχύος ανάμεσα σε διαφορετικά σημεία της σκιάς θα μπορούσαν πιθανά να οφείλονται σε διαφορετικούς συντελεστές σύζευξης για διαφορετικές θέσεις. Ένας πρόσθετος παράγοντας που επηρεάζει την χρονική συμπεριφορά των ταλαντώσεων είναι το γεγονός ότι διαμορφώνονται από μεταβολές μεγάλης περιόδου των πηγών των ταλαντωτών. Πολλοί ερευνητές βρήκαν ενδείξεις τέτοιων ταλαντώσεων μεγάλης περιόδου, της τάξης των 25 λεπτών [16][50]. Από τα δικά μας δεδομένα προκύπτουν επίσης ενδείξεις τέτοιων ταλαντώσεων. Λαμβάνοντας υπ' όψιν μας την μη ομοιόμορφη συμπεριφορά των ταλαντώσεων διαφορετικών σημείων της σκιάς, η απαλοιφή των ταλαντώσεων του μέσου όρου της έντασης / ταχύτητας όλης της σκιάς θα πρέπει να αποδοθεί σε μια μεταβολή της συμπεριφοράς των ταλαντωτών.

Σε μία περίπτωση παρατηρήσαμε μία βραχύχρονη απαλοιφή των τρίλεπτων ταλαντώσεων έντασης ενώ ταυτόχρονα οι πεντάλεπτες ταλαντώσεις γινόταν πιο έντονες (κηλίδα Β). Δε παρατηρήθηκε κάτι παρόμοιο στις ταλαντώσεις των ταχυτήτων. Επίσης σε άλλη περίπτωση (ταχύτητα κηλίδας C) το φάσμα των κυματιδίων θα μπορούσε να ερμηνευτεί ως υπόδειξη μακρόχρονων περιοδικών ή ημι-περιοδικών ολισθήσεων των κυρίων συχνοτήτων ταλάντωσης όμοιες με αυτές που βρέθηκαν από τους Zhugzhda και Makarov (1982)[61]. Όμως προσεκτική εξέταση και σύγκριση με τα αντίστοιχα φάσματα έντασης δείχνουν ότι αυτή η χρονική συμπεριφορά θα πρέπει μάλλον να αποδοθεί στην συμβολή μεταξύ κοντινών χωρικά συχνοτήτων, πιθανά σε συνδυασμό με μια μεταβολή μακράς περιόδου των πηγών των ταλαντωτών.

Αναλύοντας τα φάσματα ισχύος που προκύπτουν από την μέση ένταση της σκιάς, παρατηρούμε μία συστηματική μετατόπιση της κύριας κορυφής της τρίλεπτης ζώνης των ταλαντώσεων, από τα 6.3 mHz στην ένταση στο κέντρο της Ηα στα περίπου 5 mHz στις εικόνες ταχυτήτων του FeI $\pm 0.12\text{\AA}$. Όμως, για απομονωμένα σημεία κοντά στο κεντρικό σκοτεινό τμήμα των ταλαντούμενων στοιχείων βρήκαμε ότι η κύρια κορυφή βρίσκεται περίπου στα 5.5 mHz για την χρωμόσφαιρα αλλά και για τη φωτόσφαιρα. Δεν βρήκαμε στην φωτόσφαιρα υψηλότερες συχνότητες μεταξύ 6-8 mHz οι οποίες ήταν παρούσες στην χρωμόσφαιρα. Τα αποτελέσματά μας είναι σε συμφωνία με αυτά των Lites και Thomas (1985), οι οποίοι βρήκαν αποδείξεις για συσχέτιση των ταλαντώσεων της φωτόσφαιρας και της χρωμόσφαιρας σε ένα στενό εύρος συχνοτήτων γύρω στα 5.5 mHz. Όμως δεν μπορεί να επαληθευτεί από τα δεδομένα μας ότι υπάρχει χρονική σύμπτωση των ταλαντώσεων των 5.5 mHz στην φωτόσφαιρα και στην χρωμόσφαιρα.

Λαμβάνοντας υπόψη μας τις προτάσεις του Lites (1986) και τα ευρήματα των Kentischer και Mattig (1995), τα αποτελέσματά μας μπορούν να εξηγηθούν ως εξής: η κύρια χρωμοσφαιρική συχνότητα κοντά στα 5.5 mHz σχετίζεται με τον φωτοσφαιρικό ταλαντωτή και οι δευτερεύουσες συχνότητες κοντά στα 6.3 mHz σχετίζονται με τον χρωμοσφαιρικό ταλαντωτή. Οι άλλες δευτερεύουσες συχνότητες γύρω στα 7.5 mHz και η χρονική συμπεριφορά των ταλαντώσεων σχετίζονται με τη σύζευξη μεταξύ των κυρίων συχνοτήτων

και την πιθανή επιρροή των μεταβολών μακράς περιόδου των πηγών των ταλαντωτών.

