ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
& ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Διδακτορική Διατριβή

**Ποιοτικός Έλεγχος Ραφής σε Υπερ-Εύκαμπτα Υλικά με
Χρήση Μεθόδων Ψηφιακής Επεξεργασίας Σημάτων Βίντεο**

Ιωάννης Γ. Μαριόλης

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός & Τεχνολογίας Υπολογιστών

Επιβλέπων Καθηγητής:
Ευάγγελος Δερματάς,
Επίκουρος Καθηγητής ΤΗΜΤΥ

Αριθμός Διατριβής: 218

Πάτρα, Απρίλιος 2009

Επιβλέπων Καθηγητής:

Ευάγγελος Δερματάς, *Επ. Καθηγητής Τμ. Ηλ/γων Μηχανικών & Τεχνολογίας Υπολογιστών*

Τριμελής Συμβουλευτική Επιτροπή:

Νικόλαος Ασπράγκαθος, *Καθηγητής Τμ. Μηχ/γων Μηχανικών & Αεροναυπηγών*

Ευάγγελος Δερματάς, *Επ. Καθηγητής Τμ. Ηλ/γων Μηχανικών & Τεχνολογίας Υπολογιστών*

Γεώργιος Κοκκινάκης, *Ομ. Καθηγητής Τμ. Ηλ/γων Μηχανικών & Τεχνολογίας Υπολογιστών*

Επταμελής Εξεταστική Επιτροπή:

Νικόλαος Ασπράγκαθος, *Καθηγητής Τμ. Μηχ/γων Μηχανικών & Αεροναυπηγών*

Ευάγγελος Δερματάς, *Επ. Καθηγητής Τμ. Ηλ/γων Μηχανικών & Τεχνολογίας Υπολογιστών*

Γεώργιος Κοκκινάκης, *Ομ. Καθηγητής Τμ. Ηλ/γων Μηχανικών & Τεχνολογίας Υπολογιστών*

Κωνσταντίνος Μπερμπερίδης, *Καθηγητής Τμ. Μηχανικών Ηλ/κών Υπολογιστών & Πληροφορικής*

Αθανάσιος Στουραϊτής, *Καθηγητής Τμ. Ηλ/γων Μηχανικών & Τεχνολογίας Υπολογιστών*

Αντώνιος Τζες, *Καθηγητής Τμ. Ηλ/γων Μηχανικών & Τεχνολογίας Υπολογιστών*

Εμμανουήλ Ψαράκης, *Επ. Καθηγητής Τμ. Μηχανικών Ηλ/κών Υπολογιστών & Πληροφορικής*

Η παρούσα διδακτορική διατριβή αποτέλεσε τμήμα του έργου «01ΕΔ440: Χειρισμός υπερ-εύκαμπτων υλικών σε μορφή φύλλου με ρομπότ», που υλοποιήθηκε στο πλαίσιο του προγράμματος Ενίσχυσης Ερευνητικού Δυναμικού (ΠΕΝΕΔ 2001), και χρηματοδοτήθηκε από τη Γενική Γραμματεία Έρευνας και Τεχνολογίας του Υπουργείου Ανάπτυξης στο πλαίσιο του Μέτρου 8.3 του Ε.Π. Ανταγωνιστικότητα – Γ Κοινοτικό Πλαίσιο Στήριξης.

Πρόλογος

Η παρούσα διατριβή αποτελεί προϊόν ερευνητικής δραστηριότητας που αναπτύχθηκε στο πλαίσιο των μεταπτυχιακών μου σπουδών στο Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών (ΤΗΜΤΥ) του Πανεπιστημίου Πατρών το διάστημα 2002-2009. Καταθέτω τη διατριβή αυτή ελπίζοντας ότι έχω προσεγγίσει κατά το δυνατόν το θέμα στο οποίο αναφέρεται.

Αμέριστη υπήρξε σε τούτη την προσπάθεια η καθοδήγηση και η συμπαράσταση του επιβλέποντα αυτής της διατριβής κ. Ευάγγελου Δερματά, Επίκουρου Καθηγητή ΤΗΜΤΥ, τον οποίο και ευχαριστώ θερμά. Σε αυτό το σημείο θα ήθελα να επισημάνω επίσης πως ως προπτυχιακός φοιτητής εμπνεύστηκα από τις διαλέξεις του, οι οποίες εκτός του τυπικού εκπαιδευτικού σκοπού που εξυπηρετούσαν, αποκάλυπταν παράλληλα και το πόσο συναρπαστική μπορεί να είναι η δουλειά ενός μηχανικού. Αυτή η αποκάλυψη με οδήγησε και στην απόφαση να ασχοληθώ με την έρευνα και νοιώθω τυχερός που το Τμήμα, αλλά και ο επιβλέπων καθηγητής μου έδωσαν αυτήν την ευκαιρία.

Θερμές ευχαριστίες οφείλω να αποδώσω και στα υπόλοιπα μέλη της τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής κ. Γεώργιο Κοκκινάκη, Ομότιμο Καθηγητή του ΤΗΜΤΥ και κ. Νικόλαο Ασπράγκαθο, Καθηγητή του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών & Αεροναυπηγών Μηχανικών για τις πολύτιμες συμβουλές τους. Επίσης ευχαριστώ τα υπόλοιπα μέλη της επταμελούς εξεταστικής επιτροπής, τον κ. Κωνσταντίνο Μπερμπερίδη, Καθηγητή του Τμήματος Μηχανικών Ηλεκτρονικών Υπολογιστών & Πληροφορικής (ΤΜΗΥΠ), τον κ. Αθανάσιο Στουραΐτη, Καθηγητή του ΤΗΜΤΥ, τον κ. Αντώνιο Τζε, Αναπληρωτή Καθηγητή του ΤΗΜΤΥ και τον κ. Εμμανουήλ Ψαράκη, Επίκουρο Καθηγητή του ΤΜΗΥΠ για την τιμή που μου έκαναν.

Ευχαριστώ τη Γενική Γραμματεία Έρευνας & Τεχνολογίας που υποστήριξε χρηματικά τη διατριβή αυτή μέσω του έργου “ΧΡΟΜΑ - Χειρισμός υπερ-εύκαμπτων υλικών σε μορφή φύλλου με ρομπότ” στο πλαίσιο του προγράμματος ΠΕΝΕΔ 2001, καθώς και τον κ. Νικόλαο Ασπράγκαθο, Καθηγητή του Τμήματος Μηχανολόγων & Αεροναυπηγών Μηχανικών, ο οποίος ενέκρινε την υποστήριξη αυτή ως Επιστημονικός Υπεύθυνος του έργου.

Θα ήθελα ακόμη να ευχαριστήσω τους υπόλοιπους μεταπτυχιακούς φοιτητές του εργαστηρίου αλλά και όσους συμμετείχαν στο πρόγραμμα ΧΡΟΜΑ-ΠΕΝΕΔ 2001 για την εποικοδομητική συνεργασία, οι οποίοι ωστόσο είναι πάρα πολλοί για να τους ονοματίσω. Επίσης θέλω να ευχαριστήσω τους φίλους μου για την υποστήριξή τους όλο αυτό το διάστημα. Ειδική αναφορά θα ήθελα να κάνω στη Δανάη Γεωργαρά που η αγάπη και η συμπαράστασή της μου έδινε διαρκώς δύναμη. Κλείνοντας θέλω να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για την στήριξη που μου παρείχε και να της αφιερώσω αυτήν την διατριβή.

Ιωάννης Εμμανουήλ Μαριόλης

Απρίλιος 2009

ΠΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ

Πιστοποιείται ότι η παρούσα διδακτορική διατριβή με θέμα:

«Ποιοτικός Έλεγχος Ραφής σε Υπερ-Εύκαμπτα Υλικά με Χρήση Μεθόδων Ψηφιακής Επεξεργασίας Σημάτων Βίντεο»

του κ. Ιωάννη Μαριόλη, παρουσιάστηκε δημοσίως την Τετάρτη 1 Απριλίου 2009 και ώρα 15:00 στην αίθουσα συνεδριάσεων του τμήματος Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών του Πανεπιστημίου Πατρών, εξετάστηκε και εγκρίθηκε από την ακόλουθη εξεταστική επιτροπή:

Δερματάς Ευάγγελος, Επίκουρος Καθηγητής (Επιβλέπων, Τμήμα ΗΜ&ΤΥ, Πανεπιστήμιο Πατρών)

Ασπράγκαθος Νικόλαος, Καθηγητής (Μέλος της Τριμελούς, Τμήμα Μηχανολόγων & Αεροναυπηγών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Πατρών)

Κοκκινάκης Γεώργιος, Ομότιμος Καθηγητής (Μέλος της Τριμελούς, Τμήμα ΗΜ&ΤΥ, Πανεπιστήμιο Πατρών)

Μπερμπερίδης Κωνσταντίνος, Καθηγητής (Τμήμα Μηχανικών ΗΥ&Πληροφορικής, Πανεπιστήμιο Πατρών)

Στουραίτης Αθανάσιος, Καθηγητής (Τμήμα ΗΜ&ΤΥ, Πανεπιστήμιο Πατρών)

Τζές Αντώνιος, Καθηγητής (Τμήμα ΗΜ&ΤΥ, Πανεπιστήμιο Πατρών)

Ψαράκης Εμμανουήλ, Επίκουρος Καθηγητής (Τμήμα Μηχανικών ΗΥ&Πληροφορικής, Πανεπιστήμιο Πατρών)

1 Απριλίου 2009

Ο επιβλέπων Καθηγητής

Ευάγγελος Δερματάς
Επικ. Καθηγητής

Ο πρόεδρος του Τμήματος

Αθανάσιος Σαφάκας
Καθηγητής

Περιεχόμενα

Κατάλογος Σχημάτων.....	v
Κατάλογος Πινάκων.....	ix
Περίληψη	xi
Summary	xiii
Εισαγωγή.....	1
Κεφάλαιο 1 Μέθοδοι Εντοπισμού Υφάσματος κατά την οδήγησή του προς Ραφή.....	7
1.1 Σχετικές εργασίες στη διεθνή βιβλιογραφία	7
1.2 Χειρισμός υφάσματος από ρομποτικό βραχίονα	8
1.3 Μέθοδος αυτόματου εντοπισμού υφάσματος κατά το χειρισμό του από ρομποτικό βραχίονα	10
1.4 Πειραματική αξιολόγηση	15
Κεφάλαιο 2 Μέθοδοι Εντοπισμού Πλευράς Υφάσματος με Υψηλή Ακρίβεια κατά τη Ραφή.....	21
2.1 Σχετικές εργασίες στη διεθνή βιβλιογραφία	21
2.2 Εντοπισμός περιγράμματος κατά τη ραφή.....	22
2.2.1 Εντοπισμός ευθύγραμμων πλευρών ραφής.....	22
2.2.2 Πειραματική αξιολόγηση.....	25
2.3 Εντοπισμός πλευράς ραφής σε καμπυλόγραμμο υφάσματα	28
2.3.1 Πειραματική αξιολόγηση.....	32
Κεφάλαιο 3 Αυτόματος Εντοπισμός Θέσης Ραφής.....	35
3.1 Σχετικές εργασίες	35
3.2 Μέθοδοι εντοπισμού ραφής σε μονοκαναλικές εικόνες	36
3.2.1 Προεπεξεργασία	36
3.2.2 Ανίχνευση ακμών.....	39
3.2.3 Μορφολογικοί τελεστές.....	41
3.2.4 Μετασχηματισμός Radon	41
3.2.5 Μέθοδοι εντοπισμού θέσης ραφής	44

3.2.6 Βάση εικόνων έτοιμων ενδυμάτων.....	44
3.2.7 Πειραματική αξιολόγηση.....	45
Κεφάλαιο 4 Ποιοτικός Έλεγχος Ραφής.....	53
4.1 Ποιοτικός έλεγχος.....	53
4.1.1 Υπάρχοντα συστήματα αυτόματης αξιολόγησης ραφής στη διεθνή βιβλιογραφία	55
4.1.1.1 Τεχνικές αξιολόγησης ραφής με επαφή	55
4.1.1.2 Τεχνικές αξιολόγησης ραφής χωρίς επαφή.....	55
4.2 Αξιολόγηση πτυχώσεων χρησιμοποιώντας φασματική πληροφορία.....	59
4.2.1 Απόκτηση εικόνας	59
4.2.2 Κανονικοποίηση ως προς τη θέση και τον προσανατολισμό της ραφής	60
4.2.3 Εξαγωγή φασματικής πληροφορίας.....	61
4.2.4 Ταξινόμηση με χρήση RBFNN	62
4.2.5 Πειραματικά αποτελέσματα	62
4.3 Αξιολόγηση πτυχώσεων επιβάλλοντας αυτοσχίσια	65
4.3.1 Δημιουργία αυτοσχίσιας	66
4.3.2 Αυτόματη εξαγωγή περιοχών υπό σκιά	66
4.3.3 Υπέρθυση Κανονικών Κατανομών	67
4.3.4 Προτεινόμενη μέθοδος κατωφλίωσης.....	69
4.3.5 Ταξινόμηση στους k πλησιέστερους γείτονες.....	72
4.3.6 Πειραματική αξιολόγηση.....	72
4.4 Αξιολόγηση πτυχώσεων εκτιμώντας την ανομοιομορφία της επιφάνειας.....	75
4.4.1 Καμπύλες φωτεινότητας	75
4.4.2 Χαρακτηριστικά βασισμένα στην ανομοιομορφία της επιφάνειας	76
4.4.3 Ο ταξινομητής k πλησιέστερων γειτόνων και εκπαίδευση με χρήση K -μέσων	77
4.4.4 Πειραματική αξιολόγηση.....	78
Κεφάλαιο 5 Ταξινόμηση Ραφών σε Διατεταγμένες Κατηγορίες Ποιότητας	85
5.1 Σχετική εργασία	85
5.2 Ταξινόμηση σε διατεταγμένες κατηγορίες με χρήση μοντέλου σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας	86

5.2.1 Διαδικασία ταξινόμησης με χρήση μοντέλου σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας	88
5.2.2 Εκπαίδευση του ταξινομητή σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας	89
5.3 Ταξινόμηση σε διατεταγμένες κατηγορίες με χρήση γραμμικού μοντέλου	90
5.3.1 Θεώρημα ισοδυναμίας γραμμικών ταξινομητών.....	91
5.3.2 Εκπαίδευση γραμμικού ταξινομητή με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων	92
5.3.3 Ο συντελεστής προσδιορισμού r^2 ως μέτρο της ακρίβειας προσαρμογής του γραμμικού μοντέλου	95
5.3.4 Γραμμικός ταξινομητής προκαθορισμένων αποστάσεων κατηγοριών	97
5.3.5 Πειραματική αξιολόγηση του ΓΤ-ΠΑΚ στην εκτίμηση των βαθμών ποιότητας ραφής με χρήση χαρακτηριστικών αυτοσχίσσης.....	97
5.4 Πειραματική αξιολόγηση του ΤΔΚ και του ΓΤ-ΠΑΚ σε εφαρμογές ποιοτικού ελέγχου ραφής	100
5.4.1 Σύνολα χαρακτηριστικών.....	100
5.4.2 Πειραματικά αποτελέσματα	101
5.4.3 Μέτρα σύγκρισης αποτελεσμάτων ταξινόμησης με χρήση ΤΣΑΠ και ΓΤ-ΠΑΚ	102
5.4.4 Συμπεράσματα.....	109
5.5 Γραμμικός ταξινομητής ολικής εκτίμησης παραμέτρων.....	109
5.5.1 Εκπαίδευση του γραμμικού ταξινομητή ολικής εκτίμησης παραμέτρων	110
5.5.2 Πειραματική αξιολόγηση.....	117
5.6 Γραμμικός ταξινομητής επαναληπτικής εκτίμησης παραμέτρων	123
5.6.1 Επαναληπτικός αλγόριθμος εκπαίδευσης του γραμμικού ταξινομητή.....	123
5.6.2 Πειραματική αξιολόγηση.....	125
5.7 Συμπεράσματα	130
Επίλογος.....	133
Παράρτημα Α.....	133
Παράρτημα Β	135
Παράρτημα Γ	139
Επιστημονικές εργασίες που εκπονήθηκαν στα πλαίσια της παρούσας διατριβής	155
Βιβλιογραφία	157

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1.1 Δομικό διάγραμμα Ασαφούς Συστήματος ελέγχου.	8
Σχήμα 1.2 Σκηνή με το ύφασμα επάνω στην τράπεζα εργασίας.....	9
Σχήμα 1.3 (α) εικόνα αναφοράς, (β) κορυφές υφάσματος, (γ) περίγραμμα υφάσματος, (δ) γεωμετρικό μοντέλο.....	11
Σχήμα 1.4 (α) αρχική εικόνα, (β) ιστόγραμμα, (γ) δυαδική εικόνα με βάση το πρώτο κατώφλι, (δ) δυαδική εικόνα με βάση το δεύτερο κατώφλι.....	12
Σχήμα 1.5(α) Ανίχνευση γωνιών στη δυαδική εικόνα, (β) ανίχνευση γωνιών στην αρχική εικόνα, (γ) συνδυασμός αποτελεσμάτων με επιλογή κοινών κορυφών.....	13
Σχήμα 1.6 (α) Δυαδική εικόνα υφάσματος και δύο εκτιμήσεις της θέσης του, (β) τελική εκτίμηση με βάση το κριτήριο λ.	15
Σχήμα 1.7 (α) εικόνα αναφοράς, (β) εικόνα σκηνης παρουσία ρομποτικού βραχίονα	16
Σχήμα 1.8 Κατανομή ευκλείδειων αποστάσεων των εκτιμήσεων θέσης των ορατών κορυφών από τις πραγματικές τους θέσεις στην εικόνα.	16
Σχήμα 1.9 (α) φλις μπατζάκι, (β) τσόχινο μανίκι, (γ) τζιν τσέπη, (δ) τουϊντ πόδι σορτς.....	17
Σχήμα 1.10 (α) Σφάλμα θέσης του υφάσματος και (β) σφάλμα γωνίας του υφάσματος για διαδοχικές μετακινήσεις προς τη βελόνα ραφής.....	18
Σχήμα 2.1 (α) αρχική εικόνα ραφής, (β) εντοπισμός κορυφών στην εικόνα μετά την υποδειγματοληψία, (γ) ανίχνευση γωνιών σε τμήματα της αρχικής, (δ) τελικός εντοπισμός κορυφών στην αρχική εικόνα.	24
Σχήμα 2.2 (α) φλις μπατζάκι, (β) τσόχινο μανίκι, (γ) τζιν τσέπη, (δ) τουϊντ πόδι σορτς.....	26
Σχήμα 2.3 Σφάλμα θέσης για 3 διαδοχικά βήματα προσέγγισης στη βελόνα για την περίπτωση της μπλε τζιν τσέπης.....	26
Σχήμα 2.4 Σφάλμα γωνίας για 3 διαδοχικά βήματα προσέγγισης στη βελόνα για την περίπτωση της μπλε τζιν τσέπης.....	27
Σχήμα 2.5 Σφάλμα γωνίας για 7 διαδοχικά βήματα ραφής για την περίπτωση της μπλε τζιν τσέπης.	28
Σχήμα 2.6 Τμήμα καμπύλου υφάσματος κοντά στη βελόνα (μαύρη κουκίδα). Η μαύρη ευθεία γραμμή δηλώνει τη διεύθυνση ραφής.	28
Σχήμα 2.7 Απεικόνιση της Περιοχής Ενδιαφέροντος ενός αυθαίρετου σημείου p_i κοντά στο αριστερό άκρο μιας ανοιχτής καμπύλης.....	30
Σχήμα 2.8 Κυρίαρχα σημεία για το περίγραμμα του υφάσματος στο Σχήμα 2.6, (α) με τη μέθοδο Teh Chin και (β) με την προτεινόμενη μέθοδο.....	32

Σχήμα 2.9 (α) Ύφασμα Α με καμπύλο τμήμα μικρής καμπυλότητας (β) Ύφασμα Β με καμπύλο τμήμα μεγάλης καμπυλότητας.	32
Σχήμα 2.10 Πειραματικά δοκίμια διαφορετικών καμπυλότητων (α) Ύφασμα Γ, (β) Ύφασμα Δ, (γ) Ύφασμα Ε.....	33
Σχήμα 3.1 (α) Αρχική εικόνα, (β) H (α) μετά από Hamming Lowpass, (γ) H (α) μετά από FFT Lowpass, (δ) H (α) μετά από φίλτρο γραμμικής συνέλιξης στο πεδίο της συχνότητας.	37
Σχήμα 3.2 (α) Αρχική εικόνα, (β) H (α) μετά από εφαρμογή φίλτρου κινούμενης μέσης τιμής.....	38
Σχήμα 3.3. (α) Αρχική εικόνα, (β) H (α) μετά από εφαρμογή Local standard deviation filter	39
Σχήμα 3.4 (α) Αρχική μονοκαναλική εικόνα, (β) Δυαδική εικόνα μετά την επεξεργασία.....	41
Σχήμα 3.5 (α) αρχική δυαδική εικόνα, (β) δυαδική εικόνα μετά την εφαρμογή του φίλτρου close. .	41
Σχήμα 3.6. Μετασχηματισμός Radon της δυαδικής (binary) εικόνας του Σχήματος 3.4β , η κορυφή αντιστοιχεί στην ευθεία της ραφής.	43
Σχήμα 3.7 Η ευθεία που αντιστοιχεί στην κορυφή του Μετασχηματισμού Radon του Σχήματος 3.6 (λευκή γραμμή) προσεγγίζει με ικανοποιητική ακρίβεια την ευθεία της ραφής.	43
Σχήμα 3.8 Εικόνες ραφών από διαφορετικά είδη ενδυμάτων που περιέχονται στη βάση.	45
Σχήμα 3.9 Εικόνες ραφής στις οποίες έχει προστεθεί λευκός θόρυβος κανονικής κατανομής παράγοντας λόγο σήματος προς θόρυβο (α) 25, (β) 20, (γ) 15 και (δ) 10 dB	47
Σχήμα 3.10 Ποσοστό επιτυχούς εντοπισμού ραφών παρουσία ομοιόμορφου θορύβου για διαφορετικές τιμές λόγου σήματος προς θόρυβο(SNR) και βαθμίδες προεπεξεργασίας.....	48
Σχήμα 3.11 Ποσοστό επιτυχούς εντοπισμού ραφών παρουσία κανονικού θορύβου για διαφορετικές τιμές λόγου σήματος προς θόρυβο(SNR) και βαθμίδες προεπεξεργασίας.....	48
Σχήμα 3.12. Ποσοστό επιτυχούς εντοπισμού ραφών για διαφορετικές τιμές υποδειγματοληψίας και βαθμίδες προεπεξεργασίας.	50
Σχήμα 4.1 Εικόνες συχνά εμφανιζόμενων ελαττωμάτων σε ραφές.	53
Σχήμα 4.2 Εικόνες δειγμάτων ραφής πέντε διαφορετικών βαθμών ποιότητας.	54
Σχήμα 4.3 Αρχιτεκτονική συστήματος απόκτησης εικόνας.....	59
Σχήμα 4.4 (α) Αρχική εικόνα δείγματος ραφής, (β) εντοπισμός ραφής, (γ) περιστροφή και μετατόπιση, (δ) επιλογή περιοχής ενδιαφέροντος και (ε) εφαρμογή φίλτρου κινούμενου μέσου όρου.....	60
Σχήμα 4.5 Δομικό διάγραμμα μεθόδου αξιολόγησης πτυχώσεων με επιβολή αυτοσχίασης.	65
Σχήμα 4.6 Δείγμα ραφής βαθμού ποιότητας 1 στο οποίο εφαρμόζεται πλάγιος φωτισμός.....	66
Σχήμα 4.7 Ιστόγραμμα τμήματος υφάσματος απουσία αυτοσχίασης.	67
Σχήμα 4.8 Ιστόγραμμα τμήματος υφάσματος παρουσία αυτοσχίασης και εκτίμηση των δύο κανονικών κατανομών που οφείλονται στα εικονοστοιχεία υπό σκιά και στα φωτεινά εικονοστοιχεία.	68

Σχήμα 4.9 Ιστογράμματα τμημάτων υφάσματος με αυξανόμενο ποσοστό αυτοσχίσιας	69
Σχήμα 4.10 Δομικό διάγραμμα προτεινόμενης μεθόδου καταφλίσωσης.....	71
Σχήμα 4.11 Αρχική εικόνα αυτοσχισμένου δείγματος και η αντίστοιχη δυαδική η οποία προκύπτει χρησιμοποιώντας την προτεινόμενη μέθοδο καταφλίσωσης	72
Σχήμα 4.12 Διάγραμμα επιτυχίας ταξινόμησης σε συνάρτηση με το πλήθος k των πλησιέστερων γειτόνων.....	73
Σχήμα 4.13 (α) Διαχωρισμός εικόνας δείγματος σε τέσσερα τμήματα, (β) Υπολογισμός 4 καμπύλων φωτεινότητας.....	76
Σχήμα 4.14 Ποσοστό επιτυχίας ταξινόμησης του τυπικού kNNc ταξινομητή με χρήση 210 πρωτοτύπων και την μέθοδο του αχρησιμοποίητου παραδείγματος για έξι διαφορετικές τιμές του αριθμού πλησιέστερων γειτόνων.	81
Σχήμα 4.15 Ποσοστό επιτυχίας ταξινόμησης με χρήση kNNc-K ταξινομητή (συνεχής καμπύλη) και kNNc-M ταξινομητή (διακεκομμένη καμπύλη), για δέκα διαφορετικές τιμές του αριθμού χρησιμοποιούμενων πρωτοτύπων.	82
Σχήμα 5.1 Παράδειγμα διατεταγμένων κατηγοριών που σχηματίζουν διαδοχικά διαστήματα μίας συνεχούς κλίμακας.	88
Σχήμα 5.2 Δομικό διάγραμμα ταξινομητή σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας.....	89
Σχήμα 5.3 Δομικό διάγραμμα γραμμικού ταξινομητή	91
Σχήμα 5.4 Ισοδύναμος γραμμικός ταξινομητής.....	92
Σχήμα 5.5 Ισοδύναμος γραμμικός ταξινομητής.....	92
Σχήμα 5.6 Επιτυχία ταξινόμησης των ταξινομητών ΤΣΑΠ και ΓΤ-ΠΑΚ για τρία διαφορετικά σύνολα χαρακτηριστικών, σε συνάρτηση με το πλήθος των παραδειγμάτων εκπαίδευσης που χρησιμοποιούνται.	108
Σχήμα 5.7 Οι αριθμητικές τιμές των κατηγοριών των προτύπων για τις δύο διαφορετικές εκπαιδεύσεις του γραμμικού ταξινομητή και οι ευθείες που αντιστοιχούν στις δύο γραμμικές εκτιμήσεις	117
Σχήμα 5.8 Επιτυχία ταξινόμησης των ταξινομητών ΓΤ-ΠΑΚ και ΓΤ-ΟΕΠ για τρία διαφορετικά σύνολα χαρακτηριστικών, σε συνάρτηση με το πλήθος των παραδειγμάτων εκπαίδευσης που χρησιμοποιούνται.	120
Σχήμα 5.9 Οι αριθμητικές τιμές των κατηγοριών των προτύπων για τις δύο διαφορετικές εκπαιδεύσεις του γραμμικού ταξινομητή και οι ευθείες που αντιστοιχούν στις δύο γραμμικές εκτιμήσεις	126
Σχήμα 5.10 Επιτυχία ταξινόμησης των ταξινομητών ΓΤ-ΠΑΚ και ΓΤ-ΟΕΠ για τρία διαφορετικά σύνολα χαρακτηριστικών, σε συνάρτηση με το πλήθος των παραδειγμάτων εκπαίδευσης που χρησιμοποιούνται.	128

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 2.1 Πειραματικά αποτελέσματα	33
Πίνακας 3.1 Ορισμός των συμβόλων που χρησιμοποιούνται για να αναφορά στις μεθόδους.....	44
Πίνακας 3.2 Επιτυχία εντοπισμού ραφής για διαφορετικούς ανιχνευτές ακμών.....	46
Πίνακας 3.3 Ποσοστό επιτυχούς εντοπισμού ραφών παρουσία ομοιόμορφου θορύβου για διαφορετικές τιμές λόγου σήματος προς θόρυβο (SNR), ρυθμούς υποδειγματοληψίας και βαθμίδες προεπεξεργασίας.....	51
Πίνακας 4.1 Πίνακας σύγκρισης ταξινομήσεων.....	63
Πίνακας 4.2 Μέτρα αξιολόγησης της ταξινόμησης	64
Πίνακας 4.3 Συνολικά πειραματικά αποτελέσματα.....	64
Πίνακας 4.4 Πίνακας σύγκρισης ταξινομήσεων.....	74
Πίνακας 4.5 Μέτρα αξιολόγησης της ταξινόμησης	74
Πίνακας 4.6 Συντελεστές συσχέτισης προτεινόμενων χαρακτηριστικών και βαθμών ποιότητας	80
Πίνακας 4.7 Πίνακας σύγκρισης ταξινομήσεων.....	81
Πίνακας 4.8 Μέτρα αξιολόγησης της ταξινόμησης	81
Πίνακας 4.9 Πίνακας σύγκρισης ταξινομήσεων.....	83
Πίνακας 4.10 Μέτρα αξιολόγησης της ταξινόμησης	83
Πίνακας 4.11 Πίνακας σύγκρισης ταξινομήσεων.....	84
Πίνακας 4.12 Μέτρα αξιολόγησης της ταξινόμησης	84
Πίνακας 5.1 Πίνακας ανάλυσης της διασποράς	98
Πίνακας 5.2 Πίνακας σύγκρισης ταξινομήσεων.....	98
Πίνακας 5.3 Μέτρα αξιολόγησης της ταξινόμησης	99
Πίνακας 5.4 Κατανομή δειγμάτων ραφής με βάση την ανθρώπινη αξιολόγηση.	101
Πίνακας 5.5 Συντελεστές συσχέτισης χαρακτηριστικών με βαθμούς ποιότητας.	102
Πίνακας 5.6 Μέτρα σύγκρισης ΓΤ-ΠΑΚ και ΤΣΑΠ ταξινομήσεων με χρήση αριθμητικών τιμών από ενδιάμεσες βαθμίδες.	105
Πίνακας 5.7 Μέτρα σύγκρισης ΓΤ-ΠΑΚ και ΤΣΑΠ ταξινομήσεων με χρήση των αριθμητικών τιμών των εξόδων των ταξινομητών.	106
Πίνακας 5.8 Μεγέθη που χρησιμοποιούνται για την ποσοτική σύγκριση των δύο ταξινομητών.	118

Πίνακας 5.9 Μεγέθη που χρησιμοποιούνται για την ποσοτική σύγκριση των δύο ταξινομητών.	119
Πίνακας 5.10 Αριθμητικές τιμές κατηγοριών και κέντρα κατηγοριών τεχνητών δεδομένων.	122
Πίνακας 5.11 Μεγέθη που χρησιμοποιούνται για την ποσοτική σύγκριση των δύο ταξινομητών. ..	122
Πίνακας 5.12 Μεγέθη που χρησιμοποιούνται για την ποσοτική σύγκριση των δύο ταξινομητών. ..	126
Πίνακας 5.13 Μεγέθη που χρησιμοποιούνται για την ποσοτική σύγκριση των δύο ταξινομητών. ..	127
Πίνακας 5.14 Αριθμητικές τιμές κατηγοριών και κέντρα κατηγοριών τεχνητών δεδομένων.	129
Πίνακας 5.15 Μεγέθη που χρησιμοποιούνται για την ποσοτική σύγκριση των δύο ταξινομητών. ..	130

Περίληψη

Δύο από τα βασικότερα προβλήματα που εμφανίζονται κατά τον σχεδιασμό αυτόματων συστημάτων ραφής υπερ-εύκαμπτων υλικών όπως είναι τα υφάσματα, είναι η οδήγηση τμημάτων υφάσματος στη μηχανή ραφής και ο ποιοτικός έλεγχος της παραγόμενης ραφής.

Στα πλαίσια της αυτόματης οδήγησης τμημάτων υφάσματος στη μηχανή ραφής, μελετήθηκε το πρόβλημα της εύρεσης της θέσης του υφάσματος επάνω στην τράπεζα εργασίας με μεθόδους ψηφιακής ανάλυσης σημάτων βίντεο, λαμβάνοντας υπόψη φαινόμενα παραμόρφωσης και μερικής επικάλυψης του υφάσματος από τον ρομποτικό βραχίονα. Όσο η πλευρά ραφής βρίσκεται μακριά από την μηχανή ραφής δεν απαιτείται ακριβής εντοπισμός της θέσης για την οδήγηση του υφάσματος στη βελόνα ραφής. Μελετήθηκε ωστόσο και το πρόβλημα του ακριβούς εντοπισμού της θέσης της πλευράς του υφάσματος που πρόκειται να ραφτεί, όταν αυτό βρίσκεται πλέον κοντά στην μηχανή ραφής και κατά τη διάρκεια της ραφής. Ο εντοπισμός πραγματοποιείται με χρήση ψηφιακών βιντεοσκοπήσεων στις οποίες υπάρχει καταγραφή μικρού τμήματος του υφάσματος και επομένως οι εικόνες αντιστοιχούν σε υψηλότερη χωρική ανάλυση. Οι νέες μέθοδοι εντοπισμού που αναπτύχθηκαν αξιολογήθηκαν πειραματικά για διαφορετικά υφάσματα και με χρήση ενός αυτόματου συστήματος που αποτελείται από ένα ρομποτικό βραχίονα έξι βαθμών ελευθερίας, δύο αναλογικές κάμερες και έναν ψηφιοποιητή για την μετατροπή των εικόνων σε ψηφιακή μορφή. Η πρώτη κάμερα εποπτεύει ολόκληρη την τράπεζα εργασίας, ενώ η δεύτερη μια μικρή περιοχή γύρω από τη βελόνα. Τα πειραματικά αποτελέσματα υποδεικνύουν ικανοποιητική ακρίβεια εντοπισμού και ανοχή του συστήματος σε μερικές επικαλύψεις και παραμορφώσεις.

Ένα σημαντικό πρόβλημα που αντιμετωπίζεται μετά την ολοκλήρωση της ραφής του υφάσματος και προτού πραγματοποιηθεί ο ποιοτικός έλεγχος ραφής, είναι ο αυτόματος εντοπισμός της θέσης της ραφής από ψηφιακές φωτογραφίες. Στα πλαίσια της διατριβής αναπτύχθηκαν τρεις πρωτότυπες μέθοδοι εντοπισμού της θέσης της ραφής οι οποίες διαφοροποιούνται στο στάδιο της προεπεξεργασίας. Η προεπεξεργασία είναι εξαιρετικά σημαντική λόγω της ιδιαίτερης υφής των υφασμάτων. Η πειραματική αξιολόγηση γίνεται σε βάση δεδομένων που περιέχει 118 εικόνες έτοιμων ενδυμάτων και η οποία κατασκευάστηκε στα πλαίσια εκπόνησης της παρούσας διατριβής.

Ο αυτόματος ποιοτικός έλεγχος της ραφής μελετήθηκε αρχικά ως προς το είδος της πληροφορίας που πρέπει να προσδιοριστεί από ψηφιακές φωτογραφίες δειγμάτων ραφής, εστιάζοντας στην προεπεξεργασία των εικόνων και στην εξαγωγή χαρακτηριστικών που σχετίζονται με την ποιότητα της ραφής. Συγκεκριμένα, στο στάδιο της προεπεξεργασίας όλες οι εικόνες κανονικοποιούνται σε σχέση με τη θέση και τον προσανατολισμό της ραφής χρησιμοποιώντας τις μεθόδους αυτόματου εντοπισμού της θέσης της ραφής που αναπτύχθηκαν κατά την εκπόνηση της παρούσας διατριβής. Όσο αφορά στο είδος της εξαγόμενης πληροφορίας, αναπτύχθηκαν και αξιολογήθηκαν τρεις διαφορετικές μέθοδοι αυτόματης αναγνώρισης της ποιότητας σε δείγματα ραφής οι οποίες εκμεταλλεύονται την κανονικοποίηση που πραγματοποιείται κατά την προεπεξεργασία και εξάγουν τρία διαφορετικά σύνολα

χαρακτηριστικών. Η πρώτη μέθοδος βασίζεται σε φασματικά χαρακτηριστικά που τροφοδοτούν ένα νευρωνικό δίκτυο ακτινικών συναρτήσεων βάσης (RBF) το οποίο ταξινομεί τα δείγματα σε πέντε βαθμούς ποιότητας. Κατά τη δεύτερη μέθοδο χρησιμοποιείται πλάγιος φωτισμός για την δημιουργία αυτό-σκίασης στα δείγματα ραφής. Στη συνέχεια με τη βοήθεια ενός πρωτότυπου αλγορίθμου εντοπισμού σκιάς, εξάγονται χαρακτηριστικά που αφορούν στο ποσοστό σκίασης των δειγμάτων και πραγματοποιείται ταξινόμηση σε πέντε βαθμούς ποιότητας με χρήση ενός ταξινομητή K πλησιέστερων γειτόνων. Η τρίτη μέθοδος βασίζεται στην εκτίμηση της ανομοιομορφίας της επιφάνειας και η ταξινόμηση των δειγμάτων πραγματοποιείται επίσης από έναν ταξινομητή K πλησιέστερων γειτόνων. Η πειραματική αξιολόγηση γίνεται σε βάση δεδομένων δειγμάτων ραφής που κατασκευάστηκε στα πλαίσια εκπόνησης της παρούσας διδακτορικής διατριβής και περιλαμβάνει 325 ραφές από τρία διαφορετικά υφάσματα.

Χρησιμοποιώντας τα εξαγόμενα χαρακτηριστικά, ο αυτόματος ποιοτικός έλεγχος της ραφής μελετήθηκε στη συνέχεια ως προς τη μέθοδο αξιολόγησης της ποιότητας των ραφών. Η εκτίμηση της ποιότητας ραφής με βάση το διεθνές πρότυπο ISO/DIS7700 πραγματοποιείται με ταξινόμηση των ραφών σε πέντε βαθμούς ποιότητας όπου μεγαλύτερος βαθμός αντιστοιχεί και σε καλύτερη ποιότητα. Αυτή η αντιμετώπιση παρουσιάζει την ιδιομορφία της αναγνώρισης διατεταγμένων κατηγοριών που στην προκειμένη περίπτωση είναι οι πέντε βαθμοί ποιότητας. Σε αυτήν την κατεύθυνση, προτείνονται και συγκρίνονται τέσσερις μέθοδοι αναγνώρισης προτύπων διατεταγμένων κατηγοριών. Η πρώτη μέθοδος χρησιμοποιεί για την ταξινόμηση τα αποτελέσματα μοντέλου σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας, το οποίο εκτιμά την πιθανότητα η ποιότητα ενός δείγματος ραφής να είναι μικρότερη ή ίση με κάποιο βαθμό ποιότητας. Η δεύτερη μέθοδος κάνει αναγνώριση με χρήση γραμμικού μοντέλου που συνδέει τα διανύσματα των χαρακτηριστικών με τους βαθμούς ποιότητας. Η εκτίμηση των συντελεστών του γραμμικού μοντέλου πραγματοποιείται με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων, χρησιμοποιώντας αυθαίρετες αριθμητικές τιμές για τις διατεταγμένες κατηγορίες. Οι αριθμητικές τιμές αν και αυθαίρετες, πρέπει να είναι συνεπείς οσοδήποτε με τη διάταξη των κατηγοριών. Οι άλλες δύο μέθοδοι είναι πρωτότυπες και επίσης χρησιμοποιούν γραμμικό μοντέλο για την ταξινόμηση. Η διαφοροποίησή τους από τη δεύτερη μέθοδο είναι ότι λύνουν το πρόβλημα επιλογής αριθμητικών τιμών για τις διατεταγμένες κατηγορίες προκειμένου να εφαρμοστεί η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων και να κατασκευαστεί το γραμμικό μοντέλο. Η επιλογή των αριθμητικών τιμών προκύπτει από την τρίτη μέθοδο σε κλειστή μορφή λύνοντας ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης, ενώ η τέταρτη μέθοδος χρησιμοποιεί έναν επαναληπτικό αλγόριθμο. Η πειραματική αξιολόγηση και σύγκριση των μεθόδων στο πρόβλημα του ποιοτικού ελέγχου ραφών οδηγεί στην επιλογή του μοντέλου σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας σε περίπτωση που υπάρχει ικανός αριθμός παραδειγμάτων εκπαίδευσης, ενώ σε αντίθετη περίπτωση μπορεί να προτιμηθεί το γραμμικό μοντέλο αφού προηγηθεί βελτιστοποίηση με χρήση κάποιας εκ των δύο προτεινόμενων μεθόδων επιλογής αριθμητικών τιμών για τις διατεταγμένες κατηγορίες.

Summary

Fully automated sewing systems have to transfer non rigid materials such as fabrics to the sewing machine, perform sewing and evaluate the quality of the produced seams.

The problem of transferring the fabrics to the sewing machine has been studied, focusing on the detection of the fabrics' position on the working area. The detection methods are based on image processing and analysis techniques and take into consideration both partial occlusion and fabric deformation. The detection of the fabric's position needs to be accurate only when the fabric side selected for sewing is approaching the needle of the sewing machine and during the sewing process. Therefore apart from the detection of the position of the entire fabric, more accurate detection takes place based on digital images containing a small part of the fabric near the needle. The spatial resolution of these digital images is superior to the resolution of the images containing the entire working area, thus the detection is more accurate. Both detection methods have been experimentally evaluated using different types of fabric and an automated sewing system consisting of a 6 degrees of freedom robot arm, 2 analog cameras and a frame grabber used to convert the analog images into digital. The field of view of the first camera contains the entire working area, while the second camera focuses on a small area near the sewing needle. The experimental results indicate sufficient detection accuracy and robustness regarding partial occlusion and fabric deformation.

After sewing the fabric and before automatic seam quality control is performed, the position and orientation of the seam is automatically detected. Three novel seam detection methods have been developed using edge detection and Radon Transform and different pre-processing techniques. Pre-processing is necessary because of the presence of fabric texture. The experimental evaluation of the three detection methods is made on a database containing 118 images of ready sewn garments. The database has been constructed as part of the preparation of the current dissertation.

Automated seam quality control was studied at first with respect to the type of information that has to be extracted by the images of seam specimens, focusing on the image pre-processing and the selection of the features that are related to the seam quality. At the pre-processing stage, the seam images are normalized with respect to the seam position and orientation, using the aforementioned seam detection methods. Feature selection has been studied next, extracting three different sets of features and assessing seam quality using three different methods. The first method is based on spectral features, which are used as inputs for a radial basis function (RBF) neural network. The network uses these features to classify the seam specimens into five grades of quality. The second method applies oblique illumination in order to create self shadows onto the seam specimens. Then a novel shadow detection algorithm estimates the ratio between the shadow and the illuminated area of each specimen. The aforementioned ratios are used as features related to seam quality and a k nearest neighbor classifier assigns a quality grade to each specimen. The third method is based on the estimation of surface roughness and classification is also performed by a k nearest neighbor classifier. The experimental evaluation of the proposed methods is made on a database containing 325 images of

seam specimens of three different fabrics. The database has been constructed as part of the preparation of the current dissertation.

Using the selected features, automatic seam quality control has been studied further, with respect to the classification methods employed for the quality assessment. Seam quality control is performed according to ISO/DIS7700 international standard by classifying the seam specimens into five grades of quality, where higher grade denotes better quality. Because of the ordered arrangement of the quality grades, the classification problem is restricted to ordered categories. In this direction, four classification methods are proposed and evaluated, taking into account the ordered arrangement of the classes. The first method uses the proportional odds model, which estimates the probability the quality of a specimen to be less or equal to a certain quality grade. The second method uses a linear model to correlate the feature vectors to the quality grades. The estimation of the linear models' coefficients is performed by the ordinary least squares method using arbitrary numerical values which represent the ordered categories. These arbitrary values however should be consistent to the existing ordering. The other two methods are novel and also employ a linear model. The difference between these two methods and the second method is that they solve the problem of assigning numerical values to the ordered categories before applying the ordinary least squares method. The estimation of the numerical values assigned to the ordered categories is provided in closed form by the third method, while the fourth method uses a recursive algorithm in order to produce the numerical values. The experimental evaluation of these four methods indicates that in case of a large number of training data, the first method which is based on the proportional odds model is more efficient, while in case of an insufficient number of training data the linear model optimized by one of the two novel methods should be selected.

Εισαγωγή

Η ανάγκη για ένδυση υποχρέωσε τους ανθρώπους να μηχανευτούν αποτελεσματικούς τρόπους συνένωσης φυσικών ή τεχνητών υλικών με σκοπό την κατασκευή ρούχων για προστασία από το κρύο αλλά και για άλλους κατά βάση κοινωνικούς λόγους. Στις απαρχές τις βιομηχανικής επανάστασης έγιναν οι πρώτες προσπάθειες για τη δημιουργία μηχανών, προκειμένου να αυτοματοποιηθεί η διαδικασία της ραφής των ενδυμάτων, με βασικότερες αυτές του Weisenthal γύρω στο 1750 (Renters, 1958). Ωστόσο έπρεπε να περάσει περισσότερο από ένας αιώνας για να αποκτήσουν οι ραπτικές μηχανές εμπορική επιτυχία. Η καθυστέρηση αυτή δεν οφείλεται μόνο σε τεχνικές δυσκολίες αλλά και σε ζητήματα κοινωνικής αποδοχής. Πάντως μπορούμε να θεωρήσουμε με ασφάλεια πως όλοι οι βασικοί μηχανισμοί για τη δημιουργία ραφών είχαν αναπτυχθεί πριν από το τέλος του 19^{ου} αιώνα, ενώ ο 20^{ος} αιώνας αποτέλεσε κυρίως μια εποχή βελτίωσης των μηχανισμών αυτών, οδηγώντας σε όλο και ταχύτερες μηχανές. Με την προσθήκη ηλεκτρικών και μηχανικών συσκευών ειδικού σκοπού αυξήθηκε η απόδοση, ενώ οι μηχανισμοί γίνονταν όλο και πιο εξειδικευμένοι. Πολλές διαδικασίες χειρισμού των υλικών αυτοματοποιήθηκαν είτε πλήρως, είτε μερικώς.

Στην δεκαετία του 1960, αποτελούσε κοινή πεποίθηση ότι η διαδικασία κατασκευής ενδυμάτων μπορούσε να αυτοματοποιηθεί πλήρως. Σε μία κολοσσιαία ερευνητική προσπάθεια, η γερμανική εταιρία κατασκευής ραπτικών μηχανών PFAFF ανέπτυξε το πρώτο αυτοματοποιημένο εργοστάσιο κατασκευής ενδυμάτων. Το εργοστάσιο είχε τη δυνατότητα να παράγει αυτόματα ένα μεγάλο πλήθος διαφορετικών προϊόντων. Ωστόσο το εγχείρημα αυτό δεν απέκτησε την εμπορική επιτυχία που αναμενόταν, λόγω τριών κρίσιμων παραγόντων:

- i) Τα υλικά που χρησιμοποιούνται στην κατασκευή ενδυμάτων είναι υπερ-εύκαμπτα και ως τέτοια είναι δύσκολα στο χειρισμό, ειδικά σε σύγκριση με το χειρισμό άκαμπτων αντικειμένων.
- ii) Το είδος των υλικών αλλάζει συνεχώς με αποτέλεσμα οι μηχανισμοί χειρισμού τους να πρέπει να τροποποιηθούν ή ακόμα και να αντικατασταθούν.
- iii) Η ίδια η διαδικασία της ραφής δεν έχει αυτοματοποιηθεί πλήρως. Οι ραπτικές μηχανές επαναρυθμίζονται χειροκίνητα κάθε φορά που αλλάζει το υλικό.

Επομένως η παραπάνω προσέγγιση δε διαθέτει την απαιτούμενη ευελιξία καθώς τα υλικά που χρησιμοποιούνται διαφοροποιούνται συνεχώς. Επιπλέον η αυτοματοποίηση δεν είναι πλήρης με αποτέλεσμα η παραγωγή να πρέπει να διακοπεί προκειμένου να καθοριστούν χειροκίνητα οι νέες ρυθμίσεις των ραπτικών μηχανών όποτε αλλάζουν τα υλικά. Η διαδικασία της ρύθμισης εκτός του ότι απαιτεί έμπειρους χειριστές και τεχνικούς, βασίζεται σε δοκιμές μέχρι να επιτευχθεί η επιθυμητή ποιότητα ραφής και είναι επομένως υποκειμενική και χρονοβόρα.

Το πρόβλημα της ευελιξίας μπορεί να αντιμετωπιστεί με χρήση ρομποτικών συστημάτων τα οποία έχουν τη δυνατότητα να προσαρμόζονται αυτόματα σε αλλαγές των υλικών, χωρίς να χρειάζονται τροποποιήσεις. Τα πρώτα ρομποτικά συστήματα για τη ραφή υφασμάτων εμφανίστηκαν στα μέσα της δεκαετίας του 1980 και μέχρι τις αρχές της δεκαετίας του 1990 είχαν

αναπτυχθεί αρκετά τέτοια συστήματα ρομποτικών βραχιόνων και αρπαγών, χωρίς όμως να έχουν εδραιωθεί στη βιομηχανία ενδυμάτων. Αν και τα ρομποτικά συστήματα παρέχουν ευελιξία, ωστόσο πρέπει να αντιμετωπίσουν δύσκολα προβλήματα που ανακύπτουν εξαιτίας της μη προβλέψιμης, μη γραμμικής και περίπλοκης μηχανικής συμπεριφοράς που παρουσιάζουν τα υπερ-εύκαμπτα υλικά που χρησιμοποιούνται. Η πρόκληση επομένως είναι μεγαλύτερη από την περίπτωση χειρισμού άκαμπτων αντικειμένων, αλλά και από την προηγούμενη περίπτωση όπου οι μηχανές που χρησιμοποιούνται είναι ειδικά σχεδιασμένες για το χειρισμό κάποιων συγκεκριμένων υλικών κάθε φορά. Το κέρδος όμως της χρήσης ρομποτικών συστημάτων είναι η μεγαλύτερη ευελιξία και η δυνατότητα πλήρους αυτοματοποίησης. Ωστόσο για να εξαλειφθεί ολοκληρωτικά η ανάγκη της ανθρώπινης παρέμβασης, πρέπει να αναπτυχθούν ταυτόχρονα και υποσυστήματα που να κάνουν αυτόματη αξιολόγηση της ποιότητας της ραφής ώστε να μπορούν να εκτιμούν τις βέλτιστες ρυθμίσεις για τις μηχανές ραφής με αυτόματο τρόπο.

Το αντικείμενο της παρούσας διατριβής αφορά κυρίως στην ανάπτυξη μεθόδων αυτόματου ποιοτικού ελέγχου ραφής. Η διατριβή εστιάζει στον ποιοτικό έλεγχο δειγμάτων ραφής τα οποία ράβονται κατά τις δοκιμές για την εύρεση των κατάλληλων ρυθμίσεων των ραπτικών μηχανών. Προς το παρόν αυτός ο έλεγχος στη βιομηχανία πραγματοποιείται από έμπειρους εργάτες και εκτός από υποκειμενικός είναι και χρονοβόρος, γεγονός αρκετά επιζήμιο καθώς δεν μπορεί να συνεχιστεί η παραγωγή πριν ολοκληρωθεί η διαδικασία του ελέγχου. Η ανθρώπινη αξιολόγηση βασίζεται στη σύγκριση των δειγμάτων με μια εικόνα αναφοράς η οποία καθορίζεται από το ISO/DIS7770 διεθνές πρότυπο και η οποία περιέχει πέντε πρότυπα δείγματα ραφής. Τα πρότυπα δείγματα κατατάσσονται σε πέντε βαθμούς ποιότητας, όπου με βαθμό ποιότητας 1 χαρακτηρίζεται το δείγμα με τη χειρότερη ποιότητα, ενώ με βαθμό ποιότητας 5 χαρακτηρίζεται το δείγμα με την καλύτερη ποιότητα. Η αξιολόγηση επομένως γίνεται οπτικά και τα δείγματα ραφής χαρακτηρίζονται από τον ίδιο βαθμό ποιότητας με αυτόν του προτύπου δείγματος με το οποίο παρουσιάζουν τη μεγαλύτερη ομοιότητα. Παρά την αντικειμενικότητα που εισάγεται με τη χρήση του διεθνούς προτύπου, η υποκειμενικότητα λόγω της ανθρώπινης αξιολόγησης παραμένει.

Η προσέγγιση που ακολουθείται στην παρούσα διατριβή βασίζεται επίσης σε χρήση οπτικής πληροφορίας, όπως και η ανθρώπινη αξιολόγηση, ενώ η αυτοματοποίηση του ποιοτικού ελέγχου ραφής πραγματοποιείται με μεθόδους *μηχανικής όρασης*. Η μηχανική όραση είναι η ερευνητική περιοχή η οποία ασχολείται με τη δημιουργία συστημάτων για την αυτόματη ανάκτηση πληροφοριών από πραγματικές εικόνες. Υιοθετεί τεχνικές από πολλά διαφορετικά επιστημονικά πεδία όπως η επεξεργασία σήματος, η στατιστική, η τεχνητή νοημοσύνη και είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με την ψηφιακή επεξεργασία εικόνων και την αναγνώριση προτύπων.

Είναι σημαντικό να σημειωθεί πως μέθοδοι μηχανικής όρασης χρησιμοποιούνται ως επί το πλείστον και για την αντιμετώπιση των προβλημάτων που ανακύπτουν κατά το χειρισμό των υλικών από τα ρομποτικά συστήματα ραφής. Ένα μέρος της παρούσας διατριβής ασχολείται και με τέτοιου είδους προβλήματα τα οποία ουσιαστικά αφορούν στον εντοπισμό των υλικών κατά το χειρισμό τους από τα ρομποτικά συστήματα και οδηγούν στο γενικότερο στόχο που είναι η αυτοματοποίηση ολόκληρης της διαδικασίας ραφής των ενδυμάτων. Επομένως το υπόλοιπο της διατριβής οργανώνεται ως εξής:

Στο **Κεφάλαιο 1** περιγράφεται το πρόβλημα οπτικής οδήγησης υπερ-εύκαμπτων υλικών σε μηχανή ραφής. Παρουσιάζεται το πρόβλημα αναγνώρισης της θέσης του υλικού όταν εμπόδια ή ο ρομποτικός βραχίονας επικαλύπτει μερικώς το υλικό. Περιγράφεται μέθοδος εντοπισμού της θέσης

του υλικού η οποία είναι ανεκτική σε παραμορφώσεις του υλικού και δίνονται τα πειράματα της αξιολόγησης από δεδομένα πραγματικής μετακίνησης υλικών σε τράπεζα εργασίας.

Στο **Κεφάλαιο 2** περιγράφεται το πρόβλημα του ακριβούς εντοπισμού της πλευράς ραφής όταν υπάρχει καταγραφή βιντεοσκόπησης τμήματος του υφάσματος που ράβεται. Δίνεται αναλυτική περιγραφή δύο μεθόδων ακριβούς εντοπισμού. Η πρώτη αφορά στην περίπτωση ευθύγραμμων και η δεύτερη καμπυλόγραμμων πλευρών. Επίσης παρουσιάζεται αναλυτικά και η αξιολόγηση των μεθόδων που περιλαμβάνει μετρήσεις ακρίβειας οδήγησης του υφάσματος στην βελόνα ραφής από το συνολικό ρομποτικό σύστημα.

Στο **Κεφάλαιο 3** παρουσιάζεται το πρόβλημα του αυτόματου εντοπισμού της θέσης της ραφής από ψηφιακές φωτογραφίες. Περιγράφονται τρεις πρωτότυποι μέθοδοι εντοπισμού που διαφοροποιούνται στο στάδιο της προεπεξεργασίας, το οποίο είναι εξαιρετικά σημαντικό λόγω της ιδιαίτερης υφής των υφασμάτων. Η πειραματική αξιολόγηση γίνεται σε βάση δεδομένων ραφών έτοιμων ενδυμάτων, που κατασκευάστηκε στα πλαίσια εκπόνησης της παρούσας διατριβής.

Στο **Κεφάλαιο 4** παρουσιάζεται το πρόβλημα του αυτόματου ποιοτικού ελέγχου ραφής από ψηφιακές φωτογραφίες. Περιγράφονται τρεις διαφορετικές μέθοδοι αυτόματης αναγνώρισης της ποιότητας σε δείγματα ραφής. Η πρώτη μέθοδος βασίζεται σε φασματικά χαρακτηριστικά που τροφοδοτούν ένα νευρωνικό δίκτυο ακτινικών συναρτήσεων βάσης (RBF) το οποίο ταξινομεί τα δείγματα σε πέντε βαθμούς ποιότητας. Στην δεύτερη μέθοδο χρησιμοποιείται πλάγιος φωτισμός για την δημιουργία αυτό-σκίασης στα δείγματα ραφής. Στη συνέχεια με τη βοήθεια ενός πρωτότυπου αλγορίθμου εντοπισμού σκιάς, εξάγονται χαρακτηριστικά που αφορούν στο ποσοστό σκίασης των δειγμάτων και πραγματοποιείται ταξινόμηση με χρήση ενός γραμμικού μοντέλου. Η τρίτη μέθοδος βασίζεται στην εκτίμηση της ανομοιομορφίας της επιφάνειας και η ταξινόμηση των δειγμάτων πραγματοποιείται από έναν ταξινομητή k πλησιέστερων γειτόνων. Η πειραματική αξιολόγηση γίνεται σε βάση δεδομένων δειγμάτων ραφής που κατασκευάστηκε στα πλαίσια εκπόνησης της παρούσας διπλωματικής.

Στο **Κεφάλαιο 5** παρουσιάζεται το πρόβλημα του αυτόματου ποιοτικού ελέγχου ραφών από ψηφιακές εικόνες το οποίο αντιμετωπίζεται με κατασκευή συστημάτων που αναγνωρίζουν διατεταγμένες κατηγορίες προτύπων. Παρουσιάζονται αναλυτικά τέσσερις μέθοδοι αναγνώρισης οι οποίες λαμβάνουν υπόψη τη διάταξη των κατηγοριών. Η πρώτη μέθοδος αναγνώρισης χρησιμοποιεί το μοντέλο σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας, το οποίο χρησιμοποιείται για πρώτη φορά σε προβλήματα ποιοτικού ελέγχου ραφής. Το μοντέλο συνδέει τα χαρακτηριστικά που εξάγονται από τις εικόνες με τις αναλογίες πιθανότητας για κάθε κατηγορία. Η δεύτερη μέθοδος αναγνώρισης χρησιμοποιεί ένα γραμμικό μοντέλο οι συντελεστές του οποίου εκτιμώνται με την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων. Το γραμμικό μοντέλο συνδέει τα χαρακτηριστικά που εξάγονται από τις εικόνες με τις αριθμητικές τιμές των κατηγοριών. Οι επόμενες δύο μέθοδοι είναι πρωτότυπες και λύνουν το πρόβλημα της αυτόματης επιλογής αριθμητικών τιμών για τις διατεταγμένες κατηγορίες προκειμένου να δημιουργηθεί το γραμμικό μοντέλο και στη συνέχεια να γίνει η αναγνώριση της ποιότητας ραφής. Στο τέλος του κεφαλαίου παρατίθεται η αξιολόγηση και σύγκριση των μεθόδων στο πρόβλημα του ποιοτικού ελέγχου ραφών.

Στο τέλος της διατριβής, σε ξεχωριστές ενότητες, παρουσιάζονται τα παραρτήματα, οι δημοσιεύσεις που πραγματοποιήθηκαν στα πλαίσια της παρούσας διατριβής, και τέλος η βιβλιογραφία.

Πρωτότυπα Σημεία της Διατριβής

Στα πλαίσια εκπόνησης της διατριβής αναπτύχθηκε και αξιολογήθηκε πρωτότυπη μέθοδος εύρεσης θέσης υπερ-εύκαμπτων υλικών σε επιφάνεια εργασίας από ψηφιακές φωτογραφίες με μερική επικάλυψη του υλικού από ρομποτικό βραχίονα.

Συγκεκριμένα, διατυπώθηκε και αξιολογήθηκε μέθοδος εύρεσης της θέσης του υφάσματος κατά τη μετακίνησή του από ρομποτικό βραχίονα καθώς οδηγείται στη μηχανή ραφής η οποία είναι ανθεκτική σε μερική επικάλυψη και παραμόρφωση του υφάσματος. Η μέθοδος βασίζεται στον ανιχνευτή γωνιών Haggis για να εξάγει τις κορυφές του περιγράμματος του υφάσματος και χρησιμοποιεί μία εικόνα αναφοράς στην οποία δεν υπάρχουν επικαλύψεις και παραμορφώσεις για να δημιουργήσει ένα μοντέλο του υφάσματος το οποίο προσπαθεί να αντιστοιχίσει στις νέες εικόνες που περιλαμβάνουν τον ρομποτικό βραχίονα. Η αποτελεσματικότητα της μεθόδου αξιολογήθηκε μεμονωμένα αλλά και βάση της απόδοσης του συνολικού συστήματος οδήγησης παρουσιάζοντας ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Επίσης αντιμετωπίστηκε το πρόβλημα εντοπισμού της ακριβούς θέσης της πλευράς ραφής από ψηφιακές βιντεοσκοπήσεις. Αναπτύχθηκαν και προτάθηκαν δύο πρωτότυποι μέθοδοι εντοπισμού που αφορούν αντίστοιχα ευθύγραμμες και καμπυλόγραμμες πλευρές.

Επίσης στην παρούσα διατριβή προτάθηκαν και αξιολογήθηκαν τρεις νέες μέθοδοι εντοπισμού ραφής οι οποίες βασίζονται στο μετασχηματισμό Radon. Μία εξ αυτών η οποία χρησιμοποιεί φίλτρο τοπικής διασποράς κατά την προεπεξεργασία, αποδείχτηκε αναλλοίωτη σε μεταβολές της έντασης της φωτεινότητας, ενώ μία άλλη η οποία χρησιμοποιεί φίλτρο μέσης τιμής επέδειξε ιδιαίτερη ευρωστία παρουσία υψηλού θορύβου και υποδειγματοληψίας. Οι μέθοδοι αξιολογήθηκαν σε περιπτώσεις έτοιμων ενδυμάτων σε αντίθεση με σχετικές εργασίες που ο εντοπισμός πραγματοποιείται μόνο σε δείγματα ραφής.

Επίσης, προτάθηκαν και αξιολογήθηκαν τρεις νέες μέθοδοι για τον ποιοτικό έλεγχο ραφής σε δείγματα υφασμάτων. Συγκεκριμένα προτάθηκαν τρία πρωτότυπα σύνολα χαρακτηριστικών καθένα από τα οποία αποτέλεσε μέρος ενός ξεχωριστού συστήματος ταξινόμησης. Το πρώτο σύστημα βασίζεται σε φασματικά χαρακτηριστικά που τροφοδοτούν ένα νευρωνικό δίκτυο ακτινικών συναρτήσεων βάσης (RBF) το οποίο πραγματοποιεί ταξινόμηση των δειγμάτων σε πέντε βαθμούς ποιότητας. Το δεύτερο σύστημα χρησιμοποιεί πλάγιο φωτισμό για την δημιουργία αυτό-σκίασης στα δείγματα ραφής. Στη συνέχεια με τη βοήθεια ενός πρωτότυπου αλγορίθμου εντοπισμού σκιάς, εξάγει χαρακτηριστικά που αφορούν στο ποσοστό σκίασης των δειγμάτων και πραγματοποιεί ταξινόμηση με χρήση ενός γραμμικού μοντέλου. Το τρίτο σύστημα βασίζεται στην εκτίμηση της ανομοιομορφίας της επιφάνειας και η ταξινόμηση των δειγμάτων πραγματοποιείται από έναν ταξινομητή K πλησιέστερων γειτόνων. Η απόδοση του δεύτερου και του τρίτου συστήματος είναι αντίστοιχη ή λίγο καλύτερη από αυτή της χειροκίνητης ταξινόμησης από ειδικούς.

Επίσης προτάθηκαν και αξιολογήθηκαν τέσσερις μέθοδοι αναγνώρισης διατεταγμένων κατηγοριών προτύπων, όπως είναι οι πέντε κατηγορίες των βαθμών ποιότητας. Η πρώτη κάνει

αναγνώριση με χρήση του μοντέλου σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας. Η δεύτερη χρησιμοποιεί γραμμικό μοντέλο, ενώ οι άλλες δύο είναι πρωτότυπες και λύνουν το πρόβλημα επιλογής αριθμητικών τιμών για τις διατεταγμένες κατηγορίες προκειμένου να πραγματοποιηθεί γραμμική εκτίμηση με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων και στη συνέχεια αναγνώριση. Οι μέθοδοι αξιολογήθηκαν πειραματικά σε βάση δεδομένων δειγμάτων ραφής που κατασκευάστηκε στα πλαίσια εκπόνησης της παρούσας διατριβής, αλλά έχουν ευρύτερη εφαρμογή σε αντίστοιχα προβλήματα διατεταγμένων κατηγοριών.

Μέθοδοι Εντοπισμού Υφάσματος κατά την οδήγησή του προς Ραφή

Ο αυτόματος ποιοτικός έλεγχος ραφής αποτελεί βασικό τμήμα ενός ευρύτερου συστήματος αυτόματης ραφής. Ένα σημαντικό πρόβλημα που πρέπει να αντιμετωπισθεί από ένα τέτοιο αυτόματο σύστημα είναι ο χειρισμός υπερ-εύκαμπτων υλικών (Non Rigid Materials, NRMs) με ρομπότ προκειμένου να αυτοματοποιηθούν οι διαδικασίες οδήγησής τους προς ραφή καθώς και η ίδια η διαδικασία της ραφής. Τα υπερ-εύκαμπτα υλικά λόγω των φυσικών και μηχανικών τους ιδιοτήτων παρουσιάζουν ιδιαίτερα χαρακτηριστικά συμπεριφοράς με άμεση συνέπεια το σχήμα, η θέση και ο προσανατολισμός να μεταβάλλονται με απρόβλεπτο τρόπο κατά την διάρκεια της οδήγησης τους από το ρομπότ. Ένας από τους πλέον κατάλληλους τρόπους ελέγχου τέτοιων ρομποτικών συστημάτων πραγματοποιείται με τη βοήθεια μηχανικής όρασης και είναι γνωστός στην βιβλιογραφία με τον όρο *οπτική επισκόπηση* (*visual servoing*). Το παρόν κεφάλαιο ασχολείται με την οπτική επισκόπηση κατά την οδήγηση υφασμάτων προς ραφή, ενώ σε επόμενο κεφάλαιο παρουσιάζεται η επισκόπηση κατά τη διάρκεια της ραφής.

1.1 Σχετικές εργασίες στη διεθνή βιβλιογραφία

Λόγω της απρόβλεπτης συμπεριφοράς των υπερ-εύκαμπτων υλικών ελάχιστες εργασίες που αφορούν στον χειρισμό τέτοιων υλικών από ρομποτικούς βραχίονες συναντώνται στη διεθνή βιβλιογραφία. Επιπλέον, κοινό στοιχείο των παραπάνω εργασιών είναι η χρήση οπτικών αισθητήρων.

Στην εργασία Torgerson and Paul (1988), γίνεται χρήση μίας βαθμονομημένης κάμερας (*calibrated camera*) για τον εντοπισμό του περιγράμματος του υφάσματος πάνω στην τράπεζα εργασίας κατά τον χειρισμό του από ρομποτικό βραχίονα. Η πληροφορία της θέσης χρησιμοποιείται για τον ορισμό της κατάλληλης τροχιάς που πρέπει να ακολουθήσει το ρομπότ προκειμένου να μετακινήσει το ύφασμα προς την βελόνα ραφής. Το σύστημα αξιολογήθηκε σε περιπτώσεις πολυγωνικών και μη πολυγωνικών υφασμάτων και ο αλγόριθμος κρίθηκε αποτελεσματικός, αν και η ακρίβεια της προσέγγισης εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τη χωρική ανάλυση της κάμερας. Ωστόσο η εργασία δεν ασχολείται καθόλου με περιπτώσεις παραμόρφωσης του υφάσματος κατά τη μετακίνηση, όπως τσαλακώματα, πτυχώσεις ή δίπλωμα.

Σύμφωνα με την εργασία Paraschidis et. al., (1994), η συμπεριφορά των υπερ-εύκαμπτων υλικών εξαρτάται από την δυναμική του υλικού, από τις συνθήκες τάνυσης και από το αποτέλεσμα προηγούμενων χειρισμών. Το σύστημα που αναπτύχθηκε βασίζεται σε αισθητήρες όρασης και δύναμης. Οι εργασίες που διαχειρίζεται το εν λόγω σύστημα αφορούν την αρπαγή, την εναπόθεση, το δίπλωμα και το ίσιωμα υφασμάτων. Τα αποτελέσματα των πειραμάτων έδειξαν ικανοποιητική ακρίβεια στον χειρισμό του υφάσματος. Επίσης πρέπει να σημειωθεί πως το σύστημα χρησιμοποιεί

μια βαθμονομημένη κάμερα τοποθετημένη σε σταθερό σημείο επάνω από τον χώρο εργασίας του ρομπότ και μία άλλη κινούμενη κάμερα για την αξιολόγηση της κατάστασης του υφάσματος από κοντινή απόσταση.

1.2 Χειρισμός υφάσματος από ρομποτικό βραχίονα

Τα συστήματα ελέγχου των παραπάνω εργασιών βασίζονται σε οπτική πληροφορία βαθμονομημένων καμερών (calibrated cameras), η οποία μεταφράζεται σε πληροφορία θέσης σε ένα σύστημα συντεταγμένων το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί από το ρομπότ. Σε αντιδιαστολή αυτής της προσέγγισης μπορούν να χρησιμοποιηθούν ελεγκτές που δε χρειάζονται βαθμονομημένες κάμερες και εκμεταλλεύονται απ' ευθείας την πληροφορία θέσης που αφορά στο σύστημα συντεταγμένων της εικόνας (Hutchinson et. al., 1996, Corke, 1996). Οι μέθοδοι εντοπισμού της θέσης του υφάσματος που αναπτύχθηκαν κατά την εκπόνηση της παρούσας διατριβής, σχεδιάστηκαν και υλοποιήθηκαν σε ένα υβριδικό σύστημα ελέγχου ασαφούς λογικής, το οποίο αν και δεν απαιτεί ακριβή βαθμονόμηση της κάμερας, χρησιμοποιεί γνώση για τη σχέση ανάμεσα στο σύστημα συντεταγμένων της εικόνας και στο σύστημα συντεταγμένων του ρομπότ. Συγκεκριμένα, η θέση της βελόνας ραφής και η διεύθυνση ραφής είναι γνωστές και στα δύο συστήματα συντεταγμένων, ενώ ο οπτικός άξονας της κάμερας είναι κατά προσέγγιση κάθετος στην επιφάνεια εργασίας όπως και ο άξονας z του συστήματος συντεταγμένων του ρομπότ. Επομένως γνωρίζοντας τη θέση του υφάσματος και τη θέση της βελόνας στην εικόνα αλλά και την πραγματική απόσταση δύο εικονοστοιχείων μπορεί να υπολογιστεί το πραγματικό μήκος του διανύσματος που ορίζεται από μία κορυφή του υφάσματος και τη βελόνα ραφής. Η παραπάνω προσέγγιση προσθέτει ευελιξία στο ρομποτικό σύστημα, ενώ ταυτόχρονα είναι ανθεκτική στα σφάλματα βαθμονόμησης. Το εν λόγω σύστημα σχεδιάστηκε και υλοποιήθηκε για τον χειρισμό υφασμάτων από ρομποτικό βραχίονα με στόχο την οδήγηση του προς τη βελόνα ραφής. Η αρχιτεκτονική του συστήματος παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.1 και περιλαμβάνει ένα ρομποτικό βραχίονα, δύο κάμερες και έναν ελεγκτή που βασίζεται σε ασαφή λογική.

Σχήμα 1.1 Δομικό διάγραμμα Ασαφούς Συστήματος ελέγχου.

Το σύστημα ελέγχου, χρησιμοποιώντας την πληροφορία από το σύστημα μηχανικής όρασης, κατευθύνει το άκρο εργασίας του ρομπότ οδηγώντας το με την κατάλληλη γραμμική ($\mathbf{u}$) και γωνιακή (ω) ταχύτητα στην επόμενη θέση, με στόχο να ελαχιστοποιήσει το σφάλμα θέσης $\mathbf{e}_r = \mathbf{r} - \mathbf{r}_d$

και το σφάλμα γωνίας $\epsilon_\theta = \theta - \theta_d$ σε όσο το δυνατόν λιγότερα βήματα. Το σφάλμα θέσης αναφέρεται στην απόσταση ($\mathbf{r}$) ανάμεσα στη βελόνα ραφής και στο σημείο του υφάσματος που πρέπει να την προσεγγίσει και υπολογίζεται σε απόσταση εικονοστοιχείων, ενώ το σφάλμα γωνίας αναφέρεται στην διαφορά ανάμεσα στον προσανατολισμό της πλευράς που πρόκειται να ραφτεί και στη γραμμική ραφής και μετράται σε μοίρες. Στην μεθοδολογία που ακολουθήθηκε, επειδή χρησιμοποιούνται δύο κάμερες, ο παραπάνω στόχος υλοποιείται σε δύο στάδια. Στο πρώτο στάδιο γίνεται εκτίμηση της θέσης του υφάσματος και προσέγγιση στη βελόνα από μακρινή απόσταση, χρησιμοποιώντας πληροφορία από την πρώτη κάμερα που εστιάζει ολόκληρη την τράπεζα εργασίας. Στο δεύτερο στάδιο το ύφασμα έχει ήδη πλησιάσει τη βελόνα, οπότε και χρησιμοποιείται η δεύτερη κάμερα η οποία παρέχει πληροφορία υψηλότερης ακρίβειας που καλύπτει μόνο μια μικρή περιοχή γύρω από τη βελόνα, απεικονίζοντας μόνο ένα τμήμα του υφάσματος, με στόχο την ελαχιστοποίηση των σφαλμάτων θέσης και γωνίας της πλευράς του υφάσματος που οδηγείται προς ραφή.

Στο Σχήμα 1.2 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα της πληροφορίας που χρησιμοποιεί ο ελεγκτής για την οδήγηση του ρομπότ. Το σύστημα μηχανικής όρασης προσδιορίζει τη θέση των κορυφών του υφάσματος στην εικόνα. Επειδή η ραφή πραγματοποιείται στο εσωτερικό του υφάσματος και σε σταθερή συνθήκη απόσταση από την άκρη του, γνωρίζοντας το επιθυμητό περιθώριο, με απλούς υπολογισμούς προσδιορίζεται και το αντίστοιχο εσωτερικό περιγράμμο που αντιστοιχεί στην γραμμική ραφή. Χρησιμοποιώντας την πλευρά του εσωτερικού περιγράμμου που οδηγείται για ραφή, υπολογίζεται η απόσταση r από τη βελόνα και η γωνία προσανατολισμού θ . Η γωνία φ , όπως φαίνεται και στο Σχήμα 1.2, δηλώνει την διεύθυνση του διανύσματος $\mathbf{r}$. Επομένως το πρόβλημα της οδήγησης του υφάσματος στη βελόνα απαιτεί σύμφωνα με την παραπάνω προσέγγιση τον εντοπισμό της πλευράς ραφής.

Σχήμα 1.2 Σκηνή με το ύφασμα επάνω στην τράπεζα εργασίας

Μία βασική υπόθεση του συστήματος είναι πως ο τρόπος χειρισμού του υφάσματος από τον ρομποτικό βραχίονα είναι τέτοιος ώστε η πλευρά που προορίζεται για ραφή παρουσιάζει μηδενική ή πολύ μικρή παραμόρφωση. Υπάρχει ωστόσο περίπτωση η πλευρά ραφής να επικαλύπτεται από το ρομποτικό βραχίονα. Η στρατηγική που ακολουθείται επομένως είναι ο εντοπισμός ολόκληρου του υφάσματος, αγνοώντας τις παραμορφώσεις και θεωρώντας πως ακόμα και αν σε κάποια

σημεία το ύφασμα έχει παραμορφωθεί, επειδή αυτά τα σημεία δεν ανήκουν στην πλευρά ραφής, η εκτίμηση των $\mathbf{r}$ και θ δεν επηρεάζεται. Στη συνέχεια του κεφαλαίου παρουσιάζεται μία πρωτότυπη μέθοδος για τον εντοπισμό της θέσης του υφάσματος η οποία οδηγεί στον άμεσο υπολογισμό των $\mathbf{r}$ και θ .

1.3 Μέθοδος αυτόματου εντοπισμού υφάσματος κατά το χειρισμό του από ρομποτικό βραχίονα

Ο εντοπισμός της θέσης του υφάσματος κατά την οδήγηση του προς τη βελόνα ραφής επηρεάζεται από την μετατόπιση που υφίσταται, από τη μερική επικάλυψη που οφείλεται στο ρομποτικό βραχίονα καθώς και από πιθανή παραμόρφωση του υφάσματος κατά τη μετακίνηση λόγω της μεγάλης ελαστικότητάς του.

Το πρόβλημα της μερικής επικάλυψης έχει απασχολήσει αρκετές εργασίες όπως τις Ayach and Faugeras, (1986) και Koch and Kashyap, (1987), οι οποίες όμως αναφέρονται στον εντοπισμό άκαμπτων αντικειμένων. Συγκεκριμένα, στην εργασία Ayach and Faugeras, (1986) χρησιμοποιείται μία εικόνα αναφοράς, απουσία επικάλυψης, και εξάγεται ένα μοντέλο του άκαμπτου αντικειμένου που πρόκειται να εντοπιστεί. Στη συνέχεια, τμήματα του μοντέλου συγκρίνονται με τμήματα των εικόνων που αναφέρονται σε πραγματικές σκηνές, παρουσία επικάλυψης, και παράγονται υποθέσεις σχετικά με τη θέση του αντικειμένου στη νέα εικόνα. Γίνεται έλεγχος των υποθέσεων με βάση το ποσοστό του μήκους των τμημάτων που εντοπίστηκαν στη νέα εικόνα, σε σχέση με το συνολικό μήκος του περιγράμματος του αντικειμένου, και επιλέγεται η θέση με το υψηλότερο ποσοστό. Ο εντοπισμός θεωρείται επιτυχής μόνο εάν το ποσοστό του μήκους των τμημάτων που αντιστοιχούν στην επιλεγμένη θέση είναι μεγαλύτερο από ένα κατώφλι. Η μέθοδος αξιολογήθηκε με επιτυχία στον εντοπισμό βιομηχανικών εξαρτημάτων τα οποία ήταν μερικώς επικαλυπτόμενα.

Το πρόβλημα της παραμόρφωσης του υφάσματος απασχόλησε την εργασία Paraschidis et. al. (1994), που περιγράφηκε στην προηγούμενη ενότητα, και αφορά στο χειρισμό υφασμάτων. Σε αυτήν την εργασία αν και δεν χρησιμοποιείται εικόνα αναφοράς, ωστόσο το γεωμετρικό μοντέλο του υφάσματος θεωρείται γνωστό, ενώ δεν εξετάζονται περιπτώσεις επικάλυψης και η θέση του υφάσματος προσδιορίζεται με κατωφλίωση. Η τιμή του κατωφλίου που χρησιμοποιείται καθορίζεται πειραματικά. Με την ανίχνευση ακμών προσδιορίζεται το περίγραμμα του υφάσματος και με τη βοήθεια του γεωμετρικού μοντέλου εντοπίζεται η θέση και ο προσανατολισμός του υφάσματος. Τέλος, από τις διαφορές της περιμέτρου και του εμβαδού ανάμεσα στην εικόνα και στο μοντέλο ανιχνεύονται τυχόν παραμορφώσεις του υφάσματος και αν χρειάζεται πραγματοποιούνται διορθωτικές κινήσεις από το σύστημα ασαφούς λογικής.

Κατά την εκπόνηση της παρούσας διατριβής αναπτύχθηκε μέθοδος εντοπισμού θέσης υφάσματος κατά τη μετακίνησή του από ρομποτικό βραχίονα πάνω σε τράπεζα εργασίας με σκοπό την οδήγησή του στη βελόνα ραφής. Η προτεινόμενη μέθοδος λαμβάνει υπόψη φαινόμενα μερικής επικάλυψης και παραμόρφωσης, η αποτελεσματική αντιμετώπιση των οποίων αποδείχτηκε πειραματικά. Η μέθοδος συνδυάζει ως ένα βαθμό τις προσεγγίσεις των εργασιών Paraschidis et. al. (1994) και Ayach and Faugeras, (1986), χρησιμοποιώντας επίσης μια εικόνα αναφοράς του υφάσματος. Από την εικόνα αναφοράς προσδιορίζεται αυτόματα το γεωμετρικό μοντέλο του υφάσματος, όπως αυτό που χρησιμοποιείται στην εργασία Paraschidis et. al. (1994). Η παραγωγή υποθέσεων για τη θέση του υφάσματος (Ayach and Faugeras, 1986) αποτελεί βασικό μέρος της προτεινόμενης μεθόδου, καθώς μπορεί να αντιμετωπίσει αποτελεσματικά περιπτώσεις επικάλυψης

και παραμόρφωσης. Η σημαντική διαφοροποίηση της προτεινόμενης προσέγγισης από αυτήν που περιγράφεται στην εργασία Ayach and Faugeras, 1986 εντοπίζεται στον έλεγχο των υποθέσεων, ο οποίος έχει τροποποιηθεί λόγω της υπερ-εύκαμπτης φύσης των υφασμάτων και την πιθανή ύπαρξη παραμορφώσεων.

Η μέθοδος που αναπτύχθηκε περιλαμβάνει τρία στάδια τα οποία αφορούν: στη δημιουργία γεωμετρικού μοντέλου, στην εξαγωγή υποψήφιων κορυφών, στην παραγωγή και στον έλεγχο των υποθέσεων για τη θέση του υφάσματος.

Κατά το πρώτο στάδιο, το ύφασμα τοποθετείται στην τράπεζα εργασίας απουσία ρομποτικού βραχίονα και παραμορφώσεων και η κάμερα παράγει μια εικόνα αναφοράς (Σχήμα 1.3α). Στη συνέχεια από την εικόνα αναφοράς προσδιορίζονται τα σημεία υψηλής καμπυλότητας με εφαρμογή της μεθόδου ανίχνευσης γωνιών Harris (Harris and Stephens, 1988, Deriche and Giraudon, 1990) και χαρακτηρίζονται ως κορυφές του υφάσματος (Σχήμα 1.3β). Το περίγραμμα του υφάσματος προσεγγίζεται από το πολύγωνο που σχηματίζεται από τις κορυφές του υφάσματος (Σχήμα 1.3γ). Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά αυτού του πολυγώνου χρησιμοποιούνται για την παραγωγή ενός γεωμετρικού μοντέλου του υφάσματος (Σχήμα 1.3δ). Το μοντέλο περιλαμβάνει τη θέση των κορυφών του πολυγώνου στο σύστημα συντεταγμένων της εικόνας, το μήκος των πλευρών του πολυγώνου σε εικονοστοιχεία καθώς και τις γωνίες των κορυφών του σε μοίρες.

(α)

(β)

(γ)

Συντεταγμένες		Γεωμ. Χαρακτηρ.	
Γραμμή	Στήλη	Πλευρές *	Γωνίες
340	226	213	90°
127	228	96	60°
177	310	60	120°
148	363	174	135°
198	530	144	105°
342	526	300	90°

* το μήκος των πλευρών μετράται σε εικονοστοιχεία

(δ)

Σχήμα 1.3 (α) εικόνα αναφοράς, (β) κορυφές υφάσματος, (γ) περίγραμμα υφάσματος, (δ) γεωμετρικό μοντέλο.

Το δεύτερο στάδιο της μεθόδου αφορά στην απόκτηση εικόνων κατά το χειρισμό του υφάσματος από το ρομποτικό βραχίονα και στην εξαγωγή υποψήφιων κορυφών. Σε αυτό το στάδιο, οι εικόνες (Σχήμα 1.4α) που λαμβάνονται από την πρώτη κάμερα περιέχουν το ρομποτικό βραχίονα και το ορατό μέρος του υφάσματος, το οποίο ωστόσο μπορεί να είναι παραμορφωμένο. Ο εντοπισμός του ορατού τμήματος του υφάσματος γίνεται με διπλή εφαρμογή της μεθόδου ISODATA (Ridler and Calvard, 1978). Την πρώτη φορά η μέθοδος ISODATA εφαρμόζεται στο ιστόγραμμα της αρχικής εικόνας (Σχήμα 1.4β) από το οποίο προσδιορίζεται ένα κατώφλι T1. Το T1 χρησιμοποιείται για το διαχωρισμό του λευκού φόντου της τράπεζας εργασίας από το θέμα της εικόνας το οποίο περιλαμβάνει το ρομποτικό βραχίονα και το ύφασμα (Σχήμα 1.4γ). Στη συνέχεια η μέθοδος ISODATA εφαρμόζεται ξανά, αυτή τη φορά μόνο στο τμήμα του ιστογράμματος που βρίσκεται κάτω από το κατώφλι T1 και που αφορά τα εικονοστοιχεία που αντιστοιχούν στα αντικείμενα της σκηνης. Με αυτό τον τρόπο εκτιμάται ένα δεύτερο κατώφλι T2 που διαχωρίζει το ορατό μέρος του υφάσματος από το ρομποτικό βραχίονα και την τράπεζα εργασίας. Ταξινομώντας τα εικονοστοιχεία των αντικειμένων της σκηνης σε δύο κατηγορίες, με κριτήριο το κατώφλι T2, παράγεται μια δυαδική εικόνα (Σχήμα 1.4δ) που περιέχει το ορατό μέρος του υφάσματος. Στην πειραματική διάταξη διαπιστώθηκε ότι παρουσιάζονται μικρές έκτασης προβλήματα στην ακρίβεια εντοπισμού του ορατού τμήματος του υφάσματος, λόγω των σκιών που δημιουργούνται από το ρομποτικό βραχίονα και του θορύβου που εισάγει η διαδικασία κατωφλίωσης, με αποτέλεσμα η δυαδική εικόνα που παράγεται να μην αντιστοιχεί απόλυτα στο ορατό μέρος του υφάσματος.

(α)

(β)

(γ)

(δ)

Σχήμα 1.4 (α) αρχική εικόνα, (β) ιστόγραμμα, (γ) δυαδική εικόνα με βάση το πρώτο κατώφλι, (δ) δυαδική εικόνα με βάση το δεύτερο κατώφλι.

Ο εντοπισμός των κορυφών του υφάσματος πραγματοποιείται με εφαρμογή της μεθόδου ανίχνευσης γωνιών Harris στην αρχική εικόνα της σκηνης και στη δυαδική εικόνα που υπολογίστηκε με την μέθοδο κατωφλίωσης. Οι λόγοι για τους οποίους χρησιμοποιούνται και οι δύο εικόνες αναλύονται στην συνέχεια.

Όπως ήδη αναφέρθηκε, η διαδικασία κατωφλίωσης εισάγει θόρυβο με αποτέλεσμα να παράγονται περιττές κορυφές που οφείλονται αποκλειστικά στο θόρυβο (Σχήμα 1.5α). Η αρχική εικόνα δεν περιέχει αυτού του τύπου τον θόρυβο, αλλά εκτός από το ύφασμα στην αρχική εικόνα απεικονίζεται και ο ρομποτικός βραχίονας. Επομένως εφαρμόζοντας απ' ευθείας στην αρχική εικόνα αυτήν τη μέθοδο ανίχνευσης γωνιών Harris παράγονται επίσης περιττές κορυφές, οι οποίες ανήκουν σε σημεία υψηλής καμπυλότητας του ρομποτικού βραχίονα (Σχήμα 1.5β). Συνδυάζοντας την πληροφορία των κορυφών που παράγεται εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο Harris και στις δύο εικόνες και επιλέγοντας μόνο τις κοινές κορυφές απορρίπτονται οι κορυφές που ανήκουν στο ρομποτικό βραχίονα και παραμένουν μόνο οι κορυφές του περιγράμματος του ορατού μέρους του υφάσματος (Σχήμα 1.5γ).

(α)

(β)

(γ)

Σχήμα 1.5(α) Ανίχνευση γωνιών στη δυαδική εικόνα, (β) ανίχνευση γωνιών στην αρχική εικόνα, (γ) συνδυασμός αποτελεσμάτων με επιλογή κοινών κορυφών

Ωστόσο, οι κορυφές αυτές δεν είναι κατά ανάγκη κορυφές του υφάσματος, καθώς μπορεί να είναι απλώς αποτέλεσμα των φαινομένων επικάλυψης ή παραμόρφωσης. Γι' αυτό χαρακτηρίζονται ως *υποψήφιες κορυφές* που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή υποθέσεων για τη θέση του υφάσματος στην εικόνα.

Κατά το τρίτο στάδιο της προτεινόμενης μεθόδου πραγματοποιείται αντιστοίχιση τμημάτων του γεωμετρικού μοντέλου με τμήματα του ορατού υφάσματος. Τα τμήματα του ορατού υφάσματος αποτελούνται από συνδυασμούς των ευθυγράμμων τμημάτων που ορίζονται από τις υποψήφιες κορυφές. Το μήκος των πλευρών των τμημάτων αυτών και οι αντίστοιχες γωνίες συγκρίνονται με πλευρές και γωνίες του γεωμετρικού μοντέλου. Αν η διαφορά είναι μικρότερη από κάποια κατώφλια, τα οποία καθορίζονται πειραματικά, η αντιστοίχιση του τμήματος του υφάσματος με το ανάλογο τμήμα του γεωμετρικού μοντέλου θεωρείται επιτυχής. Η σύγκριση επιτρέπει διαφορετικά τμήματα του υφάσματος να αντιστοιχίζονται στα ίδια τμήματα του γεωμετρικού μοντέλου. Κάθε αντιστοίχιση παράγει και μια εκτίμηση της περιστροφής (φ_{rot}) και της μετατόπισης ($\mathbf{B}$) των τμημάτων σε σχέση με τα στοιχεία του γεωμετρικού μοντέλου. Για κάθε μία εκτίμηση υπολογίζεται ο γραμμικός μετασχηματισμός (Σχέση 1.1) που περιστρέφει και μετατοπίζει τις κορυφές (x_i, y_i) του πολυγώνου του γεωμετρικού μοντέλου ώστε να ελαχιστοποιηθεί το άθροισμα των Ευκλείδειων αποστάσεων από τις κορυφές των αντίστοιχων τμημάτων.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{rot}) & \sin(\varphi_{rot}) \\ -\sin(\varphi_{rot}) & \cos(\varphi_{rot}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Οι μετασχηματισμένες συντεταγμένες (x'_i, y'_i) των κορυφών αποτελούν μια υπόθεση για τη νέα θέση του υφάσματος. Καθώς η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται για κάθε αντιστοίχιση, τελικά παράγεται ένας μεγάλος αριθμός υποθέσεων. Στην εργασία Ayach and Faugeras, (1986) η επιλογή της καλύτερης υπόθεσης βασίζεται στο ποσοστό της περιμέτρου του αντικειμένου που μπορεί να εντοπιστεί σε κάθε υποψήφια θέση. Όμως στην περίπτωση υφασμάτων, το περίγραμμα του υφάσματος είναι ευμετάβλητο λόγω πιθανών παραμορφώσεων, και γι' αυτόν τον λόγο το μέτρο που βασίζεται στο μήκος της περιμέτρου είναι αναποτελεσματικό. Επομένως, για τον έλεγχο της ορθότητας των υποθέσεων και την επιλογή της καλύτερης θέσης προτείνεται ένα νέο μέτρο που αφορά στην επιφάνεια του υφάσματος που περικλείεται από το μετασχηματισμένο πολύγωνο. Η βασική ιδέα στηρίζεται στην παρατήρηση πως επειδή χρησιμοποιείται μόνο ένα άκρο εργασίας και η τριβή με το τραπέζι είναι μικρή στο ύφασμα δεν μπορούν να ασκηθούν δυνάμεις εφελκυσμού, επομένως η οποιαδήποτε παραμόρφωση τείνει να μειώσει το εμβαδό της επιφάνειας του υφάσματος. Γι' αυτό τον λόγο προτείνεται το μέτρο λ , που είναι ο λόγος ανάμεσα στην επιφάνεια του ορατού υφάσματος που περικλείεται από το μετασχηματισμένο πολύγωνο και στη συνολική επιφάνεια του ορατού υφάσματος που έχει προσδιοριστεί από τη δυαδική εικόνα (Σχήμα 1.6α). Προφανώς το λ παίρνει τιμές ανάμεσα στο 0 και το 1 και όσο η τιμή του πλησιάζει τη μονάδα τόσο καλύτερη θεωρείται η υπόθεση. Η τελική εκτίμηση για τη θέση του υφάσματος βασίζεται στην υπόθεση εκείνη που παράγει το υψηλότερο λ , το οποίο και συγκρίνεται με ένα κατώφλι που καθορίζει το μέγιστο βαθμό παραμόρφωσης που είναι ανεκτός. Το κατώφλι αυτό ορίζεται πειραματικά. Αν η τιμή του λ είναι υψηλότερη από το κατώφλι, η υπόθεση θεωρείται ορθή και η θέση του υφάσματος εκτιμάται από τις μετασχηματισμένες κορυφές του πολυγώνου με βάση τον

μετασχηματισμό που αντιστοιχεί στην ορθή υπόθεση (Σχήμα 1.6β). Σε περίπτωση που η τιμή του λ είναι χαμηλότερη από το κατώφλι, η υπόθεση απορρίπτεται και ο εντοπισμός θεωρείται ανεπιτυχής.