Όσον αφορά το ολικό φάσμα κυματιδίων και το φάσμα ισχύος Fourier φαίνονται να είναι σε συμφωνία. Σε ορισμένες περιπτώσεις υπάρχουν ελάχιστες διαφορές κυρίως στο μέγεθος της ισχύος των δευτερευουσών κορυφών όπως και μια ελάχιστη συχνοτική μετατόπιση η οποία μπορεί να φτάσει ως τα 0.5 mHz. Η παρουσία μιας δευτερεύουσας κορυφής στο φάσμα Fourier, τοποθετημένη πολύ κοντά σε μια κύρια κορυφή δεν σημαίνει απαραίτητα ότι έχουμε δύο διαφορετικών συχνοτήτων ταλαντώσεις. Μπορεί απλά να οφείλεται σε μία ολίσθηση της συχνότητας για κάποιο μικρό χρονικό διάστημα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ –ΣΥΖΗΤΗΣΗ

8.1 Σύνοψη

Οι εικόνες του Ήλιου, οι οποίες προέρχονται είτε από το διάστημα είτε από τη Γη, είναι σε ψηφιακή μορφή, και χρησιμοποιούνται για τη μελέτη του. Στην εισαγωγή αναφέραμε τέσσερις βασικούς λόγους για τους οποίους μελετάμε τον Ήλιο:

- ✓ λόγω της κλιματολογικής συσχέτισής του με τη Γη,
- ✓ λόγω της επίδρασής του στον «διαστημικό καιρό»,
- ✓ λόγω της ιδιότητας του ως τυπικού αστέρα και
- ✓ λόγω του ότι είναι ένα πραγματικό πυρηνικό εργαστήριο που όμως δεν μπορεί να υπάρξει στη Γη.

Το τμήμα του Ήλιου που μπορούμε να δούμε και να μελετήσουμε είναι η ατμόσφαιρά του. Από την μελέτη λοιπόν της ηλιακής ατμόσφαιρας αντλούνται όλες τις πληροφορίες που θέλουν οι επιστήμονες.

Σε αυτή τη διατριβή ασχοληθήκαμε με δεδομένα που προέρχονταν από γήινα τηλεσκόπια χωρίς να ασχοληθούμε με παρατηρήσεις από το διάστημα και αφορούν βέβαια την ηλιακή ατμόσφαιρα. Ανάλογα με το ατμοσφαιρικό

στρώμα που μελετάμε, δηλαδή ανάλογα με το μήκος κύματος παρατήρησης που έχουν ληφθεί οι φωτογραφίες, παρατηρούμε και διαφορετικούς σχηματισμούς και δομές. Υπάρχουν βέβαια και σχηματισμοί οι οποίοι είναι κοινοί στα διάφορα ατμοσφαιρικά επίπεδα ή σωστότερα που εκτείνονται σε περισσότερα του ενός επίπεδα αλλά έχουν διαφορετική δομή, υφή και συμπεριφορά.

Η ποικιλία των σχηματισμών αυτών έγκειται όχι μόνο στο μέγεθός τους και στα γενικότερα μορφολογικά χαρακτηριστικά τους, αλλά στο χρόνο ζωής τους και στον τρόπο εξέλιξής τους. Η μοναδικότητά τους εισάγει την απαίτηση του προσεκτικού χειρισμού τους ώστε να μην υποστούν οποιαδήποτε αλλοίωση. Οποιαδήποτε απώλεια πληροφορίας ή απλά παραποίησης της οδηγεί σε λάθος συμπεράσματα.

Από την άλλη πλευρά όμως η ανάγκη για την πλήρη μελέτη της ηλιακής ατμόσφαιρας και κατά συνέπεια και των σχηματισμών που περιέχει επιβάλλει την εισαγωγή τεχνικών ενίσχυσης των εικόνων, των σχηματισμών που περιέχονται σε αυτές ακόμη και τον διαχωρισμό τους από το υπόλοιπο περιεχόμενο της εικόνας για την καλύτερη μελέτη τους.

Τέλος η ανάγκη αφενός της ανάλυσης μεγάλου αριθμού εικόνων, δεδομένου ότι οι παρατηρήσεις καλύπτουν χρονικά το διάστημα μερικών ωρών, αφετέρου της ανάλυσής τους με ένα αξιόπιστο τρόπο που μπορεί εύκολα να αναπαραχθεί, απαιτούν ένα υπολογιστικό αλγόριθμο πλήρως ελεγχόμενο.

Η ιδιαιτερότητα των εικόνων αυτών έγκειται καταρχήν στο bit depth που συνήθως είναι πλέον 16 bit αλλά και στο ότι είναι εικόνες gray level ανομοιογενείς με αποτέλεσμα να είναι πολύ δύσκολο να διαχωριστούν οι σχηματισμοί από το υπόβαθρο. Χρησιμοποιώντας τους κλασσικούς μετασχηματισμούς και καθολικούς (global) τελεστές δεν μπορούμε να πετύχουμε ικανοποιητικά αποτελέσματα είτε ως προς το να απομονώσουμε κάποιους σχηματισμούς είτε απλά να τους ενισχύσουμε. Θα πρέπει λοιπόν σε αυτό το σημείο να εισάγουμε νέες τεχνικές ανάλυσης οι οποίες να εφαρμόζονται τοπικά στην εικόνα ή/και ολικά.

Ο μετασχηματισμός κυματιδίων φαίνεται να είναι το καταλληλότερο εργαλείο. Είναι ένα εργαλείο ανάλυσης πολλαπλής διακριτικής ικανότητας δηλαδή εφαρμόζει τοπική ανάλυση σε διαφορετικές κλίμακες. Το βασικό τους

πλεονέκτημα σε σχέση με τις άλλες μεθόδους είναι η ανεξαρτησία από το υπόβαθρο. Η ανίχνευση των δομών σε μια δεδομένη κλίμακα στην κυματιδιακή ανάλυση δεν επηρεάζεται από την ύπαρξη μεγαλύτερων ή μικρότερων δομών κλίμακας.