Σχήμα 1.6 (α) Δυαδική εικόνα υφάσματος και δύο εκτιμήσεις της θέσης του, (β) τελική εκτίμηση με βάση το κριτήριο λ .

1.4 Πειραματική αξιολόγηση

Αρχικά η μέθοδος εντοπισμού της θέσης του υφάσματος αξιολογήθηκε χωρίς το ύφασμα να μετατοπίζεται αυτόματα προς τη βελόνα ραφής από τον ρομποτικό βραχίονα. Σκοπός της αξιολόγησης είναι να εξεταστεί η αξιοπιστία και η ακρίβεια της μεθόδου αποκλειστικά όσο αφορά στον εντοπισμό του υφάσματος στην εικόνα παρουσία επικάλυψης και παραμόρφωσης.

Για τον έλεγχο χρησιμοποιήθηκε ένα κόκκινο φλις μπατζάκι το οποίο κατά προσέγγιση σχηματίζει ένα μη κυρτό πολύγωνο έξι κορυφών σύμφωνα και με το αντίστοιχο γεωμετρικό μοντέλο που δημιουργήθηκε αυτόματα από την εικόνα αναφοράς (Σχήμα 1.7α). Στη συνέχεια αποκτήθηκαν 100 εικόνες του υφάσματος σε διάφορες θέσεις και με διαφορετικούς προσανατολισμούς πάνω στην τράπεζα εργασίας, παρουσία του ρομποτικού βραχίονα που επικάλυπτε μερικώς το ύφασμα (Σχήμα 1.7β). Η μετακίνηση του υφάσματος πραγματοποιήθηκε από το ρομπότ, οι θέσεις όμως δεν καθορίζονταν αυτόματα από κάποιο σύστημα ελέγχου, αλλά οριζόνταν αυθαίρετα από το χρήστη. Στη βάση δεδομένων που κατασκευάστηκε υπήρξαν σημαντικές επικαλύψεις του υφάσματος και δεν παρουσιάστηκαν περιπτώσεις σημαντικής παραμόρφωσης του υφάσματος κατά την μετακίνησή του με τον ρομποτικό βραχίονα. Καθώς το ύφασμα περιλαμβάνει 6 κορυφές, απουσία επικάλυψης και παραμόρφωσης οι 100 εικόνες πρέπει να περιέχουν 600 κορυφές. Λόγω του φαινομένου της επικάλυψης οι ορατές κορυφές ήταν μόλις 323, δηλαδή περίπου το 50% των κορυφών δεν ήταν ορατές.

Σχήμα 1.7 (α) εικόνα αναφοράς, (β) εικόνα σκηνής παρουσία ρομποτικού βραχίονα

Οι πραγματικές θέσεις των 323 ορατών κορυφών στις εικόνες ορίστηκαν χειροκίνητα και στην συνέχεια υπολογίστηκαν οι πραγματικές συντεταγμένες τους στο σύστημα της εικόνας. Σε κάθε εικόνα υπολογίστηκε η θέση του υφάσματος με την προτεινόμενη μέθοδο, ενώ ο λόγος λ ορίστηκε στη τιμή 0.9 και για κάθε μία κορυφή υπολογίστηκε η Ευκλείδεια απόσταση ανάμεσα στην εκτιμώμενη και την πραγματική θέση της. Τα συγκεντρωτικά πειραματικά αποτελέσματα παρουσιάζονται με μορφή ιστογράμματος στο Σχήμα 1.8, όπου ο οριζόντιος άξονας αναφέρεται στην Ευκλείδεια απόσταση σε εικονοστοιχεία και ο κατακόρυφος άξονας απεικονίζει το πλήθος των κορυφών. Η μέση Ευκλείδεια απόσταση είναι 2.0269 εικονοστοιχεία, ενώ η τυπική απόκλιση 0.9876 εικονοστοιχεία. Το μέσο μήκος των πλευρών του πολυγώνου είναι περίπου 164 εικονοστοιχεία. Επειδή στις εικόνες που χρησιμοποιήθηκαν στην αξιολόγηση η απόσταση ενός εικονοστοιχείου αντιστοιχεί σε 1.1 mm η ακρίβεια του αλγορίθμου θεωρείται ικανοποιητική.

Σχήμα 1.8 Κατανομή ευκλείδειων αποστάσεων των εκτιμήσεων θέσης των ορατών κορυφών από τις πραγματικές τους θέσεις στην εικόνα.

Στο δεύτερο στάδιο της αξιολόγησης, η προτεινόμενη μέθοδος ενσωματώθηκε σε ένα ευρύτερο σύστημα αυτόματου χειρισμού υφασμάτων με στόχο τη ραφή. Το σύστημα αποτελείται από ένα ρομποτικό βραχίονα έξι βαθμών ελευθερίας (RV4A), ο προγραμματισμός του οποίου έγινε στο περιβάλλον λογισμικού (Cosiro), ενώ ο έλεγχος και η οπτική επεξεργασία πραγματοποιούνται από ηλεκτρονικό υπολογιστή μέσω του περιβάλλοντος Matlab 7.1. Το σύστημα χρησιμοποιεί δύο κάμερες, οι οποίες είναι τοποθετημένες κατακόρυφα πάνω από την τράπεζα εργασίας. Το οπτικό πεδίο της πρώτης κάμερας περιλαμβάνει ολόκληρη την τράπεζα εργασίας, ενώ της δεύτερης μια μικρή περιοχή γύρω από τη βελόνα ραφής. Οι δύο κάμερες δημιουργούν εικόνες μεγέθους 768×576 εικονοστοιχείων και τα οπτικά μέρη της δεύτερης κάμερας δίνουν χωρική ανάλυση πολύ μεγαλύτερης ακρίβειας από την πρώτη. Οι κάμερες συνδέονται με ομοαξονικό καλώδιο στον ψηφιοποιητή Mach 3153 frame grabber της Data Translation όπου γίνεται η μετατροπή του σήματος σε ψηφιακό. Ο έλεγχος του ψηφιοποιητή και η απόκτηση της εικόνας πραγματοποιούνται με λογισμικό που δημιουργήθηκε και αξιοποιεί τις δυνατότητες μιας βιβλιοθήκης λογισμικού (Matlab interface for Data Translation Frame Grabbers) η οποία αναπτύχθηκε και χρησιμοποιείται σε περιβάλλον Matlab. Το ίδιο περιβάλλον χρησιμοποιείται επίσης και για τον έλεγχο της σειριακής RS-232 επικοινωνίας ανάμεσα στον υπολογιστή και τον ρομποτικό βραχίονα.

Ο στόχος του συνολικού συστήματος είναι αρχικά η οδήγηση του υφάσματος στη βελόνα ραφής και στη συνέχεια η οδήγηση μιας πλευράς του υφάσματος κατά την διεύθυνση της ραφής. Το πρόβλημα της ακριβούς οδήγησης της πλευράς του υφάσματος στην βελόνα ραφής μελετάται αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο της διατριβής, γι' αυτό τα πειραματικά αποτελέσματα που παρουσιάζονται στη συνέχεια αφορούν αποκλειστικά στο πρώτο στάδιο της οδήγησης και αξιολογούν την καταλληλότητα της προτεινόμενης μεθόδου για τον εντοπισμό της θέσης του υφάσματος στην τράπεζα εργασίας. Εκτός από το κόκκινο φλις μπατζάκι που χρησιμοποιήθηκε στην αρχική αξιολόγηση (Σχήμα 1.9α), εξετάστηκαν τρία ακόμα υφάσματα τα οποία αντιστοιχούν σε ένα πράσινο τσόχινο μανίκι, μία μπλε τζιν τσέπη και ένα τουϊντ πόδι σορτς και τα οποία παρουσιάζονται στο Σχήμα 1.9β, γ και δ αντίστοιχα.

Σχήμα 1.9 (α) φλις μπατζάκι, (β) τσόχινο μανίκι, (γ) τζιν τσέπη, (δ) τουϊντ πόδι σορτς.

Το σύστημα ελέγχου, χρησιμοποιώντας την πληροφορία από την όραση και ασαφή λογική, οδηγεί το άκρο εργασίας του ρομπότ στην επόμενη θέση με στόχο να ελαχιστοποιήσει το σφάλμα θέσης και το σφάλμα γωνίας σε όσο το δυνατόν λιγότερα βήματα. Το σφάλμα θέσης (σε εικονοστοιχεία) υπολογίζεται ως η απόσταση ανάμεσα στη βελόνα ραφής και την κορυφή του υφάσματος που πρέπει να την προσεγγίσει, ενώ το σφάλμα γωνίας αναφέρεται στην διαφορά ανάμεσα στον προσανατολισμό της πλευράς που πρόκειται να ραφτεί και στη γραμμή ραφής. Στην πραγματικότητα, επειδή χρησιμοποιούνται δύο κάμερες, ο παραπάνω στόχος υλοποιείται σε δύο στάδια. Στο πρώτο στάδιο χρησιμοποιείται πληροφορία από την πρώτη κάμερα που εποπτεύει ολόκληρη την τράπεζα εργασίας και γίνεται προσέγγιση από μακρινή απόσταση. Η προσέγγιση θεωρείται επιτυχής αν το σφάλμα θέσης είναι μικρότερο από 10 εικονοστοιχεία τα οποία αντιστοιχούν σε 1.23 cm και ταυτόχρονα το σφάλμα γωνίας είναι μικρότερο από 5°. Όταν η προσέγγιση θεωρηθεί επιτυχής, το σύστημα ενεργοποιεί τη δεύτερη κάμερα η οποία παρέχει πληροφορία υψηλότερης ακρίβειας, αλλά μόνο για την περιοχή γύρω από τη βελόνα με στόχο την ελαχιστοποίηση των σφαλμάτων. Στα διαγράμματα των Σχημάτων 1.10α και β παρουσιάζονται ενδεικτικά τα σφάλματα θέσης και γωνίας της πρώτης κάμερας, για τη περίπτωση της μπλε τζιν τσέπης και ξεκινώντας από μία τυχαία αρχική θέση που απέχει περισσότερο από 30 cm από τη βελόνα ραφής έχοντας έναν τυχαίο προσανατολισμό που διαφέρει περίπου κατά 40° από αυτόν της γραμμής ραφής. Στα εν λόγω διαγράμματα ως βήμα ορίζεται η μετακίνηση του υφάσματος από το σύστημα ανάμεσα στη λήψη δύο διαδοχικών εικόνων.

Σχήμα 1.10 (α) Σφάλμα θέσης του υφάσματος και (β) σφάλμα γωνίας του υφάσματος για διαδοχικές μετακινήσεις προς τη βελόνα ραφής.

Από τα διαγράμματα του Σχήματος 1.10 προκύπτει πως η μέθοδος εντοπισμού της θέσης του υφάσματος με μεθόδους μηχανικής όρασης και η μέθοδος οδήγησης του ρομποτικού βραχίονα είναι αρκετά ακριβής έτσι ώστε το ύφασμα να οδηγηθεί ομαλά προς το επιθυμητό σημείο. Μάλιστα ο στόχος του πρώτου σταδίου για σφάλμα θέσης μικρότερο των 10 εικονοστοιχείων και σφάλμα γωνίας μικρότερο από 5° επιτυγχάνεται μέσα σε πέντε βήματα, καθώς με την ολοκλήρωση του πέμπτου βήματος, το σφάλμα θέσης έχει μειωθεί στα 5 εικονοστοιχεία, ενώ ταυτόχρονα το σφάλμα γωνίας είναι περίπου 2.7°.

Τα πειράματα εκτελέστηκαν με παρόμοια επιτυχία για 5 διαφορετικές αρχικές θέσεις κάθε υφάσματος και 6 επαναλήψεις του πειράματος ρομποτικής οδήγησης του υφάσματος όταν αυτό τοποθετείται περίπου στην ίδια αρχική θέση. Στις 3 από τις 6 επαναλήψεις του πειράματος προκλήθηκαν στο ύφασμα με τεχνητό τρόπο παραμορφώσεις σε κάθε βήμα της μεθόδου. Το μέγεθος των παραμορφώσεων, λόγω της έλλειψης τυποποίησης, είναι δύσκολο να εκτιμηθεί ποσοτικά. Ωστόσο αναφέρεται ενδεικτικά πως η μεγαλύτερη πτύχωση που παρατηρήθηκε είχε ύψος 30mm, ενώ οι αναδιπλώσεις που προστέθηκαν ήταν όλες μερικές, δηλαδή σε καμία περίπτωση το πάνω κομμάτι του υφάσματος δεν κάλυπτε ολόκληρο το κάτω κομμάτι.

Από τα πειραματικά αποτελέσματα προκύπτει πως ο μέσος όρος των συνολικών βημάτων και των σφαλμάτων για τις περιπτώσεις που στο ύφασμα προκλήθηκαν παραμορφώσεις δεν παρουσιάζει σημαντική διαφορά από τους αντίστοιχους μέσους όρους των πειραμάτων που πραγματοποιήθηκαν χωρίς τεχνητές παραμορφώσεις. Συνεπώς είναι ασφαλές να οδηγηθούμε στο συμπέρασμα πως η απόδοση της μεθόδου δεν επηρεάζεται αισθητά από την παραμόρφωση. Στο παράρτημα Α παρατίθεται αναλυτικός πίνακας των πειραματικών αποτελεσμάτων με τους αντίστοιχους μέσους όρους σφαλμάτων για τα τέσσερα υφάσματα παρουσία ή μη παραμόρφωσης και για τρεις διαφορετικούς ελεγκτές ασαφούς λογικής, όπως αυτοί παρουσιάζονται στην εργασία (Zacharia et. al., 2009). Ο πίνακας αναφέρεται στην τελική προσέγγιση στη βελόνα η οποία επιτυγχάνεται μετά το τέλος και του δεύτερου σταδίου, το οποίο περιγράφεται αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο. Ωστόσο σε όλες τις περιπτώσεις η προσέγγιση στη βελόνα με την επιθυμητή ακρίβεια ώστε να ολοκληρωθεί το πρώτο στάδιο επιτεύχθηκε, για όλα τα πειράματα, το πολύ σε 11 βήματα, γεγονός που επιβεβαιώνει την καταλληλότητα της προτεινόμενης μεθόδου.

Μέθοδοι Εντοπισμού Πλευράς Υφάσματος με Υψηλή Ακρίβεια κατά τη Ραφή

Στο προηγούμενο κεφάλαιο παρουσιάστηκε ένα σύστημα αυτόματης μετακίνησης υφασμάτων σε επιφάνεια εργασίας με την βοήθεια μεθόδων μηχανικής όρασης με στόχο την οδήγηση του υφάσματος στη βελόνα ραφής. Το παρόν κεφάλαιο ασχολείται με το επόμενο στάδιο, δηλαδή την αυτόματη μετακίνηση του υφάσματος κατά τη διάρκεια της ραφής. Βασική προϋπόθεση για την αποτελεσματικότητα του συστήματος είναι η μεγάλη ακρίβεια εντοπισμού της θέσης του υφάσματος κατά τη διάρκεια της ραφής έτσι ώστε να αποτρέπονται εμφανείς παρεκκλίσεις από την επιθυμητή τροχιά. Επομένως, η πληροφορία που χρησιμοποιείται από την πρώτη κάμερα για την προσέγγιση στη βελόνα ραφής δεν είναι πλέον κατάλληλη για την οδήγηση του υφάσματος κατά την διάρκεια της ραφής λόγω της μικρής χωρικής ακρίβειας που διαθέτει καθώς εσπεύει ολόκληρη την τράπεζα εργασίας. Όταν εκτελείται η διαδικασία ραφής, η οπτική πληροφορία για τη θέση του υφάσματος παρέχεται στο σύστημα από μια δεύτερη κάμερα η οποία, προκειμένου να επιτύχει την υψηλή χωρική ανάλυση που απαιτείται, εσπεύει μια μικρή περιοχή γύρω από τη βελόνα ραφής. Η τοποθέτηση της κάμερας είναι τέτοια ώστε να μην παρατηρείται επικάλυψη του υφάσματος από το ρομποτικό βραχίονα, ενώ η πλευρά ραφής θεωρείται απαράμωρη. Στη συνέχεια του κεφαλαίου παρουσιάζονται στρατηγικές και μέθοδοι που αναπτύχθηκαν για τον ακριβή εντοπισμό της θέσης της πλευράς ραφής στις εικόνες υψηλής χωρικής ανάλυσης της δεύτερης κάμερας, αρχικά για ευθύγραμμες και στη συνέχεια για καμπυλόγραμμες πλευρές.

2.1 Σχετικές εργασίες στη διεθνή βιβλιογραφία

Το σύστημα FIGARO (Gershon D., and Porat I., 1986, Gershon D., and Porat I., 1988), το οποίο σχεδιάστηκε για χειρισμό υφασμάτων κατά τη ραφή, χρησιμοποιεί δύο κάμερες, έναν αισθητήρα δύναμης και ένα μικρουπολογιστικό σύστημα ελέγχου ενός ρομποτικού βραχίονα που οδηγεί τα υφάσματα στην βελόνα ραφής. Οι κάμερες που χρησιμοποιούνται είναι χαμηλής ανάλυσης έτσι ώστε οι αλγόριθμοι επεξεργασίας εικόνων να έχουν μικρό χρόνο απόκρισης. Στο σύστημα οπτικής επισκόπησης, επειδή οι κάμερες τοποθετήθηκαν πάνω στη μηχανή ραφής σε πολύ μικρή απόσταση από την τράπεζα εργασίας, επιτεύχθηκε ικανοποιητική χωρική ανάλυση η οποία ανέρχεται σε 0.35 mm ανά εικονοστοιχείο. Το τμήμα του υφάσματος που ράβεται εθεωρείτο τεντωμένο αν και τα πειράματα έδειξαν πως για κάποια είδη υφασμάτων το σύστημα ελέγχου αποτυγχάνει να εξασφαλίσει αυτήν τη συνθήκη. Τέλος, το σύστημα αξιολογήθηκε για διαφορετικά είδη υφασμάτων με μικρή και μέτρια καμπυλότητα και η απόδοσή του παρουσίασε μεγάλες διαφοροποιήσεις ως προς την τελική ποιότητα της ραφής.

Η εργασία Makoto et. al. (2000) μελετά το πρόβλημα σχεδιασμού ενός συστήματος για τον χειρισμό υπερ-εύκαμπτων υλικών με ρομπότ για εφαρμογές ραφής. Το ενδιαφέρον σημείο της

εργασίας είναι πως δεν χρησιμοποιούνται εξειδικευμένες αρπάγες σχεδιασμένες για τον χειρισμό υφασμάτων, χρησιμοποιούνται όμως δύο ρομποτικοί βραχίονες αντί για έναν. Επίσης η τροχιά της ραφής ελέγχεται με χρήση μεθόδων μηχανικής όρασης χρησιμοποιώντας μία CCD κάμερα το οπτικό πεδίο της οποίας καλύπτει μια μικρή περιοχή 40×160 εικονοστοιχείων μπροστά από την βελόνα ραφής. Το οπτικό πεδίο της κάμερας περιέχει το τμήμα του υφάσματος που πρόκειται να ραφτεί. Το οπτικό σύστημα αντί να εντοπίζει το περίγραμμα του υφάσματος εντοπίζει τη γραμμή ραφής, η οποία είναι σχεδιασμένη είτε απ' ευθείας πάνω στο ύφασμα, είτε πάνω σε ένα πατρών που έχει τοποθετηθεί πάνω στο ύφασμα.

2.2 Εντοπισμός περιγράμματος κατά τη ραφή

Όπως αναφέρεται και στην εισαγωγή του κεφαλαίου ο εντοπισμός του υφάσματος κατά τη ραφή απαιτεί υψηλή ακρίβεια ώστε να ελαχιστοποιηθούν οι αποκλίσεις από την επιθυμητή τροχιά. Επομένως η πληροφορία προέρχεται από εικόνες υψηλής χωρικής ανάλυσης που καλύπτουν μόνο μία μικρή περιοχή γύρω από τη βελόνα ραφής. Επειδή ωστόσο η ραφή δεν πραγματοποιείται συνήθως πάνω στο άκρο του υφάσματος αλλά σε εσοχή με βάση ένα σταθερό περιθώριο, η θέση της βελόνας και η γραμμή ραφής δεν πρέπει να ταυτίζονται με το περίγραμμα του υφάσματος. Γνωρίζοντας το μέγεθος του περιθωρίου με έναν απλό μετασχηματισμό υπολογίζεται η εικονική γραμμή ραφής την οποία ακολουθεί το περίγραμμα του υφάσματος κατά τη ραφή και η εικονική θέση της βελόνας. Η εικονική γραμμή ραφής είναι μια ευθεία παράλληλη με την πραγματική γραμμή ραφής. Η απόσταση των δύο παράλληλων ευθειών ισούται με το περιθώριο. Όταν το περίγραμμα του υφάσματος δεν είναι ευθύγραμμο τότε η γραμμή ραφής προσδιορίζεται από τον γεωμετρικό τόπο των σημείων που απέχουν από κάθε εικονοστοιχείο του περιγράμματος την επιθυμητή απόσταση περιθωρίου και ανήκουν στην κάθετη ευθεία της εφαπτομένης του. Τα παραπάνω συμπεράσματα βασίζονται στην υπόθεση πως το ύφασμα δεν παραμορφώνεται στην πλευρά που πρόκειται να ραφτεί. Επισημαίνεται ακόμη πως η επιθυμητή τροχιά ραφής είναι γνωστή στο σύστημα συντεταγμένων της εικόνας. Η προτεινόμενη μέθοδος δεν εξετάζει περιπτώσεις επικάλυψης, καθώς ο ρομποτικός βραχίονας δεν εισέρχεται στο οπτικό πεδίο της κάμερας και κάποια τμήματα της μηχανής ραφής, όπως το πέδιλο και η βελόνα που μπορεί να περιέχονται στο οπτικό πεδίο καταγραφής, καταλαμβάνουν σταθερή θέση στην εικόνα και επομένως η περιοχή αυτή μπορεί να εξαιρεθεί από τις μεθόδους επεξεργασίας εικόνας. Επισημαίνεται επίσης πως πριν ξεκινήσει η διαδικασία ραφής το σύστημα χρησιμοποιεί την πληροφορία από τις εικόνες υψηλής χωρικής ανάλυσης της δεύτερης κάμερας έτσι ώστε να μειώσει ακόμα περισσότερο τα σφάλματα θέσης και γωνίας επιτυγχάνοντας ακόμα μεγαλύτερη ακρίβεια προσέγγισης στη βελόνα ραφής.

2.2.1 Εντοπισμός ευθύγραμμων πλευρών ραφής

Στην περίπτωση που το περίγραμμα του υφάσματος μπορεί να προσεγγιστεί από μεγάλα ευθύγραμμα τμήματα η στρατηγική που ακολουθείται βασίζεται επίσης στη χρήση του ανιχνευτή γωνιών Harris, όπως η μέθοδος εντοπισμού της θέσης ολόκληρου του υφάσματος που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Επιπλέον, επειδή δεν παρουσιάζονται φαινόμενα επικάλυψης και παραμόρφωσης του υφάσματος, μπορεί να πραγματοποιηθεί αυτόματη εξαγωγή

του γεωμετρικού μοντέλου του τμήματος του υφάσματος που περιέχεται σε κάθε εικόνα ραφής (Σχήμα 2.1α) με τον ίδιο τρόπο που πραγματοποιείται στην εικόνα αναφοράς ολόκληρου του υφάσματος. Ωστόσο, η ταχύτητα επεξεργασίας πρέπει να αυξηθεί σημαντικά επειδή ο εντοπισμός της θέσης του υφάσματος πραγματοποιείται κατά τη διάρκεια που εκτελείται η διαδικασία ραφής κατά την οποία το ύφασμα μετακινείται με μεγάλη ταχύτητα. Η ταχύτητα επεξεργασίας εξαρτάται κυρίως από το μέγεθος της εικόνας, επομένως πριν την επεξεργασία η εικόνα υφίσταται υποδειγματοληψία και το μέγεθός της μειώνεται κατά έναν συντελεστή a^2 με $0 < a < 1$.

Στη νέα εικόνα (Σχήμα 2.1β) εφαρμόζεται ο ανιχνευτής γωνιών Harris, εντοπίζοντας τις κορυφές του υφάσματος (πράσινες τελείες) και οι συντεταγμένες τους μετασχηματίζονται στην κλίμακα της αρχικής εικόνας πολλαπλασιάζοντάς κάθε συνιστώσα επί a^{-1} . Εκτός όμως από την υψηλή ταχύτητα επεξεργασίας απαιτείται και μεγάλη ακρίβεια εντοπισμού. Επομένως καθορίζονται μικρές περιοχές της αρχικής εικόνας οι οποίες έχουν ως κέντρα τις μετασχηματισμένες συντεταγμένες και σε κάθε μία περιοχή εφαρμόζεται ξανά ο ανιχνευτής γωνιών Harris (Σχήμα 2.1γ).

Σε κάθε περιοχή εντοπίζεται η ανιχνευόμενη γωνία που βρίσκεται πιο κοντά στο κέντρο της. Οι συντεταγμένες της στην αρχική εικόνα καθορίζουν την τελική εκτιμώμενη θέση της κορυφής (Σχήμα 2.1δ). Με την παραπάνω στρατηγική ανίχνευσης γωνιών σε δύο στάδια επιτυγχάνεται ταυτόχρονα μείωση του χρόνου επεξεργασίας, καθώς ο ανιχνευτής γωνιών Harris δεν εφαρμόζεται σε ολόκληρη την αρχική εικόνα, αλλά και μεγάλη ακρίβεια καθώς κατά το δεύτερο στάδιο εκτελείται ανίχνευση γωνιών σε τμήματα της αρχικής εικόνας που έχουν υψηλή χωρική ανάλυση. Συνοψίζοντας, ο αλγόριθμος εντοπισμού των κορυφών του ορατού τμήματος του υφάσματος που αναπτύχθηκε μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

1. Απόκτηση εικόνας **I1** κοντά στη βελόνα, που περιλαμβάνει τμήμα του υφάσματος.
2. Δημιουργία νέας εικόνας **I2** με υποδειγματοληψία της **I1** κατά έναν συντελεστή $0 < a < 1$
3. Ανίχνευση γωνιών Harris στην εικόνα **I2**.
4. Μετατροπή των συντεταγμένων **c** των γωνιών στο σύστημα συντεταγμένων της **I1**, $\mathbf{c}' = a^{-1}\mathbf{c}$
5. Επιλογή μικρών περιοχών $na^{-1} \times na^{-1}$ της εικόνας **I1** με κέντρα τις μετασχηματισμένες συντεταγμένες **c'** και n ένας μικρός ακέραιος.
6. Ανίχνευση γωνιών Harris σε κάθε μία περιοχή.
7. Σε κάθε περιοχή γίνεται επιλογή της κορυφής που έχει την ελάχιστη απόσταση από το κέντρο της περιοχής τους αν ο αλγόριθμος εντόπισε περισσότερες από μια κορυφές.

Η παραπάνω διαδικασία εντοπισμού των κορυφών επαναλαμβάνεται για κάθε νέα εικόνα του υφάσματος.

Σχήμα 2.1 (α) αρχική εικόνα ραφής, (β) εντοπισμός κορυφών στην εικόνα μετά την υποδειγματοληψία, (γ) ανίχνευση γωνιών σε τμήματα της αρχικής, (δ) τελικός εντοπισμός κορυφών στην αρχική εικόνα.

Στη συνέχεια η αναγνώριση της πλευράς ραφής πραγματοποιείται με μετεπεξεργασία των δεδομένων, δηλαδή των εντοπισμένων κορυφών. Η μετεπεξεργασία είναι διαφορετική για τις εικόνες που έχουν αποκτηθεί πριν ξεκινήσει η διαδικασία της ραφής από την μετεπεξεργασία των εικόνων που αποκτώνται κατά τη διαδικασία ραφής του υφάσματος. Πιο συγκεκριμένα, για να ξεκινήσει η διαδικασία ραφής πρέπει το σφάλμα θέσης και το σφάλμα γωνίας με βάση την πληροφορία της δεύτερης κάμερας να είναι μικρότερα από τα αντίστοιχα κατώφλια τους τα οποία είναι προκαθορισμένα. Λαμβάνοντας σαν δεδομένο πως τα εν λόγω σφάλματα είναι ήδη πολύ μικρά, συνθήκη που εξασφαλίζεται από τους χειρισμούς που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο, η κορυφή που βρίσκεται πλησιέστερα στη βελόνα χαρακτηρίζεται ως πρώτη κορυφή ραφής. Στη συνέχεια ελέγχεται η κλίση των ευθειών που σχηματίζει η πρώτη κορυφή ραφής με τις υπόλοιπες κορυφές που είναι ορατές στην εικόνα υψηλής ανάλυσης. Η κορυφή που ανήκει στην ευθεία που σχηματίζει την μικρότερη απόλυτη τιμή γωνίας με τη γραμμή ραφής, επιλέγεται ως η δεύτερη κορυφή ραφής και το ευθύγραμμο τμήμα που ορίζεται από την πρώτη και τη δεύτερη κορυφή ραφής χαρακτηρίζει την πλευρά ραφής. Τα σφάλματα απόστασης και απόκλισης γωνίας της γραμμής ραφής από τη βελόνα εκτιμώνται με μεθόδους μηχανικής όρασης και η πληροφορία αυτή μεταφέρεται στο ρομποτικό ελεγκτή έτσι ώστε το ύφασμα να μετακινηθεί με τέτοιο τρόπο ώστε τα σφάλματα να ελαχιστοποιηθούν.

Η διαδικασία αναγνώρισης της πλευράς ραφής θα μπορούσε να εφαρμοστεί και κατά τη διάρκεια της ραφής, ωστόσο προκειμένου να μειωθεί περαιτέρω ο χρόνος μετεπεξεργασίας ακολουθείται μια διαφορετική προσέγγιση η οποία στηρίζεται στην υπόθεση πως ο ρυθμός λήψης εικόνας είναι αρκετά μεγαλύτερος από την ταχύτητα ραφής. Το γεγονός αυτό εκτός από ότι είναι απαραίτητο για το σωστό έλεγχο κατά τη ραφή, είναι και εφικτό καθώς τα σύγχρονα συστήματα απόκτησης εικόνας επιτρέπουν ρυθμούς λήψης της τάξης των 30 frames/sec και οι αλγόριθμοι ψηφιακής επεξεργασίας εικόνας της προτεινόμενης μεθόδου δεν έχουν μεγάλη υπολογιστική πολυπλοκότητα. Επομένως, όταν τα σφάλματα θέσης και γωνίας μειωθούν ικανοποιητικά ξεκινάει η διαδικασία ραφής. Σε κάθε νέα εικόνα οι δύο νέες κορυφές ραφής προκύπτουν ως οι κορυφές εκείνες, η θέση των οποίων έχει εντοπιστεί από τον αλγόριθμο ανίχνευσης κορυφών και είναι πιο κοντά στις δύο προηγούμενες κορυφές ραφής.

2.2.2 Πειραματική αξιολόγηση

Η προτεινόμενη μέθοδος ενσωματώθηκε στο σύστημα αυτόματου χειρισμού υφασμάτων με ρομποτικό βραχίονα η βασική δομή του οποίου παρουσιάστηκε στο πρώτο κεφάλαιο. Το σύστημα χρησιμοποιεί δύο κάμερες, οι οποίες είναι τοποθετημένες κατακόρυφα πάνω από την τράπεζα εργασίας. Το οπτικό πεδίο της πρώτης κάμερας περιλαμβάνει ολόκληρη την τράπεζα εργασίας, ενώ της δεύτερης μια μικρή περιοχή γύρω από τη βελόνα ραφής και επομένως η χωρική ανάλυση της δεύτερης κάμερας είναι πολλαπλάσια της πρώτης. Συγκεκριμένα το κάθε εικονοστοιχείο της πρώτης κάμερας καλύπτει 1.23 mm, ενώ της δεύτερης κάμερας καλύπτει 0.1389 mm, δηλαδή η χωρική ανάλυση της δεύτερης κάμερας είναι περίπου 9 φορές μεγαλύτερη σε σχέση με τη χωρική ανάλυση της πρώτης κάμερας. Στην πειραματική αξιολόγηση της προτεινόμενης μεθόδου χρησιμοποιήθηκαν τα ίδια τέσσερα υφάσματα (Σχήμα 2.2) των πειραμάτων του προηγούμενου κεφαλαίου. Τα υφάσματα αυτά οδηγήθηκαν αυτόματα από το ρομποτικό σύστημα πλησίον της

βελόνας με βάση την πληροφορία της πρώτης κάμερας και με επιθυμούμενο σφάλμα θέσης μικρότερο από 1.23 cm και σφάλμα γωνίας μικρότερο από 5°.

Σχήμα 2.2 (α) φλις μπατζάκι, (β) τσόχινο μανίκι, (γ) τζιν τσέπη, (δ) τουϊντ πόδι σορτς.

Τα αντίστοιχα κατώφλια σφαλμάτων θέσης και γωνίας για την εκκίνηση της διαδικασίας ραφής, βάσει της πληροφορίας που εξάγεται από την εικόνα της δεύτερης κάμερας, ορίστηκαν στα 1.39 mm (10 εικονοστοιχεία) και 1° αντίστοιχα. Στο διάγραμμα του Σχήματος 2.3 παρουσιάζεται, με βάση την πληροφορία της δεύτερης κάμερας, η απόσταση σε εικονοστοιχεία της πρώτης κορυφής ραφής από τη βελόνα για το ύφασμα του Σχήματος 2.2γ το οποίο αντιστοιχεί στην μπλε τζιν τσέπη, ενώ στο Σχήμα 2.4 παρουσιάζεται η απόκλιση σε μοίρες της πλευράς ραφής από τη γραμμή ραφής για διαδοχικά βήματα του συστήματος. Ως βήμα ορίζεται η μετακίνηση του υφάσματος από το ρομποτικό σύστημα στο χρονικό διάστημα ανάμεσα στη λήψη δύο διαδοχικών εικόνων. Η προσέγγιση με την επιθυμητή ακρίβεια επιτυγχάνεται μέσα σε τρία μόλις βήματα.

Σχήμα 2.3 Σφάλμα θέσης για 3 διαδοχικά βήματα προσέγγισης στη βελόνα για την περίπτωση της μπλε τζιν τσέπης.

Σχήμα 2.4 Σφάλμα γωνίας για 3 διαδοχικά βήματα προσέγγισης στη βελόνα για την περίπτωση της μπλε τζιν τσέπης.

Τα πειράματα εκτελέστηκαν συνολικά για 5 διαφορετικές αρχικές θέσεις κάθε υφάσματος και 6 επαναλήψεις των αρχικών θέσεων με μικρές διαφοροποιήσεις στην αρχική τοποθέτηση του υφάσματος, ενώ στα 3 από τα 6 πειράματα προκλήθηκε τεχνητή παραμόρφωση υφάσματος σε κάθε βήμα, σε περιοχές όμως που δεν επηρέαζαν την πλευρά ραφής. Ο μέσος όρος του αριθμού των συνολικών βημάτων και των σφαλμάτων για τα πειράματα στα οποία προκλήθηκαν παραμορφώσεις δεν παρουσίασε σημαντική διαφορά από τους αντίστοιχους μέσους όρους για τις περιπτώσεις χωρίς παραμόρφωση, επομένως η απόδοση των αλγορίθμων μηχανικής όρασης και ρομποτικού ελέγχου δεν επηρεάζονται αισθητά από την παραμόρφωση του υφάσματος. Στο παράρτημα Α παρατίθεται ο πίνακας που περιέχει τους μέσους όρους σφαλμάτων θέσης και γωνίας για τα τέσσερα υφάσματα παρουσία ή μη παραμόρφωσης και για τρεις διαφορετικούς ελεγκτές ασαφούς λογικής (Zacharia et. al., 2009). Στον πίνακα του παραρτήματος ο αριθμός των βημάτων αναφέρεται στο συνολικό χειρισμό του υφάσματος από το αυτόματο σύστημα. Σε κανένα πείραμα ο αριθμός των βημάτων για το δεύτερο στάδιο προσέγγισης στη βελόνα ραφής δεν ξεπέρασε τα 4 βήματα.

Όταν η προσέγγιση στη βελόνα πραγματοποιηθεί με την επιθυμητή ακρίβεια, το ρομποτικό σύστημα ξεκινάει τη διαδικασία ραφής. Επειδή κατά τη ραφή το ύφασμα συγκρατείται πλέον από τη βελόνα, η διόρθωση της απόκλισης από τη γραμμή ραφής επιτυγχάνεται με στροφή του υφάσματος με άξονα περιστροφής τη βελόνα. Στο Σχήμα 2.5 παρουσιάζεται ενδεικτικά η απόκλιση σε μοίρες της πλευράς ραφής για το ύφασμα που αντιστοιχεί σε τσέπη παντελονιού. Η ραφή πραγματοποιείται σε 7 βήματα και το μέγιστο σφάλμα γωνίας δε ξεπερνάει τις 0.35°, ενώ παρόμοια αποτελέσματα προκύπτουν και για τα υπόλοιπα πειράματα, καταλήγοντας σε ομαλές ραφές με μικρές αποκλίσεις που πάντα βρισκόνταν εντός των αποδεκτών ορίων 0.5-5mm που τίθενται από τη βιομηχανία.

Σχήμα 2.5 Σφάλμα γωνίας για 7 διαδοχικά βήματα ραφής για την περίπτωση της μπλε τζιν τσέπης.

2.3 Εντοπισμός πλευράς ραφής σε καμπυλόγραμμο υφάσματα

Η τεχνική που παρουσιάστηκε στην προηγούμενη ενότητα αναφέρεται σε ευθύγραμμες ραφές. Στα πλαίσια της παρούσας διατριβής αναπτύχθηκε μέθοδος εντοπισμού πλευράς ραφής καμπυλόγραμμης μορφής. Λόγω της καμπυλότητας των τμημάτων αυτών ο ανιχνευτής γωνιών Harris, παύει να είναι λειτουργικός καθώς δεν εμφανίζονται μόνο σημεία με χαμηλή ή υψηλή καμπυλότητα, αλλά και σημεία με ενδιάμεσες τιμές καμπυλότητας. Η μέθοδος εντοπισμού καμπυλόγραμμων τμημάτων ραφής στηρίζεται τη μέθοδο εντοπισμού των κυρίαρχων σημείων (dominant point detection), έχει το πλεονέκτημα ότι είναι ανεξάρτητη από το σημείο εκκίνησης του αλγορίθμου εντοπισμού των κυρίαρχων σημείων και δεν είναι ευαίσθητη σε αλλαγές προσανατολισμού και κλίμακας. Τα σημεία που χαρακτηρίζονται ως κυρίαρχα χρησιμοποιούνται για την πολυγωνική προσέγγιση των καμπύλων. Τα ευθύγραμμα τμήματα της προσέγγισης είναι μικρά και το πλήθος τους αρκετά μεγάλο σε σχέση με τα αντίστοιχα των υφασμάτων με σχεδόν πολυγωνικό περιγράμμο.

Σχήμα 2.6 Τμήμα καμπύλου υφάσματος κοντά στη βελόνα (μαύρη κουκίδα). Η μαύρη ευθεία γραμμή δηλώνει τη διεύθυνση ραφής.

Στην περίπτωση της ραφής υφασμάτων που περιέχουν καμπύλα τμήματα, το περίγραμμα του υφάσματος με μορφή ψηφιακής καμπύλης προσδιορίζεται χρησιμοποιώντας τις εικόνες τις δεύτερης κάμερας (Σχήμα 2.6). Το σημείο του περιγράμματος που απέχει λιγότερο από τη βελόνα ορίζεται ως η πρώτη κορυφή ραφής.

Επιλέγονται τα σημεία του περιγράμματος που δεν έχουν ακόμα προωθηθεί στη βελόνα ξεκινώντας από την πρώτη κορυφή ραφής και χρησιμοποιώντας μια νέα μέθοδο που βασίζεται στον αλγόριθμο των Teh-Chin (Teh and Chin, 1989), εντοπίζονται τα κυρίαρχα σημεία της ανοιχτής καμπύλης που προκύπτει. Σύμφωνα με τον αλγόριθμο των Teh-Chin, αρχικά επιλέγεται μία

Περιοχή Ενδιαφέροντος για κάθε σημείο της καμπύλης και η καμπυλότητα υπολογίζεται με βάση αυτήν την περιοχή. Στη συνέχεια επιλέγονται τα σημεία που παρουσιάζουν τοπικά μέγιστες καμπυλότητες ως τα κυρίαρχα σημεία της καμπύλης. Η Περιοχή Ενδιαφέροντος (Region of Support) χρησιμεύει στην αντιμετώπιση προβλημάτων που προκύπτουν λόγω της διακριτής αναπαράστασης της καμπύλης και περιλαμβάνει k γειτονικά σημεία δεξιά και k αριστερά κάθε σημείου της καμπύλης. Τα γειτονικά αυτά σημεία, τα οποία επίσης ανήκουν στη καμπύλη, χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της καμπυλότητας του κεντρικού σημείου. Βασικό χαρακτηριστικό της μεθόδου είναι ότι η Περιοχή Ενδιαφέροντος εκτιμάται σε κάθε σημείο της καμπύλης χωρίς εκ των προτέρων γνώση κάποιου συντελεστή κλίμακας. Πρόκειται δηλαδή για μία μη παραμετρική προσέγγιση όπου η κλίμακα καθορίζεται τοπικά σε κάθε σημείο, επιτρέποντας τον εντοπισμό τόσο των λεπτομερειακών όσο και των αδρών χαρακτηριστικών. Ο τοπικός καθορισμός της κλίμακας αποτελεί σημαντικό πλεονέκτημα στην περίπτωση που τα σημεία της καμπύλης ανήκουν σε ένα ύφασμα, επειδή η μορφολογία της ακμής του υφάσματος μπορεί να επηρεάζεται από ατέλειες κοπής ή το είδος του υφάσματος. Από την άλλη μεριά όμως, όπως αναφέρεται στην εργασία (Wu, 2002), η μέθοδος των Teh-Chin είναι ευαίσθητη στο θόρυβο. Η ευαισθησία αυτή αποτελεί μειονέκτημα της μεθόδου λόγω του θορύβου που υπεισέρχεται κατά τον εντοπισμό του περιγράμματος του υφάσματος.

Στα πλαίσια εκπόνησης της παρούσας διατριβής αναπτύχθηκε μία νέα μέθοδος η οποία ενώ ακολουθεί την προσέγγιση της μεθόδου Teh-Chin, μειώνει σημαντικά την ευαισθησία της στο θόρυβο. Η μείωση της ευαισθησίας επιτυγχάνεται μέσω της τροποποίησης του τμήματος του αλγορίθμου Teh-Chin που καθορίζει την Περιοχή Ενδιαφέροντος. Η νέα μέθοδος απορρίπτει τις τοπικά υψηλές καμπυλότητες που οφείλονται σε θόρυβο ή την φύση του υλικού, μειώνοντας την πιθανότητα εντοπισμού ανεπιθύμητων κυρίαρχων σημείων. Η απόρριψη πραγματοποιείται με την αύξηση του μεγέθους του βήματος κατά την αναζήτηση της Περιοχής Ενδιαφέροντος. Αυτή η προσέγγιση είναι υπολογιστικά αποδοτική και έχει απλούστερη υλοποίηση συγκρινόμενη με τη δυναμική λύση που προτείνεται στην εργασία Wu, (2002).

Στη μη-παραμετρική προσέγγιση της μεθόδου Teh-Chin το βήμα ($Step$) κατά την αναζήτηση της Περιοχής Ενδιαφέροντος τίθεται πάντα ίσο με ένα εικονοστοιχείο. Επομένως η ελάχιστη κλίμακα που εξετάζεται είναι αυτή που προκύπτει από την ψηφιοποίηση της καμπύλης, ενώ η μέγιστη κλίμακα είναι ίση με το συνολικό μήκος της καμπύλης. Αντίθετα, στην τροποποιημένη προσέγγιση προτείνεται να εκτιμώνται πειραματικά οι κλίμακες στις οποίες επιδρά ο θόρυβος και το βήμα αναζήτησης να τίθεται σε κάποια μεγαλύτερη τιμή. Χρησιμοποιώντας μεγαλύτερο βήμα, η προτεινόμενη μέθοδος μειώνει την επίδραση του θορύβου που δημιουργείται από μικρές ατέλειες του υφάσματος, ελαχιστοποιώντας την επίδρασή τους στην ακρίβεια εντοπισμού της Περιοχής Ενδιαφέροντος. Με αυτή την τροποποίηση η προτεινόμενη μέθοδος μπορεί ακόμα να διακρίνει ένα ευρύ φάσμα από υψηλότερες κλίμακες. Επιπλέον, ειδικά στην περίπτωση ραφής, εκτός από τις κλίμακες που συναντώνται τα διάφορα είδη θορύβου, μπορούν να αγνοηθούν και οι κλίμακες που είναι μικρότερες από το μήκος ενός γαζιού, καθώς είναι αδύνατο να επιτευχθεί μεγαλύτερη ακρίβεια από αυτή κατά τη ραφή.

Συνεπώς η νέα τροποποιημένη μέθοδος, λειτουργεί μη παραμετρικά μόνο για κλίμακες μεγαλύτερες από το μήκος ενός γαζιού, εξασφαλίζοντας ομαλότητα στην τροχιά της ραφής, ενώ ταυτόχρονα οι κλίμακες στις οποίες είναι αισθητή η επίδραση του θορύβου αμελούνται με χρήση της παραμέτρου $Step$, η οποία καθορίζεται πειραματικά.

Επειδή στην εργασία (Teh and Chin, 1989) εξετάστηκαν μόνο κλειστές καμπύλες, είναι απαραίτητη μια ακόμα τροποποίηση του αλγόριθμου για τον εντοπισμό της Περιοχής Ενδιαφέροντος. Σύμφωνα με τον αλγόριθμο Teh-Chin, κάθε σημείο καταλαμβάνει το κέντρο της Περιοχής Ενδιαφέροντος του. Τα μέτρα των κριτηρίων για τον καθορισμό της Περιοχής Ενδιαφέροντος ενός σημείου, που τίθενται στην εργασία Teh and Chin, (1989), είναι το μήκος της χορδής του τόξου και η κάθετη απόσταση από το σημείο στη χορδή, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.7.

Σχήμα 2.7 Απεικόνιση της Περιοχής Ενδιαφέροντος ενός αυθαίρετου σημείου p_i κοντά στο αριστερό άκρο μιας ανοιχτής καμπύλης.

Ωστόσο, το μήκος της χορδής του τόξου και η κάθετη απόσταση από το σημείο στη χορδή μπορούν να χρησιμοποιηθούν ακόμα και στην περίπτωση μιας ασύμμετρης περιοχής που σχετίζεται με σημεία κοντά στις ακμές μιας ανοιχτής καμπύλης. Γι' αυτό το λόγο, το μήκος της χορδής του τόξου που εξετάζεται σε κάθε βήμα της τροποποιημένης μεθόδου περιορίζεται από τις δύο ακμές της καμπύλης δίνοντας για κάποια σημεία μια ασύμμετρη αριστερή και δεξιά περιοχή. Αυτή η περίπτωση περιγράφεται στο παράδειγμα του Σχήματος 2.7. Εφόσον $k > i$, η αριστερή πλευρά περιορίζεται από την αριστερή αρχή της καμπύλης p_0 και η Περιοχή Ενδιαφέροντος είναι ασύμμετρη. Τα l_{ik} και d_{ik} υποδηλώνουν αντίστοιχα το μήκος της χορδής του τόξου και την κάθετη απόσταση από το σημείο p_i στη χορδή, και είναι τα μεγέθη που χρησιμοποιούνται για τον καθορισμό της Περιοχής Ενδιαφέροντος, όπως και στη μέθοδο των Teh-Chin. Επομένως ο τροποποιημένος αλγόριθμος εύρεσης της Περιοχής ενδιαφέροντος κάθε σημείου της καμπύλης δίνεται από τις ακόλουθες σχέσεις:

- 1) Ορίζεται το μήκος της χορδής που ενώνει τα σημεία $p_{i-\min(i,k)}$ και $p_{i+\min(N-i,k)}$ ως

$$l_{ik} = \left\| \overline{p_{i-\min(i,k)} p_{i+\min(N-i,k)}} \right\|$$

Επίσης ορίζεται ως d_{ik} η απόσταση του σημείου p_i από τη χορδή $\overline{p_{i-\min(i,k)} p_{i+\min(N-i,k)}}$

- 2) Τίθεται το $k = Stp$, υπολογίζεται το μήκος της χορδής l_{ik} και η απόσταση d_{ik} .

3) αυξάνεται το k κατά Stp έως ότου:

$$(\alpha) \quad l_{ik} \geq l_{i,k+Stp}$$

Ή

$$(\beta) \quad \frac{d_{ik}}{l_{ik}} \geq \frac{d_{i,k+Stp}}{l_{i,k+Stp}} \quad d_{ik} > 0, \quad \frac{d_{ik}}{l_{ik}} \leq \frac{d_{i,k+Stp}}{l_{i,k+Stp}} \quad d_{ik} < 0$$

Τότε η Περιοχή Ενδιαφέροντος $D(p_i)$ του σημείου δίνεται από την ακόλουθη Σχέση:

$$D(p_i) = (p_{i-\min(i,k)}, \dots, p_{i-Stp}, p_i, p_{i+Stp}, \dots, p_{i+\min(N-i,k)}) \quad (2.1)$$

όπου η τιμή του k είναι αυτή που προκύπτει από την ικανοποίηση κάποιας εκ των συνθηκών (α) ή (β).

Στο τελευταίο στάδιο, το μέτρο του k -συνημίτονου της καμπυλότητας (k -cosine curvature measure, Rosenfeld and Johnston, 1973), χρησιμοποιείται για να καθορίσει τη βαρύτητα κάθε σημείου στην Περιοχή Ενδιαφέροντός του. Δηλαδή για κάθε σημείο, ορίζεται ένα τρίγωνο με κορυφές το ίδιο το σημείο και τα δύο άκρα της Περιοχής Ενδιαφέροντος. Το συνημίτονο της γωνίας της κορυφής του τριγώνου που αντιστοιχεί στο εν λόγω σημείο υπολογίζεται από τη (2.2^α)

$$\cos_{ik} = \frac{\vec{a}_{ik} \cdot \vec{b}_{ik}}{|\vec{a}_{ik}| |\vec{b}_{ik}|} \quad (\alpha)$$

όπου:

$$\vec{a}_{ik} \triangleq (x_i - x_{i+\min(N-i,k)}, y_i - y_{i+\min(N-i,k)}) \quad (\beta) \quad (2.2)$$

$$\vec{b}_{ik} \triangleq (x_i - x_{i-\min(i,k)}, y_i - y_{i-\min(i,k)}) \quad (\gamma)$$

Στις Σχέσεις 2.2β και 2.2γ τα x_i, y_i είναι οι συντεταγμένες του σημείου p_i . Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του συνημίτονου $\cos_{ik}$ τόσο πιο μικρή είναι η γωνία του τριγώνου και τόσο υψηλότερη θεωρείται η καμπυλότητα του σημείου p_i . Τελικά, ως κυρίαρχα σημεία της καμπύλης επιλέγονται τα σημεία με τοπικά μέγιστες καμπυλότητες (Teh and Chin, 1989). Στο Σχήμα 2.8 παρουσιάζονται αντίστοιχα τα αποτελέσματα της εφαρμογής στο περίγραμμα του σχήματος 2.6 της μεθόδου Teh-Chin και της προτεινόμενης μεθόδου αντίστοιχα. Το πλήθος των κυρίαρχων σημείων μειώνεται σημαντικά στη περίπτωση της προτεινόμενης μεθόδου, ενώ η προσέγγιση της καμπύλης παραμένει ικανοποιητική.

Σχήμα 2.8 Κυρίαρχα σημεία για το περίγραμμα του υφάσματος στο Σχήμα 2.6, (α) με τη μέθοδο Teh Chin και (β) με την προτεινόμενη μέθοδο.

Μετά την εκτίμηση των κυρίαρχων σημείων, το πρώτο κυρίαρχο σημείο είναι το άκρο της ανοιχτής ψηφιακής καμπύλης το οποίο έχει οριστεί ως η πρώτη κορυφή ραφής και το δεύτερο κυρίαρχο σημείο ορίζεται ως η δεύτερη κορυφή ραφής, με το ευθύγραμμο τμήμα ανάμεσά τους να αποτελεί την πλευρά ραφής. Στη συνέχεια το σύστημα χειρίζεται το ύφασμα όπως και στην περίπτωση των ευθύγραμμων ραφών, μόνο που τα ευθύγραμμα τμήματα είναι πλέον πολύ μικρά και η ραφή τους ολοκληρώνεται συνήθως σε ένα βήμα.

2.3.1 Πειραματική αξιολόγηση

Η πειραματική αξιολόγηση πραγματοποιήθηκε με χρήση πέντε υφασμάτων με περιγράμματα διαφορετικών καμπυλοτήτων τα οποία παρουσιάζονται στα Σχήματα 2.9 και 2.10. Τα υφάσματα είναι ένα κόκκινο φλις, ένα πράσινο βαμβακερό, μία πράσινη τσόχα, ένα μπλε τζιν και ένα τούντ πόδι σορτς και αναφέρονται ως Ύφασμα Α, Β, Γ, Δ και Ε αντίστοιχα. Το αυτόματο σύστημα ραφής είναι το ίδιο με αυτό που χρησιμοποιήθηκε για την αξιολόγηση των ευθύγραμμων ραφών και περιγράφεται στην ενότητα 2.2.2, με αντικατάσταση ωστόσο της μεθόδου αυτόματου εντοπισμού ευθύγραμμων τμημάτων από την αντίστοιχη μέθοδο που σχεδιάστηκε για καμπυλόγραμμα τμήματα και χρησιμοποιεί την τεχνική εύρεσης των κυρίαρχων σημείων.

Σχήμα 2.9 (α) Ύφασμα Α με καμπύλο τμήμα μικρής καμπυλότητας (β) Ύφασμα Β με καμπύλο τμήμα μεγάλης καμπυλότητας.

Σχήμα 2.10 Πειραματικά δοκίμια διαφορετικών καμπυλοτήτων (α) Ύφασμα Γ, (β) Ύφασμα Δ, (γ) Ύφασμα Ε

Η πειραματική αξιολόγηση βασίστηκε στον υπολογισμό των αποκλίσεων των σημείων του περιγράμματος από τα ευθύγραμμα τμήματα που ορίζουν τα κυρίαρχα σημεία και τα οποία προσεγγίζουν την καμπύλη. Όπως παρουσιάζεται στον Πίνακα 2.1 τα πειραματικά αποτελέσματα σε καμία περίπτωση δεν δείχνουν απόκλιση που ξεπερνά το 1mm, το οποίο θεωρείται ικανοποιητικό όριο βιομηχανικών προδιαγραφών (0.5-5 mm) για την απόκλιση της ραφής, ενώ ο αριθμός των βημάτων παραμένει μικρός σε σχέση με το συνολικό μήκος της καμπύλης που αντιστοιχεί στο περίγραμμα κάθε καμπύλου υφάσματος που ράβεται. Ενδεικτικά αναφέρεται πως το μέσο μήκος συνολικής καμπύλης για όλα τα υφάσματα είναι περίπου 1000 εικονοστοιχεία, ενώ ο μέσος αριθμός βημάτων ήταν μόλις 23 βήματα.

Πίνακας 2.1 Πειραματικά αποτελέσματα

Είδος/Χρώμα υφάσματος	Βήματα	Μέγιστη απόκλιση (mm)	Μέση απόκλιση (mm)
φλις/κόκκινο (Α)	40	0.39	0.24
βαμβακερό/πράσινο (Β)	20	0.94	0.30
τσόχα/πράσινο (Γ)	18	0.71	0.25
τζιν/μπλε (Δ)	21	0.96	0.29
τουϊντ (Ε)	16	0.88	0.53

Αυτόματος Εντοπισμός Θέσης Ραφής

Ένα αυτόματο σύστημα ποιοτικού ελέγχου ραφής για να είναι πραγματικά αυτόνομο θα πρέπει εκτός των άλλων να έχει και δυνατότητα αυτόματου εντοπισμού της θέσης της ραφής. Επιπλέον, όπως θα διαπιστωθεί σε επόμενο κεφάλαιο, η πληροφορία για την ακριβή θέση της ραφής μπορεί να χρησιμοποιηθεί και κατά την εξαγωγή χαρακτηριστικών που σχετίζονται με την ποιότητα της ραφής. Στη συνέχεια του κεφαλαίου παρουσιάζονται οι μέθοδοι αυτόματου εντοπισμού της θέσης ραφής που αναπτύχθηκαν κατά την εκπόνηση της παρούσας διατριβής και οι οποίες στηρίζονται σε οπτική πληροφορία.

3.1 Σχετικές εργασίες

Η ανάγκη για αυτόματο εντοπισμό της θέσης ραφής πριν την πραγματοποίηση ποιοτικού ελέγχου επισημάνθηκε στην εργασία Bahlmann et. al., (1999). Προτάθηκε μάλιστα μια αυτόματη μέθοδος εντοπισμού η οποία εφαρμόζεται σε εικόνες δειγμάτων ραφής πριν εξαχθούν τα χαρακτηριστικά και πραγματοποιηθεί ο ποιοτικός έλεγχος. Η μέθοδος αποτελείται από ένα στάδιο ανίχνευσης ακμών κατά το οποίο εφαρμόζεται στις αρχικές εικόνες ένα 5×5 Laplacian φίλτρο και στη συνέχεια δημιουργείται μια δυαδική εικόνα με χρήση μεθόδων κατωφλίωσης. Κατά το δεύτερο στάδιο πραγματοποιείται ο εντοπισμός της ραφής με χρήση του μετασχηματισμού Hough. Η μέθοδος αναφέρεται σε δείγματα ραφής και όχι σε ραφές έτοιμων ενδυμάτων, ενώ η τροχιά της ραφής θεωρείται ευθύγραμμη. Η αξιολόγηση της μεθόδου πραγματοποιήθηκε σε 125 μονόχρωμα δείγματα ραφής και ενώ ο εντοπισμός κρίθηκε επιτυχής σε όλες τις περιπτώσεις, το κριτήριο επιτυχίας δεν αναφέρεται.

Στην εργασία Crispin et. al., (2000), η οποία αναφέρεται στο πρόβλημα αυτόματης ραφής σε υποδήματα, γίνεται αυτόματος εντοπισμός της τροχιάς που πρέπει να ακολουθήσει η ραφή με βάση την προβολή μιας γραμμής laser επάνω στις επιφάνειες που πρόκειται να ραφτούν. Ο εντοπισμός γίνεται με χρήση μίας κάμερας βίντεο και περιλαμβάνει επίσης ένα στάδιο ανίχνευσης ακμών. Σε αυτήν την περίπτωση όμως αντί της ραφής οι ακμές ανήκουν στη γραμμή που σχηματίζεται από το laser, επομένως μπορεί να πραγματοποιηθεί ακριβής εντοπισμός του περιγράμματος και στη συνέχεια λέπτυνση σε μέγεθος ενός εικονοστοιχείου. Τέλος γίνεται σύγκριση τεσσάρων μεθόδων για τον υπολογισμό της τροχιάς με βάση το λεπτό περίγραμμα. Η πρώτη μέθοδος βασίζεται στον μετασχηματισμό Hough, η δεύτερη στο ισόγραμμα, η τρίτη σε πολωνυμική παλινδρόμηση, ενώ η τέταρτη στην πρώτη παράγωγο της φωτεινότητας. Η μέθοδος που βασίζεται στον μετασχηματισμό Hough κρίθηκε, βάσει πειραματικών αποτελεσμάτων ως η πλέον αξιόπιστη, έχοντας όμως τον υψηλότερο χρόνο επεξεργασίας.

3.2 Μέθοδοι εντοπισμού ραφής σε μονοκαναλικές εικόνες

Δύο είναι τα βασικά προβλήματα που προκύπτουν κατά τον εντοπισμό της ραφής. Το πρώτο αφορά στην ιδιαίτερη υφή του υφάσματος, η οποία περιέχει κυρίως υψηλής συχνότητας πληροφορία με αποτέλεσμα να παρεμβάλλεται σαν συνιστώσα θορύβου που επηρεάζει την απόδοση των ανιχνευτών ακμών. Το δεύτερο έχει να κάνει με την απάθεια των συνθηκών φωτισμού που εμφανίζονται κατά την εφαρμογή της μεθόδου σε ρεαλιστικές συνθήκες βιομηχανικού περιβάλλοντος, έχοντας διαθέσιμες εικόνες μικρής ανάλυσης. Προκειμένου να αντιμετωπιστούν τα προβλήματα αυτά σε αυτόματα συστήματα εντοπισμού ραφής, έχει προστεθεί ένα στάδιο προεπεξεργασίας της ψηφιακής εικόνας το οποίο είναι και το ουσιαστικό σημείο δομικής διαφοροποίησης όλων των προτεινόμενων μεθόδων και στο οποίο έχει δοθεί ιδιαίτερη βαρύτητα.

Οι επόμενες βαθμίδες επεξεργασίας περιλαμβάνουν ανίχνευση ακμών και εφαρμογή του μετασχηματισμού Radon για τον εντοπισμό ευθύγραμμων τμημάτων στις δυαδικές εικόνες που προκύπτουν. Όταν πρόκειται για δυαδικές εικόνες, ο διακριτός μετασχηματισμός Radon είναι ισοδύναμος με τον μετασχηματισμό Hough, παρουσιάζοντας όμως το πλεονέκτημα της πολύ μικρότερης υπολογιστικής πολυπλοκότητας. Οι μέθοδοι εφαρμόζονται σε ευθείες ραφές κατά προσέγγιση και η θέση της ραφής στην εικόνα εκτιμάται από την ευθεία η οποία μεγιστοποιεί τον μετασχηματισμό Radon.

3.2.1 Προεπεξεργασία

Σκοπός της προεπεξεργασίας είναι να μειωθεί ο θόρυβος της εικόνας και να αφαιρεθεί περιττή πληροφορία που οφείλεται κυρίως στην υφή του υφάσματος, κάνοντας έτσι πιο εύκολο τον οπτικό διαχωρισμό της ραφής από το ύφασμα. Όπως συμπεραίνεται και από τα πειραματικά αποτελέσματα το στάδιο της προεπεξεργασίας είναι πολύ σημαντικό και επηρεάζει δραστικά την απόδοση της μεθόδου.

Η πληροφορία της υφής περιέχεται συνήθως σε υψηλότερες συχνότητες από αυτή της ραφής, οπότε με χρήση κατάλληλου κατωδιαβατού φίλτρου μπορεί να αφαιρεθεί η πληροφορία της υφής του υφάσματος, διατηρώντας ωστόσο την πληροφορία της ραφής. Σε αυτήν την κατεύθυνση υλοποιήθηκαν και αξιολογήθηκαν διαφορετικά είδη κατωδιαβατών φίλτρων καθώς και κάποια άλλα φίλτρα με ανάλογα χαρακτηριστικά:

Κατωδιαβατό φίλτρο Hamming (Hamming Lowpass). Υλοποιήθηκε ένα κατωδιαβατό ψηφιακό φίλτρο Πεπερασμένης Κρουστικής Απόκρισης (Finite Impulse Response, FIR) χρησιμοποιώντας ένα παράθυρο Hamming. Το μέγεθος του παραθύρου και η συχνότητα αποκοπής εξαρτώνται κυρίως από την ακρίβεια χωρικής ανάλυσης των εικόνων. Η βέλτιστη αριθμητική τους επιλογή καθορίστηκε πειραματικά. Παράδειγμα εφαρμογής αυτού του φίλτρου παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.1β.

Κατωδιαβατό Φιλτράρισμα στο πεδίο της συχνότητας (FFT Lowpass). Κάθε εικόνα περιέχει πληροφορία στο χωρικό πεδίο. Η απόρριψη της περιττής πληροφορίας μπορεί ωστόσο να γίνει απ' ευθείας στο πεδίο της συχνότητας κάνοντας χρήση του διωδιάστατου Γρήγορου Μετασχηματισμού Fourier (Fast Fourier Transform, FFT). Το αποτέλεσμα της εφαρμογής του μετασχηματισμού σε μια εικόνα είναι ένας πίνακας ίδιου μεγέθους με τα εικονοστοιχεία της εικόνας. Οι συντελεστές

Fourier των χαμηλών συχνοτήτων βρίσκονται στα άκρα του πίνακα μετασχηματισμού, ενώ οι υψηλές στο κέντρο του. Η απόρριψη των ανεπιθύμητων υψηλών συχνοτήτων στον νέο χώρο μπορεί να επιτευχθεί με την χρήση της κατάλληλης λογικής μάσκας, η οποία δρα σαν κατωδιαβατό φίλτρο. Η μάσκα αυτή έχει τις ίδιες διαστάσεις με την εικόνα και έχει αριθμητική τιμή ένα σε όλα τα στοιχεία της, εκτός από τα κεντρικά σημεία τα οποία περιέχουν μηδενικά. Η περιοχή της μάσκας με μηδενικές τιμές είναι κατά προσέγγιση κυκλική και η ακτίνα της καθορίζεται πειραματικά. Στην συνέχεια ο πίνακας του μετασχηματισμού πολλαπλασιάζεται στοιχείο προς στοιχείο με τη μήτρα της μάσκας. Τέλος εφαρμόζοντας στο αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier πραγματοποιείται περιγραφή της φιλτραρισμένης εικόνας στο χωρικό πεδίο. Το αποτέλεσμα της εφαρμογής αυτού του φίλτρου παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.1γ.

Σχήμα 3.1 (α) Αρχική εικόνα, (β) Η (α) μετά από Hamming Lowpass, (γ) Η (α) μετά από FFT Lowpass, (δ) Η (α) μετά από φίλτρο γραμμικής συνέλιξης στο πεδίο της συχνότητας.

Φίλτρο γραμμικής συνέλιξης στο πεδίο της συχνότητας (FFT convolution) Προκειμένου να εξομαλυνθεί η υφή του υφάσματος εξετάστηκε μια νέα μέθοδος φιλτραρίσματος που βασίζεται στην υπόθεση πως εκτός από το σημείο της ραφής σε όλα τα άλλα σημεία υπάρχει ό ίδιος τύπος υφής. Αρχικά επιλέγεται ένα μικρό τμήμα της εικόνας, περίπου 5%, το οποίο αναπαράγεται περιοδικά μέχρι όπου οι διαστάσεις της εικόνας γίνουν ίσες με τις διαστάσεις της αρχικής εικόνας. Στη συνέχεια οι δύο εικόνες πολλαπλασιάζονται στοιχείο προς στοιχείο με αποτέλεσμα να εξομαλυνθεί η υφή του υφάσματος. Η παραπάνω διεργασία είναι ισοδύναμη με την εφαρμογή κυκλικής συνέλιξης των μετασχηματισμών FFT των δύο εικόνων και στη συνέχεια επιστροφή στο χωρικό πεδίο με χρήση του αντίστροφου FFT.

Στο ίδιο φίλτρο αντί της κυκλικής συνέλιξης μπορεί να χρησιμοποιηθεί γραμμική συνέλιξη. Στην πειραματική αξιολόγηση η παραλλαγή αυτή, όταν ενσωματώθηκε στο συνολικό σύστημα, έδωσε καλύτερη ακρίβεια εντοπισμού της θέσης ραφής. Η γραμμική συνέλιξη στο πεδίο της συχνότητας ουσιαστικά ισοδυναμεί με πολλαπλασιασμό σημείο προς σημείο της αρχικής εικόνας με την εικόνα που προκύπτει αν υπολογιστεί ο μετασχηματισμός FFT του μικρού τμήματος που έχει επιλεγεί, συμπληρωθεί με μηδενικά μέχρι να φτάσει στο μέγεθος της αρχικής εικόνας και στην συνέχεια

εφαρμοστεί ο αντίστροφος μετασχηματισμός FFT. Η εφαρμογή του παραπάνω κατωδιαβατού φίλτρου βελτιώνει την ευκρίνεια της ραφής, αρκεί το φασματικό περιεχόμενο της ραφής να μην είναι πολύ κοντά στο αντίστοιχο φασματικό περιεχόμενο της υφής του υφάσματος. Το αποτέλεσμα της εφαρμογής αυτού του φίλτρου παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.1δ.

Φίλτρο κινούμενης μέσης τιμής (Moving average filter). Το φίλτρο αυτό μπορεί να περιγραφεί με πολλούς ισοδύναμους τρόπους. Ο πλέον διαδεδομένος είναι με χρήση της τεχνικής του παραθύρου κατά την οποία ορίζεται σαν ο αλγεβρικός τελεστής που εφαρμόζεται κατά τόπους σε γειτονικά στοιχεία της εικόνας με βάση τον γεωμετρικό κανόνα που θέτει το παράθυρο (Bovik, 2000). Χρησιμοποιώντας ένα παράθυρο W , το οποίο περιέχει τιμές φωτεινότητας των εικονοστοιχείων μίας εικόνας I με βάση τη θέση του στην εικόνα και τον γεωμετρικό κανόνα που θέτει το σχήμα του, η έξοδος του φίλτρου δίνεται από την σχέση:

$$\langle I \rangle_{mn} = \frac{1}{P} \sum_{m',n' \in W} I_{m-m',n-n'} \quad (3.1)$$

όπου ο τελεστής $\langle I \rangle_{mn}$ ορίζει την μέση τιμή των P στοιχείων του που περιέχονται στο παράθυρο με κέντρο το στοιχείο $[m,n]^T$. Με αυτόν τον τρόπο υπολογίζεται η κατά τόπους μέση τιμή σε κάθε περιοχή της εικόνας δημιουργώντας ένα ομαλότερο αποτέλεσμα.

Ο υπολογισμός της τοπικής μέσης τιμής είναι ένα γραμμικό κατωδιαβατό φίλτρο που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μειώσει τον θόρυβο υψηλών συχνοτήτων. Το σημαντικό στοιχείο όμως στην προκειμένη περίπτωση είναι πως εξομαλύνει την υφή κάνοντας την ραφή περισσότερο ευδιάκριτη. Στο Σχήμα 3.2β δίνεται η απόκριση του φίλτρου μέσης τιμής μετά την εφαρμογή του σε μια εικόνα υφάσματος που περιέχει ραφή.

Σχήμα 3.2 (α) Αρχική εικόνα, (β) Η (α) μετά από εφαρμογή φίλτρου κινούμενης μέσης τιμής.

Φίλτρο τοπικής τυπικής απόκλισης (Local standard deviation filter). Η τυπική απόκλιση, η διασπορά, η ασυμμετρία (skewness) και η κύρτωση (kurtosis) αποτελούν απλά στατιστικά μέτρα που περιγράφουν τη μεταβολή της φωτεινότητας (Jähne, 1997). Τα στατιστικά αυτά μεγέθη μπορούν να εκτιμηθούν από τις ροπές χαμηλής τάξης του ιστογράμματος της εικόνας. Η χρήση τέτοιων στατιστικών φίλτρων σε εφαρμογές ανάλυσης της υφής, απαιτεί την πλατυσιοποίηση της εικόνας και τον υπολογισμό της τοπικής τους τιμής. Η πλέον διαδεδομένη και υπολογιστικά απλούστερη μέθοδος αφορά στη χρήση ενός παραθύρου W , και ο υπολογισμός των τοπικών του τιμών πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας το ιστόγραμμα που παράγεται από τα εικονοστοιχεία που περιέχονται μέσα σε αυτό το παράθυρο. Το μέτρο της τοπικής τυπικής απόκλισης δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma_{mn} = \sqrt{H_{mn}} \quad (3.2)$$

όπου

$$H_{mn} = \frac{1}{P-1} \sum_{m',n' \in W} \left(I_{m-m',n-n'} - \langle I \rangle_{mn} \right)^2 \quad (3.3)$$

Το παραπάνω άθροισμα αναφέρεται σε όλα τα εικονοστοιχεία (P το πλήθος) του παραθύρου W . Τα ιστογράμματα των εικόνων που περιέχουν μέρος μονόχρωμων υφασμάτων ακολουθούν κατά προσέγγιση κανονική κατανομή, χωρίς η παρουσία της ραφής να αλλάζει αισθητά την κατανομή του συνολικού ιστογράμματος, λόγω κυρίως της μικρής επιφάνειας που καταλαμβάνει η ραφή στην συνολικό μέγεθος της εικόνας. Επίσης σε τοπικά ιστογράμματα των εικόνων αυτών, τα οποία μπορεί να αντιστοιχούν σε πολύ μικρά παράθυρα (π.χ. 5×5 εικονοστοιχεία), απουσία ραφής η στατιστική κατανομή της φωτεινότητας προσεγγίζει την κανονική κατανομή. Ωστόσο, αν στο παράθυρο περιέχονται και εικονοστοιχεία ραφής, η στατιστική κατανομή μπορεί να προσεγγιστεί σαν υπέρθεση δύο κανονικών κατανομών. Η νέα αυτή κατανομή παρουσιάζει συνήθως μεγαλύτερη διασπορά από τις προηγούμενες. Επιλέγοντας με πειραματικό τρόπο το κατάλληλο μέγεθος παραθύρου και μετακινώντας το μέσα στην εικόνα, οι περιοχές κοντά στη ραφή παρουσιάζουν υψηλότερη τοπική διασπορά και επομένως και τυπική απόκλιση σ_{mn} . Το αποτέλεσμα της εφαρμογής του φίλτρου τοπικής τυπικής απόκλισης είναι μια εξομαλυμένη εικόνα στην οποία η ραφή είναι πιο ευδιάκριτη, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.3β.

Σχήμα 3.3. (α) Αρχική εικόνα, (β) Η (α) μετά από εφαρμογή Local standard deviation filter

Το φίλτρο τοπικής τυπικής απόκλισης είναι ευρέως διαδεδομένο σε εφαρμογές εντοπισμού ελαττωμάτων σε υφάσματα, λόγω της επίδρασης που έχει στην υφή των υφασμάτων. Επομένως, κατά μία έννοια η διαδικασία που προτάθηκε αντιμετωπίζει τη ραφή σαν ένα ελάττωμα της υφής του υφάσματος.

3.2.2 Ανίχνευση ακμών

Ένα βασικό χαρακτηριστικό της ραφής είναι πως εκτείνεται κυρίως κατά μήκος μίας ευθείας αποτελώντας ουσιαστικά μία μεγάλη ακμή. Οι πλέον διαδεδομένες μέθοδοι ανίχνευσης ακμών σε μια εικόνα βασίζονται για τον εντοπισμό είτε στα τοπικά μέγιστα της πρώτης χωρικής παραγώγου της εικόνας είτε στις ρίζες της δεύτερης παραγώγου της τιμής φωτεινότητας των εικονοστοιχείων. Ανάμεσα στις διαφορετικές μεθόδους ανίχνευσης ακμών, στην παρούσα διατριβή επιλέχθηκε να χρησιμοποιηθεί ο ανιχνευτής ακμών Prewitt, κυρίως λόγω της ανθεκτικότητάς του στον θόρυβο

(Bonik, 2000), γεγονός που επιβεβαιώθηκε και στα πειράματα που εκτελέστηκαν στα πλαίσια εκπόνησης της διατριβής.

Ο ανιχνευτής ακμών Prewitt ανήκει στην κατηγορία ανιχνευτών οι οποίοι υπολογίζουν την πρώτη παράγωγο της εικόνας σε κάθε εικονοστοιχείο της. Το βασικό πλεονέκτημα του συγκεκριμένου ανιχνευτή είναι ότι σε κάθε εικονοστοιχείο της εικόνας υπολογίζει τις παραγώγους και των δύο γειτονικών του εικονοστοιχείων και η τελική εκτίμηση προκύπτει ως μέσος όρος των τριών παραγώγων. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται, απόσβεση του θορύβου υψηλών συχνοτήτων.

Για τον υπολογισμό της παραγώγου εφαρμόζονται δύο τελεστές, στην αρχική εικόνα. Ο πρώτος τελεστής (**Dr**) υπολογίζει την παράγωγο κατά μήκος των γραμμών, ενώ ο δεύτερος (**Dc**) κατά μήκος των στηλών.

$$\begin{array}{cc} \text{Τελεστής Γραμμής} & \text{Τελεστής Στήλης} \\ \mathbf{Dr} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} & \mathbf{Dc} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Αν $\mathbf{Ip}_{m \times n}$ είναι η εικόνα που προκύπτει μετά την προεπεξεργασία, ο κάθε τελεστής εφαρμόζεται ξεχωριστά σε αυτήν, σύμφωνα με τη Σχέση 3.4, όπου με * συμβολίζεται η γραμμική συνέλιξη.

$$\mathbf{Ipr} = \mathbf{Dr} * \mathbf{Ip}, \quad \mathbf{Ipc} = \mathbf{Dc} * \mathbf{Ip} \quad (3.4)$$

Προκύπτουν δύο νέες εικόνες $\mathbf{Ipr}_{m \times n}$, $\mathbf{Ipc}_{m \times n}$ και μέσω της Σχέσης 3.5 δημιουργείται η εικόνα $\mathbf{Ie}_{m \times n}$ που περιέχει την πληροφορία των ακμών (edge magnitudes). Χρησιμοποιώντας τη Σχέση 3.6 υπολογίζεται αυτόματα ένα κατώφλι T το οποίο εφαρμόζεται στην εικόνα $\mathbf{Ie}$ χρησιμοποιώντας τη Σχέση 3.7 από την οποία δημιουργείται η δυαδική εικόνα $\mathbf{B}_{m \times n}$ της οποίας οι φωτεινές περιοχές αντιστοιχούν στις ανιχνευμένες ακμές όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.4β.

$$Ie_{mn} = \sqrt{(Ipr_{mn})^2 + (Ipc_{mn})^2} \quad \forall m \in (1, 2, \dots, M), n \in (1, 2, \dots, N) \quad (3.5)$$

$$T = \sqrt{\frac{4 \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N Ie_{ij}^2}{MN}} \quad (3.6)$$

$$B_{mn} = \begin{cases} 1, & Ie_{mn} \geq T \\ 0, & Ie_{mn} < T \end{cases} \quad (3.7)$$

Σχήμα 3.4 (α) Αρχική μονοκαναλική εικόνα, (β) Δυαδική εικόνα μετά την επεξεργασία.

3.2.3 Μορφολογικοί τελεστές

Η μαθηματική μορφολογία είναι μια θεωρία και ένα σύνολο τεχνικών για την ανάλυση χωρικών δομών. Έχει εφαρμοστεί με μεγάλη επιτυχία στην περιοχή της ψηφιακής απεικόνισης. Χρησιμοποιεί ως βασικά εργαλεία τα φίλτρα dilation, erosion, opening, closing (Lim, Jae S., 1990), η εφαρμογή των οποίων αφορά προβλήματα εξομάλυνσης δυαδικών εικόνων. Το φίλτρο dilation αυξάνει την επιφάνεια των αντικειμένων, ενώ το φίλτρο erosion τη μειώνει. Η βασική ιδέα αυτών των δύο διεργασιών είναι η χρήση ενός παραθύρου το οποίο μετακινείται μέσα στη δυαδική εικόνα και εκτελεί λογικές πράξεις. Συγκεκριμένα το φίλτρο dilation εκτελεί τη λογική πράξη OR ενώ το φίλτρο erosion την πράξη AND ανάμεσα στα δυαδικά στοιχεία του παραθύρου. Opening είναι η μορφολογική διεργασία κατά την οποία εκτελείται erosion και στη συνέχεια dilation, ενώ η closing εκτελεί τις ίδιες διεργασίες με την αντίστροφη σειρά εφαρμογής. Τα φίλτρα open και close έχουν τις ίδιες ιδιότητες με τα erosion και dilation αντίστοιχα, αλλά επηρεάζουν λιγότερο το μέγεθος των αντικειμένων. Στην περίπτωση εντοπισμού της θέσης ραφής χρησιμοποιήθηκε το φίλτρο close, επειδή ενισχύει την ένωση ακμών που ανήκουν σε διαφορετικά σημεία της ραφής. Ένα παράδειγμα εφαρμογής του φίλτρου close φαίνεται στο Σχήμα 3.5

Σχήμα 3.5 (α) αρχική δυαδική εικόνα, (β) δυαδική εικόνα μετά την εφαρμογή του φίλτρου close.

3.2.4 Μετασχηματισμός Radon

Ο συνεχής Μετασχηματισμός Radon αποτελεί το ολοκλήρωμα μίας συνάρτησης κατά μήκος ευθείων γραμμών και δίνεται από την σχέση:

$$R_{\theta}(x') = \int_{-\infty}^{\infty} f(x' \cos \theta - y' \sin \theta, x' \sin \theta + y' \cos \theta) dy' \quad (3.8)$$

Στην ψηφιακή επεξεργασία εικόνας, λόγω της φύσης των δεδομένων, χρησιμοποιείται ο διακριτός μετασχηματισμός Radon ο οποίος μπορεί να θεωρηθεί ως η προβολή της φωτεινότητας της εικόνας

κατά μήκος ενός άξονα στραμμένου κατά γωνία θ ως προς τον οριζόντιο άξονα της εικόνας (Bracewell, 1995).

Για μια εικόνα $B(m,n)$ διαστάσεων $M \times N$ και χρησιμοποιώντας πολικές συντεταγμένες με κέντρο το $B(\lfloor M/2 \rfloor, \lfloor N/2 \rfloor)$, ο διακριτός μετασχηματισμός Radon $R(p,q)$ αντιστοιχεί σε ευθεία γραμμή με πολική ακτίνα και γωνία $p \in \{1,2,...,D\}, q \in \{1,2,...,TH\}$ και δίνεται από τη Σχέση 3.9.

$$R(p,q) = \sum_{m=1}^D Q \left(\left[\left(p - \frac{D}{2} \right) \cdot \cos(\theta(q)) - \left(\frac{D}{2} - m \right) \cdot \sin(\theta(q)) \right], \left[\left(p - \frac{D}{2} \right) \cdot \sin(\theta(q)) + \left(\frac{D}{2} - m \right) \cdot \cos(\theta(q)) \right] \right) \quad (3.9)$$

όπου, με $\lfloor x \rfloor$ συμβολίζεται το ακέραιο μέρος του x , το D υπολογίζεται από τη Σχέση 3.10 και το μήκος του εξασφαλίζει ικανοποιητική ακρίβεια στον υπολογισμό των προβολών σε μοναδιαία διαστήματα ακόμα και κατά μήκος της διαγωνίου της εικόνας. Ο πίνακας $Q(m,n)$ έχει διαστάσεις $D \times D$ και περιέχει στο κέντρο του την εικόνα L , ενώ όλα τα υπόλοιπα στοιχεία του είναι μηδενικά (Σχέσεις 3.11). Τέλος με θ συμβολίζεται ένα διάνυσμα μήκους TH , που περιέχει την αριθμητική τιμή των γωνιών σύμφωνα με τη Σχέση 3.12.

$$D = 2 \cdot \left(\left\lfloor \sqrt{\left(M - \left\lfloor \frac{M-3}{2} \right\rfloor \right)^2 + \left(N - \left\lfloor \frac{N-3}{2} \right\rfloor \right)^2} + 3 \right\rfloor + 1 \right) \quad (3.10)$$

$$Q(m,n) = \begin{cases} B(m-a+1, n-\gamma+1), & m \in A \equiv \{a, a+1, \dots, \beta\}, n \in \Gamma \equiv \{\gamma, \gamma+1, \dots, \delta\} \\ 0, & m \in \{1, \dots, D\} - A, n \in \{1, \dots, D\} - \Gamma \end{cases} \quad (3.11)$$

$$\alpha = \frac{D}{2} - \left\lfloor \frac{M}{2} \right\rfloor + 1, \quad \beta = \frac{D}{2} + M - \left\lfloor \frac{M}{2} \right\rfloor - 1, \quad \gamma = \frac{D}{2} - \left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor + 1, \quad \delta = \frac{D}{2} + N - \left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor - 1$$

$$\theta(q) = (q-1) \cdot \frac{180}{TH}, \quad q \in \{1, 2, \dots, TH\} \quad (3.12)$$

Υπολογίζοντας τον μετασχηματισμό μιας εικόνας $R(p,q)$ για διαφορετικές γωνίες ($\theta(q)$) και μετατοπίσεις (p) του άξονα, δημιουργείται ένας πίνακας του οποίου οι ισχυρές κορυφές αντιστοιχούν στην ύπαρξη ευθυγράμμων τμημάτων στην εικόνα όπως φαίνεται στο παράδειγμα του Σχήματος 3.6. Η θέση των ευθυγράμμων τμημάτων στην εικόνα δίνεται σε πολικές συντεταγμένες από τις αντίστοιχες γραμμές $(D+1)/2 - p$ και στήλες q του πίνακα.

Σε περίπτωση δυαδικών εικόνων ο διακριτός μετασχηματισμός Radon είναι ισοδύναμος με τον μετασχηματισμό Hough έχοντας τις ίδιες ιδιότητες (Gonzales et al, 1992). Επομένως διατηρεί τα πλεονεκτήματα του μετασχηματισμού Hough, δηλαδή την ευρωστία σε ατελή δεδομένα και θόρυβο, καθώς και το ότι δεν απαιτείται προηγούμενη γνώση της θέσης της ευθείας στην εικόνα. Ωστόσο, ο γρήγορος μετασχηματισμός Radon έχει επιπλέον το πλεονέκτημα της χαμηλής υπολογιστικής πολυπλοκότητας που έχει υπολογιστεί σε $O(N^2 \cdot \log N)$ για μια εικόνα μεγέθους $N \times N$ (Gotz et al, 1996).

Σχήμα 3.6. Μετασχηματισμός Radon της δυαδικής (binary) εικόνας του Σχήματος 3.4β , η κορυφή αντιστοιχεί στην ευθεία της ραφής.

Υποθέτοντας πως δεν υπάρχουν στην εικόνα ευθύγραμμα τμήματα μεγαλύτερα από τη ραφή, η θέση της ραφής στην εικόνα δίνεται από τις πολικές συντεταγμένες $p_0, \theta(q_0)$ που μεγιστοποιούν τον παραπάνω μετασχηματισμό, όπως περιγράφεται και από τη Σχέση 3.13. Η εξίσωση της ανιχνευμένης ευθείας στο σύστημα συντεταγμένων της εικόνας δίνεται από τη Σχέση 3.14, ενώ στο Σχήμα 3.7 παρουσιάζεται η ευθεία που αντιστοιχεί στην κορυφή του Μετασχηματισμού Radon του Σχήματος 3.6.

$$p_0, q_0 = \arg \max_{p, q} R(p, q) \quad (3.13)$$

$$y = \left(-\frac{\cos(\theta(q_0))}{\sin(\theta(q_0))} \right) x + \left(\frac{p_0}{\sin(\theta(q_0))} \right) \quad (3.14)$$

Σχήμα 3.7 Η ευθεία που αντιστοιχεί στην κορυφή του Μετασχηματισμού Radon του Σχήματος 3.6 (λευκή γραμμή) προσεγγίζει με ικανοποιητική ακρίβεια την ευθεία της ραφής.

3.2.5 Μέθοδοι εντοπισμού θέσης ραφής

Λόγω του μεγάλου πλήθους εναλλακτικών μεθόδων εντοπισμού της θέσης ραφής που προτάθηκαν, υλοποιήθηκαν και αξιολογήθηκαν, καθορίστηκε σημειολογία που χρησιμοποιείται για την περιγραφή των μεθόδων και των παραλλαγών τους. Στον Πίνακα 3.1 παρατίθεται το όνομα κάθε μεθόδου στο οποίο περιγράφονται οι βασικές βαθμίδες της και η σειρά με την οποία εκτελούνται.

Πίνακας 3.1 Ορισμός των συμβόλων που χρησιμοποιούνται για να αναφορά στις μεθόδους

Hamming lowpass	Hl
FFT lowpass	Fl
FFT convolution	Fc
Moving average filter	Mean
Local standard deviation	Std
Prewitt	Pr
Radon transform	R
Close filter	Cl

Οι μέθοδοι Pr-R, mean-PR-R και std-Pr-R αποδεικνύονται αναλλοίωτες σε γραμμικές μεταβολές της έντασης της φωτεινότητας. Η απόδειξη της ιδιότητας των μεθόδων αυτών παρατίθεται στο Παράρτημα Β. Στη συνέχεια οι μέθοδοι αξιολογούνται πειραματικά.

3.2.6 Βάση εικόνων έτοιμων ενδυμάτων

Για την αξιολόγηση των προτεινόμενων μεθόδων δημιουργήθηκε βάση δεδομένων με εικόνες πραγματικών ραφών έτοιμων ενδυμάτων. Προκειμένου να επιτευχθεί αξιόπιστος έλεγχος των μεθόδων και της ικανότητάς τους να ανιχνεύουν την θέση της ραφής σε διαφορετικά είδη υφασμάτων, χρησιμοποιήθηκαν διάφορα είδη ενδυμάτων από διαφορετικά υφάσματα και ραμμένα με διάφορους τύπους ραφών. Στο Σχήμα 3.8 παρουσιάζονται ενδεικτικές εικόνες ραφών από διαφορετικά είδη ενδυμάτων που περιέχονται στη βάση δεδομένων.

Στα πλαίσια ελέγχου της αξιοπιστίας των μεθόδων χρησιμοποιήθηκαν επίσης δύο διαφορετικοί φωτισμοί. Η βάση δεδομένων αποτελείται από 170 εικόνες από τις οποίες οι 85 ελήφθησαν υπό το φως ενός λαμπτήρα πυρακτώσεως (Philips C2 60 Watt), ενώ οι υπόλοιπες υπό το φως ενός λαμπτήρα φθορισμού (Osram Professional long life).

Η απόκτηση των εικόνων έγινε με χρήση της χαμηλού κόστους ψηφιακής φωτογραφικής μηχανής SONY DSC-P50. Τα τεχνικά χαρακτηριστικά της οποίας είναι τα ακόλουθα:

- sensor array CCD των 2.11Mpixels
- δυνατότητα ανάλυσης σταθερής εικόνας μέχρι 1600X1200 pixels RGB, και μέχρι 320X240 pixels κινούμενης εικόνα στα 8fps
- format εξόδου σταθερής εικόνας: JPEG, TIFF, GIF
- format εξόδου κινούμενης εικόνας: MPEG EX
- φακός: Sony 3X F3.8-3.9, εστιακή απόσταση 6.4- 19.2mm

- δυνατότητα auto-focus από 50cm - άπειρο
- δυνατότητα ρύθμισης σταθερής απόστασης εστίασης από το χρήστη
- δυνατότητα optical zoom έως και 3X
- δυνατότητα digital zoom έως και 6X

Η φωτογραφική μηχανή τοποθετήθηκε σε απόσταση 30 cm πάνω από το ύφασμα, ενώ η εικόνα κάλυπτε μια περιοχή $42,35 \times 31,76 \text{ cm}^2$. Χρησιμοποιώντας την μεγαλύτερη δυνατή χωρική ανάλυση που προσφέρει η ψηφιακή κάμερα, δηλαδή 1600×1200 εικονοστοιχεία οι ψηφιακές εικόνες που αποκτήθηκαν είχαν ευκρίνεια 97 εικονοστοιχεία ανά ίντσα (dpi).

Σχήμα 3.8 Εικόνες ραφών από διαφορετικά είδη ενδυμάτων που περιέχονται στη βάση.