Αποσκοπούμε στην μελέτη της λεπτής υφής ορισμένων σχηματισμών καθώς και στην χρονική συμπεριφορά και εξέλιξη αυτών των λεπτομερειών. Επίσης είναι δυνατόν να χρειαζόμαστε την ανίχνευση και τον χαρακτηρισμό μικρών ομοιόμορφων σχηματισμών με κάποιο αυτοματοποιημένο τρόπο ώστε να μπορούμε να αναλύσουμε ένα μεγάλο αριθμό εικόνων που συνήθως αποτελούν και χρονική σειρά. Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να εφαρμόσουμε τόσο στατιστική ανάλυση στο δείγμα μας όσο και να μελετήσουμε την εξέλιξή του χρονικά.

Κατ' αρχήν έγινε μια προσπάθεια επίτευξης ενός πρωταρχικού στόχου της ψηφιακής επεξεργασίας εικόνας, να βελτιωθεί η ποιότητα της εικόνας και να εξασθενίσουν τα φαινόμενα που υποβαθμίζουν την ποιότητα της από τους ανιχνευτές και τους καταγραφείς.

Οι τεχνικές ενίσχυσης ψηφιακής εικόνας αυξάνουν την ποιότητα της εικόνας ενισχύοντας κάποια χαρακτηριστικά της (π.χ. ακμές και όρια, αντίθεση) και μειώνοντας τον θόρυβο που τυχόν περιέχει [43]. Ο κύριος στόχος είναι το να επεξεργαστούμε την εικόνα έτσι ώστε το αποτέλεσμα να είναι καταλληλότερο της αρχικής για συγκεκριμένη εφαρμογή [18]. Η λέξη «συγκεκριμένη» είναι σημαντική διότι καθιστά σαφές από την αρχή ότι οι τεχνικές που συζητήθηκαν στη διατριβή αυτή είναι κατά πολύ εξαρτώμενες από το πρόβλημα.

Στις εικόνες που είχαμε να αντιμετωπίσουμε εφαρμόστηκαν τεχνικές που βασίστηκαν στον μετασχηματισμό κυματιδίων. Καταλήξαμε ότι ο καταλληλότερος μετασχηματισμός στην περίπτωση μας είναι ο λεγόμενος *à trous* μετασχηματισμός.

Ο αλγόριθμος *à trous* που χρησιμοποιήσαμε παρουσιάζει τα εξής πλεονεκτήματα:

- Οι υπολογιστικές απαιτήσεις είναι λογικές
- Ο αλγόριθμος ανασύνθεσης είναι τετριμμένος και απλός

- Ο μετασχηματισμός είναι γνωστός σε κάθε εικονοστοιχείο, επιτρέποντας τον προσδιορισμό θέσης χωρίς σφάλμα και χωρίς παρεμβολή
- Μπορούμε να ακολουθούμε την εξέλιξη του μετασχηματισμού από την μία κλίμακα στην επόμενη
- Είναι αναλλοίωτος στην μετάθεση
- Είναι ισοτροπικός μετασχηματισμός

Οι επιστήμονες που ασχολούνται με τη μελέτη του Ήλιου ενδιαφέρονται στο να μελετήσουν συγκεκριμένους σχηματισμούς και δομές πάνω σε αυτόν. Αυτό όμως δεν είναι κάτι εύκολο διότι πολλοί από αυτούς είναι «χωμένοι» μέσα σε αυτό που μπορούμε να χαρακτηρίσουμε ως υπόβαθρο. Το υπόβαθρο με την σειρά του δεν κάτι ομοιόμορφο και ομοιογενές.

Για την εξαγωγή αυτών των σχηματισμών δεν αρκεί απλά μια ενίσχυση της εικόνας αλλά θα πρέπει να εφαρμόσουμε τεχνικές τμηματοποίησης έτσι ώστε να διαχωρίσουμε μια εικόνα στα αντικείμενα που την απαρτίζουν. Ο μετασχηματισμός κυματιδίων και ειδικότερα ο *à trous* ανταποκρίνεται σε αυτήν την ανάγκη.

Εφόσον έχουν αποκαλυφθεί οι σχηματισμοί στους οποίους στρέφεται το ενδιαφέρον μας κατά το βέλτιστο δυνατόν, εκμεταλλευτόμαστε το γεγονός ότι ηλιακές παρατηρήσεις αποτελούν ουσιαστικά μια χρονική ακολουθία εικόνων ίδιου ή διαφορετικού μήκους κύματος παρατήρησης. Η μελέτη περιορίστηκε ίσως στους χαρακτηριστικότερους, γνωστότερους και σταθερότερους ηλιακούς σχηματισμούς: τις ηλιακές κηλίδες.

Οι ηλιακές κηλίδες είναι σκοτεινοί σχηματισμοί της ηλιακής ατμόσφαιρας, ορατοί τόσο στη φωτόσφαιρα όσο και στη χρωμόσφαιρα. Δημιουργούνται και χάνονται σε χρονικό διάστημα λίγων ημερών ή και εβδομάδων. Τα κύρια περιγραφικά χαρακτηριστικά μιας κηλίδας είναι η κεντρική σκοτεινή περιοχή της, η σκιά, και ένα περιβάλλον ομόκεντρο δακτυλίδι λιγότερο σκοτεινό, την παρασκιά. Ένα πρόβλημα που απασχολεί τους ερευνητές είναι η ταλαντωτική συμπεριφορά της περιοχής της σκιάς.

Ο συνεχής μετασχηματισμός κυματιδίων αποτελεί το καταλληλότερο εργαλείο για την ανάλυση ενός χρονικά μεταβαλλόμενου σήματος του οποίου προσπαθούμε να αποκαλύψουμε την τυχόν ταλαντωτική συμπεριφορά του. Η

εντοπισμένη φύση των κυματιδίων μας επιτρέπει την μελέτη της διάρκειας οποιασδήποτε στατιστικά σημαντικής ταλάντωσης, δίνοντάς μας επιπλέον και πληροφορίες για την συχνότητα/περίοδό της.