3.2.7 Πειραματική αξιολόγηση

Από τις 170 εικόνες έτοιμων ενδυμάτων επιλέχτηκαν 118 που περιείχαν σχεδόν ευθύγραμμες ραφές. Επιπλέον ορίστηκε σε κάθε εικόνα μία ορθογώνια περιοχή ενδιαφέροντος, το μέγεθος της οποίας δεν ήταν ίδιο σε όλες τις εικόνες. Προέκυψε έτσι ένα νέο σύνολο 118 εικόνων το μέγεθος των οποίων είναι περίπου 350×450 εικονοστοιχεία. Σε κάθε μία από τις εικόνες καθορίστηκαν χειροκίνητα οι συντεταγμένες 10 σημείων της ραφής, κατανεμημένα ομοιόμορφα κατά μήκος της. Στην συνέχεια εκτελέστηκε πληθώρα πειραμάτων για την αξιολόγηση των μεθόδων. Η αξιολόγηση των μεθόδων εντοπισμού της θέσης ραφής βασίζεται στην εκτίμηση του σφάλματος το οποίο υπολογίζεται με βάση την αριθμητική τιμή της μέσης Ευκλείδειας απόστασης των 10 σημείων που

ανήκουν στην ραφή, από την ευθεία της ραφής που υπολογίζεται από τις αυτόματες μεθόδους. Αν το σφάλμα είναι μικρότερο από 25 εικονοστοιχεία, τιμή που ισοδυναμεί σε πραγματική απόσταση περίπου 6mm, τότε η ανίχνευση θεωρείται επιτυχής.

Τα αρχικά πειράματα είχαν σαν στόχο την επιλογή του βέλτιστου ανιχνευτή ακμών για τη συγκεκριμένη εφαρμογή. Για το λόγο αυτό εξετάστηκαν οι περισσότεροι διαδεδομένοι ανιχνευτές σύμφωνα με την βιβλιογραφία (Canny, Sobel, Prewitt, Roberts, Laplacian, Zerocross). Πραγματοποιήθηκαν πειράματα χωρίς προεπεξεργασία όπου ο μετασχηματισμός Radon χρησιμοποιούσε τις ακμές που ανιχνεύονταν από κάθε έναν ανιχνευτή και εκτιμούσε τη θέση της ραφής. Τα ποσοστά επιτυχούς εντοπισμού έδειξαν πως ο τελεστής Prewitt παρουσιάζει την καλύτερη συμπεριφορά πλησιάζοντας το ποσοστό επιτυχίας του 75%. Αντίθετα η πειραματική αξιολόγηση του φίλτρου Laplacian που χρησιμοποιείται στο πρόβλημα εντοπισμού σφαλμάτων σε δείγματα ραφής (Bahlmann *et. al.*, 1999), παρουσίασε τα χειρότερα αποτελέσματα με ποσοστό επιτυχίας μόλις 24%, γεγονός που οφείλεται

1. στο ότι οι εικόνες δεν αφορούν πλέον δείγματα αλλά ραφές σε πραγματικές συνθήκες
2. Οι ραφές δεν είναι αρκετά ευδιάκριτες
3. το επίπεδο θορύβου της ψηφιακής κάμερας είναι υψηλό λόγω της ποιότητας κατασκευής της.

Πίνακας 3.2 Επιτυχία εντοπισμού ραφής για διαφορετικούς ανιχνευτές ακμών.

Ανιχνευτής Ακμών	Canny	Roberts	Prewitt	Sobel	Laplacian	Zerocross
Επιτυχία Εντοπισμού (%)	43.33	65.00	74.17	71.67	23.33	41.67

Στη συνέχεια της πειραματικής αξιολόγησης στη βαθμίδα ανίχνευσης ακμής χρησιμοποιείται πάντα ο ανιχνευτής Prewitt και οι μέθοδοι που αξιολογούνται είναι οι εξής:

- **Pr-R:** δεν πραγματοποιείται προεπεξεργασία και εφαρμόζεται απευθείας στην αρχική εικόνα ο ανιχνευτής ακμών Prewitt, ο οποίος στη συνέχεια ακολουθείται από το μετασχηματισμό Radon.
- **Hi-Pr-R:** Αρχικά εφαρμόζεται προεπεξεργασία με κατωδιαβατό φίλτρο Hamming και στη συνέχεια ο ανιχνευτής ακμών Prewitt, ο οποίος ακολουθείται από το μετασχηματισμό Radon.
- **Hi-Pr-CI-R:** Αρχικά εφαρμόζεται προεπεξεργασία με κατωδιαβατό φίλτρο Hamming και στη συνέχεια ο ανιχνευτής ακμών Prewitt. Στη δυαδική εικόνα που προκύπτει εφαρμόζεται το μορφολογικό φίλτρο close το οποίο ακολουθείται από το μετασχηματισμό Radon.

- **Fc-Pr-R:** Χρησιμοποιεί κατά την προεπεξεργασία την τεχνική της συνέλιξης στο πεδίο των συχνοτήτων. Στη συνέχεια εφαρμόζεται ο ανιχνευτής ακμών Prewitt, ο οποίος ακολουθείται από το μετασχηματισμό Radon.
- **Fl-Pr-R:** Χρησιμοποιεί κατά την προεπεξεργασία κατωδιαβατό φιλτράρισμα στο πεδίο της συχνότητας. Στη συνέχεια εφαρμόζεται ο ανιχνευτής ακμών Prewitt, ο οποίος ακολουθείται από το μετασχηματισμό Radon.
- **mean-PR-R:** Χρησιμοποιεί κατά την προεπεξεργασία φίλτρο κινούμενης μέσης τιμής. Στη συνέχεια εφαρμόζεται ο ανιχνευτής ακμών Prewitt, ο οποίος ακολουθείται από το μετασχηματισμό Radon.
- **std-Pr-R:** Χρησιμοποιεί κατά την προεπεξεργασία φίλτρο τοπικής τυπικής απόκλισης. Στη συνέχεια εφαρμόζεται ο ανιχνευτής ακμών Prewitt, ο οποίος ακολουθείται από το μετασχηματισμό Radon.

Στις εικόνες προστέθηκε θόρυβος με μηδενική μέση τιμή και διασπορά τέτοια ώστε να παραχθεί ένας επιθυμητός λόγος σήματος προς θόρυβο στις τιμές 25, 20, 15 και 10dB SNR αντίστοιχα. Στο Σχήμα 3.9 παρουσιάζονται εικόνες στις οποίες έχει προστεθεί λευκός θόρυβος κανονικής κατανομής διαφορετικής ισχύος σε μια εικόνα ραφής.

Σχήμα 3.9 Εικόνες ραφής στις οποίες έχει προστεθεί λευκός θόρυβος κανονικής κατανομής παράγοντας λόγο σήματος προς θόρυβο (α) 25, (β) 20, (γ) 15 και (δ) 10 dB

Τα αποτελέσματα της αξιολόγησης των μεθόδων απουσία τεχνητού προσθετικού θορύβου αλλά και τα αντίστοιχα πειραματικά αποτελέσματα για τα δύο είδη θορύβου, ομοιόμορφου και κανονικού, παρουσιάζονται στα διαγράμματα των Σχημάτων 3.10 και 3.11 αντίστοιχα.

Σχήμα 3.10 Ποσοστό επιτυχούς εντοπισμού ραφών παρουσία ομοιόμορφου θορύβου για διαφορετικές τιμές λόγου σήματος προς θόρυβο(SNR) και βαθμίδες προεπεξεργασίας.

Σχήμα 3.11 Ποσοστό επιτυχούς εντοπισμού ραφών παρουσία κανονικού θορύβου για διαφορετικές τιμές λόγου σήματος προς θόρυβο(SNR) και βαθμίδες προεπεξεργασίας.

Την καλύτερη ακρίβεια εντοπισμού ραφής σε εικόνες χωρίς τεχνητό θόρυβο παρουσιάζει η μέθοδος **std-Pr-R**, η οποία χρησιμοποιεί κατά την προεπεξεργασία φίλτρο τοπικής τυπικής απόκλισης και εντοπίζει με επιτυχία 109 από τις 118 ραφές, επιτυγχάνοντας ποσοστό 92,37%.

Ωστόσο, σε περιβάλλον ισχυρής παρουσίας θορύβου, δηλαδή όταν ο λόγος σήματος προς θόρυβο είναι μικρότερος των 20dB, η **std-Pr-R** δεν συμπεριφέρεται τόσο καλά όσο η **mean-PR-R** που παραμένει σταθερά πάνω από το 87,29% (103 στις 118 ραφές) ακόμα και για προσθετικό θόρυβο ισχύος 15 dB SNR. Άλλο ένα χρήσιμο συμπέρασμα είναι πως η προεπεξεργασία βελτιώνει σημαντικά την ακρίβεια εντοπισμού της θέσης ραφής στην εικόνα και επομένως αποτελεί σημαντική βαθμίδα επεξεργασίας της ψηφιακής επεξεργασίας εικόνας σε αυτού του είδους τις εφαρμογές. Όπως φαίνεται και στα διαγράμματα η μέθοδος χωρίς προεπεξεργασία (**Pr-R**) παρουσιάζει ακρίβεια ανίχνευσης μόλις 74,58% (88 στις 118 ραφές), ενώ με την ενσωμάτωση της κατάλληλης βαθμίδας προεπεξεργασίας η ακρίβεια ανίχνευσης αυξάνεται κατά 18%.

Όλες οι μέθοδοι προεπεξεργασίας (με εξαίρεση την **HI-Pr-R**) αξιολογήθηκαν επίσης και σε εικόνες χαμηλής ανάλυσης, που δημιουργήθηκαν εφαρμόζοντας στις εικόνες υποδειγματοληψία. Με αυτό τον τρόπο μειώθηκε κάθε διάσταση της εικόνας στο 75%, 50% και 25% της αρχικής. Στο διάγραμμα του Σχήματος 3.12 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα ακρίβειας εντοπισμού της ραφής απουσία τεχνητού θορύβου, ενώ τα υπόλοιπα πειραματικά αποτελέσματα που αφορούν στην αξιολόγηση των μεθόδων στις υποδειγματοληπτούμενες εικόνες παρουσία και τεχνητού προσθετικού θορύβου παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.3. Παρατηρώντας την απόδοση των μεθόδων (**Pr-R**), (**HI-Pr-Cl-R**), (**mean-PR-R**) σε περιπτώσεις υποδειγματοληψίας, προκύπτει ότι όχι μόνο δεν μειώνεται η ακρίβεια εντοπισμού της θέσης ραφής αλλά ότι αντιθέτως η υποδειγματοληψία βοηθά στην ακόμα μεγαλύτερη αύξηση της ακρίβειας εντοπισμού της θέσης ραφής. Σε αντιδιαστολή οι μέθοδοι (**std-Pr-R**), (**Fc-Pr-R**), και (**FI-Pr-R**) δίνουν λιγότερο αξιόπιστα αποτελέσματα σε εικόνες χαμηλής ανάλυσης και το φαινόμενο αυτό γίνεται εντονότερο όσο αυξάνεται η υποδειγματοληψία. Με βάση τα πειραματικά αποτελέσματα φαίνεται ότι η ανάλυση της εικόνας επηρεάζει σημαντικά την αποτελεσματικότητα των βαθμίδων προεπεξεργασίας σε αυτόματες μεθόδους εντοπισμού της θέσης ραφής υφασμάτων.

Σχήμα 3.12. Ποσοστό επιτυχούς εντοπισμού ραφών για διαφορετικές τιμές υποδειγματοληψίας και βαθμίδες προεπεξεργασίας.

Πίνακας 3.3 Ποσοστό επιτυχούς εντοπισμού ραφών παρουσία ομοιόμορφου θορύβου για διαφορετικές τιμές λόγου σήματος προς θόρυβο (SNR), ρυθμούς υποδειγματοληψίας και βαθμίδες προεπεξεργασίας.

SNR	ομοιόμορφος θόρυβος				κανονικός θόρυβος			
	25 dB	20 dB	15 dB	10 dB	25 dB	20 dB	15 dB	10 dB
Υποδειγματοληψία : 3/4*1600x3/4*1200 εικονοστοιχεία								
Pr-R	8,47	12,71	6,78	11,02	5,08	6,78	11,02	7,63
HL-Pr-CI-R	81,36	77,97	71,19	59,32	56,78	55,08	41,53	16,95
HL-Pr-R	19,49	19,49	15,25	15,25	14,41	14,41	16,10	15,25
F-C-Pr-R	69,49	65,25	56,78	26,27	25,42	21,19	18,64	11,02
FL-Pr-R	84,75	79,66	74,58	60,17	82,20	81,36	77,12	63,56
mean-Pr-R	93,22	90,68	90,68	81,36	91,53	91,53	88,98	78,81
std-Pr-R	85,59	82,20	74,58	67,80	83,90	79,66	72,88	55,08
Υποδειγματοληψία : 1/2*1600x1/2*1200 εικονοστοιχεία								
Pr-R	6,78	11,86	8,47	8,47	10,17	10,17	7,63	11,02
HL-Pr-CI-R	79,66	78,81	70,34	53,39	51,69	50,00	39,83	22,88
HL-Pr-R	20,34	19,49	19,49	11,86	9,32	12,71	16,10	11,02
F-C-Pr-R	71,19	64,41	51,69	30,51	26,27	17,80	17,80	13,56
FL-Pr-R	79,66	77,97	69,49	54,24	77,97	72,88	70,34	51,69
mean-Pr-R	94,07	93,22	85,59	77,12	94,92	94,07	86,44	76,27
std-Pr-R	79,66	77,12	66,95	55,08	78,81	72,03	62,71	39,83
Υποδειγματοληψία : 1/4*1600x1/4*1200 εικονοστοιχεία								
Pr-R	11,86	9,32	8,47	8,47	9,32	9,32	5,08	14,41
HL-Pr-CI-R	78,81	78,81	67,80	48,31	48,31	41,53	33,05	11,02
HL-Pr-R	16,95	16,10	11,86	8,47	8,47	8,47	7,63	10,17
F-C-Pr-R	58,47	50,00	34,75	15,25	11,86	15,25	14,41	11,02
FL-Pr-R	82,20	77,12	63,56	49,15	83,90	76,27	62,71	48,31
mean-Pr-R	83,05	79,66	75,42	51,69	83,05	75,42	67,80	49,15
std-Pr-R	59,32	55,08	41,53	34,75	54,24	49,15	33,90	26,27

Ποιοτικός Έλεγχος Ραφής

Στην βιομηχανία παραγωγής ενδυμάτων ο ποιοτικός έλεγχος των ραφών πραγματοποιείται από εξειδικευμένους εργάτες. Ωστόσο, η ανθρώπινη υποκειμενικότητα εισάγει μεγάλο βαθμό αστάθειας στην αξιολόγηση των ραφών και η μεταβολή της συμπεριφοράς της ανθρώπινης αξιολόγησης στο χρόνο, μειώνει την αξιοπιστία και αυξάνει ταυτόχρονα το κόστος και τον απαιτούμενο χρόνο εκτέλεσης της εργασίας. Η χρήση αυτόματων συστημάτων ποιοτικού ελέγχου μπορεί να εξαλείψει τα παραπάνω προβλήματα, αλλά προς το παρόν τέτοια συστήματα βρίσκονται σε ερευνητικό στάδιο και δεν χρησιμοποιούνται στην βιομηχανία.

4.1 Ποιοτικός έλεγχος

Τα ελαττώματα των ραφών (American & Efird, Inc, 2000) μπορούν να κατηγοριοποιηθούν, με βάση τα αίτια που τα δημιουργούν (Σχήμα 4.1), ως εξής:

- Ξανά γαζωμένες ραφές/ Σπασμένα γαζιά
- Υπερπήδηση γαζιών
- Ανοιχτή ραφή/Αποτυχία ραφής λόγω γαζώματος
- Ανοιχτή ραφή/Αποτυχία ραφής λόγω υφάσματος
- Αποτυχία ραφής λόγω ολίσθησης
- Τρύπες στην πλέξη λόγω βελόνας
- Υπερβολικές πτυχώσεις κατά μήκος της ραφής
- Ραφές με πτυχώσεις σε πλεκτά
- Υπερβολικά χαλαρή ραφή
- Ανισόρροπο γάζωμα (301 Lockstitch, 401 Chainstitch, 504 Overedge stitch)
- Ακανόνιστο τελείωμα

Σχήμα 4.1 Εικόνες συχνά εμφανιζόμενων ελαττωμάτων σε ραφές.

Η παρούσα διατριβή, όπως δηλώνει άλλωστε και ο τίτλος της, αναφέρεται στον ποιοτικό έλεγχο ραφής υπερ-εύκαμπτων υλικών. Από τα ελαττώματα των ραφών αυτό που σχετίζεται άμεσα με την ελαστικότητα του υλικού και εμφανίζεται συχνότερα στην βιομηχανική παραγωγή είναι η δημιουργία *πτυχώσεων κατά μήκος της ραφής*, ένα φαινόμενο που στην διεθνή βιβλιογραφία ονομάζεται *seam puckering*. Τρία είναι τα βασικά αίτια αυτού του φαινομένου, η υψηλή τάση της κλωστής, ο εγκλωβισμός της κλωστής λόγω δομικών ατελειών του υφάσματος και η ασύμμετρη τροφοδότηση των υφασμάτων κατά τη ραφή.

Ένας άλλος επίσης σημαντικός λόγος για τον οποίο η παρούσα διατριβή επικεντρώνεται στο ελάττωμα των πτυχώσεων είναι η ύπαρξη διεθνούς προτύπου (Draft International Standard, ISO/DIS 7770, 1981) για τον ποιοτικό έλεγχο δειγμάτων ραφών με βάση τις πτυχώσεις που εμφανίζουν. Το πρότυπο διακρίνει πέντε βαθμούς ποιότητας, (quality grades), όπου ο βαθμός 1 δηλώνει την χειρότερη ποιότητα, ενώ ο βαθμός 5 την καλύτερη (Σχήμα 4.2). Η ποιότητα των ραφών καθορίζεται οπτικά ύστερα από σύγκριση με τυποποιημένες εικόνες δειγμάτων, πράγμα που επιτρέπει την άμεση σύγκριση με αυτόματα συστήματα που στηρίζονται σε αισθητήρα όρασης.

Σχήμα 4.2 Εικόνες δειγμάτων ραφής πέντε διαφορετικών βαθμών ποιότητας.

Ο ποιοτικός έλεγχος της ραφής στο στάδιο της παραγωγής, γίνεται από εργάτες σε δείγματα ραφής σύμφωνα με το προαναφερθέν πρότυπο. Τα δείγματα προκύπτουν ύστερα από δοκιμές με διάφορους συνδυασμούς των παραμέτρων των ραπτομηχανών και τελικά επιλέγονται οι παράμετροι που οδήγησαν στην δημιουργία των πιο ομαλών ραφών σύμφωνα με το πρότυπο.

Όταν έχει ολοκληρωθεί η διαδικασία παραγωγής πραγματοποιείται περαιτέρω έλεγχος στα έτοιμα ενδύματα, έτσι ώστε να απομακρυνθούν τα ενδύματα που παρουσιάζουν ελαττώματα.

4.1.1 Υπάρχοντα συστήματα αυτόματης αξιολόγησης ραφής στη διεθνή βιβλιογραφία

Τα τελευταία χρόνια έχουν πραγματοποιηθεί σημαντικά βήματα προς τον αντικειμενικό ποιοτικό έλεγχο των ραφών με βάση την αξιολόγηση των πτυχώσεων που οφείλονται στις ραφές (seam puckering). Οι τεχνικές που συναντώνται στη διεθνή βιβλιογραφία χωρίζονται σε δύο βασικές κατηγορίες. Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν οι τεχνικές που απαιτούν επαφή με την επιφάνεια που ελέγχεται, ενώ στη δεύτερη κατηγορία περιλαμβάνονται οι τεχνικές που δεν περιέχουν μηχανισμούς που λαμβάνουν πληροφορία με επαφή. Στη δεύτερη κατηγορία ανήκουν και οι τεχνικές οι οποίες χρησιμοποιούν οπτική πληροφορία. Οι τεχνικές της δεύτερης κατηγορίας υπερτερούν έναντι αυτών της πρώτης, καθώς η επαφή μπορεί να διαταράξει την επιφάνεια που ελέγχεται και οι μετρήσεις να είναι ανακριβείς. Εκτός από τη μεγαλύτερη ακρίβεια στην αξιολόγηση της ποιότητας της ραφής, άλλα πλεονέκτημα των τεχνικών που δε χρησιμοποιούν επαφή είναι η απόκτηση πληροφορίας υψηλότερης ανάλυσης καθώς και η μεγαλύτερη επαναληψιμότητα καθώς οι έλεγχοι δεν επηρεάζουν την επιφάνεια του υφάσματος.

4.1.1.1 Τεχνικές αξιολόγησης ραφής με επαφή

Στις εργασίες (Galuszynski, 1986a, Galuszynski, 1986b), αναπτύχθηκε ένα όργανο μέτρησης (SAWTRI puckermeter) το οποίο αξιολογεί τις πτυχώσεις ραφής συγκρίνοντας το μήκος της με αυτό μιας αντίστοιχης ραφής που όμως δεν παρουσιάζει πτυχώσεις. Το συγκεκριμένο όργανο επιτρέπει την εκτίμηση της συμβολής στον σχηματισμό πτυχώσεων διαφόρων παραγόντων, όπως της τάσης της κλωστής και της μετατόπισης του υφάσματος.

Μια διαφορετική τεχνική η οποία αναπτύχθηκε αρχικά για τον εντοπισμό και τη μέτρηση πτυχώσεων σε υφάσματα (wrinkles), παρουσιάζεται στην εργασία Shiloh, 1971. Η μετρητική διάταξη (Wrinklemeter) ανιχνεύει το περίγραμμα του υφάσματος κατά μήκος της ραφής, σε απόσταση 2 mm εκατέρωθεν της γραμμής ραφής. Οι μετρήσεις περιλαμβάνουν το ύψος, την κλίση και την καμπυλότητα κάθε σημείου του περιγράμματος. Η αξιολόγηση του φαινομένου των πτυχώσεων στηρίζεται στον μέσο όρο των μετρήσεων.

4.1.1.2 Τεχνικές αξιολόγησης ραφής χωρίς επαφή

Λόγω του πλήθους των πλεονεκτημάτων των τεχνικών που δεν απαιτούν επαφή, οι εργασίες που πραγματοποιήθηκαν σε αυτήν την κατεύθυνση απασχόλησαν πολύ περισσότερο τους ερευνητές που σχεδιάζουν αυτόματα συστήματα αξιολόγησης ραφών. Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι πιο σημαντικές τεχνικές, ομαδοποιημένες με βάση το είδος των αισθητήρων που χρησιμοποιούνται κατά τη μέτρηση. Εκτός από την πρώτη ομάδα τεχνικών στην οποία χρησιμοποιούνται υπέρηχοι, οι υπόλοιπες τεχνικές αφορούν συστήματα επεξεργασίας οπτικής πληροφορίας.

Αξιολόγηση με χρήση υπερήχων

Η τεχνολογία υπερήχων χρησιμοποιείται στην εργασία Shigeru and Atsuo, (1992) προκειμένου να μετρηθούν οι πτυχώσεις ραφής με μεγάλη ακρίβεια. Συγκεκριμένα εξάγεται πληροφορία σχετικά με τη μορφολογία των πτυχώσεων σαρώνοντας την επιφάνεια του υφάσματος με υπερήχους. Η

εξαγόμενη πληροφορία χρησιμοποιείται για τη δημιουργία μιας απεικόνισης. Η απεικόνιση σχετίζεται με την κλίση της επιφάνειας σε κάθε σημείο. Ένα σημαντικό πλεονέκτημα της μεθοδολογίας που ακολουθείται είναι πως οι μετρήσεις δεν επηρεάζονται από το χρώμα της επιφάνειας.

Αξιολόγηση με χρήση φωτοηλεκτρικής διάταξης

Στην εργασία Belser et. al., (1968) παρουσιάζεται μία φωτοηλεκτρική διάταξη ειδικά σχεδιασμένη για τη μέτρηση του ύψους των πτυχώσεων κατά μήκος της ραφής. Η πληροφορία που εξάγεται χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του συνολικού μήκους της καμπύλης που ορίζεται από το περίγραμμα του υφάσματος κατά μήκος της ραφής. Ο λόγος ανάμεσα στο συνολικό μήκος της καμπύλης και στο μήκος της γραμμής ραφής χρησιμοποιείται σαν μέτρο αξιολόγησης των πτυχώσεων. Η μέθοδος παρουσιάζει υψηλή συμφωνία με την ανθρώπινη αξιολόγηση, εκτός από τις περιπτώσεις στις οποίες στο ύφασμα είναι τυπωμένα περίπλοκα σχέδια και χρώματα.

Μία παρόμοια διάταξη χρησιμοποιείται στην εργασία Bertoldi and Munden, (1974). Σε αυτήν την περίπτωση όμως, προκειμένου να προσδιοριστεί το ύψος των πτυχώσεων, εντοπίζονται διαφορές στη φωτεινότητα οι οποίες οφείλονται σε σκιές που έχουν δημιουργηθεί τεχνητά με τη βοήθεια πλάγιου φωτισμού. Η αξιολόγηση πραγματοποιείται με χρήση του ίδιου λόγου, ωστόσο δεν γίνεται σύγκριση με την ανθρώπινη αξιολόγηση.

Αξιολόγηση με σάρωση λέιζερ

Στην εργασία Shigeru and Atsuo, (1992) πραγματοποιείται αντικειμενική αξιολόγηση των πτυχώσεων με σάρωση των ραμμένων επιφανειών από ακτίνες λέιζερ. Το σύστημα σάρωσης ανιχνεύει τις ανακλώμενες ακτίνες με χρήση φωτοευαίσθητου ημιαγωγού. Η πληροφορία του ύψους στο οποίο βρίσκεται το σημείο ανάκλασης καθορίζεται με τεχνικές τριγωνομέτρησης και χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό της καμπύλης του περιγράμματος κατά μήκος της ραφής. Στη συνέχεια κάθε καμπύλη χωρίζεται σε τρία μέρη και σε κάθε τμήμα υπολογίζεται ο λογάριθμος του μετασχηματισμού Fourier. Εξάγοντας τρεις περιοχές συχνοτήτων για κάθε τμήμα της ραφής προκύπτουν συνολικά 9 χαρακτηριστικά. Με την βοήθεια της ανάλυσης διαχωρισμού (discriminate analysis) εξετάζεται η σχέση των χαρακτηριστικών αυτών με τους 5 βαθμούς ποιότητας των ραφών.

Σάρωση λέιζερ και φασματική πληροφορία χρησιμοποιείται επίσης στις εργασίες (Park et. al., 1997 και Park and Kang, 1997), ωστόσο η αξιολόγηση πραγματοποιείται με χρήση τεχνητών νευρωνικών δικτύων. Τα δίκτυα εκπαιδεύονται με βάση την ανθρώπινη αξιολόγηση των ραφών η οποία πραγματοποιείται από εξειδικευμένους εργάτες.

Στις εργασίες (Kawabata et. al., 1997 , Kawabata, 1998) γίνεται επίσης χρήση σαρωτή λέιζερ. Όμως πριν την εξαγωγή του ύψους των πτυχώσεων εφαρμόζεται ένα καταωδιαβατό φίλτρο προκειμένου να μειωθεί η επίδραση των πολύ μικρών κυματώσεων στην αξιολόγηση της ποιότητας. Στη συνέχεια εκτιμάται ένα στατιστικό μέγεθος που αφορά στη διαφορά κάθε ύψους από το μέσο ύψος και με χρήση του νόμου Weber-Fechner συσχετίζεται ο λογάριθμος αυτού του στατιστικού μεγέθους με τους βαθμούς ποιότητας.

Στην εργασία Fan et. al., (1999) εξετάζεται η αντικειμενική αξιολόγηση πτυχώσεων ραφών σε δείγματα ραφής μετρώντας το ύψος των πτυχώσεων κατά μήκος των ραφών με σαρωτή λέιζερ. Οι

μετρήσεις που προσδιορίζονται με την παραπάνω διαδικασία φιλτράρονται στη συνέχεια μέσω ενός ζωνοδιαβατού φίλτρου Chebyshev, ώστε να αφαιρεθεί η υψηλή συχνότητα που προκύπτει από τις ξεχωριστές κλωστές ή την υφή του υφάσματος και οι συνιστώσες χαμηλών συχνοτήτων που προκύπτουν από το περίγραμμα των δειγμάτων. Οι φιλτραρισμένες καμπύλες αναλύονται υπολογίζοντας τέσσερις στατιστικές παραμέτρους που συγκρίνονται με τους υποκειμενικούς βαθμούς ποιότητας οι οποίοι εξάγονται με χρήση του αντίστοιχου AATCC προτύπου (AATCC, 1993). Συγκεκριμένα η πρώτη στατιστική παράμετρος είναι ο λογάριθμος της μέσης απόκλισης από το μέσο ύψος των πτυχώσεων, ενώ οι υπόλοιπες τρεις είναι οι λογάριθμοι της διασποράς της ασυμμετρίας και της κύρτωσης του ύψους των πτυχώσεων. Για τις δύο πρώτες παραμέτρους προκύπτει υψηλή συσχέτιση με τους υποκειμενικούς βαθμούς ποιότητας. Προκειμένου να εξεταστεί η εφαρμογή της μεθόδου και σε έτοιμα ενδύματα κατά την αξιολόγηση της μεθόδου τα δείγματα τοποθετήθηκαν σε πέντε διαφορετικές επιφάνειες. Στην εργασία Fan and Liu, (2000) η μέθοδος επεκτάθηκε και σε ραφές έτοιμων ενδυμάτων παρουσιάζοντας καλύτερα αποτελέσματα αυτόματης αξιολόγησης της ποιότητας ραφής σε σχέση με την ανθρώπινη αξιολόγηση. Η μέθοδος ωστόσο χρησιμοποιεί τρισδιάστατο σαρωτή λέιζερ που αυξάνει το κόστος βιομηχανικής εφαρμογής σε απαγορευτικά επίπεδα.

Σε τρισδιάστατο σαρωτή λέιζερ στηρίζεται και η εργασία Kang and Lee, (2000), κατά την οποία πραγματοποιείται αντικειμενική αξιολόγηση της τραχύτητας της επιφάνειας σε περιπτώσεις ζαρωμένων υφασμάτων και πτυχώσεων ραφών με χρήση γεωμετρίας φράκταλ (Fractal geometry). Οι φράκταλ διαστάσεις των ζαρωμένων υφασμάτων και των πτυχώσεων ραφής υπολογίζονται με τις μεθόδους spatial cubical box-counting (Peitgen et. al., 1992) και cross-sectional (Mandelbrot, et. al., 1984). Τα αποτελέσματα συγκρίνονται με την υποκειμενική αξιολόγηση των υφασμάτων και δείχνουν ότι η νέα αντικειμενική μέθοδος δίνει ένα ποσοτικό μέγεθος το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για αξιολόγηση μεγαλύτερης ακρίβειας.

Στην ίδια κατεύθυνση κινήθηκε και η εργασία Kang et. al., (2005), όπου για τον υπολογισμό των φράκταλ διαστάσεων προτείνεται μια wavelet-fractal μέθοδος. Οι φράκταλ διαστάσεις χρησιμοποιούνται για να αξιολογηθεί αντικειμενικά η ανομοιομορφία της επιφάνειας των ζαρωμένων υφασμάτων και οι πτυχώσεις ραφής. Η προτεινόμενη μέθοδος αξιολογείται αρχικά χρησιμοποιώντας φράκταλ επιφάνειες που προέκυψαν από μαθηματικές συναρτήσεις και συγκρίθηκε με τις μεθόδους box και cube counting. Στη συνέχεια η μέθοδος εφαρμόζεται σε τρισδιάστατα δεδομένα, τα οποία προέκυψαν με σάρωση δειγμάτων πτυχώσεων ραφών καθώς και τυποποιημένων πλαστικών ομοιωμάτων χρησιμοποιώντας ένα τρισδιάστατο σύστημα σάρωσης με λέιζερ. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι φράκταλ διαστάσεις που μετρήθηκαν με τη μέθοδο wavelet-fractal δείχνουν τη δυνατότητα εύκολης διάκρισης ανάμεσα στους διαφορετικούς βαθμούς ζαρωμάτων αλλά και πτυχώσεων ραφών.

Αξιολόγηση με χρήση κάμερας ή σαρωτή εικόνας

Η έρευνα των Bahlmann et. al., (1999) περιλαμβάνει τη δημιουργία ενός αυτόματου συστήματος που θα κάνει ταχύτερη και πιο αντικειμενική αξιολόγηση της ραφής με χρήση μηχανικής όρασης. Η προσέγγιση αυτή βασίζεται στο γεγονός ότι μια μέθοδος οπτικού ελέγχου είναι πιο εύκολο να υλοποιηθεί από τεχνική άποψη και ταυτόχρονα είναι πιο κοντά στον τρόπο που εκτελούν τον έλεγχο οι άνθρωποι. Το σύστημα που δημιούργησαν αποτελείται από μία κάμερα για την απόκτηση

εικόνας, έναν αλγόριθμο για την ανίχνευση της ραφής, ένα στάδιο εξαγωγής χαρακτηριστικών τα οποία προέρχονται από το πεδίο των συχνοτήτων και από ένα νευρωνικό δίκτυο για την κατηγοριοποίηση δειγμάτων ραφής σε πέντε βαθμούς ποιότητας. Η αξιολόγηση βασίζεται στο διεθνές πρότυπο ISO/DIS 7770, (1981), όπου περιλαμβάνονται φωτογραφίες ραφών που βαθμολογούνται με βάση τις *πτυχώσεις λόγω ραφής (seam puckering)* από την τιμή ένα (χειρότερη) έως πέντε (καλύτερη).

Η εργασία Aibara et. al., (2000) βασίζεται επίσης σε μηχανική όραση, ωστόσο αντί για κάμερα χρησιμοποιείται σαρωτής εικόνας. Το προτεινόμενο σύστημα πραγματοποιεί ποιοτικό έλεγχο σε αντρικά κουστούμια αξιολογώντας τις πτυχώσεις λόγω ραφής. Το σύστημα αποτελείται από ένα στάδιο προεπεξεργασίας, στη συνέχεια προσδιορίζεται ο μέσος όρος φωτεινότητας ανά γραμμή της εικόνας και υπολογίζονται οι διαστάσεις φράκταλ (fractal dimensions) των καμπύλων φωτεινότητας, ενώ στο τελικό στάδιο η κατηγοριοποίηση στους βαθμούς ποιότητας γίνεται με το κριτήριο της ελάχιστης απόστασης. Ένα πρωτότυπο στοιχείο αυτής της εργασίας είναι πως η προεπεξεργασία στην εικόνα εκτελείται εξετάζοντας την μεταβολή της μέσης διασποράς της εικόνας σε διαφορετικές κλίμακες. Η εργασία αυτή είναι το επιστέγασμα προηγούμενης έρευνας στο επιστημονικό πρόβλημα που παρουσιάζεται στις εργασίες Muranaka and Aibara, 1995, Aibara et. al. 1997, Aibara and Mabuchi, 1998, Aibara et. al., 1999, Mabuchi and Aibara, 1999, και η οποία χρησιμοποιείται για σύγκριση με τα νέα αποτελέσματα. Από τη σύγκριση αυτή προκύπτει πως η επιλογή των fractal dimensions ως παραμέτρων ταξινόμησης υπερτερεί σε σχέση με προηγούμενες επιλογές, όπως ο μετασχηματισμός Hough, ο Διακριτός Μετασχηματισμός Συνημίτονου (Distinct Cosine Transform ,DCT), στατιστικά δευτέρου βαθμού (second order statistics) και μετασχηματισμοί wavelet.

Τα αυτόματα συστήματα ποιοτικού ελέγχου ραφής που αναπτύχθηκαν κατά την εκπόνηση της παρούσας διατριβής βασίζονται σε επεξεργασία της οπτικής πληροφορίας που έχει αποκτηθεί με τη βοήθεια μίας κάμερας. Στη συνέχεια του κεφαλαίου παρουσιάζονται τρία νέα συστήματα αυτόματης αξιολόγησης των πτυχώσεων σε δείγματα ραφής με ταξινόμηση σε πέντε βαθμούς ποιότητας σύμφωνα με το πρότυπο ISO/DIS 7770. Τα συστήματα αυτά βασίζονται σε πρωτότυπα χαρακτηριστικά και απλούς αλλά αποτελεσματικούς ταξινομητές.

4.2 Αξιολόγηση πτυχώσεων χρησιμοποιώντας φασματική πληροφορία

Η φασματική πληροφορία των δειγμάτων ραφής είναι στενά συσχετισμένη με τον βαθμό ποιότητάς τους, όπως άλλωστε υποστηρίζεται και στην εργασία Bahlmann et al., (1999). Για το λόγο αυτό, στα πλαίσια της παρούσας διατριβής εξετάστηκαν διαφορετικά σύνολα χαρακτηριστικών τα οποία περιέχουν πληροφορίες από το πεδίο των συχνοτήτων. Επίσης αναπτύχθηκαν μέθοδοι αυτομάτου ποιοτικού ελέγχου ραφής που βασίζονται σε αυτά τα χαρακτηριστικά. Οι μέθοδοι αποτελούνται από τρία βασικά μέρη. Αρχικά γίνεται απόκτηση των οπτικών δεδομένων και κανονικοποίηση τους ως προς την θέση της ραφής. Στη συνέχεια εξάγονται τα χαρακτηριστικά με ανάλυση Fourier ή Διακριτό Μετασχηματισμό Συνημίτονου (Discrete Cosine Transform). Τέλος, τα εξαγόμενα χαρακτηριστικά τροφοδοτούν ένα νευρωνικό δίκτυο ακτινικών συναρτήσεων (RBFNN) το οποίο ταξινομεί τα δείγματα σε πέντε κατηγορίες.

4.2.1 Απόκτηση εικόνας

Η ποιότητα των λαμβανόμενων εικόνων εξαρτάται από τρεις βασικούς παράγοντες: την θέση των δειγμάτων ραφής, τις ρυθμίσεις του φωτισμού και την οπτική γωνία της κάμερας. Ακολουθώντας την διαδικασία λήψης των εικόνων που προτείνεται στο Bahlmann et al., (1999), κάθε δείγμα τοποθετείται κατακόρυφα (Σχήμα 4.3) τεντωμένο από το ίδιο του το βάρος. Στη συνέχεια εφαρμόζεται πλάγιος φωτισμός σχηματίζοντας μικρή γωνία με το επίπεδο του δείγματος με αποτέλεσμα να ενισχύονται οι αντιθέσεις λόγω της κυμάτωσης κατά μήκος της ραφής. Η τοποθέτηση της φωτεινής πηγής είναι τέτοια ώστε η προβολή του άξονα των φωτεινών ακτίνων στο επίπεδο των δειγμάτων να είναι κατά το δυνατόν παράλληλη με τη γραμμή ραφής. Τέλος ο άξονας της κάμερας σχηματίζει ορθή γωνία με το επίπεδο των δειγμάτων.

Σχήμα 4.3 Αρχιτεκτονική συστήματος απόκτησης εικόνας

4.2.2 Κανονικοποίηση ως προς τη θέση και τον προσανατολισμό της ραφής

Στις ληφθείσες εικόνες εφαρμόζεται μια διαδικασία προεπεξεργασίας έτσι ώστε να μειωθεί ο υπάρχον θόρυβος, να αφαιρεθεί τυχόν άχρηστη πληροφορία και να περιοριστεί η διασπορά των εξαγόμενων χαρακτηριστικών.

Στο στάδιο της προεπεξεργασίας εντοπίζεται αρχικά η θέση και ο προσανατολισμός της ραφής σε κάθε εικόνα. Στην συνέχεια οι εικόνες κανονικοποιούνται έτσι ώστε η ραφή να βρίσκεται στο μέσο της εικόνας και να είναι παράλληλη με τον κατακόρυφο άξονα της εικόνας. Θεωρώντας πως η γραμμή ραφής μπορεί να προσεγγιστεί από μια ακολουθία ευθύγραμμων τμημάτων, η θέση της ραφής μπορεί να εκτιμηθεί εφαρμόζοντας τον μετασχηματισμό Radon όπως περιγράφεται στο Κεφάλαιο 3. Ακόμα και σε περιπτώσεις έντονων πτυχώσεων, όπου προκύπτουν παραμορφώσεις στην γραμμή ραφής, ο εντοπισμός της ραφής είναι επιτυχής. (Σχήμα 4.4β).

Σχήμα 4.4 (α) Αρχική εικόνα δείγματος ραφής, (β) εντοπισμός ραφής, (γ) περιστροφή και μετατόπιση, (δ) επιλογή περιοχής ενδιαφέροντος και (ε) εφαρμογή φίλτρου κινούμενου μέσου όρου.

Γνωρίζοντας την θέση της ραφής στην εικόνα, η περιοχή που μας ενδιαφέρει επιλέγεται αυτόματα και ο θόρυβος που οφείλεται στην υφή του υφάσματος αφαιρείται μέσω ενός φίλτρου κινούμενου μέσου όρου (Σχήμα 4.4ε).

4.2.3 Εξαγωγή φασματικής πληροφορίας

Η κατάλληλη επιλογή των χαρακτηριστικών μπορεί να αυξήσει σημαντικά την επιτυχία του συστήματος αξιολόγησης. Σε αυτήν την ενότητα παρουσιάζονται και αξιολογούνται διαφορετικά φασματικά χαρακτηριστικά, όπως αυτά προκύπτουν με εφαρμογή ολοκληρωτικών μετασχηματισμών στις εικόνες. Δημοφιλείς μετασχηματισμοί είναι ο μονοδιάστατος και ο διωδιάστατος μετασχηματισμός Fourier καθώς και ο διωδιάστατος μετασχηματισμός συνημίτονου (DCT).

Ο μονοδιάστατος μετασχηματισμός Fourier εφαρμόστηκε κατά τη διεύθυνση της ραφής, κατά μήκος δηλαδή των στηλών των κανονικοποιημένων εικόνων, καθώς σε αυτήν την διεύθυνση μεταδίδεται και η κυμάτωση. Σε προηγούμενη εργασία Bahlmann et. al., (1999) υποστηρίζεται ότι η κυμάτωση αποτελείται κυρίως από δύο ζώνες συχνοτήτων. Η ζώνη υψηλών συχνοτήτων συναντάται στην περιοχή γύρω από τη ραφή, ενώ η αντίστοιχη χαμηλότερων συχνοτήτων συναντάται σε λίγο μεγαλύτερη απόσταση από τη ραφή. Ισοδύναμα μπορούμε να ισχυριστούμε ότι η ενέργεια της κυμάτωσης μετατοπίζεται σε πιο χαμηλές συχνότητες καθώς απομακρυνόμαστε από τη ραφή. Επιπλέον, η ενέργεια που αντιστοιχεί σε αυτές τις συχνότητες δίνεται από το τετράγωνο των τιμών των αντίστοιχων συντελεστών Fourier και μάλιστα όσο πιο τραχιά γίνεται η ραφή τόσο αυξάνεται και η τιμή των συντελεστών. Συνεπώς, ο μεγαλύτερος όγκος της πληροφορίας σχετικά με την ομαλότητα της ραφής περιέχεται στους συντελεστές χαμηλών συχνοτήτων των μετασχηματισμών Fourier των ακραίων στηλών και στους συντελεστές υψηλών συχνοτήτων των μετασχηματισμών των μεσαίων στηλών των κανονικοποιημένων εικόνων.

Διαφορετική είναι η προσέγγιση στην περίπτωση του διωδιάστατου μετασχηματισμού Fourier. Σε αυτήν την περίπτωση το διάνυσμα των χαρακτηριστικών αποτελείται από τους αρχικούς συντελεστές του μετασχηματισμού οι οποίοι όμως πλέον περιγράφουν την κυμάτωση των πτυχώσεων σε όλες τις διευθύνσεις. Ο διωδιάστατος μετασχηματισμός Fourier επιτυγχάνει ακόμα μεγαλύτερη συμπίεση της χωρικής πληροφορίας και η ενέργεια της κυμάτωσης εμπεριέχεται στους επιλεγμένους συντελεστές του ακόμα και αν η κυμάτωση έχει διαφορετική διεύθυνση από τη ραφή.

Ο διωδιάστατος μετασχηματισμός συνημίτονου οδηγεί σε ένα ακόμα ενδιαφέρον διάνυσμα χαρακτηριστικών, καθώς το μεγαλύτερο μέρος της ενέργειας των εικόνων συμπίεζεται στους συντελεστές χαμηλών συχνοτήτων του μετασχηματισμού. Ακόμα και σε περιπτώσεις έντονων πτυχώσεων, η συχνότητα της κυμάτωσης είναι πολύ μικρότερη από αυτή της υψής του υφάσματος με αποτέλεσμα λίγοι μόνο συντελεστές χαμηλών συχνοτήτων του μετασχηματισμού συνημίτονου να περιέχουν αρκετή πληροφορία για την κυμάτωση.

4.2.4 Ταξινόμηση με χρήση RBFNN

Η εκτίμηση του βαθμού ποιότητας των δειγμάτων ραφής επιτυγχάνεται με την εισαγωγή των διανυσμάτων των εξαγόμενων χαρακτηριστικών σε νευρωνικό δίκτυο ακτινικών συναρτήσεων. Η επιλογή του συγκεκριμένου νευρωνικού δικτύου βασίστηκε στην μεγάλη προσαρμοστική του ικανότητα αλλά και στην ύπαρξη αποδοτικών αλγορίθμων εκπαίδευσης Chen, (1991).

Στην αρχιτεκτονική που χρησιμοποιήθηκε, το επίπεδο εξόδου του δικτύου αποτελείται από πέντε νευρώνες, όσοι είναι δηλαδή και οι βαθμοί ποιότητας. Ο κάθε νευρώνας αντιπροσωπεύει έναν μόνο βαθμό ποιότητας. Κατά την ταξινόμηση το διάνυσμα χαρακτηριστικών κάθε δείγματος τοποθετείται στην είσοδο του δικτύου και η ενεργοποίηση του δικτύου οδηγεί στον υπολογισμό των αντίστοιχων τιμών της εξόδου. Ο πλέον ενεργοποιημένος νευρώνας εξόδου αντιστοιχεί στον βαθμό ποιότητας του δείγματος. Η βέλτιστη επιλογή των παραμέτρων του νευρωνικού δικτύου, που αναφέρονται στις διασπορές των ακτινικών συναρτήσεων καθώς και στον αριθμό των νευρώνων του κρυφού επιπέδου, επιτεύχθηκε με πειραματική αξιολόγηση της απόδοσης των αντίστοιχων νευρωνικών δικτύων.