Αρχίζοντας από τις παραμέτρους που θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε και μετά από διεξοδική μελέτη, καταλήξαμε στην μητρική συνάρτηση γνωστή ως κυματίδιο Morlet. Είναι ένα γνωστό μιγαδικό κυματίδιο συμπαγούς υποστήριξης που μας επιτρέπει τον προσδιορισμό αφενός των ταλαντώσεων, αφετέρου της μεταβατικής τους φύσης. Επιπλέον οι ταλαντώσεις εντοπίζονται αποτελεσματικά στον χρόνο λόγω της γρήγορης εξασθένισης των συναρτήσεων βάσης ενώ ο εντοπισμός συχνότητας είναι καλός.

Αφού λοιπόν δημιουργήσαμε το σήμα που προέρχεται από πέντε διαφορετικές χρονικές σειρές παρατηρήσεων κηλίδων εφαρμόσαμε τον μετασχηματισμό. Μελετήθηκαν με αυτό τον τρόπο οι ταλαντώσεις στο σύνολο της σκιάς αλλά και σε μεμονωμένα χαρακτηριστικά σημεία της ώστε να μπορούν να εξαχθούν συμπεράσματα και να συγκριθούν με προηγούμενες μελέτες άλλων ερευνητών.

8.2 Συμπεράσματα

Τα πλεονεκτήματα της ανάλυσης πολλαπλής διακριτικής ικανότητας από τη μια και τα θετικά στοιχεία του αλγορίθμου à trous από την άλλη, μας οδήγησαν στο να αναλύσουμε καθεμιά από τις εικόνες αυτές σε πέντε επίπεδα. Οι συντελεστές των κυματιδίων συνιστούν ένα επίπεδο, δηλαδή μια εικόνα με διαφορετική ανάλυση από την αρχική. Τα πέντε διαφορετικά επίπεδα αποτελούν πέντε διαδοχικές προσεγγίσεις.

Αν στις εικόνες που χειριζόμαστε περιλαμβάνονται και κηλίδες τότε παρατηρούμε ότι μπορεί να προσδιοριστεί με μεγαλύτερη σαφήνεια η περιοχή της σκιάς της κηλίδας. Είναι γνωστό ότι το σχήμα ενός αντικειμένου μπορεί να περιγραφεί είτε στα πλαίσια των ορίων του είτε στα πλαίσια της περιοχής που καταλαμβάνει. Δεδομένου ότι η σκιά της κηλίδας είναι ένας σταθερός σχηματισμός και αφού σε κάποιο επίπεδο προσδιορίζονται σαφέστερα τα όρια της, την χρησιμοποιούμε ως σημείο αναφοράς για να ευθυγραμμίσουμε τις εικόνες. Πράγματι με τη μέθοδο αυτή επιτυγχάνεται μεγαλύτερη ακρίβεια στον υπολογισμό των μετατοπίσεων (offset) των εικόνων άρα και μείωση της

πιθανότητας εισαγωγής σφαλμάτων από την συνήθη διαδικασία επεξεργασίας των αρχικών (raw) όπως αυτές έχουν ληφθεί από τα τηλεσκόπια.

Για να μελετήσουμε τους σχηματισμούς, θα πρέπει να έχουμε μια απεικόνισή τους με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη λεπτομέρεια. Αυτό προϋποθέτει την ενίσχυσή τους. Το πρόβλημα διαφοροποιείται ανάλογα με την περιοχή παρατήρησης. Η σαφής απεικόνιση σχηματισμών που βρίσκονται στο ηλιακό χείλος αποτελεί ένα πολύ δύσκολο πρόβλημα. Μετά τη διόρθωση του σκοτεινού χείλους, η διαφοροποίηση του τελεστή Madmax μας έδωσε πολύ καλά αποτελέσματα. Ο μετασχηματισμός κυματιδίων όμως ήταν αυτός που έδωσε θεαματικά αποτελέσματα: οι εικόνες κοντά στο χείλος ενισχύθηκαν σημαντικά χωρίς να χρειάζονται επίπονες διεργασίες οι οποίες απαιτούνται από την κλασσική μέθοδο. (Κλασσική με την έννοια ότι δεν χρησιμοποιεί τα κυματίδια.) Επιπλέον η κλασσική μέθοδος είναι πολύ ευαίσθητη στον σωστό προσδιορισμό του κέντρου του ηλιακού δίσκου και του ηλιακού χείλους κάτι που αποτελεί από μόνο του ένα πρόβλημα αφού δεν έχουμε απεικόνιση ολόκληρου του ηλιακού δίσκου αλλά ενός κομματιού μόνο.

Όσον αφορά στην εισαγωγή σφαλμάτων από τις παραπάνω τεχνικές ενίσχυσης, τα γνωστά artifacts, δεν παρατηρούνται στις εικόνες των κηλίδων, ενώ στις εικόνες του χείλους υπάρχει κάτι που είναι άξιο αναφοράς. Κάποιο ελάττωμα μπορεί να παρατηρηθεί παράλληλα στο χείλος και σχετίζεται με την ακτινοβολία που προέρχεται από την φωτόσφαιρα. Οι τεχνικές αυτές δοκιμάστηκαν σε πλήθος ηλιακών εικόνων και μπορούν πια να χαρακτηριστούν ως αξιόπιστες αφενός και ως χρήσιμο εργαλείο αφετέρου.