4.2.5 Πειραματικά αποτελέσματα

Τα χαρακτηριστικά που προσδιορίζονται από την ψηφιακή εικόνα της ραφής και το προτεινόμενο νευρωνικό δίκτυο αξιολογήθηκαν με χρήση 204 εικόνων από δείγματα ραφής γνωστού βαθμού ποιότητας μεγέθους 9×4 cm. Για την απόκτηση των εικόνων χρησιμοποιήθηκε η ψηφιακή κάμερα Olympus 5050Zoom και η ανάλυση των εικόνων ήταν 400×170 εικονοστοιχεία, επομένως το κάθε εικονοστοιχείο αντιστοιχεί σε περίπου 0.222 mm. Στην συνέχεια οι 204 εικόνες χωρίστηκαν σε δύο μη επικαλυπτόμενα σύνολα 136 και 68 εικόνων τα οποία και αποτέλεσαν αντίστοιχα τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου.

Στην περίπτωση των χαρακτηριστικών του μονοδιάστατου μετασχηματισμού Fourier, χρησιμοποιήθηκαν δυο ζώνες συχνοτήτων. Η χαμηλή ζώνη περιλαμβάνει τους πρώτους 20 συντελεστές Fourier εκτός από τον αρχικό, ενώ η δεύτερη ζώνη περιλαμβάνει από τον εικοστό έως και τον τεσσαρακοστό συντελεστή. Όσες στήλες απέχουν λιγότερο από 15 εικονοστοιχεία εκατέρωθεν από τη γραμμή ραφής (κεντρική στήλη), ανήκουν στην υψηλή ζώνη ενώ όσες απέχουν παραπάνω από 55 εικονοστοιχεία στην χαμηλή ζώνη. Συνολικά προκύπτουν τέσσερις περιοχές, δύο κοντά στην ραφή η μία από δεξιά και η άλλη από αριστερά οι οποίες ανήκουν στην υψηλή ζώνη και άλλες δύο πιο απομακρυσμένες που ανήκουν στην χαμηλή. Σε κάθε περιοχή επιλέγεται μόνο ο μέγιστος από τους συντελεστές όλων των στηλών της περιοχής και για την ζώνη στην οποία ανήκει. Έτσι προκύπτει ένα τετραδιάστατο διάνυσμα χαρακτηριστικών για κάθε εικόνα. Η επιλογή του μέγιστου συντελεστή υιοθετείται για να επιτευχθεί σημαντική μείωση του μεγέθους του διανύσματος των χαρακτηριστικών. Αν χρησιμοποιηθούν όλοι οι συντελεστές της αντίστοιχης ζώνης κάθε περιοχής προκύπτουν διανύσματα 1830 παραμέτρων. Ένας τόσο υψηλός αριθμός χαρακτηριστικών εκτός του ότι αυξάνει δραματικά το υπολογιστικό κόστος είναι απαγορευτικός κυρίως γιατί δημιουργεί πρόβλημα υπερ-εκπαίδευσης (overfitting) του νευρωνικού δικτύου το οποίο μπορεί να αντιμετωπιστεί μόνο με αντίστοιχη αύξηση των εικόνων που χρησιμοποιούνται για εκπαίδευση.

Στο διδιάστατο μετασχηματισμό Fourier αλλά και στο μετασχηματισμό συνημίτονου, επειδή η χωρική πληροφορία δεν κωδικοποιείται με απλό τρόπο, δεν υπάρχει πλέον δυνατότητα διαχωρισμού φασματικών χαρακτηριστικών σε διαφορετικές περιοχές της εικόνας. Επιπλέον οι δύο ζώνες συχνοτήτων έχουν συγχωνευτεί σε μία η οποία περιλαμβάνει μόνο τους 20 πρώτους συντελεστές, εκτός από τον αρχικό. Λόγω του διαφορετικού τρόπου κωδικοποίησης και ενοποίησης της πληροφορίας η αναζήτηση του μέγιστου συντελεστή δεν είναι αποτελεσματική τεχνική. Συνεπώς, στην περίπτωση που εφαρμόζεται ο διδιάστατος μετασχηματισμός Fourier χρησιμοποιούνται όλοι οι συντελεστές χαμηλών και μέσων συχνοτήτων του μετασχηματισμού. Το γεγονός αυτό δημιουργεί μεγάλα διανύσματα 209 στοιχείων.

Τα πειραματικά αποτελέσματα δίνουν το υψηλότερο ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης στην περίπτωση των χαρακτηριστικών που εξάγονται με χρήση του μονοδιάστατου μετασχηματισμού Fourier. Πιο συγκεκριμένα, το μεγαλύτερο ποσοστό επιτυχίας αγγίζει σε αυτήν την περίπτωση το 69,12% και επιτυγχάνεται με χρήση 8 νευρώνων στο κρυφό επίπεδο, ενώ η διασπορά της ακτινικής συνάρτησης βάσης είναι 0.269. Στον Πίνακα 4.1 παρουσιάζεται η συμφωνία της συγκεκριμένης ταξινόμησης με τους βαθμούς ποιότητας των δειγμάτων που προέκυψαν από την ανθρώπινη αξιολόγηση. Ο αριθμός της γραμμής δηλώνει τον βαθμό ποιότητας που προκύπτει από την ταξινόμηση του RBF νευρωνικού δικτύου, ενώ ο αριθμός της στήλης το βαθμό ποιότητας που προκύπτει από την ανθρώπινη ταξινόμηση. Όσο μεγαλύτερο γίνεται το ίχνος του πίνακα σύγκρισης, τόσο καλύτερη θεωρείται η ταξινόμηση του δικτύου, καθώς οι διαγώνιες τιμές αντιστοιχούν στο πλήθος των δειγμάτων που ταξινομούνται στην ίδια κατηγορία με τους βαθμούς ποιότητας των δειγμάτων της ανθρώπινης αξιολόγησης. Παρατηρούμε επίσης πως ενώ οι κατηγορίες 1,3,5 έχουν υψηλό ποσοστό επιτυχούς αναγνώρισης, οι ενδιάμεσες κατηγορίες 2 και 4 παρουσιάζουν μεγάλο βαθμό ασυμφωνίας με αποτέλεσμα κανένα δείγμα να μην ταξινομείται στην κατηγορία 2.

Πίνακας 4.1 Πίνακας σύγκρισης ταξινομήσεων

Ανθρ. RBF	1	2	3	4	5
1	12	3	1	0	0
2	1	0	0	0	0
3	2	7	15	1	0
4	0	0	0	6	0
5	0	0	2	4	14

Στον Πίνακα 4.2 περιέχονται διαφορετικά μέτρα αξιολόγησης της ταξινόμησης, όπως η ανάκληση (recall), η ακρίβεια (precision) και το μέτρο f (f-measure) (Witten and Frank, 2005). Η ανάκληση κάθε κατηγορίας δηλώνει τον λόγο των σωστά ταξινομημένων προτύπων της κατηγορίας προς τον συνολικό τους αριθμό, ενώ η ακρίβεια το λόγο των σωστά ταξινομημένων προτύπων της κατηγορίας προς το συνολικό αριθμό προτύπων που ταξινομούνται από το αυτόματο σύστημα στην κατηγορία. Το μέτρο f αποτελεί συνδυασμό των δύο προηγούμενων μέτρων. Το σύνολο τιμών αυτών των μέτρων περιορίζεται στο διάστημα [0,1] και όσο πλησιάζουν στη μονάδα τόσο καλύτερη

θεωρείται η απόδοση του ταξινομητή. Από τον Πίνακα 4.2 προκύπτει πως η ανάκληση για τις κατηγορίες 1,3,5 είναι αρκετά υψηλή, αλλά στις ενδιάμεσες κατηγορίες 2 και 4 είναι ιδιαίτερα χαμηλή. Μάλιστα στην περίπτωση της κατηγορίας 2 είναι μηδενική. Στον ίδιο πίνακα περιλαμβάνεται και το μέτρο κ (Cohen, 1960) το οποίο λαμβάνει επίσης τιμές στο διάστημα [0,1] και είναι ένας δείκτης του πόσο στατιστικά ασφαλές είναι να θεωρηθεί πως η συμφωνία ανάμεσα στην αυτόματη ταξινόμηση των ραφών και την ανθρώπινη αξιολόγηση δεν είναι αποτέλεσμα σύμπτωσης. Τυπικά μια τιμή μεγαλύτερη του 0.6 δείχνει ότι η πιθανότητα η συμφωνία να είναι συμπτωματική δεν είναι στατιστικά σημαντική.

Πίνακας 4.2 Μέτρα αξιολόγησης της ταξινόμησης

	1D-FFT, 8 νευρώνες, διασπορά 0.269				
Βαθμός Ποιότητας	1	2	3	4	5
Ανάκληση	0.80	0.00	0.83	0.55	1.00
Ακρίβεια	0.75	0.00	0.60	1.00	0.70
Μέτρο f	0.77	-	0.70	0.71	0.82
μέτρο κ	0.60				
Ποσοστό Επιτυχίας	69.12%				

Στην περίπτωση του διδιάστατου μετασχηματισμού Fourier, το καλύτερο ποσοστό επιτυχίας είναι 61.76% και πραγματοποιείται με χρήση 20 νευρώνων στο κρυφό επίπεδο, ενώ στην περίπτωση του διδιάστατου μετασχηματισμού συνημίτονου, το καλύτερο ποσοστό επιτυχίας είναι μόλις 58.82% και με χρήση 24 νευρώνων στο κρυφό επίπεδο.

Ο λογάριθμος του πλάτους των μετασχηματισμών παρουσιάζει μικρότερη ευαισθησία σε διακυμάνσεις της ενέργειας ανάμεσα στις διαφορετικές εικόνες δειγμάτων που έχουν αξιολογηθεί με ίδιο βαθμό ποιότητας. Για το λόγο αυτό τα πειράματα επανελήφθησαν, χρησιμοποιώντας τον φυσικό λογάριθμο αντί της απόλυτης τιμής των συντελεστών. Τα αποτελέσματα δεν βελτιώνονται όσο αφορά στο ποσοστό επιτυχίας αλλά επιτυγχάνεται γρηγορότερη σύγκλιση του νευρωνικού δικτύου στην τελική του κατάσταση, στις περιπτώσεις των διδιάστατων μετασχηματισμών καθώς παρατηρείται σημαντική μείωση του αριθμού νευρώνων του κρυφού επιπέδου. Όλα τα πειραματικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.3.

Πίνακας 4.3 Συνολικά πειραματικά αποτελέσματα

	1D-FFT	2D-FFT	2D-DCT	Log(1D-FFT)	Log(2D-FFT)	Log(2D-DCT)
Επιτυχία Ταξινόμησης (%)	69.12	61.76	58.82	67.64	63.23	55.88
Αρ. Νευρώνων	8	20	24	11	8	16
Διασπορά ακτινικών συναρτήσεων	0.269	14.36	18.47	6.57	12.68	14.21

Ένα πολύ σημαντικό συμπέρασμα που προκύπτει από τα συνολικά πειραματικά αποτελέσματα, είναι η σπουδαιότητα της προεπεξεργασίας, κατά την οποία ανιχνεύεται η ραφή και η εικόνα κανονικοποιείται. Η διαδικασία της κανονικοποίησης επιτρέπει την εφαρμογή του μονοδιάστατου

μετασχηματισμού Fourier κατά τη διεύθυνση της ραφής οδηγώντας σε διανύσματα τεσσάρων μόνο χαρακτηριστικών. Αντίθετα στην περίπτωση του δισδιάστατου μετασχηματισμού, όπου η πληροφορία για τη θέση και τον προσανατολισμό της ραφής δεν αξιοποιείται από το αυτόματο σύστημα, οδηγούμαστε σε πολύ μεγαλύτερα διανύσματα 209 χαρακτηριστικών. Επιπλέον, στην περίπτωση του δισδιάστατου σχηματισμού, παρά τη μεγάλη αύξηση του πλήθους των χαρακτηριστικών που χρησιμοποιούνται, παρατηρούνται χαμηλότερα ποσοστά επιτυχούς ταξινόμησης περίπου κατά 8% σε σχέση με την περίπτωση του μονοδιάστατου μετασχηματισμού.

4.3 Αξιολόγηση πτυχώσεων επιβάλλοντας αυτοσκίαση

Το φαινόμενο των πτυχώσεων δημιουργεί ανομοιομορφία στην επιφάνεια του υφάσματος, την οποία μπορούμε να εκμεταλλευτούμε χρησιμοποιώντας τον κατάλληλο φωτισμό έτσι ώστε να δημιουργηθούν σκιές επάνω στο ύφασμα. Επειδή οι σκιές αυτές οφείλονται σε ανυψωμένα τμήματα του ίδιου του υφάσματος αναφερόμαστε πλέον σε αυτοσκίαση. Στη συνέχεια αυτής της ενότητας προτείνεται μια μέθοδος για την αυτόματη εξαγωγή των σκιασμένων περιοχών από εικόνες δειγμάτων ραφής, ενώ η πληροφορία της σκιάς σε κάθε εικόνα χρησιμοποιείται σε έναν ταξινομητή πλησιέστερων γειτόνων ο οποίος αναγνωρίζει την ποιότητα της ραφής. Στο Σχήμα 4.5 παρουσιάζεται το δομικό διάγραμμα της μεθόδου.

Σχήμα 4.5 Δομικό διάγραμμα μεθόδου αξιολόγησης πτυχώσεων με επιβολή αυτοσκίασης.

4.3.1 Δημιουργία αυτοσκίασης

Η επιλογή του φωτισμού παίζει σημαντικό ρόλο στην διαδικασία απόκτησης εικόνων. Στην προκειμένη περίπτωση η τοποθέτηση του φωτισμού παίζει τον σημαντικότερο ρόλο, καθώς είναι αυτή που επιτρέπει την δημιουργία αυτοσκίασης. Δύο είναι τα βασικά σημεία που πρέπει να προσέξει κανείς κατά την τοποθέτηση του φωτισμού. Πρώτον, ο φωτισμός πρέπει να είναι αρκετά πλάγιος, ώστε ένα μέρος του να εμποδίζεται από τις υπερυψωμένες περιοχές και δεύτερον, η προβολή του άξονα των φωτεινών ακτινών στο επίπεδο των δειγμάτων πρέπει να είναι σχεδόν παράλληλη με τη γραμμή ραφής καθώς οι πτυχώσεις διαδίδονται σε αυτή τη διεύθυνση. Εφαρμόζεται επομένως η μεθοδολογία απόκτησης εικόνας που περιγράφεται στην ενότητα 4.2.1, η οποία τηρεί τις παραπάνω συνθήκες. Λόγω της υψηλής εξάρτησης του περιεχομένου των αποκτημένων εικόνων από τις συνθήκες φωτισμού, για το υπόλοιπο της ενότητας θεωρείται χωρίς περαιτέρω αναφορά πως όλες οι εικόνες αποκτήθηκαν υπό τις ίδιες συνθήκες φωτισμού. Στο σχήμα 4.6 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα δείγματος βαθμού ποιότητας 1 στο οποίο εφαρμόζεται πλάγιος φωτισμός και προκαλείται αυτό-σκίαση.

Σχήμα 4.6 Δείγμα ραφής βαθμού ποιότητας 1 στο οποίο εφαρμόζεται πλάγιος φωτισμός.

4.3.2 Αυτόματη εξαγωγή περιοχών υπό σκιά

Με χρήση πλάγιου φωτισμού επιτυγχάνεται αυτοσκίαση των δειγμάτων ραφής. Όταν η ποιότητα ραφής χειροτερεύει τότε αυξάνεται το μέγεθος της σκιασμένων περιοχών. Σε αυτήν την υποενότητα προτείνεται μια μέθοδος για τον αυτόματο καθορισμό αυτών των σκιασμένων περιοχών, η οποία στηρίζεται σε τεχνικές αυτόματης κατωφλίωσης.

Ο όρος αυτόματη κατωφλίωση αναφέρεται στην διαδικασία κατά την οποία ορίζεται αυτόματα μία τιμή φωτεινότητας (κατώφλι) χρησιμοποιώντας τις φωτεινότητες της αρχικής εικόνας και στη συνέχεια η εικόνα μετασχηματίζεται σε δυαδική με τα εικονοστοιχεία που αρχικά είχαν τιμή μεγαλύτερη του κατωφλίου να παίρνουν την τιμή 1 και τα υπόλοιπα την τιμή 0 ή και αντίστροφα.

Στην περίπτωση του ανομοιομορφου φωτισμού που εφαρμόζεται για τη δημιουργία αυτοσκίασης η παραπάνω διαδικασία δεν μπορεί να εφαρμοστεί στο σύνολο της εικόνας, καθώς η φωτεινότητα κάθε εικονοστοιχείου δεν εξαρτάται μόνο από το εάν ανήκει σε περιοχή σκιάς αλλά και από την απόστασή του από την φωτεινή πηγή. Η ανεπιθύμητη επίδραση αυτής της εξάρτησης στη διαδικασία κατωφλίωσης μπορεί να εξαλειφθεί εάν αντί ολόκληρης της εικόνας επιλεχθούν μικρότερα μέρη της μέσα στα οποία ο φωτισμός θεωρείται ομοιομορφος. Επομένως αντί να προσδιορίζεται ένα μοναδικό κατώφλι για όλη την εικόνα, επιλέγεται η δυναμική τεχνική του προσαρμοζόμενου κατωφλίου. Με αυτή την τεχνική ένα ορθογώνιο παράθυρο W σταθερού μεγέθους διατρέχει σταδιακά την εικόνα και για κάθε εικονοστοιχείο υπολογίζεται ένα τοπικό κατώφλι με βάση τις τιμές φωτεινότητας μόνο των εικονοστοιχείων που εμπεριέχονται στο

παράθυρο. Μέχρι να ολοκληρωθεί η διαδικασία το παράθυρο έχει διατρήξει όλη την εικόνα με τέτοιο τρόπο ώστε κάθε εικονοστοιχείο της αρχικής εικόνας έχει βρεθεί στο κέντρο του παραθύρου και του έχει οριστεί ένα αντίστοιχο κατώφλι (Gonzales and Woods, 1992). Το μέγεθος του παραθύρου πρέπει να είναι αρκετά μικρό ώστε ο φωτισμός να μπορεί να θεωρηθεί ομοιόμορφος. Ωστόσο, θα πρέπει να είναι και αρκετά μεγάλο ώστε να υπερκαλύπτει και την μεγαλύτερη σκιασμένη περιοχή, καθώς διαφορετικά θα εκτιμάται λανθασμένα ότι όλα τα εικονοστοιχεία του παραθύρου ανήκουν σε περιοχή χαμηλής έντασης φωτισμού και ότι δεν υπάρχουν εικονοστοιχεία υπό σκιά. Όπως θα δείχθει και στην πειραματική αξιολόγηση οι δύο συνθήκες που τέθηκαν δεν είναι αμοιβαία αποκλειόμενες και μπορεί να υλοποιηθεί αποτελεσματική δυναμική κατωφλίωση ώστε να εντοπιστούν τα εικονοστοιχεία που ανήκουν σε περιοχή σκίασης.

4.3.3 Υπέρθυση Κανονικών Κατανομών

Προκειμένου να προσδιοριστούν αυτόματα τα τοπικά κατώφλια, εξετάζεται το ιστόγραμμα που προκύπτει σε κάθε θέση του κινούμενου παραθύρου. Απουσία σκιάς το ιστόγραμμα προσεγγίζει την κανονική κατανομή, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.7 και περιγράφεται από τη Σχέση 4.1.

Σχήμα 4.7 Ιστόγραμμα τμήματος υφάσματος απουσία αυτοσκίασης.

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (4.1)$$

Στη Σχέση 4.1, τα μ και σ συμβολίζουν αντίστοιχα τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση της κατανομής. Παρουσία σκιάς ωστόσο, το ιστόγραμμα εκτός από την κορυφή που αντιστοιχεί στη μέση τιμή της κατανομής των φωτεινών εικονοστοιχείων (illumination distribution) αποκτά και δεύτερη κορυφή σε κάποια μικρότερη τιμή φωτεινότητας που αντιστοιχεί στη μέση τιμή φωτεινότητας των εικονοστοιχείων υπό σκιά (shadow distribution). Δημιουργούνται επομένως ιστογράμματα δύο κορυφών (bimodal histograms) τα οποία θεωρούνται αποτέλεσμα υπέρθεσης δύο κανονικών κατανομών με διαφορετική μέση τιμή και τυπική απόκλιση. Μια συνήθης τακτική για τον υπολογισμό των μέσων τιμών και των τυπικών αποκλίσεων των δύο κατανομών είναι ο αλγόριθμος μεγιστοποίησης της πιθανοφάνειας (expectation maximization algorithm - EM, Titterton, 1985). Πρόκειται για μία επαναληπτική μέθοδο επαναπροσδιορισμού των εκτιμήσεων των παραμέτρων των κατανομών, η οποία ξεκινάει με μια τυχαία αρχική εκτίμηση για τις παραμέτρους των κατανομών και στη συνέχεια παράγει μια νέα εκτίμηση έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί η πιθανότητα εμφάνισης των φωτεινότητων που παρατηρούνται. Μετά τη σύγκλιση της μεθόδου, οι τιμές των παραμέτρων που υπολογίζονται χρησιμοποιούνται για την περιγραφή των κατανομών και για να οριστεί αυτόματα το κατώφλι. Στο Σχήμα 4.8 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα προσέγγισης του ιστογράμματος ενός παραθύρου που περιέχει εικονοστοιχεία υπό σκιά, με τις κανονικές κατανομές που προέκυψαν ύστερα από την εφαρμογή του αλγορίθμου EM που ικανοποιεί το κριτήριο μέγιστης πιθανοφάνειας.

Σχήμα 4.8 Ιστόγραμμα τιμήματος υφάσματος παρουσία αυτοσκίασης και εκτίμηση των δύο κανονικών κατανομών που οφείλονται στα εικονοστοιχεία υπό σκιά και στα φωτεινά εικονοστοιχεία.

Μια χρήσιμη παρατήρηση που αφορά στα ιστογράμματα των εικόνων ραφής σε πλάγιο φωτισμό είναι πως όταν αυξάνεται ο αριθμός των εικονοστοιχείων υπό σκιά, οι δύο κορυφές του ιστογράμματος γίνονται πιο ευδιάκριτες, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.9.

Σχήμα 4.9 Ιστογράμματα τμημάτων υφάσματος με αυξανόμενο ποσοστό αυτοσκίασης

4.3.4 Προτεινόμενη μέθοδος κατωφλίωσης

Εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο μεγιστοποίησης της πιθανοφάνειας στις εικόνες των ραφών, προκύπτουν δύο σημαντικά προβλήματα. Το πρώτο έχει να κάνει με το υψηλό υπολογιστικό κόστος, καθώς ο αλγόριθμος EM εκτελεί μεγάλο αριθμό αριθμητικών πράξεων σε κάθε βήμα. Επίσης ο συνολικός αριθμός των βημάτων εξαρτάται από την αρχική επιλογή των παραμέτρων και είναι συνήθως μεγάλος. Τέλος, το συνολικό υπολογιστικό κόστος για την κατωφλίωση μίας εικόνας γίνεται ακόμα μεγαλύτερο αφού για κάθε εικόνα ο αλγόριθμος EM εκτελείται τόσες φορές όσες και ο αριθμός των εικονοστοιχείων της, καθώς εφαρμόζεται σε κάθε θέση του παραθύρου. Το δεύτερο πρόβλημα έχει να κάνει με την περίπτωση όπου πολύ μικρός αριθμός εικονοστοιχείων σκιάς περιλαμβάνεται στο παράθυρο, όπως φαίνεται στο πρώτο ιστογράμμο του Σχήματος 4.8. Σε αυτήν την περίπτωση ακόμα και αν είναι γνωστό ακριβώς ποια εικονοστοιχεία είναι υπό σκιά, ο μικρός αριθμός τους δεν αρκεί ώστε να πραγματοποιηθεί στατιστικά σημαντική εκτίμηση των παραμέτρων της κατανομής τους.

Προκειμένου να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα του αυξημένου υπολογιστικού κόστους, αντί του αλγορίθμου ελαχιστοποίησης της πιθανοφάνειας, χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος ISODATA (Ridler and Calvard, 1978), ο οποίος είναι πιο απλός και συγκλίνει σε λιγότερα βήματα. Σύμφωνα με αυτόν τον αλγόριθμο, το ιστόγραμμα χωρίζεται αρχικά σε δύο τμήματα χρησιμοποιώντας ως πρώτο κατώφλι το $T_0 = 2^{D-1}$, που βρίσκεται στο μέσο της δυναμικής περιοχής. Σε περίπτωση δηλαδή που η φωτεινότητα μπορεί να πάρει $256=2^8$ διακριτές τιμές η τιμή του D είναι 8. Στη συνέχεια υπολογίζεται η μέση τιμή φωτεινότητας όσων εικονοστοιχείων είναι μικρότερα από το κατώφλι ($m_{d,0}$), καθώς και η μέση τιμή των εικονοστοιχείων που έχουν φωτεινότητα μεγαλύτερη από το κατώφλι ($m_{b,0}$). Η νέα τιμή για το κατώφλι T_1 υπολογίζεται ως ο μέσος όρος των δύο μέσων τιμών φωτεινότητας. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται χρησιμοποιώντας τη νέα τιμή για το κατώφλι, έως ότου σε δύο διαδοχικές εκτιμήσεις του κατωφλίου δεν αλλάξει η αριθμητική του τιμή. Η σχέση που περιγράφει τον υπολογισμό του κατωφλίου δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$T_k = \frac{1}{2}(m_{b,k-1} + m_{d,k-1}) \quad \text{until } T_k = T_{k-1} \quad (4.2)$$

Όπως και στην περίπτωση του αλγορίθμου μεγιστοποίησης της πιθανοφάνειας, έτσι και ο ISODATA δεν είναι αρκετά αποτελεσματικός όταν παρουσιάζονται ελάχιστες σκιές και οι δύο κορυφές δεν είναι σαφώς καθορισμένες στο ιστόγραμμα. Για αυτόν τον λόγο σε περιπτώσεις ελάχιστης σκιάς, το ιστόγραμμα αντιμετωπίζεται σαν καμπύλη μιας κορυφής και όλα τα εικονοστοιχεία χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της μέσης τιμής φωτεινότητας. Αν υπάρχουν σκιές το ιστόγραμμα θα είναι ασύμμετρο από τα αριστερά ως προς τη μέση τιμή φωτεινότητας m και γι' αυτό ελέγχεται σε ποια τιμή φωτεινότητας i_c ξεκινά η ασυμμετρία. Συγκεκριμένα, υπολογίζεται η τιμή φωτεινότητας i_c για την οποία ισχύει:

$$\sum_{i=m}^{i_c} f_i = 0.95 \sum_{i=m}^{255} f_i \quad (4.3)$$

Όπου η μεταβλητή f_i , δηλώνει το πλήθος των εικονοστοιχείων που έχουν ένταση φωτεινότητας i . Η τιμή του κατωφλίου επιλέγεται ως $m - i_c$.

Πρέπει ωστόσο να προσδιοριστεί πότε θα θεωρείται ότι το ιστόγραμμα περιέχει μόνο μια κορυφή, ώστε αντί του ISODATA να γίνεται έλεγχος συμμετρίας. Συνήθως για τέτοιου είδους ελέγχους χρησιμοποιούνται στατιστικές μέθοδοι όπως το χ-τετράγωνο τεστ. Προκειμένου όμως να μειωθεί το υπολογιστικό κόστος, καθώς ο έλεγχος θα έπρεπε να επαναλαμβάνεται για κάθε νέα θέση του παραθύρου, αντί του στατιστικού ελέγχου χρησιμοποιείται ένα καινούργιο στατικό κατώφλι. Το νέο κατώφλι T_{std} χρησιμοποιείται για τη σύγκριση με τη δειγματική τυπική απόκλιση του ιστογράμματος και σε περίπτωση που η απόκλιση είναι μικρότερη από το T_{std} , το ιστόγραμμα θεωρείται ότι έχει μόνο μια κορυφή, διαφορετικά θεωρείται ότι έχει δύο κορυφές και ο εντοπισμός των εικονοστοιχείων σκιάς πραγματοποιείται με τον αλγόριθμο ISODATA. Η τιμή του T_{std} προκύπτει πειραματικά και εξαρτάται από την υφή του υφάσματος και την αρχιτεκτονική του συστήματος απόκτησης εικόνων. Σε κάθε περίπτωση πάντως η τιμή του T_{std} πρέπει να είναι μεγαλύτερη από τη μέση δειγματική τυπική απόκλιση των διαθέσιμων δειγμάτων βαθμού ποιότητας 5.

Αφού στην αρχική εικόνα εφαρμοστεί η διαδικασία δυναμικής κατωφλίωσης, αναθέτοντας ένα κατώφλι $T_{int}(i,j)$ σε κάθε εικονοστοιχείο της, προκύπτει μία δυαδική εικόνα. Οι φωτεινές περιοχές της δυαδικής αυτής εικόνας αποτελούνται από εικονοστοιχεία της αρχικής των οποίων η φωτεινότητα ήταν μικρότερη από το κατώφλι τους, δηλαδή, $I(i,j) < T_{int}(i,j)$ και θεωρούνται περιοχές υπό σκιά. Το δομικό διάγραμμα της προτεινόμενης μεθόδου κατωφλίωσης παρουσιάζεται στο σχήμα που ακολουθεί.

Σχήμα 4.10 Δομικό διάγραμμα προτεινόμενης μεθόδου κατωφλίωσης

Μετά την εκτέλεση της διαδικασίας κατωφλίωσης, το σύνολο των εικονοστοιχείων σκιάς στην αρχική εικόνα ισούται με το άθροισμα των φωτεινών εικονοστοιχείων της αντίστοιχης δυαδικής εικόνας $B(i,j)$, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.11. Το χαρακτηριστικό που εξάγεται τελικά υπολογίζεται ως ο λόγος των φωτεινών εικονοστοιχείων της δυαδικής εικόνας προς τον συνολικό αριθμό εικονοστοιχείων που περιέχει όπως περιγράφεται και από την παρακάτω εξίσωση.

$$Sr = \frac{\text{Αρ. φωτεινών pixels}}{\text{Συνολικός αρ. pixels}} = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N B(i, j) \quad (4.4)$$

Όπου M, N ο συνολικός αριθμός γραμμών και στηλών της δυαδικής εικόνας.

Σχήμα 4.11 Αρχική εικόνα αυτοσκιασμένου δείγματος και η αντίστοιχη δυαδική η οποία προκύπτει χρησιμοποιώντας την προτεινόμενη μέθοδο κατωφλίωσης

4.3.5 Ταξινόμηση στους k πλησιέστερους γείτονες

Στο στάδιο της ταξινόμησης χρησιμοποιήθηκε ο ταξινομητής k πλησιέστερων γειτόνων (kNNc), καθώς είναι ένας από τους πιο απλούς αλλά και ταυτόχρονα αποδοτικούς ταξινομητές (Cover and Hart, 1967). Η απλότητα αυτού του ταξινομητή εντοπίζεται στο γεγονός ότι βασίζεται μόνο στην μνήμη των ήδη ταξινομημένων προτύπων εκπαίδευσης, που ονομάζονται πρότυπα αναφοράς και σε μια επιλεγμένη συνάρτηση απόστασης που χρησιμοποιείται για την αναγνώριση των πλησιέστερων k γειτόνων. Σύμφωνα με αυτόν τον ταξινομητή, ένα πρότυπο ταξινομείται στην κατηγορία στην οποία ανήκει η πλειοψηφία των k προτύπων αναφοράς που βρίσκονται πλησιέστερα στο πρότυπο, με βάση την επιλεγμένη συνάρτηση απόστασης. Το k είναι ένας θετικός ακέραιος αριθμός που συνήθως παίρνει μικρές τιμές. Στην περίπτωση που το k είναι μονάδα, τότε το κάθε πρότυπο ταξινομείται στην κατηγορία του πλησιέστερου προτύπου αναφοράς.

4.3.6 Πειραματική αξιολόγηση

Η αξιολόγηση της προτεινόμενης μεθόδου πραγματοποιήθηκε με χρήση 112 δειγμάτων ραφής προερχόμενα από μονόχρωμο σατέν ύφασμα. Το μέγεθος κάθε δείγματος ήταν περίπου 20×4 cm. Μια ομάδα τριών ατόμων ανάθεσε ένα βαθμό ποιότητας σε κάθε δείγμα, δηλώνοντας με 1 τη χειρότερη και με 5 την καλύτερη ποιότητα. Σε περίπτωση διαφωνίας, η ενδιάμεση τιμή των τριών βαθμολογήσεων επιλεγόταν ως ο τελικός βαθμός. Το ποσοστό αξιοπιστίας κάθε κριτή υπολογίστηκε βάσει της συμφωνίας της βαθμολογίας του κριτή με την τελική βαθμολογία της επιτροπής. Στη συνέχεια υπολογίστηκε ο μέσος όρος των ποσοστών επιτυχίας των τριών κριτών, ο οποίος ανέρχεται στο 81.55%. Το ποσοστό αυτό θα αποτελέσει μέτρο σύγκρισης για την επιτυχία ταξινόμησης του αυτόματου συστήματος.

Στο επόμενο στάδιο της πειραματικής διαδικασίας αποκτήθηκαν φωτογραφίες των 112 δειγμάτων σύμφωνα με την διαδικασία που παρουσιάστηκε στην ενότητα 4.3.1. Η γωνία που σχημάτιζε η διεύθυνση του φωτός σε σχέση με το επίπεδο των δειγμάτων ήταν περίπου 25°, αρκετά οξεία δηλαδή ώστε να δημιουργεί σκιές ακόμα και παρουσία ήπιων πτυχώσεων. Το μέγεθος των 112 εικόνων μετά την προεπεξεργασία ανέρχεται στα 468×90 εικονοστοιχεία, δίνοντας δηλαδή ανάλυση 22.5 pixels/cm. Αν και η χωρική ακρίβεια της εικόνας είναι σχετικά χαμηλή, κρίνεται

ικανοποιητική καθώς δεν παρουσιάζονται φαινόμενα πτυχώσεων σε κλίμακες μικρότερες των 0.1cm, τουλάχιστον όσο αφορά στα συγκεκριμένα δείγματα.

Το ποσοστό σκιάς σε κάθε εικόνα υπολογίστηκε σύμφωνα με τη διαδικασία που περιγράφεται στην Ενότητα 4.3.4. Το μέγεθος του παραθύρου W που χρησιμοποιήθηκε ορίστηκε στα 90×45 εικονοστοιχεία, αρκετά μεγαλύτερο από την πιο μεγάλη σκιασμένη περιοχή και ταυτόχρονα αρκετά μικρό ώστε να θεωρούμε την περιοχή ομοιόμορφα φωτισμένη. Το κατώφλι T_{std} ορίστηκε στην τιμή 20, ελαφρώς μεγαλύτερη από τη μέγιστη τυπική απόκλιση των δειγμάτων βαθμού 5. Στη συνέχεια υπολογίστηκε ο συντελεστής συσχέτισης ανάμεσα στα εξαγόμενα χαρακτηριστικά Sr και στους αντίστοιχους βαθμούς ποιότητας. Η υψηλή απόλυτη τιμή του συντελεστή συσχέτισης, η οποία ανέρχεται σε 0.964 υποδεικνύει ισχυρά γραμμική σχέση και δικαιολογεί την επιλογή των συγκεκριμένων χαρακτηριστικών.

Τα προτεινόμενα χαρακτηριστικά αξιολογήθηκαν επίσης με κριτήριο την επιτυχία ταξινόμησης της ποιότητας ραφής. Όπως και στην περίπτωση των κριτών έτσι και για το αυτόματο σύστημα η ταξινόμηση ενός δείγματος χαρακτηρίζεται επιτυχής εάν βρίσκεται σε συμφωνία με την τελική βαθμολογία της επιροπής. Η αυτόματη ταξινόμηση πραγματοποιήθηκε με χρήση ενός ταξινομητή kNNc που χρησιμοποιεί όλα τα διαθέσιμα παραδείγματα εκπαίδευσης ως πρότυπα αναφοράς και ως συνάρτηση απόστασης την Ευκλείδεια. Στη συνέχεια πραγματοποιήθηκαν πειράματα για διαφορετικές τιμές του k . Προκειμένου να περιοριστούν οι περιπτώσεις ισοψηφίας επιλέχθηκαν μόνοι αριθμοί, συγκεκριμένα $k \in (1, 3, \dots, 29)$, ενώ σε περίπτωση ισοψηφίας τα πρότυπα ταξινομούνται στην κατηγορία των πλησιέστερων γειτόνων με τη μικρότερη συνολική απόσταση. Η απόδοση του ταξινομητή αξιολογήθηκε χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του αχρησιμοποίητου παραδείγματος (Leaving-one-out cross-validation method, Kohavi, 1995). Σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο κάθε παράδειγμα χρησιμοποιείται μια φορά για έλεγχο, ενώ κατά τον έλεγχο όλων των υπολοίπων παραδειγμάτων αποτελεί μέλος του συνόλου παραδειγμάτων εκπαίδευσης. Στα πειράματα για κάθε παράδειγμα υπολογίστηκε η Ευκλείδεια απόσταση του διανύσματος των χαρακτηριστικών από τα υπόλοιπα 111 διανύσματα και το παράδειγμα κατατάχθηκε στην πλειοψηφούσα κατηγορία των k πλησιέστερων διανυσμάτων. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο διάγραμμα του Σχήματος 4.12 όπου το μεγαλύτερο ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης αντιστοιχεί στις περιπτώσεις $k=21, 23, 25$ και ανέρχεται στο 83.04%, ποσοστό μεγαλύτερο από τον μέσο όρο των κριτών (81.55%).

Σχήμα 4.12 Διάγραμμα επιτυχίας ταξινόμησης σε συνάρτηση με το πλήθος k των πλησιέστερων γειτόνων.

Παρατηρώντας το διάγραμμα της ταξινόμησης, γίνεται φανερό πως για μεγάλες τιμές του k η αξιοπιστία της ταξινόμησης χειροτερεύει. Συγκεκριμένα για $k=29$ το ποσοστό επιτυχούς αναγνώρισης της ποιότητας της ραφής μειώνεται στο 68.75%, δηλαδή ακόμα μικρότερο και από την περίπτωση ταξινόμησης στον πλησιέστερο γείτονα που ήταν 70.54%. Η μείωση αυτή δικαιολογείται καθώς χρησιμοποιούνται 112 πρότυπα τα οποία ανήκουν σε πέντε κατηγορίες, δηλαδή κατά μέσο όρο αντιστοιχούν περίπου 23 πρότυπα ανά κατηγορία. Επομένως καθώς αυξάνεται ο αριθμός των γειτόνων πάνω από το 23 όλο και περισσότερα πρότυπα διαφορετικών κατηγοριών αναμένεται να παρουσιάζονται στην γειτονιά του εξεταζόμενου προτύπου ελλείπει παραδειγμάτων της ίδιας κατηγορίας.

Τα αποτελέσματα της ταξινόμησης στην περίπτωση 23 γειτόνων αξιολογήθηκαν εκτενέστερα και παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.4 με τη μορφή πίνακα σύγκρισης ταξινόμησης όπου η αυτόματη ταξινόμηση συγκρίνεται με την τελική βαθμολογία της επιτροπής. Όσο μεγαλύτερο γίνεται το ίχνος του πίνακα σύγκρισης, τόσο καλύτερη θεωρείται η ταξινόμηση, καθώς οι τιμές της διαγωνίου αντιστοιχούν στο πλήθος των δειγμάτων που ταξινομούνται στην ίδια κατηγορία και στις δύο περιπτώσεις.

Πίνακας 4.4 Πίνακας σύγκρισης ταξινομήσεων

Ανθρ. KNN	1	2	3	4	5
1	22	4	0	0	0
2	0	20	5	0	0
3	0	0	18	4	0
4	0	0	0	18	0
5	0	0	0	6	15

Στον Πίνακα 4.5 περιέχονται και κάποια μεγέθη για την αξιολόγηση της ταξινόμησης, όπως η ανάκληση, η ακρίβεια και το μέτρο f.

Πίνακας 4.5 Μέτρα αξιολόγησης της ταξινόμησης

	23NNc (111 πρωτότυπα)				
Βαθμός Ποιότητας	1	2	3	4	5
Ανάκληση	0.79	0.84	0.64	0.79	0.97
Ακρίβεια	0.87	0.73	0.78	0.89	0.83
Μέτρο f	0.83	0.78	0.7	0.84	0.89
Μέτρο κ	0.76				
Ποσοστό Επιτυχίας	83.04%				

4.4 Αξιολόγηση πτυχώσεων εκτιμώντας την ανομοιομορφία της επιφάνειας

Η εμφάνιση πτυχώσεων σε ένα δείγμα ραφής αυξάνει προφανώς την ανομοιομορφία της επιφάνειάς του. Σε αυτήν την ενότητα προτείνεται και αξιολογείται ένα πρωτότυπο διάνυσμα χαρακτηριστικών το οποίο ενώ προσδιορίζεται από την φωτεινότητα της εικόνας των δειγμάτων, αποτελεί ένα μέτρο της ανομοιομορφίας της τριωδιάστατης επιφάνειας τους. Τα συγκεκριμένα χαρακτηριστικά παρουσιάζουν υψηλό συντελεστή συσχέτισης με τους βαθμούς ποιότητας και για τρία διαφορετικά υφάσματα.

4.4.1 Καμπύλες φωτεινότητας

Οι καμπύλες φωτεινότητας ορίζονται στην εργασία Aibara et al., (1999), η οποία έχει ήδη περιγραφεί συνοπτικά στην ενότητα 3.1 και διαπραγματεύεται το πρόβλημα αναγνώρισης ποιότητας ραφής χρησιμοποιώντας πληροφορία από τις πτυχώσεις σε ραφές κοστούμιών. Η βασική ιδέα είναι ο υπολογισμός του μέσου όρου φωτεινότητας κάθε γραμμής της εικόνας, δημιουργώντας ουσιαστικά μια καμπύλη με μήκος ίσο με τον αριθμό των γραμμών κάθε εικόνας. Σύμφωνα με τους ισχυρισμούς των συγγραφέων της εργασίας Aibara et al., (1999), ο βασικότερος λόγος που χρησιμοποιούν τις καμπύλες φωτεινότητας είναι για την διευκόλυνση του υπολογισμού των φράκταλ διαστάσεων της επιφάνειας του ραμμένου υφάσματος. Ωστόσο, σύμφωνα με τα αποτελέσματα της παρούσας διατριβής, η σημασία αυτών των καμπύλων είναι ακόμα μεγαλύτερη καθώς πραγματοποιείται συμπίεση της οπτικής πληροφορίας κάθε εικόνας και παράλληλα επιτυγχάνεται μείωση του θορύβου υψηλών συχνοτήτων, ο οποίος εμφανίζεται και επηρεάζεται άμεσα από την υφή του υφάσματος.

Αν $I_{m,j}$ είναι η τιμή φωτεινότητας του εικονοστοιχείου που βρίσκεται στην m -οστή γραμμή και j -οστή στήλη της εικόνας, και αν N είναι ο συνολικός αριθμός στηλών, τότε η καμπύλη φωτεινότητας C δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$C_m = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N I_{m,j} \quad (4.5)$$

Στην περίπτωση που οι εικόνες αφορούν δείγματα ραφής, το άθροισμα φωτεινοτήτων κατά μήκος των γραμμών κάθε εικόνας επηρεάζεται από την θέση και τον προσανατολισμό της ραφής. Η εξαγωγή αξιόπιστης πληροφορίας για την κυμάτωση κατά μήκος της ραφής επιτυγχάνεται με κανονικοποίηση η οποία πραγματοποιείται με περιστροφή της εικόνας έτσι ώστε η ραφή να αποκτά κατακόρυφο προσανατολισμό. Προτείνεται επομένως ένα στάδιο αυτόματης κανονικοποίησης, όπως αυτό της Ενότητας 4.3.2. Επίσης επειδή η συχνότητα της κυμάτωσης μειώνεται καθώς απομακρυνόμαστε από τη ραφή ο μέσος όρος φωτεινότητας, όταν υπολογίζεται σε κάποια γραμμή ολόκληρης της εικόνας, περιέχει πληροφορία που ανήκει σε διαφορετικές ζώνες συχνοτήτων. Επομένως, πριν υπολογιστεί η καμπύλη φωτεινότητας η εικόνα χωρίζεται σε τέσσερα μη επικαλυπτόμενα τμήματα, δημιουργώντας τέσσερις μικρότερες εικόνες που όμως έχουν όλες ίσο αριθμό γραμμών με την αρχική. Επειδή η αρχική εικόνα είναι κανονικοποιημένη σύμφωνα με την διαδικασία που περιγράφεται στην Ενότητα 4.2.2, η ραφή βρίσκεται στην κεντρική στήλη της εικόνας. Χωρίζοντας επομένως την αρχική εικόνα σε δύο τμήματα με μια τομή κατά μήκος της κεντρικής στήλης και κάνοντας στη συνέχεια άλλες δύο τομές κατά μήκος των στηλών των δύο

Σχήμα 4.13 (α) Διαχωρισμός εικόνας δείγματος σε τέσσερα τμήματα, (β) Υπολογισμός 4 καμπύλων φωτεινότητας

αυτών τμημάτων όπως παρουσιάζεται και στο Σχήμα 4.13α, προκύπτουν τέσσερα τμήματα συνολικά, δύο δεξιά και δύο αριστερά από τη γραμμή ραφής. Η καμπύλη φωτεινότητας κάθε μικρότερης εικόνας υπολογίζεται ξεχωριστά σύμφωνα με την Εξίσωση 4.5 δημιουργώντας συνολικά τέσσερις καμπύλες φωτεινότητας για κάθε ραφή όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.13β. Παρατηρώντας τις καμπύλες φωτεινότητας που προκύπτουν διαπιστώνεται πως οι καμπύλες των δύο ακραίων τμημάτων συγκεντρώνουν την ενέργειά τους σε αρκετά χαμηλότερες συχνότητες σε σχέση με τις καμπύλες των δύο κεντρικών τμημάτων.

4.4.2 Χαρακτηριστικά βασισμένα στην ανομοιομορφία της επιφάνειας

Η ποιότητα της ραφής είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με την ομαλότητα του υφάσματος στην περιοχή γύρω από την ραφή. Όσο πιο κακής ποιότητας είναι η ραφή, τόσο εντονότερο γίνεται το φαινόμενο των πτυχώσεων και αυξάνοντας ταυτόχρονα και την ανομοιομορφία της επιφάνειας του υφάσματος. Στην εργασία Zaouali et. al. (2007), η οποία διαπραγματεύεται το σχετικό πρόβλημα των πτυχώσεων στα υφάσματα, υποστηρίζεται πως η απόκλιση της φωτεινότητας των εικόνων του υφάσματος από την μέση τους φωτεινότητα μπορεί να αποτελέσει ένα μέτρο της ανομοιομορφίας της τρισδιάστατης επιφάνειας του υφάσματος.

Στην περίπτωση δειγμάτων ραφής ωστόσο υπάρχουν δύο σημαντικές διαφοροποιήσεις. Πρώτον, δεν αντιμετωπίζονται τυχαίες πτυχώσεις, αλλά ανομοιομορφίες που οφείλονται σε κυματώσεις που έχουν γνωστή κατευθυντικότητα και δεύτερον, κατά την απόκτηση των εικόνων εφαρμόζεται πλάγιος φωτισμός στην ίδια κατεύθυνση. Επομένως αντί να υπολογίζεται η απόκλιση της φωτεινότητας σε ολόκληρη την εικόνα, αρκεί να υπολογιστεί μόνο για κάθε καμπύλη φωτεινότητας. Επιπλέον, αφού ο φωτισμός είναι ανομοιόμορφος, η ανομοιομορφία R_i κάθε καμπύλης $C^{(i)}$, υπολογίζεται ως η απόκλιση από μία τοπική μέση τιμή φωτεινότητας, όπως περιγράφεται και στις σχέσεις:

$$R_i = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M |C_m^{(i)} - Av_m^{(i)}| \quad (4.6)$$

όπου:

$$Av_m^{(i)} = \frac{1}{W} \sum_{k=m-W/2}^{m+W/2} C_k^{(i)} \quad (4.7)$$

είναι η τοπική μέση τιμή φωτεινότητας, W το μήκος του παραθύρου μέσα στο οποίο υπολογίζεται και M ο συνολικός αριθμός γραμμών κάθε εικόνας. Ο δείκτης i , υποδηλώνει ποια καμπύλη φωτεινότητας χρησιμοποιείται. Η αρίθμηση των καμπυλών φωτεινότητας γίνεται από αριστερά προς τα δεξιά.

Το βασικό πλεονέκτημα της προτεινόμενης διαδικασίας εξαγωγής χαρακτηριστικών είναι η χαμηλή διασπασιμότητα των παραγόμενων διανυσμάτων. Λαμβάνοντας υπόψη τον όγκο της πληροφορίας που περιέχεται στις αρχικές εικόνες, η συμπίεση σε μόλις τέσσερα χαρακτηριστικά ισοδυναμεί σε μεγάλη συμπίεση της πληροφορίας και μείωση του υπολογιστικού κόστους κατά την ταξινόμηση. Αλλά και η ίδια η διαδικασία εξαγωγής παραμέτρων είναι υπολογιστικά αποδοτική καθώς περιλαμβάνει απλούς υπολογισμούς κυρίως αθροίσεις ακεραίων αριθμών και ελάχιστους πολλαπλασιασμούς. Επίσης το είδος των παραμέτρων που προσδιορίζονται, μέσες τιμές φωτεινότητας κατά μήκος των γραμμών (καμπύλες φωτεινότητας) και των στηλών (ανομοιομορφία), είναι ανθεκτικό στον υψηλόσυχνο θόρυβο.

4.4.3 Ο ταξινομητής k πλησιέστερων γειτόνων και εκπαίδευση με χρήση K -μέσων

Η ταξινόμηση των δειγμάτων σε βαθμούς ποιότητας πραγματοποιήθηκε με τον ταξινομητή των k πλησιέστερων γειτόνων, η επιλογή του οποίου έγινε κυρίως για να αναδειχθεί η αποτελεσματικότητα των προτεινόμενων χαρακτηριστικών. Για τον ίδιο λόγο εκτός από την κλασική εκδοχή του kNNc, όπου χρησιμοποιούνται σαν πρότυπα αναφοράς όλα τα διαθέσιμα παραδείγματα εκπαίδευσης και που περιγράφεται σε προηγούμενη ενότητα, υλοποιήθηκαν και δύο παραλλαγές. Στις παραλλαγές αυτές εφαρμόζεται πρώτα ο αλγόριθμος K -μέσων (Seber, 1984, Spath, 1985) στο σύνολο των παραδειγμάτων εκπαίδευσης και τα εικονικά πρότυπα που υπολογίζονται από τον αλγόριθμο χρησιμοποιούνται σαν πρότυπα αναφοράς του kNNc. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται συμπίεση των παραδειγμάτων εκπαίδευσης, ενώ ταυτόχρονα το μέγεθος

της συμπίεσης που μπορεί να επιτευχθεί, χωρίς να επηρεαστεί σημαντικά το αποτέλεσμα της ταξινόμησης, αποτελεί μια ένδειξη για την καταλληλότητα των χαρακτηριστικών των προτύπων.

Ο αλγόριθμος των *K*-μέσων πραγματοποιεί διαχωρισμό των διαθέσιμων παραδειγμάτων εκπαίδευσης σε *K* ομάδες, αναθέτοντας αυτόματα ένα κέντρο για κάθε ομάδα. Η επιλογή των κέντρων γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε να ελαχιστοποιείται η συνολική απόσταση των παραδειγμάτων από τα αντίστοιχα κέντρα τους. Επειδή ο *kNNc* ταξινομητής χρησιμοποιεί επιβλεπόμενη εκπαίδευση, η κατηγορία στην οποία ανήκει κάθε παράδειγμα εκπαίδευσης θεωρείται γνωστή. Προκύπτουν επομένως δύο επιλογές, ο αλγόριθμος των *K*-μέσων μπορεί να εφαρμοστεί μία φορά για κάθε κατηγορία χρησιμοποιώντας μόνο τα παραδείγματά της, ή να εφαρμοστεί απευθείας σε ολόκληρο το σύνολο των παραδειγμάτων εκπαίδευσης. Στην πρώτη περίπτωση γίνεται εκμετάλλευση της πληροφορίας που υπάρχει για την κατηγορία στην οποία ανήκει κάθε παράδειγμα, αλλά πρέπει το πλήθος των ομάδων ανά κατηγορία να οριστεί *a priori*, ενώ στη δεύτερη περίπτωση το πλήθος των ομάδων ανά κατηγορία προκύπτει αυτόματα κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου, αφήνοντας όμως ανεκμετάλλευτη τη γνώση των κατηγοριών. Με το όνομα *kNNc-K*, θα αναφερόμαστε στο εξής στον *kNNc* ταξινομητή του οποίου τα πρότυπα εκπαίδευσης έχουν προκύψει ύστερα από εφαρμογή του αλγορίθμου των *K*-μέσων σε κάθε κατηγορία ξεχωριστά.

Ο ταξινομητής της δεύτερης περίπτωσης θα αποκαλείται *kNNc-M* για τον οποίο όμως πρέπει να οριστεί η διαδικασία ταυτοποίησης των προτύπων εκπαίδευσης κάθε κατηγορίας, καθώς κατά την ομαδοποίηση συνήθως οι ομάδες περιέχουν πρότυπα διαφορετικών κατηγοριών. Σε αυτήν την περίπτωση, το πρωτότυπο που προέκυψε ως κέντρο της ομάδας θεωρείται πως ανήκει στην κατηγορία της οποίας τα μέλη περιέχονται κατά πλειοψηφία μέσα σε αυτήν την ομάδα (Witten and Frank, 2005).

4.4.4 Πειραματική αξιολόγηση

Προκειμένου να αξιολογηθούν τα προτεινόμενα χαρακτηριστικά, χρησιμοποιήθηκε ένα σύνολο 211 δειγμάτων ραφής τα οποία προέκυψαν από δύο διαφορετικά είδη υφασμάτων. Το πρώτο είδος είναι σατέν και περιλαμβάνει 112 δείγματα, ενώ το δεύτερο είναι λινό και περιλαμβάνει τα 99 εναπομείναντα δείγματα. Το μέγεθος κάθε δείγματος είναι περίπου 20×4 cm.

Τα δείγματα αξιολογήθηκαν αρχικά από μια ομάδα τριών κριτών και αποδόθηκε σε καθένα από αυτά ένας βαθμός ποιότητας από το ένα έως το πέντε, όπου με 1 συμβολίζεται ο χειρότερος βαθμός και με 5 ο καλύτερος. Η ομάδα χρησιμοποίησε για τη σύγκριση τις φωτογραφίες του προτύπου ISO/DIS 7770 και σε περίπτωση διαφωνίας επέλεγε τον μεσαίο από τους τρεις βαθμούς κάθε δείγματος. Η μέση συμφωνία των κριτών με την μεσαία βαθμολόγηση ανέρχεται στο 80.26%.

Στη συνέχεια αποκτήθηκαν φωτογραφίες των δειγμάτων σύμφωνα με την διαδικασία που παρουσιάστηκε σε προηγούμενη ενότητα του κεφαλαίου. Η γωνία που σχημάτιζε η διεύθυνση του φωτός σε σχέση με το επίπεδο των δειγμάτων ήταν περίπου 25°, αρκετά οξεία δηλαδή ώστε να δημιουργεί σκιές και να αυξάνει την αντίθεση της εικόνας ακόμα και παρουσία ήπιων πτυχώσεων. Το μέγεθος των 211 εικόνων μετά την προεπεξεργασία ανέρχεται στα 468×90 εικονοστοιχεία, δίνοντας ακρίβεια χωρικής ανάλυσης 22.5 pixels/cm. Αν και σχετικά χαμηλή, η παραπάνω ανάλυση είναι αρκετή καθώς δεν παρουσιάζονται φαινόμενα πτυχώσεων σε κλίμακες μικρότερες των 0.1cm, τουλάχιστον όσο αφορά στα συγκεκριμένα δείγματα.

Από κάθε εικόνα προέκυψαν τέσσερις καμπύλες φωτεινότητας μήκους 468 στοιχείων, σύμφωνα με τη μέθοδο που προτείνεται στην ενότητα 4.4.1. Οι δύο μεσαίες καμπύλες προέκυψαν από δύο ίσα τμήματα τα οποία είχαν το μισό πλάτος συγκρινόμενα με τα τμήματα που προέκυψαν από τα δύο ακραία τμήματα. Επομένως το πρώτο τμήμα περιέχει τις 30 πρώτες στήλες της αρχικής εικόνας, το δεύτερο τις επόμενες 15, το τρίτο πάλι 15 και το τέταρτο τις τελευταίες 30. Το μήκος του παραθύρου που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό της τοπικής μέσης ορίστηκε στα 80 εικονοστοιχεία και ύστερα από εφαρμογή των σχέσεων 4.6 και 4.7 σε κάθε καμπύλη φωτεινότητας υπολογίστηκαν για κάθε ένα από τα 211 δείγματα τέσσερα χαρακτηριστικά ανομοιομορφίας.

Συσχέτιση των χαρακτηριστικών ανομοιομορφίας με τους βαθμούς ποιότητας

Ο συντελεστής συσχέτισης ανάμεσα στα εξαγόμενα χαρακτηριστικά και στους βαθμούς ποιότητας αποτελεί ένα μέτρο της γραμμικής σχέσης που συνδέει τα παραπάνω μεγέθη και επομένως είναι ένας σημαντικός δείκτης της καταλληλότητας των προτεινόμενων χαρακτηριστικών. Ο συντελεστής συσχέτισης των βαθμών ποιότητας με κάθε χαρακτηριστικό και με δύο συναρτήσεις απόστασης παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.6.

Ο συντελεστής συσχέτισης παίρνει τιμές ανάμεσα στο -1 και στο 1 και όσο μεγαλύτερη είναι η απόλυτη τιμή του τόσο μεγαλύτερη θεωρείται η συσχέτιση. Όπως παρατηρούμε και στον πίνακα, η απόλυτη τιμή των συντελεστών πλησιάζει την μονάδα υποδεικνύοντας την καταλληλότητα των προτεινόμενων χαρακτηριστικών. Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει απλώς πως όσο μεγαλώνει η τιμή των χαρακτηριστικών, άρα και η ανομοιομορφία της επιφάνειας, τόσο μειώνεται ο βαθμός ποιότητας.

Επίσης υπολογίστηκαν οι συντελεστές συσχέτισης ανάμεσα στους βαθμούς ποιότητας και στη νόρμα του διανύσματος των χαρακτηριστικών $\mathbf{R}$ όταν χρησιμοποιούνται αντίστοιχα το μέτρο της Ευκλείδειας απόστασης ($EN_{\mathbf{R}}$) και το μέτρο της απόστασης City-Block ($CBN_{\mathbf{R}}$). Οι νόρμες των διανυσμάτων για τα δύο διαφορετικά μέτρα απόστασης δίνονται από τις εξισώσεις που ακολουθούν:

$$EN_{\mathbf{R}} = \sqrt{\sum_{j=1}^4 R_j^2} \quad (\alpha)$$

$$CBN_{\mathbf{R}} = \sum_{j=1}^4 |R_j| \quad (\beta)$$
(4.8)

Η απόσταση City-Block ανάμεσα σε δύο σημεία ορίζεται ως το άθροισμα της απόλυτης διαφοράς των συντεταγμένων τους (Krause, 1987) και θεωρείται πως παρουσιάζει καλύτερη συμπεριφορά από ότι η Ευκλείδεια, στις περιπτώσεις εκείνες στις οποίες είναι επιθυμητό να μην λαμβάνονται υπόψη οι πολύ μεγάλες διαφορές στις επιμέρους συνιστώσες του διανύσματος του προτύπου, όπως στην περίπτωση κατά την οποία ο θόρυβος είναι δυνατόν να αλλοιώσει σημαντικά τις μετρήσεις. Καθώς η απόλυτη τιμή του συντελεστή συσχέτισης στην περίπτωση της απόστασης City-Block είναι υψηλότερη από αυτόν της Ευκλείδειας, στη συνέχεια των πειραμάτων υιοθετείται η City-Block ως συνάρτηση απόστασης των kNNc ταξινομητών αλλά και του αλγορίθμου K-μέσων.

Πίνακας 4.6 Συντελεστές συσχέτισης προτεινόμενων χαρακτηριστικών και βαθμών ποιότητας

QUALITY GRADES -	R_1	R_2	R_3	R_4	EN_R	CBN_R
Συντελεστής συσχέτισης	-0.941	-0.939	-0.935	-0.934	-0.943	-0.957

Οι τιμές των συντελεστών του Πίνακα 4.6 αποτελούν στατιστικές εκτιμήσεις των πραγματικών συντελεστών. Προκειμένου να ανατεθεί ένα επίπεδο εμπιστοσύνης για τις εκτιμήσεις αυτές, χρησιμοποιείται ένα στατιστικό μέγεθος το οποίο υποδηλώνει την πιθανότητα να εκτιμηθούν συμπτωματικά υψηλοί συντελεστές, ακόμα και αν τα χαρακτηριστικά είναι ασυσχέτιστα με τους βαθμούς ποιότητας. Το παραπάνω στατιστικό μέγεθος υπολογίζεται θεωρώντας τον συντελεστή συσχέτισης τυχαία μεταβλητή η οποία ακολουθεί κατανομή t με $M-2$ βαθμούς ελευθερίας, όπου M ο αριθμός των διαθέσιμων δειγμάτων, τα οποία στην προκειμένη περίπτωση είναι 211. Επειδή η πιθανότητα του ισχυρισμού, δηλαδή υψηλός συντελεστής συσχέτισης σε ασυσχέτιστα μεγέθη, είναι πάντα μικρότερη από 10^{-4} η ακρίβεια των εκτιμώμενων συντελεστών συσχέτισης θεωρείται ικανοποιητική.

Αποτελέσματα kNNc ταξινόμησης

Στη συνέχεια αξιολογήθηκαν τα χαρακτηριστικά βάσει της συνεισφοράς τους στην επιτυχία της ταξινόμησης. Αρχικά υλοποιήθηκε ο απλός kNNc ταξινομητής που χρησιμοποιεί ως πρότυπα εκπαίδευσης όλα τα διαθέσιμα παραδείγματα και ως συνάρτηση απόστασης τη City-Block. Στη συνέχεια της ενότητας τα πρότυπα αναφοράς των ταξινομητών θα ονομάζονται με συντομία πρωτότυπα. Πραγματοποιήθηκαν πολλαπλά πειράματα για έξι διαφορετικές τιμές για την παράμετρο k . Προκειμένου να περιοριστούν οι περιπτώσεις ισοψηφίας οι έξι αυτές τιμές ήταν μονοί αριθμοί και πιο συγκεκριμένα $k \in (1, 3, 5, 7, 9, 11)$. Η απόδοση του ταξινομητή αξιολογήθηκε χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του αχρησιμοποίητου παραδείγματος (Leaving-one-out cross-validation method, Kohavi, 1995). Υπενθυμίζεται πως σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο, κάθε παράδειγμα χρησιμοποιείται μια φορά για έλεγχο, ενώ κατά τον έλεγχο όλων των υπολοίπων παραδειγμάτων αποτελεί μέλος του συνόλου παραδειγμάτων εκπαίδευσης. Η απόσταση City-Block του διανύσματος των χαρακτηριστικών υπολογίστηκε για κάθε παράδειγμα από τα υπόλοιπα 210 διανύσματα και το παράδειγμα κατατάχθηκε στην πλειοψηφούσα κατηγορία των k κοντινότερων διανυσμάτων. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο διάγραμμα του Σχήματος 4.14 όπου είναι εμφανές πως το μεγαλύτερο ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης αντιστοιχεί στην περίπτωση $k=7$ και ανέρχεται στο 81.04%, το οποίο είναι μεγαλύτερο από το ποσοστό συμφωνίας των κριτών (80.26%).

Σχήμα 4.14 Ποσοστό επιτυχίας ταξινόμησης του τυπικού kNNc ταξινομητή με χρήση 210 πρωτοτύπων και την μέθοδο του αχρησιμοποίητου παραδείγματος για έξι διαφορετικές τιμές του αριθμού πλησιέστερων γειτόνων.

Ο ταξινομητής με το μεγαλύτερο ποσοστό επιτυχίας αναλύεται ακόμα περισσότερο στον Πίνακα 4.7, όπου περιέχει τον πίνακα σύγκρισης της ταξινόμησης και στον Πίνακα 4.8, όπου εκτός από το ποσοστό επιτυχίας αναγράφονται επίσης και οι τιμές της ανάκλησης, της ακρίβειας, του μέτρου f, για κάθε βαθμό ποιότητας ξεχωριστά, καθώς και το μέτρο κ .

Πίνακας 4.7 Πίνακας σύγκρισης ταξινομήσεων

Ανθρ. 7NNc	1	2	3	4	5
1	27	4	0	0	0
2	7	50	11	0	0
3	0	5	25	2	0
4	0	0	3	35	1
5	0	0	0	7	34

Πίνακας 4.8 Μέτρα αξιολόγησης της ταξινόμησης

	7NNc (210 πρωτότυπα)				
Βαθμός Ποιότητας	1	2	3	4	5
Ανάκληση	0.79	0.84	0.64	0.79	0.97
Ακρίβεια	0.87	0.73	0.78	0.89	0.83
Μέτρο f	0.83	0.78	0.7	0.84	0.89
Μέτρο κ	0.76				
Ποσοστό Επιτυχίας	81.04%				

Αποτελέσματα kNNc-K ταξινόμησης

Χρησιμοποιώντας την αξιολόγηση της επιτροπής υλοποιήθηκε ο ταξινομητής **kNNc-K** για δέκα διαφορετικές τιμές του K , δημιουργώντας αντίστοιχα μία έως δέκα ομάδες ανά κατηγορία. Με αυτόν τον τρόπο αντί να χρησιμοποιούνται 210 πρωτότυπα για την αξιολόγηση του εναπομείναντος, χρησιμοποιούνται από 5 για $K=1$, έως 50 για $K=10$. Λόγω της εξάρτησης του αλγορίθμου K -μέσων από την αρχική εκτίμηση των πρωτότυπων, καθ' όλη τη πειραματική διαδικασία χρησιμοποιούνται 30 επαναλήψεις του αλγορίθμου με διαφορετικές αρχικές συνθήκες και επιλέγεται η ομαδοποίηση που παράγει την ελάχιστη συνολική απόσταση. Ο αριθμός k των πλησιέστερων γειτόνων αποτέλεσε επίσης παράμετρο που αξιολογήθηκε στα πειράματα. Τα αποτελέσματα της αξιολόγησης με την μέθοδο του αχρησιμοποίητου παραδείγματος για όλες τις τιμές του K και για τις βέλτιστες επιλογές του k , παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.15. Το καλύτερο αποτέλεσμα επιτυγχάνεται στην περίπτωση δύο πρωτοτύπων ανά κατηγορία ($K=2$) και φτάνει το 78.2%. Αυτό το υψηλό ποσοστό, υποδηλώνει ότι η απόδοση του ταξινομητή δεν επηρεάζεται σημαντικά από την μικρή μνήμη του ταξινομητή, καθώς χρησιμοποιούνται μόλις 10 έναντι 210 πρωτοτύπων.

Σχήμα 4.15 Ποσοστό επιτυχίας ταξινόμησης με χρήση kNNc-K ταξινομητή (συνεχής καμπύλη) και kNNc-M ταξινομητή (διακεκομμένη καμπύλη), για δέκα διαφορετικές τιμές του αριθμού χρησιμοποιούμενων πρωτοτύπων.

Μια καλύτερη περιγραφή της βέλτιστης αυτής ταξινόμησης δίνεται στην μήτρα σύγκρισης που παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.9 και από τα μεγέθη του Πίνακα 4.10 τα οποία είναι συγκρίσιμα με αυτά της τυπικής **kNNc** ταξινόμησης.

Πίνακας 4.9 Πίνακας σύγκρισης ταξινομήσεων

Ανθρ. 1NNc-K	1	2	3	4	5
1	28	8	0	0	0
2	6	43	8	0	0
3	0	8	26	2	0
4	0	0	5	35	2
5	0	0	0	7	33

Πίνακας 4.10 Μέτρα αξιολόγησης της ταξινόμησης

	1NNc-K (K=2, 10 πρωτότυπα)				
Βαθμός Ποιότητας	1	2	3	4	5
Ανάκληση	0.82	0.73	0.67	0.79	0.94
Ακρίβεια	0.78	0.75	0.72	0.83	0.82
Μέτρο f	0.8	0.74	0.69	0.81	0.88
Μέτρο κ	0.72				
Ποσοστό Επιτυχίας	78.2%				

Αποτελέσματα kNNc-M ταξινόμησης

Ο kNNc-M ταξινομητής υλοποιήθηκε επίσης για δέκα διαφορετικές τιμές του συνόλου των παραδειγμάτων εκπαίδευσης παίρνοντας τιμές από 5 έως 50 αυξανόμενος κάθε φορά κατά 5. Για την αξιολόγηση των ταξινομήσεων χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος του αχρησιμοποίητου παραδείγματος μεταβάλλοντας επίσης και τον αριθμό των πλησιέστερων γειτόνων. Τα αποτελέσματα με βέλτιστη επιλογή αριθμού πλησιέστερων γειτόνων για κάθε τιμή του K παρουσιάζονται επίσης στο Σχήμα 4.15. Με εξαίρεση τις δύο πρώτες περιπτώσεις των 5 και 10 πρωτοτύπων, σε όλες τις υπόλοιπες υπερτερεί η kNNc-M ταξινόμηση. Το μεγαλύτερο ποσοστό επιτυχίας αντιστοιχεί στην περίπτωση 20 πρωτοτύπων και αγγίζει το 80.1%, ποσοστό το οποίο είναι ακόμα μεγαλύτερο από αυτό της kNNc-K ταξινόμησης. Βέβαια η άμεση σύγκριση δεν είναι δυνατή καθώς τα δύο μέγιστα αντιστοιχούν σε διαφορετικό αριθμό πρωτοτύπων. Παρόλα αυτά η συμπίεση παραμένει αρκετά υψηλή διότι αντί για 210 χρησιμοποιούνται μόλις 20 πρωτότυπα. Ο Πίνακας 4.11 περιέχει τη μήτρα σύγκρισης της ταξινόμησης, ενώ μια πιο λεπτομερής ανάλυση της ταξινόμησης παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.12.

Πίνακας 4.11 Πίνακας σύγκρισης ταξινομήσεων

Ανθρ. 1NNc-M	1	2	3	4	5
1	26	5	0	0	0
2	8	48	9	0	0
3	0	6	26	3	0
4	0	0	4	35	1
5	0	0	0	6	34

Πίνακας 4.12 Μέτρα αξιολόγησης της ταξινόμησης

	1NNc-M (K=20, 20 πρωτότυπα)				
Βαθμός Ποιότητας	1	2	3	4	5
Ανάκληση	0.76	0.81	0.67	0.79	0.97
Ακρίβεια	0.84	0.74	0.74	0.87	0.85
Μέτρο f	0.8	0.77	0.7	0.83	0.91
Μέτρο κ	0.75				
Ποσοστό Επιτυχίας	80.09%				

Και οι τρεις ταξινομητές προσεγγίζουν την απόδοση των μελών της επιτροπής, αποδεικνύοντας την καταλληλότητα των προτεινόμενων χαρακτηριστικών και ταξινομητών. Μάλιστα η δυνατότητα συμπίεσης των διαθέσιμων παραδειγμάτων κατά 10 ή ακόμα και 20 φορές με χρήση του αλγορίθμου K-μέσων συνηγορεί υπέρ της σιβαρότητας αυτών των χαρακτηριστικών στο πρόβλημα χαρακτηρισμού της ποιότητας των ραφών.

Ταξινόμηση Ραφών σε Διατεταγμένες Κατηγορίες Ποιότητας

Στο προηγούμενο κεφάλαιο παρουσιάστηκαν και αξιολογήθηκαν χαρακτηριστικά ραφής ισχυρώς συσχετισμένα με τους βαθμούς ποιότητας. Για την αξιολόγησή τους χρησιμοποιήθηκαν μέθοδοι ταξινόμησης, όπως νευρωνικά δίκτυα ακτινικών συναρτήσεων και ταξινομητές k -πλησιέστερων γειτόνων, οι οποίες ταξινομούν τα πρότυπα εισόδου σε διακριτές κατηγορίες. Οι βαθμοί ποιότητας αποτελούν όμως διατεταγμένες κατηγορίες, δηλαδή περιέχουν επιπλέον πληροφορία, η οποία σχετίζεται με την διάταξή τους στο σύνολο των πραγματικών αριθμών. Στο κεφάλαιο αυτό μελετώνται δύο διαφορετικές κατηγορίες ταξινομητών, οι οποίες λαμβάνουν υπόψη τη διάταξη των κατηγοριών και εκμεταλλεύονται την επιπλέον πληροφορία που είναι διαθέσιμη. Η πρώτη κατηγορία ταξινομητών χρησιμοποιεί ένα μοντέλο σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας που χειρίζεται εγγενώς διατεταγμένες κατηγορίες και χρησιμοποιείται για πρώτη φορά σε πρόβλημα αναγνώρισης βαθμών ποιότητας ραφής. Στη δεύτερη κατηγορία ταξινομητών οι βαθμοί ποιότητας αντιστοιχίζονται σε πραγματικούς αριθμούς, οι οποίοι συνδέονται γραμμικά με τα διανύσματα των χαρακτηριστικών και παρουσιάζεται ένας ταξινομητής και τρεις μέθοδοι εκπαίδευσής του. Η πρώτη, η οποία συναντάται συχνά στη βιβλιογραφία ποιοτικού ελέγχου ραφής, χρησιμοποιεί αυθαίρετες αριθμητικές τιμές για τις διατεταγμένες κατηγορίες ποιότητας. Οι άλλες δύο μέθοδοι εκπαίδευσης είναι πρωτότυπες και υπολογίζουν ενιαία και ταυτόχρονα τους συντελεστές του γραμμικού εκτιμητή και την αριθμητική τιμή των διατεταγμένων κατηγοριών ποιότητας.

5.1 Σχετική εργασία

Στη βιβλιογραφία του ποιοτικού ελέγχου ραφής συναντάται συχνά η προσέγγιση κατά την οποία οι αριθμητικές τιμές με τις οποίες κωδικοποιούνται οι βαθμοί ποιότητας αντιμετωπίζονται ως ποσοτικά μεγέθη τα οποία συνδέονται γραμμικά με τα χαρακτηριστικά που προσδιορίζονται από τα υφάσματα. Συγκεκριμένα, στις εργασίες (Kawabata et. al., 1997, Kawabata, 1998), στις οποίες γίνεται χρήση σαρωτή λείξερ για τον προσδιορισμό των χαρακτηριστικών από δείγματα ραφής, τα χαρακτηριστικά συσχετίζονται με τους υποκειμενικούς βαθμούς ποιότητας μέσω μιας γραμμικής σχέσης. Σημειώνεται ότι για την εκτίμηση της γραμμικής σχέσης χρησιμοποιούνται οι αυθαίρετες αριθμητικές τιμές (1,2,3,4,5) με τις οποίες κωδικοποιούνται οι βαθμοί ποιότητας.

Παρόμοια προσέγγιση ακολουθείται και στην εργασία Fan et. al., (1999), στην οποία όμως προσδιορίζεται μεγαλύτερο πλήθος χαρακτηριστικών και ελέγχεται η συσχέτισή τους με τους υποκειμενικούς βαθμούς ποιότητας. Για τον έλεγχο της συσχέτισης χρησιμοποιούνται επίσης οι αυθαίρετες αριθμητικές τιμές (1,2,3,4,5) με τις οποίες κωδικοποιούνται οι βαθμοί ποιότητας.

Η εργασία Zaouali et. al., 2007, ασχολείται με το παρεμφερές πρόβλημα του ποιοτικού ελέγχου πτυχώσεων σε υφάσματα, διακρίνοντας επίσης πέντε βαθμούς ποιότητας. Σύμφωνα με την εργασία αυτή από τις εικόνες των υφασμάτων προσδιορίζονται τέσσερα χαρακτηριστικά τα οποία συσχετίζονται μέσω ενός γραμμικού μοντέλου με τους βαθμούς ποιότητας, οι οποίοι ακολουθούν επίσης την αυθαίρετη αριθμητική κωδικοποίηση (1,2,3,4,5).

5.2 Ταξινόμηση σε διατεταγμένες κατηγορίες με χρήση μοντέλου σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας

Οι προσεγγίσεις που παρουσιάστηκαν στην Ενότητα 5.1 βασίζονται στην εκτίμηση μιας γραμμικής σχέσης ανάμεσα στους βαθμούς ποιότητας και τα διανύσματα των χαρακτηριστικών και παρουσιάζουν μια σειρά σημαντικών πλεονεκτημάτων. Ωστόσο παρουσιάζουν αρκετά θεωρητικά και πρακτικά προβλήματα που εντοπίζονται κυρίως στο γεγονός του αυθαίρετου ορισμού των αριθμητικών τιμών των κατηγοριών. Τα προβλήματα αυτά δεν περιγράφονται ούτε έχουν επισημανθεί στην επιστημονική βιβλιογραφία. Επίσης δεν μελετάται το γεγονός ότι το μη αυθαίρετο τμήμα της πληροφορίας που περιέχεται στους βαθμούς ποιότητας αφορά μόνο στη διάταξη τους. Στη συνέχεια της ενότητας παρουσιάζεται μια μέθοδος η οποία πραγματοποιεί ταξινόμηση προτύπων σε διατεταγμένες κατηγορίες και η οποία προτείνεται για την αξιολόγηση δειγμάτων ραφής που ταξινομούνται σε πέντε βαθμούς ποιότητας. Η μέθοδος ταξινόμησης χρησιμοποιεί το μοντέλο σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας (proportional odds model, McCullagh, 1980) και ξεπερνά τα θεωρητικά προβλήματα που προκύπτουν από τη χρήση αριθμητικών τιμών καθώς η πληροφορία που χρησιμοποιεί αφορά αποκλειστικά στη διάταξη των κατηγοριών.

Ο όρος αθροιστική πιθανότητα αναφέρεται στην πιθανότητα η κατηγορία Y στην οποία ανήκει ένα πρότυπο με διάνυσμα χαρακτηριστικών $\mathbf{x}$ να είναι η ω_k ή κάποια κατηγορία που βρίσκεται χαμηλότερα στη διάταξη από την ω_k . Επομένως σε μορφή εξισώσεων η πιθανότητα αυτή είναι:

$$P(Y \leq k | \mathbf{x}) = \sum_{j=1}^k P(Y = j | \mathbf{x}) \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (5.1)$$

όπου οι κατηγορίες κωδικοποιούνται χωρίς βλάβη της γενικότητας με θετικές ακέραιες τιμές ξεκινώντας από το 1, δηλαδή $\omega_1 \rightarrow 1, \omega_2 \rightarrow 2 \dots$, ενώ K είναι το πλήθος των κατηγοριών.

Ο λόγος της αθροιστικής πιθανότητας για την k κατηγορία, δηλαδή της πιθανότητας ενός προτύπου με διάνυσμα χαρακτηριστικών $\mathbf{x}$ να ανήκει στην k ή σε κάποια ακόμα μικρότερη κατηγορία, προς τη συμπληρωματική της πιθανότητα, δηλαδή της πιθανότητας το πρότυπο να ανήκει σε κάποια κατηγορία μεγαλύτερη από την k , ορίζεται ως *αναλογία πιθανότητας για την κατηγορία k* και συμβολίζεται με $Odds_k(\mathbf{x})$. Δηλαδή:

$$Odds_k(\mathbf{x}) \triangleq \frac{P(Y \leq k | \mathbf{x})}{P(Y > k | \mathbf{x})} \quad (5.2)$$

Σύμφωνα με το μοντέλο σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας η αναλογία πιθανότητας για κάθε κατηγορία συνδέεται μέσω της εκθετικής συνάρτησης με έναν γραμμικό όρο $\mathbf{x}\mathbf{b}$, του οποίου οι άγνωστοι συντελεστές $\mathbf{b}$ θεωρούνται σταθεροί για κάθε κατηγορία k . Συνεπώς η μαθηματική περιγραφή του μοντέλου δίνεται από την σχέση:

$$Odds_k(\mathbf{x}) \triangleq \frac{P(Y \leq k | \mathbf{x})}{P(Y > k | \mathbf{x})} = \mathcal{G}_k \exp(-\mathbf{x}\mathbf{b}) \quad k = 1, 2, \dots, K-1 \quad (5.3)$$

Από τη Σχέση 5.3 προκύπτει πως για κάθε διάνυσμα χαρακτηριστικών, η αναλογία πιθανότητας για κάποια κατηγορία m διαφέρει από την αναλογία πιθανότητας κάποιας άλλης κατηγορίας n κατά έναν συντελεστή $\frac{\mathcal{G}_m}{\mathcal{G}_n}$ ο οποίος είναι ανεξάρτητος από την αριθμητική τιμή του διανύσματος των

χαρακτηριστικών, δηλαδή $Odds_m(\mathbf{x}) = \frac{\mathcal{G}_m}{\mathcal{G}_n} Odds_n(\mathbf{x})$, $m, n = 1, 2, \dots, K$.

Επομένως οι αναλογίες πιθανοτήτων των κατηγοριών είναι σύμμετρες, δηλαδή ο λόγος τους είναι σταθερός και ανεξάρτητος της αριθμητικής τιμής του διανύσματος $\mathbf{x}$. Μια ισοδύναμη μορφή του μοντέλου δίνεται από τη Σχέση 5.4, στην οποία οι παράμετροι τ_k αποτελούν τα αριθμητικά κατώφλια των κατηγοριών και μεταβάλλονται μονότονα αυξανόμενης της ακέραιας αριθμητικής τιμής της κατηγορίας.

$$Odds_k(\mathbf{x}) = \frac{P(Y \leq k | \mathbf{x})}{P(Y > k | \mathbf{x})} = \exp(\tau_k - \mathbf{x}\mathbf{b}) \quad k = 1, 2, \dots, K-1 \quad (5.4)$$

$$\tau_k \triangleq \ln(\mathcal{G}_k)$$

Οι παράμετροι τ_k χαρακτηρίζονται ως κατώφλια γιατί όταν το γινόμενο $\mathbf{x}\mathbf{b}$ είναι ίσο με την τιμή ενός κατωφλίου τ_m , η πιθανότητα του προτύπου $\mathbf{X}$ να ανήκει στην κατηγορία m ή σε ακόμα μικρότερη κατηγορία, γίνεται ίση με την πιθανότητα του προτύπου $\mathbf{X}$ να ανήκει σε κατηγορία μεγαλύτερη της m .

Λογαριθμίζοντας την 5.4 προκύπτει ότι:

$$\left. \begin{aligned} \ln\left(\frac{P(Y \leq k | \mathbf{x})}{P(Y > k | \mathbf{x})}\right) &= \ln[\exp(\tau_k - \mathbf{x}\mathbf{b})] = \tau_k - \mathbf{x}\mathbf{b} \\ \text{Logit}(P(Y \leq k | \mathbf{x})) &\triangleq \ln\left(\frac{P(Y \leq k | \mathbf{x})}{1 - P(Y \leq k | \mathbf{x})}\right) = \ln\left(\frac{P(Y \leq k | \mathbf{x})}{P(Y > k | \mathbf{x})}\right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{Logit}(P(Y \leq k | \mathbf{x})) = \tau_k - \mathbf{x}\mathbf{b} \quad (5.5)$$

Από τη Σχέση 5.5 γίνεται φανερό πως πρόκειται για ένα γραμμικό λογαριθμιστικό μοντέλο το οποίο όμως χρησιμοποιεί αθροιστικές πιθανότητες. Σημειώνεται πως σε περίπτωση δύο κατηγοριών το μοντέλο είναι ισοδύναμο με το γραμμικό λογαριθμιστικό μοντέλο για δυαδικά δεδομένα (Cox, 1970).

Στην περίπτωση του ποιοτικού ελέγχου ραφής, το πλήθος των κατηγοριών είναι πέντε, δηλαδή $K = 5$, ενώ ακολουθείται η ίδια κωδικοποίηση που χρησιμοποιείται για τους βαθμούς ποιότητας, με το βαθμό ποιότητας 1 δηλαδή να αντιστοιχεί στην κωδικοποιημένη τιμή 1 και ούτω καθεξής.

Σχήμα 5.1 Παράδειγμα διατεταγμένων κατηγοριών που σχηματίζουν διαδοχικά διαστήματα μίας συνεχούς κλίμακας.

Ένα σημαντικό πλεονέκτημα του μοντέλου σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας είναι η δυνατότητα θεώρησης των κατηγοριών ως διαδοχικά διαστήματα μίας συνεχούς κλίμακας κάποιας κρυφής μεταβλητής (Σχήμα 5.1), χωρίς όμως αυτή η υπόθεση να είναι απαραίτητη για την κατασκευή του ταξινομητή. Στην περίπτωση που μπορεί να υποθεθεί η ύπαρξη κρυφής συνεχούς μεταβλητής που περιγράφει την αριθμητική τιμή της ποιότητας η κατανόηση των μαθηματικών όρων του μοντέλου γίνεται πιο άμεση. Συνεπώς οι παρατηρούμενοι βαθμοί ποιότητας μπορεί να θεωρηθεί ότι προκύπτουν με διακριτοποίηση της συνεχούς μεταβλητής κάνοντας χρήση των κατωφλίων τ_k .

5.2.1 Διαδικασία ταξινόμησης με χρήση μοντέλου σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας

Το σύστημα ταξινόμησης που χρησιμοποιεί το μοντέλο σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας ταξινομεί κάθε άγνωστο πρότυπο $\mathbf{x}_i$ στην κατηγορία $\hat{\omega}^{(i)}$, υπολογίζοντας την πιθανότητα του προτύπου $\mathbf{x}_i$ να ανήκει σε κάθε μία από τις κατηγορίες. Η ταξινόμηση πραγματοποιείται επιλέγοντας την κατηγορία εκείνη για την οποία η πιθανότητα είναι μέγιστη. Σύμφωνα με το μοντέλο, οι πιθανότητες αυτές δίνονται από τις Σχέσεις 5.6 και 5.7.

$$P(Y_i = j | \mathbf{x}_i) = P(Y_i \leq j | \mathbf{x}_i) - P(Y_i \leq j-1 | \mathbf{x}_i) \quad (5.6)$$

Όπου:

$$P(Y_i \leq j | \mathbf{x}_i) = \begin{cases} 0, & j < 1 \\ \frac{\exp(\tau_j - \mathbf{x}_i \mathbf{b})}{\exp(\tau_j - \mathbf{x}_i \mathbf{b}) + 1}, & 1 \leq j < K \\ 1, & j \geq K \end{cases} \quad (5.7)$$

K είναι το πλήθος των κατηγοριών, ενώ ο δείκτης i αναφέρεται στον αριθμό του παραδείγματος εκπαίδευσης. Επομένως η έξοδος του ταξινομητή δίνεται από τη Σχέση 5.8.

$$\begin{aligned} \hat{\omega}^{(i)} &= \omega_j \triangleq j \\ j &= \arg \max_k (P(Y_i = k | \mathbf{x}_i)) \end{aligned} \quad (5.8)$$

Σχήμα 5.2 Δομικό διάγραμμα ταξινομητή σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας

Το δομικό διάγραμμα του ταξινομητή παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.2, όπου οι τιμές $P(Y_i = k | \mathbf{x}_i)$, $k = 1, 2, \dots, K$ της πρώτης βαθμίδας του ταξινομητή υπολογίζονται από τις σχέσεις 5.6 και 5.7, ενώ $\text{p.m.f.}(Y_i | \mathbf{x}_i)$ είναι η συνάρτηση πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής Y_i που αντιστοιχεί στο πρότυπο $\mathbf{x}_i$ και δίνεται από τις πιθανότητες της πρώτης βαθμίδας του ταξινομητή. Στη συνέχεια του κεφαλαίου ο ταξινομητής που παρουσιάστηκε θα αναφέρεται ως ταξινομητής σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας ή με συντομία ΤΣΑΠ.

5.2.2 Εκπαίδευση του ταξινομητή σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας

Κατά τη διαδικασία της εκπαίδευσης τα διαθέσιμα δεδομένα, δηλαδή τα M διανύσματα χαρακτηριστικών των προτύπων $\mathbf{x}_i \triangleq [x_{i,1} \ x_{i,2} \ \dots \ x_{i,N}]^T$, $i = 1, 2, \dots, M$ και οι αντίστοιχες παρατηρούμενες τιμές y_i των βαθμών ποιότητας, χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση των $K - 1$ άγνωστων κατωφλίων τ_k , $k = 1, 2, \dots, K - 1$ και την εκτίμηση του διανύσματος $\mathbf{b} \triangleq [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_N]^T$ που περιέχει τους άγνωστους συντελεστές του μοντέλου.

Η εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου, δηλαδή το διάνυσμα $\mathbf{b}$ και τα κατώφλια του διανύσματος $\boldsymbol{\tau} \triangleq [\tau_1 \ \tau_2 \ \dots \ \tau_{K-1}]^T$, επιτυγχάνεται με χρήση του κριτηρίου μέγιστης πιθανοφάνειας υπολογίζοντας την κοινή πιθανότητα των M διαθέσιμων διανυσμάτων $\mathbf{x}_i$. Όταν τα παραδείγματα εκπαίδευσης είναι στοχαστικά ασυσχέτιστα, η κοινή πιθανότητα των

παραδειγμάτων εκπαίδευσης να ανήκουν στην αντίστοιχη κατηγορία y_i είναι ίση με το γινόμενο όλων των επί μέρους πιθανοτήτων $P(Y_i = y_i | \mathbf{x}_i)$, $i = 1, 2, \dots, M$. Δηλαδή:

$$P(\mathbf{Y} = \mathbf{y} | \mathbf{X}) \triangleq P(Y_1 = y_1 | \mathbf{x}_1, Y_2 = y_2 | \mathbf{x}_2, \dots, Y_M = y_M | \mathbf{x}_M) = \prod_{j=1}^M P(Y_j = y_j | \mathbf{x}_j) \quad (5.9)$$

Η κοινή πιθανότητα είναι μια μη αρνητική ποσότητα, επομένως ορίζεται ο λογάριθμός της και επειδή ο λογάριθμος είναι μια γνησίως αύξουσα συνάρτηση η λογαρίθμηση της κοινής πιθανότητας δεν επηρεάζει τη θέση του μεγίστου. Συνεπώς το πρόβλημα μεγιστοποίησης της κοινής πιθανότητας μπορεί να λυθεί ισοδύναμα με την μεγιστοποίηση του λογαρίθμου της κοινής πιθανότητας LL. Στη Σχέση 5.10 δίνεται ο υπολογισμός της συνάρτησης LL:

$$LL \triangleq \ln \left(\prod_{i=1}^M P(Y_i = y_i | \mathbf{x}_i) \right) = \sum_{i=1}^M \ln (P(Y_i = y_i | \mathbf{x}_i)) \quad (5.10)$$

όπου η πιθανότητα $P(Y_i = y_i | \mathbf{x}_i)$ είναι συνάρτηση των $\mathbf{b}, \boldsymbol{\tau}$ και δίνεται από τις Σχέσεις 5.6 και 5.7. Επομένως η εκτίμηση των παραμέτρων $\mathbf{b}_0, \boldsymbol{\tau}_0$ δίνεται από την λύση του προβλήματος μεγιστοποίησης:

$$\{\mathbf{b}_0, \boldsymbol{\tau}_0\} = \arg \max_{\mathbf{b}, \boldsymbol{\tau}} (LL) \quad (5.11)$$

Η λύση της Σχέσης 5.11 δεν προκύπτει σε κλειστή μορφή, αλλά πραγματοποιείται με υπολογιστικές μεθόδους (McCullagh, 1980).