Πέρα από την ενίσχυση των εικόνων που έχουν ληφθεί στον ηλιακό δίσκο με βάση τα επίπεδα που προκύπτουν από την εφαρμογή του à trous, όπως έγινε με τις παρατηρήσεις των ηλιακών κηλίδων, μπορεί να χρειάζεται να γίνει κάτι περισσότερο: να ξεχωρίσουν κάποιοι σχηματισμοί από το περιβάλλον τους. Περνάμε δηλαδή από την ενίσχυση της εικόνας στην τμηματοποίηση της.

Εφαρμόσαμε διαφορετικές παραλλαγές της μεθόδου που χρησιμοποιήσαμε για την τμηματοποίηση των εικόνων η οποία ήταν επίσης βασισμένη στον à trous για δυο διαφορετικά είδη σχηματισμών. Από την μια είχαμε μικρές λαμπρές βούλες γνωστές με το όνομα βόμβες Ellerman, από την

άλλη σκοτεινά και λαμπρά κανάλια ροής υλικού στην ηλιακή επιφάνεια ή αλλιώς νημάτια (fibrils) φωτεινά και σκοτεινά. Τα αποτελέσματα είναι πολύ ικανοποιητικά και συγκριτικά με τις «κλασσικές» μεθόδους σαφώς υπερέχουν.

Από τις χρονικές σειρές εικόνων ηλιακών κηλίδων δημιουργήθηκε ένα μονοδιάστατο σήμα από το τμήμα της σκιάς με σταθερό ρυθμό δειγματοληψίας. Το πέμπτο επίπεδο του μετασχηματισμού à trous αποδείχτηκε κατάλληλο για τον υπολογισμό του trend του σήματος. Ο μετασχηματισμός έδωσε τη λύση εκεί που οι κλασσικές μέθοδοι αδυνατούσαν να δώσουν ένα ικανοποιητικό αποτέλεσμα σε αυτά τα ιδιόμορφα μεν αλλά πραγματικά σήματα.

Η μελέτη της συμπεριφοράς των ταλαντώσεων έγινε με τη βοήθεια του συνεχούς μετασχηματισμού κυματιδίων. Ο CWT λοιπόν αποδείχτηκε ως ένα καλό εργαλείο για την επιβεβαίωση χαρακτηριστικών που ήταν ήδη γνωστά για την ταλαντωτική συμπεριφορά της σκιάς αλλά και για την ανακάλυψη νέων ιδιοτήτων της.

Χάρη σε αυτόν λοιπόν βρήκαμε ότι οι ταλαντώσεις έντασης και ταχύτητας στην τρίλεπτη περιοχή συχνοτήτων (ισχυρότερες) και στην πεντάλεπτη περιοχή (ασθενής και προεξάρχουσα στην ένταση) είναι παρούσες στην χρωμοσφαιρική σκιά. Επιβεβαιώσαμε ότι οι διαφορετικές συχνότητες στην περιοχή των τρίλεπτων ταλαντώσεων μπορούν να αναγνωριστούν σε διαφορετικά τμήματα της σκιάς οι ταλαντώσεις παρουσιάζουν να είναι σε συμφωνία για στοιχειώδη τμήματα με μεγέθους της τάξης των 2.5". Επιπλέον, τα αποτελέσματα μας επιβεβαιώνουν ότι μπορεί να υπάρχουν πολλές cospatial συχνότητες ταλάντωσης σε δεδομένο σημείο της σκιάς στο χρωμοσφαιρικό επίπεδο.

Η ανάλυση κυματιδίων της χρονικής συμπεριφοράς των τρίλεπτων ταλαντώσεων απέδειξε ότι αυτή δεν είναι στατική (stationary). Το φάσμα τους έδειξε ολισθήσεις συχνοτήτων, τρόπους ταλάντωσης σταθερούς για μεγάλο χρονικό διάστημα και οι οποίοι στην συνέχεια είτε εξασθενούν είτε χωρίζονται σε δύο άλλους και σε τρόπους ταλάντωσης οι οποίοι εναλλάσσονται μεταξύ τους.

Τυπικά στην τρίλεπτη περιοχή υπάρχουν τρεις διαφορετικοί τρόποι ταλάντωσης, η κύρια στα 5.5 mHz, μια δευτερεύουσα στα 6.3 mHz, και ταλαντώσεις με χρονικά μεταβαλλόμενες συχνότητες γύρω στα 7.5 mHz οι οποίες είναι παρούσες για περιορισμένα χρονικά διαστήματα.

Τέλος ανακαλύψαμε μία φαινομενικά μακροπρόθεσμη μετατόπιση της ταλάντωσης της κύριας συχνότητας. Τα δεδομένα μας και η ανάλυση τους δεικνύουν ότι μάλλον δεν θα μπορούσε να της αποδοθεί ο χαρακτηρισμός μιας μακροπρόθεσμης περιοδικής ή ημιπεριοδικής μεταβολής και ότι ίσως πρόκειται για το αποτέλεσμα της συμβολής των cospatial τρόπων ταλάντωσης.

Συνοψίζοντας, οι ταλαντώσεις διαφορετικής συχνότητας δείχνουν μια δυναμική χρονική συμπεριφορά και δεν συνυπάρχουν απαραίτητα την ίδια χρονική στιγμή. Αυτή η συμπεριφορά επιβάλλει την χρήση των κυματιδίων.

8.3 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Στόχος της έρευνας που έγινε στα πλαίσια τούτης της διδακτορικής διατριβής ήταν η εισαγωγή των κυματιδίων σε έναν νέο χώρο, αυτόν της ηλιακής φυσικής. Τα κυματίδια ήταν γνωστά εργαλεία στον χώρο της φυσικής και της αστρονομίας αλλά όχι και στη μελέτη του Ήλιου. Έγιναν μόνο κάποιες αρχικές προσπάθειες να εφαρμοστεί η ανάλυση κυματιδίων σε παρατηρήσεις που είχαν γίνει από το διάστημα.

Οι τεχνικές επεξεργασίας εικόνας είναι κρίσιμες και πολλές φορές αποτελούν το κλειδί για αυτές τις εικόνες, για να αποκαλυφθούν οι σχηματισμοί και τα μυστικά τους, για να κατανοήσουμε τις φυσικές διεργασίες που γίνονται στον Ήλιο. Με άλλα λόγια η ανάπτυξή τους αποτελούν το μέλλον της ηλιακής φυσικής γι' αυτό δοκιμάζονται, διαφοροποιούνται, εξελίσσονται. Η δουλειά μας λοιπόν μπορεί να έχει μέλλον...

Μπορεί για παράδειγμα να γενικευτεί ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε για την αναγνώριση των βομβών Ellerman και σε άλλους μικρούς σχηματισμούς όπως π.χ. οι umbral dots ώστε να μπορούν μελετηθούν οι μορφολογικές μεταβολές τους και βέβαια να γίνει μια γενικότερη

στατιστική μελέτη. Από τα αποτελέσματα θα τροποποιηθούν οι υπάρχουσες θεωρίες δημιουργίας τους και λειτουργίας του φυσικού μηχανισμού τους.

Η εξάλειψη του θορύβου με τα κυματίδια είναι ανώτερη των παραδοσιακών τεχνικών, οι οποίες εξαλείφουν τον θόρυβο με χαμηλοπερατά φίλτρα, με αποτέλεσμα να θολώνουν τα πιο έντονα (sharp) χαρακτηριστικά του υποκείμενου σήματος. Θα μπορούσε να δοκιμαστεί επίσης και στις συγκεκριμένες εικόνες.

Όσον αφορά στην μελέτη των ταλαντώσεων της σκιάς, μία πιθανή συνέχεια είναι η προσομοίωσή τους με τεχνητό σήμα ώστε να μπορέσουμε να δοκιμάσουμε τα κυματίδια και τις τυχόν τροποποιήσεις που πρέπει να γίνουν στους αλγόριθμους ώστε να μπορέσει να διευκρινιστεί η αλληλεπίδραση της χρωμοσφαιρικής και φωτοσφαιρικής κοιλότητας.

Συμπίεση, γρήγοροι αλγόριθμοι, εξάλειψη θορύβου και ανίχνευση δομών (pattern recognition) είναι ένα μικρό δείγμα από τις πιθανές χρήσεις των κυματιδίων και της ανάλυσης χρόνου-συχνότητας. Στην πραγματικότητα, η ανάλυση κυματιδίων αποτελεί κάτι πολύ περισσότερο από μια συλλογή εφαρμογών. Καλύπτει αυτό που κάποιος θα μπορούσε να το πει «wavelet world view».

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. T. E. Abdelatif, B. W. Lites and J. H. Thomas, ApJ, vol.311, pp.1015, 1986
2. P. M. Bentley and J. T. E. McDonnel, “Wavelet transforms: an introduction”, Electronics and Commun. Engineering Journal, August, 1994
3. T. Bogdan, Sol. Phys. Vol. 192, p.373, 2000
4. C. Buil, CCD Astronomy: Construction and Use of an Astronomical CCD Camera, Willmann-Bell, Inc., Virginia, 1991
5. A.P. Calderón, “Intermediate Spaces and Interpolation, the Complex Method”, Studia Mathematica, vol. 24, pp.113-90, 1964
6. K. R. Castleman, Digital Image Processing, Prentice-Hall, New Jersey, 1995
7. C. K. Chui, An Introduction to Wavelets, Academic Press, 1992
8. Cohen and J. Kovacevic, “Wavelets: The Mathematical Background”, Proc. of the IEEE, vol. 84, no 4, April 1996
9. R.R. Coifman and G. Weiss, “Extensions of Hardy spaces and their use in analysis”, Bull. Of the Amer. Math. Soc., vol. 83, num. 4, July 1977
10. I. Daubechies, “Orthonormal bases of compactly supported wavelets”, Commun. Pure Appl. Math., vol. 41, pp.909-996,1988
11. I. Daubechies, “The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis”, IEEE Transf. Info. Theory, 36(5), pp.961-1005, September 1990
12. I. Daubechies, “Ten Lectures on Wavelets”, Philadelphia, SIAM, 1992
13. I. Daubechies, “Where Do Wavelets Come From? – A Personal Point of View”, Proc. Of the IEEE, vol. 84, No 4, April 1996
14. P. Dutilleux, “An implementation of the algorithm à trous to compute the wavelet transform”, in Wavelets, Time-Frequency Methods and Phase Space, Berlin: Springer, IPTI, 1989, pp.298-304
15. M. Farge, “Wavelet transforms and their application to turbulence”, Annu. Rev. Fluid Mech., vol. 24, pp.395-457, 1992.
16. M. Federspiel and W. Mattig, Astronomy & Astrophysics, vol.276, p.227, 1993

17. D. Gabor, "Theory of communication", J. of the IEEE, vol. 93, pp. 429-457, 1946
18. R. Gonzalez and R. Woods, "Digital Image Processing", Addison Wesley, 1992
19. A. Grossman and J. Morlet, "Decomposition of Hardy Functions into Square Integrable Wavelets of Constant Shape", SAIM Journal on Mathematical Analysis, vol.15, pp.723-726, 1984
20. M. Holschneider, R. Kronland-Martinet, J. Morlet, and P. Tchamitchian, "A real-time algorithm for signal analysis with the help of the wavelet transform", in Wavelets, Time-Frequency Methods and Phase Space, Berlin: Springer, IPTI, 1989, pp.289-297
21. S. B. Howell, Handbook of CCD Astronomy, Cambridge University Press, 2000
22. G. Kaiser, "A Friendly Guide to Wavelets", Birkhäuser, 1994
23. M. Karovska and S. R. Habbal, "Dynamical structure of extreme ultraviolet macrospicules", The Astrophysical Journal, Part 2 - Letters, vol. 431, no. 1, p. L59-L62, 1994
24. M. Karovska, F. S. Blundell and S. R. Habbal, "Exploring the fine structure at the limb in coronal holes", The Astrophysical Journal, vol. 428, no. 2, pt. 1, p. 854-859, 1994
25. T.J Kentischer and W. Mattig, Astronomy & Astrophysics,, vol. 300, p.539, 1995
26. O. Koutchmy and S. Koutchmy, "High Spatial Resolution Solar Observations", ed. O. von der Lühe, Proceedings of the 10th Sacramento Peak Summer Workshop NSO, Sunspot, p.217, 1989
27. B. W. Lites, Astrophysical Journal, vol. 301, pp.1005, 1986
28. J. Littlewood and R. Paley, "Theorems on Fourier series and Power Series", Proc. London Math. Soc., vol 42, pp 52-89, 1937
29. P. A. Lynn and W. Fuerst, Introductory Digital Signal Processing with computer applications, John Wiley & Sons Ltd, England, 1998
30. S. Mallat, A Wavelet Tour of Signal Processing, Academic Press, 1999

31. S. Mallat, "Multifrequency channel decompositions of images and wavelet models", IEEE Trans. Acoust., Speech, and Signal Process., vol. 37, pp. 2091-2110, Dec. 1989
32. S. Mallat, "A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation", IEEE Trans. Patt. Recog. and Mach. Intell., vol.11, pp.674-693, July 1989
33. S. Mallat, "Multiresolution approximations and orthonormal bases of $L^2(\mathbb{R})$ ", Trans. Amer. Math. Soc., vol. 315, pp. 69-87, Sept. 1989
34. P. Maltby, in ASP Conferences Series 118, First Advances in Solar Physics: Advances in the Physics of Sunspots, ed. B. Schmieder, J.C. del Toro Iniesta, & M. Vazquez (san FranciscoQ ASP), p. 91, 1997.
35. D. Marr, "Vision", Freeman & Co, 1982
36. Y. Meyer, Wavelets: Algorithms and Applications, SIAM, Philadelphia, 1993
37. S.D. Meyers, B.G. Kelly, and J.J. O'Brien, "An introduction to wavelet analysis in oceanography and meteorology: with application to the dispersion of Yanai waves, Mon. Wea. Rev., 121, 2858-2866
38. I. De Moortel, A. W. Hood, Astronomy & Astrophysics, vol. 363, p. 269, 2000.
39. R. Muller, in Sunspots: Theory and Observations, ed. J.H.Thomas & N.O.Weiss , NATO ASI Series C, 375, Dordrecht: Kluwer, p.175, 1992.
40. V. Oppenheim and R. W. Schaffer, Digital Signal Processing, Prentice-Hall, London, 1975
41. D. B. Percival, "On estimation of the wavelet variance", Biometrika, 1995
42. D. B. Percival and A. T. Walden, "Wavelet Methods for time series analysis", Cambridge University Press, 2000
43. I. Pitas, "Digital Image Processing Algorithms", Prentice Hall, 1993
44. T.R., Rimmele, Astronomy & Astrophysics, vol. 290, p. 972, 1994
45. T.R., Rimmele, Astronomy & Astrophysics,, vol. 298, p.260, 1995a
46. T.R., Rimmele, ApJ, vol. 445, p. 511, 1995b
47. O. Rioul and M. Vetterli, "Wavelets and Signal Processing, IEEE Signal Processing Magazine, October 1991.

48. R. Schlichenmaier & W. Schmidt, *Astronomy & Astrophysics*, vol. 358, p. 1122, 2000
49. M. J. Shensa, "The discrete wavelet transform: Wedding the "à trous" and Mallat algorithms", *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 40, no. 10, pp. 2464-2482, October 1992.
50. D. Soltau and E. Wiehr, *Astronomy & Astrophysics*, vol. 141, p. 159, 1984
51. J.-L. Starck, F. Murtagh and A. Bijaoui, "Image processing and Data analysis: the multiscale approach", Cambridge University Press, 1998.
52. G. Strang and T. Nguyen, *Wavelets and Filter Banks*, Wellesley – Cambridge Press, 1996
53. J.H. Thomas, in *Solar Surface Magnetism*, ed. R. J. Rutten & C. J. Schrijver, NATO ASI Series C, 433, Dordrecht: Kluwer, p. 219, 1994.
54. C. Torrence and G. Compo, "A practical guide to wavelet analysis", *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, vol. 69, no. 1, pp.61-78, 1998.
Software: <http://paos.colorado.edu/research/wavelets/>.
55. M. V. Uexkuell, F. Kneer, and W. Mattig, *Astronomy & Astrophysics*, vol.123, p. 263, 1983
56. M. Vetterli, J. Kovacevic, *Wavelets and Subband Coding*, Prentice-Hall, New Jersey, 1995
57. M. Vetterli, *Wavelets, Approximation, and Compression*, *IEEE Signal Processing magazine*, Vol. 18, No 5, September 2001
58. M. Vetterli, *Wavelets and Filter Banks: Theory and Design*, *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 40, no 9, September, 1992
59. K. Wilhelm,, *Astronomy & Astrophysics*, vol. 360, pp.351, 2000
60. A. Zelenka, *Sol. Phys.*, vol. 40, p. 39, 1975
61. I. D Zhugzhda and V. I . Makarov, *Sol. Phys.*, vol. 81, p.245, 1982
62. I. D Zhugzhda, *MNRAS*, vol. 207, p. 731, 1984
63. H. Zirin, "Astrophysics of the Sun", Cambridge University Press, 1988
64. J. B. Zirker, *Journey from the Center of the Sun*, Princeton University Press, 2002
65. Αναστασόπουλος Βασίλειος, Σκόδρας Αθανάσιος, *Εισαγωγή στην Πληροφορική, Ελληνικά Γράμματα*, 2001

ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ

Οι μέθοδοι και τα αποτελέσματα της διδακτορικής έρευνας παρουσιάστηκαν στα παρακάτω διεθνή περιοδικά και πρακτικά διεθνών συνεδρίων:

Διεθνή περιοδικά

1. Christopoulou, E. B.; Skodras, A.; Georgakilas, A. A.; Koutchmy, S.
“Wavelet Analysis of Umbral Oscillations”,
The Astrophysical Journal, vol. 91, p. 416C, 2003
2. Georgakilas, A. A.; Christopoulou, E. B.; Skodras, A.; Koutchmy, S.
“Chromospheric Evershed flow”,
Astronomy & Astrophysics, vol.403, p.1123G, 2003
3. Georgakilas, A. A.; Christopoulou, E. B.
“Temporal Behavior of the Evershed Effect”,
The Astrophysical Journal, vol.584, p.509G, 2003
4. Christopoulou, E. B.; Georgakilas, A. A.; Koutchmy, S.
“Fine Structure of the Magnetic Chromosphere: Near-Limb Imaging, Data Processing and Analysis of Spicules and Mottles”,
Solar Physics, vol. 199, p.61C, 2001

Πρακτικά συνεδρίων

1. Christopoulou, E. B., Skodras, A. N., & Georgakilas, A. A.
“Time series analysis of sunspots oscillations using wavelet transform”,
in 14th IEEE International Conference on Digital Signal Processing,
Proceedings published in DSP Series (2002), eds. A. N. Skodras and A.G.
Constantinides., p.885
2. Christopoulou, E. B., Skodras, A. N., & Georgakilas, A. A.
“Comparison of the à trous wavelet transform versus classical methods for
the improvement of solar images”,
in 14th IEEE International Conference on Digital Signal Processing,
Proceedings published in DSP Series (2002), eds. A. N. Skodras and A.G.
Constantinides., p.893
3. Christopoulou, E. B.; Georgakilas, A. A.; Koutchmy, S.
“Evaluation of a method for the resolution improvement of near-limb solar
images”,

Il Nuovo Cimento, vol. 25, p. 631, 2002,

Paper presented at the International /meeting on “THEMIS and the New Frontiers of Solar Atmosphere Dynamics”, Rome, Italy, 2001

4. Georgakilas, A. A.; Christopoulou, E. B.; Koutchmy, S.
“Fine Structure of the Solar Chromosphere: Dynamics of Spicules and Fine Dark Mottles”,
Proc. 9th European Meeting on Solar Physics, “Magnetic Fields and Solar Processes”, Florence, 1999 (ESA SP448, p.285, December 1999)
5. Georgakilas, A. A.; Christopoulou, E. B.; Koutchmy, S.
“Multiwavelength Observations of Ellerman Bombs”,
Proc. 9th European Meeting on Solar Physics, “Magnetic Fields and Solar Processes”, Florence, 1999 (ESA SP448, p.279, December 1999)

Κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της διδακτορικής διατριβής και δεδομένου ότι η έρευνα μπορεί να σε οδηγήσει σε πολλά και διαφορετικά μονοπάτια έγιναν και δημοσιεύσεις των οποίων το αντικείμενο δεν περιγράφεται στη διατριβή αυτή:

- Christopoulou, E.B.; Skodras, A.N.; Reed, T.R.; Christopoulos, C.A.
“JPEG 2000 implementation on different computer platforms”,
Proc. SPIE Vol. 4115, p. 561-569, Applications of Digital Image Processing XXIII, Andrew G. Tescher; Ed., 2000

Τέλος, δεδομένου ότι το θέμα της διατριβής άπτεται θέματα της ηλιακής φυσικής, το καλοκαίρι του 2001 η υποψήφια έγινε δεκτή ως συνεργάτης (Summer Research Associate) στο National Solar Observatory (NSO) στο Sacramento Peak (New Mexico) των ΗΠΑ. Από αυτή τη συνεργασία προέκυψαν τα παρακάτω:

- Balasubramaniam, K. S.; Christopoulou, E. B.; Uitenbroek, H.
“Promises and Pitfalls of Solar H α Zeeman Spectropolarimetry”,
The Astrophysical Journal, vol. 606, p.1233, 2004

- Balasubramaniam, K. S.; Christopoulou, E. B.; Uitenbroek, H.
“Simultaneous Chromospheric and Photospheric Spectropolarimetry of
Sunspot”,
Proc. ASP conference series, 227, 2003
For the 1st NSO/SP Workshop, 2002, USA