5.3 Ταξινόμηση σε διατεταγμένες κατηγορίες με χρήση γραμμικού μοντέλου

Στο προηγούμενο κεφάλαιο παρουσιάστηκαν μέθοδοι ταξινόμησης που αντιμετωπίζουν τους βαθμούς ποιότητας σαν πέντε διακριτές κατηγορίες. Ωστόσο, δεδομένου ότι μεγαλύτερος βαθμός αντιστοιχεί σε καλύτερη ποιότητα, οι κατηγορίες παρουσιάζουν συγκεκριμένη διάταξη η οποία είναι συνεπής με την κωδικοποίηση των βαθμών ποιότητας.

Εκτός του μοντέλου σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας που παρουσιάστηκε στην προηγούμενη ενότητα, ένας διαφορετικός τρόπος αξιοποίησης της πληροφορίας της διάταξης των κατηγοριών, είναι η αντιστοίχιση των κατηγοριών σε αριθμητικές τιμές που παρουσιάζουν την ίδια διάταξη. Ο ταξινομητής υλοποιείται με τη βοήθεια ενός γραμμικού μοντέλου που συνδέει τα διανύσματα των χαρακτηριστικών με τις αριθμητικές τιμές των κατηγοριών. Με αυτόν τον τρόπο αξιοποιείται η πληροφορία της διάταξης των κατηγοριών που περιέχεται στις επιλεγμένες αριθμητικές τιμές κατά την διαδικασία εκτίμησης των παραμέτρων του γραμμικού μοντέλου. Προκειμένου ωστόσο να είναι αξιόπιστη η χρήση γραμμικού μοντέλου απαιτείται υψηλή συσχέτιση των χαρακτηριστικών με τις επιλεγμένες αριθμητικές τιμές των κατηγοριών.

Η μέθοδος ταξινόμησης σε διατεταγμένες κατηγορίες με χρήση γραμμικού μοντέλου συνοψίζεται ως εξής: Αρχικά πραγματοποιείται προσδιορισμός των χαρακτηριστικών και δημιουργούνται τα διανύσματα χαρακτηριστικών των προτύπων $\mathbf{X}_i$, τα οποία και αποτελούν τα διανύσματα εισόδου του συστήματος ταξινόμησης. Η διαδικασία ταξινόμησης προκύπτει από την εφαρμογή δύο τελεστών. Ο πρώτος τελεστής είναι το γραμμικό μοντέλο που μετασχηματίζει την

πληροφορία του διανύσματος του πρότυπου $\mathbf{x}_i$ στην γραμμική εκτίμηση $\hat{y}_i \triangleq \mathbf{x}_i \mathbf{b}$. Ο δεύτερος τελεστής πραγματοποιεί σύγκριση ανάμεσα στην εκτίμηση $\hat{y}_i$ και στις K αριθμητικές τιμές $z_1 < z_2 < \dots < z_K$, οι οποίες συνδέονται με τις K διατεταγμένες κατηγορίες μέσω μιας συνάρτησης $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, δηλαδή $z_j \triangleq f(\omega_j) \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, K\}$. Προφανώς για να διατηρείται η διάταξη $z_1 < z_2 < \dots < z_K$, θα πρέπει η συνάρτηση f να είναι γνησίως αύξουσα, δηλαδή $f(\omega_j) < f(\omega_{j+1}) \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, K-1\}$.

Η έξοδος $\hat{\omega}^{(i)}$ του ταξινομητή προκύπτει ως ο βαθμός ποιότητας ω_j του οποίου η αριθμητική τιμή z_j απέχει λιγότερο από την εκτίμηση $\hat{y}_i$. Η διαδικασία ταξινόμησης περιγράφεται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\begin{aligned} \hat{y}_i &= \mathbf{x}_i \mathbf{b} \\ j &= \arg \min_k |\hat{y}_i - z_k|, \quad k = 1, 2, \dots, K \\ \hat{\omega}^{(i)} &= \omega_j \end{aligned} \quad (5.12)$$

Στο Σχήμα 5.3 παρουσιάζεται το δομικό διάγραμμα του ταξινομητή.

Σχήμα 5.3 Δομικό διάγραμμα γραμμικού ταξινομητή.

Ο ταξινομητής που παρουσιάστηκε θα ονομάζεται στο εξής γραμμικός ταξινομητής.

5.3.1 Θεώρημα ισοδυναμίας γραμμικών ταξινομητών

Αποδεικνύεται εύκολα ότι ο γραμμικός ταξινομητής εκτελεί την ίδια ταξινόμηση για οποιονδήποτε γραμμικό μετασχηματισμό $\xi(\hat{y}_i) \triangleq \alpha \hat{y}_i + \beta$ με $\alpha \neq 0$ της γραμμικής εκτίμησης $\hat{y}_i$ που λαμβάνεται στην έξοδο της πρώτης βαθμίδας επεξεργασίας, αν αντί των αριθμητικών τιμών z_j της δεύτερης βαθμίδας χρησιμοποιηθούν οι τιμές $\xi(z_j) \triangleq \alpha z_j + \beta$, επομένως ισχύει το ακόλουθο θεώρημα:

ΘΕΩΡΗΜΑ 1. Ισοδυναμία γραμμικών ταξινομητών

Αν η έξοδος $\hat{y}_i$ της πρώτης βαθμίδας ενός γραμμικού ταξινομητή μετασχηματιστεί από την γραμμική συνάρτηση $\xi(\hat{y}_i) \triangleq \alpha \hat{y}_i + \beta$ με $\alpha > 0$ και οι αριθμητικές τιμές z_j που χρησιμοποιούνται στη δεύτερη βαθμίδα του ταξινομητή μετασχηματιστούν γραμμικά μέσω της ίδιας

συνάρτησης, δηλαδή $\xi(z_j) \triangleq \alpha z_j + \beta$, τότε η ταξινόμηση που προκύπτει είναι ίδια με την αρχική ταξινόμηση πριν την εφαρμογή της συνάρτησης $\xi(\cdot)$, για οποιοδήποτε πρότυπο $\mathbf{x}_i$.

Η απόδειξη του θεωρήματος παρατίθεται στην Ενότητα Γ.1 του Παραρτήματος Γ.

Σχήμα 5.4 Ισοδύναμος γραμμικός ταξινομητής.

Από το Θεώρημα 1 προκύπτει πως οποιοσδήποτε γραμμικός μετασχηματισμός $\xi(\cdot)$ των αριθμητικών τιμών z_j , μπορεί να αντισταθμιστεί με την προσθήκη μιας ενδιάμεσης βαθμίδας η οποία εφαρμόζει τον ίδιο γραμμικό μετασχηματισμό $\xi(\cdot)$ στις εκτιμήσεις $\hat{y}_i$, γεγονός που περιγράφεται και στο δομικό διάγραμμα του Σχήματος 5.4. Επίσης ο ίδιος μετασχηματισμός προκύπτει όταν αντί της ενδιάμεσης βαθμίδας χρησιμοποιηθούν οι συντελεστές $\mathbf{b}'$ για τους οποίους ισχύει $\mathbf{x}_i \mathbf{b}' = \xi(\hat{y}_i)$. Στην περίπτωση που οι συντελεστές $\mathbf{b}$ στην πρώτη βαθμίδα περιέχουν σταθερό όρο, η παραπάνω συνθήκη ισοδυναμίας $\mathbf{x}_i \mathbf{b}' = \xi(\hat{y}_i)$ ικανοποιείται από τους συντελεστές $\mathbf{b}' = \alpha \mathbf{b} + \beta [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ (βλ. Παράρτημα Γ, Ενότητα Γ.2), όπως παρουσιάζεται και στο Σχήμα 5.5.

Σχήμα 5.5 Ισοδύναμος γραμμικός ταξινομητής.

Στη συνέχεια αυτού του κεφαλαίου ακολουθεί η παρουσίαση τριών γραμμικών ταξινομητών οι οποίοι διαφοροποιούνται ως προς τον τρόπο με τον οποίο εκτιμώνται οι παράμετροι z_j , $j=1,2,\dots,K$ κατά την εκπαίδευση του ταξινομητή. Σημειώνεται ότι εφόσον προσδιοριστούν οι παράμετροι z_j , $j=1,2,\dots,K$, οι συντελεστές $\mathbf{b}$ υπολογίζονται στη συνέχεια σε κλειστή μορφή με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων.

5.3.2 Εκπαίδευση γραμμικού ταξινομητή με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων

Όπως αναφέρεται και στην προηγούμενη ενότητα οι συντελεστές $\mathbf{b}$ του γραμμικού ταξινομητή εκτιμώνται με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων, αφού πρώτα οριστούν οι παράμετροι

$z_j \triangleq f(\omega_j)$, $j=1,2,\dots,K$ της δεύτερης βαθμίδας του ταξινομητή. Προκειμένου να εφαρμοστεί η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων χρησιμοποιούνται M παραδείγματα εκπαίδευσης τα οποία αποτελούνται από τα διανύσματα των χαρακτηριστικών $\mathbf{x}_i$ $i \in \{1,2,\dots,M\}$ και την κατηγορία $\omega^{(i)}$ στην οποία ανήκει κάθε πρότυπο $\mathbf{x}_i$. Έστω ότι ο αριθμός των χαρακτηριστικών κάθε προτύπου είναι N , δηλαδή $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^N$ $i=1,2,\dots,M$, ενώ υπάρχουν K διατεταγμένες κατηγορίες, δηλαδή $\omega^{(i)} \in \Omega : (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_K)$. Η επιθυμητή έξοδος y_i του γραμμικού μοντέλου για κάθε διάνυσμα εισόδου $\mathbf{x}_i$ ορίζεται ως η αριθμητική τιμή που αντιστοιχεί στην κατηγορία $\omega^{(i)}$, δηλαδή $y_i \triangleq f(\omega^{(i)})$, $y_i \in (z_1, z_2, \dots, z_K)$.

Στην μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων τα διαθέσιμα παραδείγματα $\mathbf{x}_i \triangleq [x_{i,1} \ x_{i,2} \ \dots \ x_{i,N}]$ και οι αντίστοιχες αριθμητικές τιμές y_i των επιθυμητών κατηγοριών $\omega^{(i)} \in \Omega : (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_K)$, $i=1,2,\dots,M$, χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση των συντελεστών $\mathbf{b}$ του γραμμικού μοντέλου $\hat{y}_i = \mathbf{x}_i \mathbf{b}$. Η έξοδος $\hat{y}_i$ του μοντέλου αποτελεί τη γραμμική εκτίμηση για την κατηγορία του προτύπου $\mathbf{x}_i$, ενώ $\mathbf{b} \triangleq [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_N]^T$ είναι το διάνυσμα που περιέχει τους συντελεστές του γραμμικού μοντέλου.

Η αριθμητική τιμή y_i της κατηγορίας του προτύπου συνδέεται με το διάνυσμα χαρακτηριστικών $\mathbf{x}_i$ μέσω της Σχέσης:

$$y_i = \mathbf{x}_i \mathbf{b} + e_i \quad i=1,2,\dots,M \quad (5.13)$$

όπου e_i είναι το σφάλμα του γραμμικού εκτιμητή $\mathbf{x}_i \mathbf{b}$ που αντιστοιχεί στην μέτρηση y_i . Η τιμή του e_i είναι άγνωστη όπως επίσης άγνωστοι είναι και οι συντελεστές $\mathbf{b}$.

Η βέλτιστη τιμή του $\mathbf{b}$ προκύπτει ως $\mathbf{b}_0$ ελαχιστοποιώντας το αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα (Sum Squared Error, SSE), όπου $SSE \triangleq \sum_{i=1}^M e_i^2$, δηλαδή:

$$\mathbf{b}_0 = \arg \min_{\mathbf{b}} (SSE) = \arg \min_{\mathbf{b}} \left(\sum_{i=1}^M e_i^2 \right) = \arg \min_{\mathbf{b}} \left(\sum_{i=1}^M (y_i - \mathbf{x}_i \mathbf{b})^2 \right) \quad (5.14)$$

Ισοδύναμα σε μορφή πινάκων αν $\mathbf{X}$ είναι ο πίνακας που περιέχει στις γραμμές του όλα τα διαθέσιμα διανύσματα χαρακτηριστικών $\mathbf{x}_i$, δηλαδή:

$$\mathbf{X}_{M \times N} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_M \end{bmatrix}$$

$\mathbf{Y}$ είναι το διάνυσμα των παρατηρούμενων αριθμητικών τιμών των κατηγοριών y_i και $\mathbf{e}$ είναι το διάνυσμα των αντίστοιχων σφαλμάτων e_i , τότε:

$$\mathbf{e} = \mathbf{Y} - \mathbf{X}\mathbf{b}$$

$$\text{SSE} = \sum_{i=1}^M e_i^2 = \mathbf{e}^T \mathbf{e} \quad (5.15)$$

Όπου ο τελεστής T δηλώνει τον ανάστροφο πίνακα.

Η επίλυση του προβλήματος ελαχιστοποίησης που περιγράφεται στην 5.14 οδηγεί σε λύση κλειστής μορφής στην οποία οι συντελεστές $\mathbf{b}$ και οι εκτιμώμενες αριθμητικές τιμές $\hat{\mathbf{Y}}$ των κατηγοριών δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\begin{aligned} \mathbf{b} &= (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y} & (\alpha) \\ \hat{\mathbf{Y}} &= \mathbf{X}\mathbf{b} & (\beta) \\ \hat{\mathbf{Y}} &= \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \Rightarrow & (5.16) \\ \hat{\mathbf{Y}} &= \mathbf{H}\mathbf{Y} & (\gamma) \end{aligned}$$

Όπου ο πίνακας $\mathbf{H} \triangleq \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T$ εξαρτάται μόνο από τα διανύσματα των προτύπων και είναι ανεξάρτητος από τις επιθυμητές τιμές των κατηγοριών, είναι διαστάσεων $M \times M$, συμμετρικός και έχει τις ακόλουθες σημαντικές ιδιότητες:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^T &= \mathbf{H} & (\alpha) \\ \mathbf{H}\mathbf{H} &= \mathbf{H} & (\beta) \\ \mathbf{H}\mathbf{X} &= \mathbf{X} & (\gamma) \end{aligned} \quad (5.17)$$

Οι αποδείξεις των ιδιοτήτων του πίνακα $\mathbf{H}$ παρατίθενται στην Ενότητα Γ.3 του Παραρτήματος Γ.

Οι Σχέσεις που δίνονται στην 5.17 ισχύουν για αυθαίρετα διανύσματα $\mathbf{x}_i$, ωστόσο συνήθως τα αρχικά διανύσματα των χαρακτηριστικών επεκτείνονται κατά ένα στοιχείο το οποίο ισούται με τη μονάδα, έτσι ώστε να έχουμε το γραμμικό μοντέλο στην πλήρη του μορφή. Πρακτικά, η πλήρης μορφή του γραμμικού ταξινομητή εισάγει έναν επιπλέον συντελεστή b_0 . Δηλαδή $\mathbf{x}_i \triangleq [1 \ x_{i,1} \ x_{i,2} \ \cdots \ x_{i,N}]$, $\mathbf{b} \triangleq [b_0 \ b_1 \ b_2 \ \cdots \ b_N]^T$, και επομένως η λύση που προκύπτει δε δεσμεύεται να δίνει γραμμική εκτίμηση μηδέν όταν το διάνυσμα του πρότυπου έχει μηδενικές τιμές σε όλες τις συνιστώσες του.

Στη συνέχεια του κεφαλαίου το γραμμικό μοντέλο περιλαμβάνει πάντα τον σταθερό όρο ακόμα και όταν αυτό δεν αναφέρεται. Συνεπώς με $\mathbf{x}_i$ θα συμβολίζονται τα διανύσματα των χαρακτηριστικών μετά την προσθήκη της μονάδας. Σε αυτήν την περίπτωση ο πίνακας $\mathbf{H}$ αποκτά επιπλέον την ιδιότητα, το άθροισμα κάθε γραμμής ή στήλης του να ισούται με τη μονάδα. Επομένως αν τα στοιχεία του πίνακα $\mathbf{H}$ συμβολιστούν με h_{ij} ισχύουν αντίστοιχα οι ακόλουθες δύο ιδιότητες:

$$\sum_{j=1}^M h_{ij} = 1 \quad \text{και} \quad \sum_{i=1}^M h_{ij} = 1 \quad (5.18)$$

Η απόδειξη των Σχέσεων 5.18 παρατίθεται στο Παράρτημα Γ, Ενότητα Γ.3.

Από τις ιδιότητες του πίνακα **H** προκύπτει το Λήμμα 1:

ΛΗΜΜΑ 1

Αν αντί των y_i χρησιμοποιηθεί ένας γραμμικός μετασχηματισμός τους $y_i' \equiv \xi(y_i) \triangleq \alpha y_i + \beta$ με $\alpha \neq 0$, τότε η νέα εκτίμηση των συντελεστών **b'** με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων είναι $\mathbf{b}' = \alpha \mathbf{b} + \beta [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$, άρα $\mathbf{x}_i \mathbf{b}' = \xi(\mathbf{x}_i \mathbf{b}) = \xi(\hat{y}_i)$ και με βάση το Θεώρημα 1 ισχύει η ισοδυναμία των ταξινομήσεων.

Η απόδειξη παρατίθεται στο Παράρτημα Γ, Ενότητα Γ.4.

Επομένως η αυθαίρετη επιλογή $f(\omega_j) = j \quad j = 1, 2, \dots, K$ είναι ισοδύναμη με οποιαδήποτε επιλογή ορίζει ίσα διαστήματα ανάμεσα σε διαδοχικές κατηγορίες, ενώ το σύνολο τιμών της f έχει περιοριστεί στο διάστημα $[1, K]$ με $z_1 = 1$ και $z_K = K$, χωρίς βλάβη της γενικότητας. Ωστόσο, η αυθαίρετη επιλογή των υπόλοιπων $K - 2$ αριθμητικών τιμών $z_j, \quad j = 2, 3, \dots, K - 1$ προκαλεί βλάβη της γενικότητας, καθώς ο αυθαίρετος ορισμός τους οδηγεί σε διαφορετικούς ταξινομητές που έχουν διαφορετική ακρίβεια ταξινόμησης.

5.3.3 Ο συντελεστής προσδιορισμού r^2 ως μέτρο της ακρίβειας προσαρμογής του γραμμικού μοντέλου

Εκτιμώντας την τιμή των συντελεστών **b**, προκύπτει μια γραμμική συνάρτηση $g(\mathbf{x}) : \mathcal{R}^N \rightarrow \mathcal{R}$ με $g(\mathbf{x}) = \mathbf{x} \mathbf{b}_0$, η οποία αποτελεί τη γραμμική εκτίμηση $\hat{y}_i = g(\mathbf{x}_i)$. Η ακρίβεια προσαρμογής που έχει η συνάρτηση $g(\mathbf{x})$ στα δεδομένα αυξάνεται όσο μειώνεται το αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα SSE. Λαμβάνοντας υπόψη ότι οι συντελεστές **b**₀ έχουν εκτιμηθεί ικανοποιώντας το κριτήριο ελαχιστοποίησης του SSE που ορίζεται στην 5.14, η ακρίβεια προσαρμογής του γραμμικού εκτιμητή που προκύπτει με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων είναι η καλύτερη δυνατή. Ωστόσο, η τιμή του SSE, δεν μπορεί να αποτελέσει από μόνη της μέτρο της ακρίβειας προσαρμογής. Πρέπει το SSE να συγκριθεί με κάποιο άλλο μέγεθος αναφοράς προκειμένου να χαρακτηριστεί μικρό και να θεωρηθεί καλή η προσαρμογή της συνάρτησης, ή μεγάλο και η προσαρμογή να θεωρηθεί κακή. Ένα τέτοιο μέγεθος αναφοράς είναι το άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων των παρατηρούμενων τιμών y_i από το μέσο όρο τους $\bar{y}$, και το οποίο συμβολίζεται με SST και ορίζεται ως ακολούθως:

$$SST \triangleq \sum_{i=1}^M (y_i - \bar{y})^2 \quad (5.19)$$

όπου $\bar{y} \triangleq \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M y_i$. Το SST στο εξής θα αναφέρεται με συντομία *άθροισμα τετραγώνων γύρω από τον μέσο* ή *ολική διακύμανση*. Επίσης αν SSR είναι το άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων των εκτιμώμενων τιμών $\hat{y}_i$ από το μέσο όρο των παρατηρούμενων τιμών y_i :

$$SSR \triangleq \sum_{i=1}^M (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \quad (5.20)$$

Τότε ισχύει ότι

$$SST = SSR + SSE \quad (5.21)$$

Η απόδειξη της 5.21 βρίσκεται στο Παράρτημα Γ, Ενότητα Γ.5. Όμως ως αθροίσματα τετραγώνων οι όροι της 5.21 είναι όλοι θετικές ποσότητες επομένως ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} 0 \leq SSE \leq SST &\Rightarrow 0 \leq \frac{SSE}{SST} \leq 1 \\ 0 \leq SSR \leq SST &\Rightarrow 0 \leq \frac{SSR}{SST} \leq 1 \end{aligned} \quad (5.22)$$

Ο λόγος $\frac{SSE}{SST}$ είναι δείκτης της ακρίβειας της προσαρμογής και σε περίπτωση μηδενικού σφάλματος παίρνει την τιμή μηδέν δηλώνοντας απόλυτη προσαρμογή στα δεδομένα, ενώ στη χειρότερη περίπτωση ο λόγος ισούται με τη μονάδα.

Αν $r^2 \triangleq \frac{SSR}{SST}$, ισχύει ότι $r^2 = 1 - \frac{SSE}{SST}$. Ο λόγος r^2 καλείται *συντελεστής προσδιορισμού* και

χρησιμοποιείται σαν μέτρο της ακρίβειας της προσαρμογής. Όταν η τιμή του πλησιάζει τη μονάδα η προσαρμογή θεωρείται καλύτερη. Το SSR στο εξής θα αναφέρεται με συντομία *εξημενυμένη διακύμανση*. Η εξημενυμένη διακύμανση προκύπτει από το γεγονός ότι το SSR αποτελεί το μέρος της ολικής διακύμανσης που οφείλεται στη γραμμική εξάρτηση των διανυσμάτων $\mathbf{x}_i$, ενώ το υπόλοιπο μέρος της ολικής διακύμανσης που είναι το SSE οφείλεται σε άγνωστους παράγοντες. Γι' αυτόν το λόγο στο εξής το SSE θα αναφέρεται και σαν *ανεξημενυτη διακύμανση*. Σημειώνεται ότι όταν υπάρχει τέλεια προσαρμογή της συνάρτησης $g(\mathbf{x})$ στα δεδομένα $\mathbf{x}_i, y_i$, το σφάλμα SSE είναι μηδενικό, επομένως $SSR = SST$, ο συντελεστής προσδιορισμού r^2 ισούται με τη μονάδα και ολόκληρη η διακύμανση ερμηνεύεται από τη γραμμική σχέση. Αντίθετα, στην ακραία περίπτωση που το SSR είναι ίσο με το μηδέν, η εκτίμηση του μοντέλου $\hat{y}_i$ είναι πάντα ίση με $\bar{y}$ ανεξαρτήτως του διανύσματος $\mathbf{x}_i$ και ολόκληρη η διακύμανση μένει γραμμικά ανεξημενυτη καθώς $SSE = SST$.

Ο συντελεστής προσδιορισμού r^2 , μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως ένα ποιοτικό μέτρο για την αξιολόγηση του ταξινομητή καθώς δείχνει πόσο καλά προσαρμόζεται το γραμμικό μοντέλο στα συγκεκριμένα δεδομένα $\mathbf{x}_i, y_i$.

Αποδεικνύεται (βλ. Παράρτημα Γ, Ενότητα Γ.7) ότι για το αντίστοιχο αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα SSE' , που προκύπτει από την εφαρμογή της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων μετά την παρεμβολή του αυθαίρετου γραμμικού μετασχηματισμού $\xi(y_i) \triangleq \alpha y_i + \beta$, ισχύει $SSE' = \alpha^2 SSE$.

Επομένως το σφάλμα της γραμμικής εκτίμησης εξαρτάται άμεσα από το πεδίο τιμών της συνάρτησης f που χρησιμοποιείται για την αντιστοίχιση των αριθμητικών τιμών στις κατηγορίες. Στο Παράρτημα Β1 αποδεικνύεται επίσης ότι $r'^2 = r^2$ (βλ. Παράρτημα Γ, ενότητα Γ.8), επομένως αν και το αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα είναι διαφορετικό, η ακρίβεια προσαρμογής του

γραμμικού εκτιμητή για οποιονδήποτε γραμμικό μετασχηματισμό των επιθυμητών τιμών z_j δίνει την ίδια αριθμητική τιμή.

5.3.4 Γραμμικός ταξινομητής προκαθορισμένων αποστάσεων κατηγοριών

Η χρήση του γραμμικού ταξινομητή είναι αρκετά διαδεδομένη, καθώς παρουσιάζει αρκετά πλεονεκτήματα όπως ο μικρός αριθμός άγνωστων συντελεστών του γραμμικού μοντέλου ($N+1$), η δυνατότητα εκπαίδευσης με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων επιλύοντας το πρόβλημα ελαχιστοποίησης σε κλειστή μορφή, και η ύπαρξη αντικειμενικών μέτρων αξιολόγησης όπως ο συντελεστής προσδιορισμού r^2 .

Στις εργασίες ποιοτικού ελέγχου ραφής αλλά και παρόμοιων εφαρμογών όπως ο ποιοτικός έλεγχος πτυχώσεων σε υφάσματα, η διαδικασία που χρησιμοποιείται για την εκτίμηση των βαθμών ποιότητας ισοδυναμεί με τη χρήση ενός γραμμικού ταξινομητή όπου οι παράμετροι z_j , επιλέγονται αυθαίρετα ως $z_j \triangleq f(\omega_j) = j, j = 1, 2, \dots, 5$. Συνήθως χρησιμοποιείται η κωδικοποίηση των βαθμών ποιότητας ενώ οι συντελεστές $\mathbf{b}$ του γραμμικού μοντέλου εκτιμώνται στη συνέχεια με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων. Το βασικό μειονέκτημα της μεθόδου είναι πως οι αριθμητικές τιμές z_j που χρησιμοποιούνται είναι αυθαίρετες και δεν περιγράφουν κάποια πρότερη γνώση των πραγματικών αποστάσεων ανάμεσα στις κατηγορίες των βαθμών ποιότητας.

Ο γραμμικός ταξινομητής που υποθέτει ίσα διαστήματα ανάμεσα σε διαδοχικές κατηγορίες, θα αναφέρεται στο εξής ως γραμμικός ταξινομητής προκαθορισμένων αποστάσεων κατηγοριών ή με συντομία ΓΤ-ΠΑΚ.

5.3.5 Πειραματική αξιολόγηση του ΓΤ-ΠΑΚ στην εκτίμηση των βαθμών ποιότητας ραφής με χρήση χαρακτηριστικών αυτοσχίσσης

Στην Ενότητα 4.3 χρησιμοποιείται αυτοσχίσση για την αξιολόγηση των ραφών, η οποία βασίζεται στο χαρακτηριστικό σκιάς Sr που είναι μονοδιάστατο μέγεθος. Το μέγεθος Sr ταξινομείται σε μία από πέντε διακριτές κατηγορίες χρησιμοποιώντας έναν ταξινομητή k -πλησιέστερων γειτόνων. Στην ίδια ενότητα υπολογίστηκε και η τιμή του συντελεστή συσχέτισης ανάμεσα στα εξαγόμενα χαρακτηριστικά Sr και στους βαθμούς ποιότητας που τους αποδόθηκαν με ανθρώπινη αξιολόγηση, και η οποία ανέρχεται σε -0.964. Επειδή η υψηλή απόλυτη τιμή του συντελεστή υποδεικνύει την ύπαρξη ισχυρά γραμμικής σχέσης ανάμεσα στους βαθμούς ποιότητας και στα χαρακτηριστικά Sr , η επιλογή του γραμμικού ταξινομητή για την εκτίμηση της ποιότητας ραφής είναι προφανής. Επομένως, στην παρούσα ενότητα παρουσιάζεται η πειραματική αξιολόγηση της μεθόδου ποιοτικού ελέγχου με αυτοσχίσση όταν αντί του ταξινομητή k -πλησιέστερων γειτόνων χρησιμοποιείται ο γραμμικός ταξινομητής προκαθορισμένων αποστάσεων κατηγοριών.

Οι βαθμοί ποιότητας λαμβάνουν τιμές από το σύνολο $(1, 2, 3, 4, 5)$, υποθέτοντας ίσα διαστήματα ανάμεσα στις κατηγορίες, ενώ τα διανύσματα εισόδου $\mathbf{x}_i$ του ταξινομητή αποτελούνται από τα χαρακτηριστικά Sr και τη μονάδα, δηλαδή $\mathbf{x}_i \triangleq [1 \quad Sr_i]^T$. Επομένως το γραμμικό μοντέλο περιέχει τον ελάχιστο αριθμό των δύο συντελεστών.

Πίνακας 5.1 Πίνακας ανάλυσης της διασποράς

	Άθροισμα Τετραγώνων	Βαθμοί ελευθερίας	Μέσο Τετράγωνο	F ^a	Σημαντικότητα
SSR	184.93	1	184.93	1435	0
SSE	14.17	110	0.129		
SST	199.11	111			

^a Η σημαντικότητα του στατιστικού τεστ που ακολουθεί την F κατανομή είναι κατά προσέγγιση μηδενική δικαιολογώντας τη χρήση του γραμμικού μοντέλου.

Στο αρχικό στάδιο των πειραμάτων για την εκτίμηση των δύο συντελεστών του γραμμικού μοντέλου χρησιμοποιήθηκε ολόκληρο το σύνολο των 112 διαθέσιμων προτύπων $\mathbf{x}_i$ και οι αντίστοιχοι βαθμοί ποιότητας που προέκυψαν από την ανθρώπινη αξιολόγηση. Ένα βασικό μέτρο της ακρίβειας προσαρμογής της γραμμικής συνάρτησης στα δεδομένα είναι ο συντελεστής προσδιορισμού r^2 , ο οποίος λαμβάνει τιμές ανάμεσα στο 0 και το 1. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του r^2 τόσο καλύτερη θεωρείται η ακρίβεια της προσαρμογής. Στην προκειμένη περίπτωση η τιμή του υπολογίστηκε ότι είναι 0.929, ενώ και τα υπόλοιπα μεγέθη της ανάλυσης διασποράς υποδηλώνουν καλή προσαρμογή. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.1. Η χαμηλή τιμή του αθροίσματος τετραγώνων των σφαλμάτων SSE σε σχέση με το άθροισμα τετραγώνων SSR, δηλώνει πως το γραμμικό μοντέλο προσεγγίζει ικανοποιητικά τις πραγματικές τιμές των βαθμών ποιότητας. Η ακρίβεια της προσαρμογής εξετάστηκε περαιτέρω χρησιμοποιώντας ένα στατιστικό μέγεθος που υπολογίζεται από τον λόγο του μέσου τετραγώνου SSR προς το μέσο τετράγωνο των σφαλμάτων SSE και ακολουθεί την F κατανομή όταν τα σφάλματα ακολουθούν κανονική κατανομή (Mood et. al., 1974). Καθώς το μέτρο σημαντικότητας του F στατιστικού έχει σχεδόν μηδενική τιμή, απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση, η οποία δηλώνει ότι δεν υπάρχει γραμμική σχέση ανάμεσα στους βαθμούς ποιότητας και στα χαρακτηριστικά σκιάς Sr .

Ο βαθμός ποιότητας ραφής κάθε δείγματος εκτιμήθηκε χρησιμοποιώντας το γραμμικό μοντέλο, σύμφωνα με τη διαδικασία που περιγράφεται στην Ενότητα 5.3.4. Το ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης ανήλθε στο 84.82% έναντι του 83.04% που προκύπτει με ταξινόμηση στον πλησιέστερο γείτονα και του 81.55% που είναι η ακρίβεια της ανθρώπινης αξιολόγησης. Πιο συγκεκριμένα, 95 από τα 112 δείγματα ταξινομήθηκαν στην ίδια κατηγορία με την ανθρώπινη αξιολόγηση, ενώ τα υπόλοιπα 17 ταξινομήθηκαν σε κατηγορίες που διέφεραν μόνο κατά ένα βαθμό ποιότητας. Στον Πίνακα 5.2 παρουσιάζονται συνοπτικά τα αποτελέσματα της ταξινόμησης.

Πίνακας 5.2 Πίνακας σύγκρισης ταξινόμήσεων

Ανθρ. ΓΤ-ΠΑΚ	1	2	3	4	5
1	20	1	0	0	0
2	2	22	4	0	0
3	0	1	19	4	0
4	0	0	0	19	0
5	0	0	0	5	15

Πίνακας 5.3 Μέτρα αξιολόγησης της ταξινόμησης

	ΓΤ-ΠΑΚ				
Βαθμός Ποιότητας	1	2	3	4	5
Ανάκληση	0.91	0.92	0.83	0.68	1.00
Ακρίβεια	0.95	0.79	0.79	1.0	0.75
Μέτρο f	0.93	0.85	0.81	0.81	0.86
μέτρο κ			0.81		
Ποσοστό Επιτυχίας			84.82%		

Στον Πίνακα 5.3 περιέχονται οι τιμές των στατιστικών μεγεθών ανάκληση, ακρίβεια και το μέτρο f που χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση του ταξινομητή.

Στο δεύτερο στάδιο των πειραμάτων, η προτεινόμενη μέθοδος ταξινόμησης αξιολογήθηκε με χρήση της μεθόδου διασταυρωμένης επικύρωσης σε K μέρη (K-fold cross-validation, Kohavi, 1995). Η βασική αρχή αυτής της μεθόδου είναι ο διαχωρισμός του συνόλου των διαθέσιμων παραδειγμάτων σε K υποσύνολα που δεν περιέχουν κοινά μέλη. Πραγματοποιούνται K πειράματα αξιολόγησης που περιλαμβάνουν την χρήση των K-1 υποσυνόλων για την εκπαίδευση του συστήματος ταξινόμησης και την χρήση του εναπομείναντος υποσυνόλου παραδειγμάτων στην αξιολόγηση του ταξινομητή. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου όλα τα υποσύνολα παραδειγμάτων έχουν εξαιρεθεί από την εκπαίδευση για μία και μοναδική φορά. Το τελικό ποσοστό επιτυχίας ταξινόμησης προκύπτει ως ο μέσος όρος των επί μέρους ποσοστών επιτυχίας ταξινόμησης για τα K πειράματα. Τα K υποσύνολα έχουν περίπου ίσο αριθμό τυχαία επιλεγμένων παραδειγμάτων. Πολλές φορές η επιλογή των παραδειγμάτων δεν είναι ολοκληρωτικά τυχαία καθώς το κάθε υποσύνολο επιλέγεται με τέτοιο τρόπο ώστε να κληρονομεί τα στατιστικά χαρακτηριστικά του αρχικού συνόλου. Σε αυτή την περίπτωση όλα τα στατιστικά μεγέθη των προτύπων σε κάθε αμερόληπτη δειγματοληψία παραμένουν σταθερά. Με αυτή την μέθοδο μετρήθηκε η επιτυχία ταξινόμησης προτύπων που δεν έχουν χρησιμοποιηθεί στην εκπαίδευση του ταξινομητή. Χρησιμοποιήθηκε η τυχαία τμηματοποίηση των διαθέσιμων παραδειγμάτων σε 10 υποσύνολα που περιέχουν αμοιβαίως αποκλειόμενα παραδείγματα. Τα σύνολα των παραδειγμάτων που προκύπτουν περιέχουν το ίδιο ποσοστό παραδειγμάτων για κάθε κατηγορία με το αρχικό σύνολο των 112 δειγμάτων (stratified K-fold cross-validation). Συνεπώς προκύπτουν 10 αξιολογήσεις ταξινόμησης 11 διαφορετικών δειγμάτων ραφής που δεν χρησιμοποιήθηκαν στην εκπαίδευση. Το τελικό ποσοστό επιτυχίας προκύπτει ως ο μέσος όρος των ποσοστών επιτυχίας των επιμέρους ταξινομήσεων. Το ποσοστό επιτυχίας που υπολογίζεται με την παραπάνω μέθοδο είναι εξίσου υψηλό με το προηγούμενο και ανέρχεται στο 84.17%.

Τέλος, προκειμένου να εκτιμηθεί η συμπεριφορά της μεθόδου σε περιπτώσεις μικρού αριθμού διαθέσιμων παραδειγμάτων, η διαδικασία διασταυρωμένης επικύρωσης επαναλήφθηκε εναλλάσσοντας όμως αυτή τη φορά τα σύνολα ταξινόμησης με τα σύνολα ελέγχου. Αυτό σημαίνει ότι χρησιμοποιήθηκαν ουσιαστικά μόνο 11 δείγματα για την εκπαίδευση κάθε ταξινομητή και 101 δείγματα για τον αντίστοιχο έλεγχο. Επειδή προέκυψε ποσοστό επιτυχίας 82.04%, συμπεραίνεται πως ακόμα και στην περίπτωση που υπάρχει διαθέσιμος μικρός αριθμός παραδειγμάτων εκπαίδευσης η απόδοση του ΓΤ-ΠΑΚ παραμένει ικανοποιητική.

5.4 Πειραματική αξιολόγηση του ΤΔΚ και του ΓΤ-ΠΑΚ σε εφαρμογές ποιοτικού ελέγχου ραφής

Η εκπαίδευση συστημάτων αναγνώρισης προτύπων μέσω της απλής γραμμικής αντιστοίχισης του πρότυπου ραφής στην αριθμητική τιμή της κατηγορίας χρησιμοποιεί αριθμητικά δεδομένα αν και η διαθέσιμη πληροφορία αφορά μόνο τη διάταξη των κατηγοριών. Ωστόσο, τα πλεονεκτήματα που παρουσιάζει η γραμμική προσέγγιση, όπως η ύπαρξη λύσης σε κλειστή μορφή, ο μικρός αριθμός άγνωστων συντελεστών και η ύπαρξη μέτρων αξιολόγησης την έχουν καταστήσει πολύ δημοφιλή, με αποτέλεσμα να χρησιμοποιείται σε πολλές περιπτώσεις προβλημάτων αναγνώρισης προτύπων, παραβλέποντας τα θεωρητικά και πρακτικά προβλήματα που προκύπτουν.

Το μοντέλο σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας χειρίζεται εγγενώς διατάξιμα πρότυπα γεγονόσ που του δίνει θεωρητικό προβάδισμα έναντι του γραμμικού μοντέλου σε περιπτώσεις ταξινόμησης σε διατεταγμένες κατηγορίες. Ωστόσο, οι $N+K-1$ παράμετροι του μοντέλου σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας είναι πάντοτε περισσότεροι σε πλήθος από τους αντίστοιχους $N+1$ συντελεστές του γραμμικού μοντέλου όταν εφαρμόζονται στο ίδιο πρόβλημα ταξινόμησης προτύπων. Επιπρόσθετα η εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας γίνεται με επαναληπτικές μη βέλτιστες μεθόδους.

Στη συνέχεια του κεφαλαίου εξετάζεται πειραματικά η απόδοση των παραπάνω ταξινομητών στην περίπτωση του ποιοτικού ελέγχου ραφής. Για την αξιολόγηση των δύο ταξινομητών χρησιμοποιούνται τρία σύνολα χαρακτηριστικών που προσδιορίζονται από εικόνες δειγμάτων ραφής, ενώ οι διατεταγμένες κατηγορίες αντιστοιχούν στους πέντε βαθμούς ποιότητας ραφής.

5.4.1 Σύνολα χαρακτηριστικών

Προκειμένου η αξιολόγηση της απόδοσης των δύο ταξινομητών να είναι αντικειμενικότερη, χρησιμοποιούνται τρία διαφορετικά σύνολα χαρακτηριστικών. Αρχικά οι εικόνες των δειγμάτων ραφής κανονικοποιούνται και στη συνέχεια δημιουργούνται για κάθε εικόνα τέσσερις καμπύλες φωτεινότητας, όπως περιγράφεται στην Ενότητα 4.4.1. Με αυτόν τον τρόπο ελαττώνεται ταυτόχρονα η περιττή πληροφορία και ο θόρυβος. Στη συνέχεια προσδιορίζονται τέσσερα χαρακτηριστικά, ένα από κάθε καμπύλη.

Το πρώτο σύνολο χαρακτηριστικών βασίζεται σε χωρική πληροφορία και πρόκειται για την ανομοιομορφία R_i κάθε καμπύλης φωτεινότητας, όπως ορίζεται στην Παράγραφο 4.4.2. Προκύπτει επομένως ένα τετραδιάστατο διάνυσμα χαρακτηριστικών $\mathbf{R}_i$ για κάθε εικόνα.

Το δεύτερο σύνολο χαρακτηριστικών βασίζεται σε φασματική πληροφορία και πρόκειται για ορισμένους από τους συντελεστές του μονοδιάστατου μετασχηματισμού Fourier κάθε καμπύλης φωτεινότητας. Η διαδικασία επιλογής των συντελεστών είναι πανομοιότυπη με αυτήν που παρουσιάζεται στην Ενότητα 4.2.3 με τη μόνη διαφορά ότι αντί του μέγιστου της ενέργειας κάθε περιοχής συχνοτήτων, υπολογίζεται ο αντίστοιχος μέσος όρος της ενέργειας των ίδιων περιοχών. Κάθε εικόνα παράγει ένα τετραδιάστατο διάνυσμα χαρακτηριστικών $\mathbf{F}_i$.

Το τρίτο σύνολο χαρακτηριστικών προκύπτει από τον υπολογισμό των διαστάσεων φράκταλ (fractal dimensions) κάθε καμπύλης φωτεινότητας. Πρόκειται για το χαρακτηριστικό που προτείνεται στην εργασία Aibara (1999), όπου χρησιμοποιούνται οι καμπύλες φωτεινότητας. Ο υπολογισμός των διαστάσεων πραγματοποιείται με χρήση της τροποποιημένης μεθόδου pixel dilation (Honda, 1991). Μέσω της παραπάνω διαδικασίας παράγεται ένα τετραδιάστατο διάνυσμα

χαρακτηριστικών R_i . Από την περιγραφή των συνόλων των χαρακτηριστικών προκύπτει ότι και τα τρία σύνολα αποτελούνται από 4-διάστατα διανύσματα χαρακτηριστικών, έτσι κάθε ένα από τα γραμμικά μοντέλα καθορίζεται από 5 συντελεστές, ενώ τα λογαριθμιστικά μοντέλα από 8 συντελεστές.

Στο προηγούμενο κεφάλαιο παρουσιάστηκε υψηλή συσχέτιση των χαρακτηριστικών ανομοιομορφίας, φάσματος και αυτοσχίασης με τους βαθμούς ποιότητας όταν χρησιμοποιούνται οι αριθμητικές τιμές (1,2,3,4,5) για την κωδικοποίηση των βαθμών ποιότητας ραφής. Η υψηλή συσχέτιση δημιουργεί την ανάγκη μελέτης πιθανής ύπαρξης γραμμικής αντιστοίχισης των χαρακτηριστικών στις πέντε ισαπέχουσες κατηγορίες ποιότητας.

5.4.2 Πειραματικά αποτελέσματα

Για την πραγματοποίηση των πειραμάτων χρησιμοποιήθηκαν 325 εικόνες που περιέχουν δείγματα ραφών τα οποία προέρχονται από τρία διαφορετικά είδη υφασμάτων. Το πρώτο είδος είναι σατέν και χρησιμοποιήθηκε σε 112 δείγματα, το δεύτερο είναι λινό και χρησιμοποιήθηκε σε 99 δείγματα, ενώ το τρίτο είναι βαμβακερό και χρησιμοποιήθηκε σε 114 δείγματα. Το μέγεθος κάθε δείγματος είναι περίπου 20×4 cm.

Τα δείγματα αξιολογήθηκαν από μία ομάδα τριών κριτών και σε κάθε ένα από αυτά αποδόθηκε ένας βαθμός ποιότητας ανάμεσα στο 1 και το 5, όπου με 1 κωδικοποιείται η χειρότερη ποιότητα και με 5 η καλύτερη. Σε περίπτωση διαφωνίας ανάμεσα στα μέλη της ομάδας, ο τελικός βαθμός ποιότητας προκύπτει ως ο διάμεσος των τριών κωδικοποιήσεων. Στη συνέχεια υπολογίστηκε το ποσοστό συμφωνίας κάθε κριτή με την τελική αξιολόγηση. Προκειμένου να εκτιμηθεί το ποσοστό επιτυχίας της ανθρώπινης αξιολόγησης συνολικά, χρησιμοποιήθηκε ο μέσος όρος των ποσοστών συμφωνίας των κριτών με την τελική αξιολόγηση, ο οποίος ανέρχεται στο 80.3%. Η κατανομή των βαθμών ποιότητας για τα 325 δείγματα που αξιολογήθηκαν δίνεται από τον Πίνακα 5.4

Πίνακας 5.4 Κατανομή δειγμάτων ραφής με βάση την ανθρώπινη αξιολόγηση.

Βαθμός Ποιότητας	1	2	3	4	5	Σύνολο
Πλήθος	46	82	69	71	57	325
Ποσοστό	14,2%	25,2%	21,2%	21,8%	17,5%	100,0%

Πριν πραγματοποιηθεί η σύγκριση των ταξινομητών, εξετάζεται η συσχέτιση των προσδιοριζόμενων χαρακτηριστικών με τους βαθμούς ποιότητας ώστε να σχηματιστεί μια εικόνα της καταλληλότητά τους. Για τον υπολογισμό της συσχέτισης χρησιμοποιούνται δύο διαφορετικά μέτρα αξιολόγησης. Το πρώτο μέτρο αξιολόγησης είναι γνωστό από την επιστήμη της στατιστικής σαν συντελεστής συσχέτισης κατά Pearson (Weisburd, D., 2007), ο οποίος εφαρμόζεται σε αριθμητικά δεδομένα, και το δεύτερο μέτρο ονομάζεται συντελεστής συσχέτισης κατά Spearman (Weisburd, D., 2007), που είναι κατάλληλος για διατάξιμα δεδομένα. Οι δύο συντελεστές συσχέτισης υπολογίστηκαν και παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.5. Όταν η συσχέτιση είναι μεγάλη η απόλυτη τιμή των συντελεστών πλησιάζει τη μονάδα. Από τα πειραματικά αποτελέσματα του πίνακα διαπιστώνεται πως υπάρχει υψηλή συσχέτιση στην περίπτωση των χαρακτηριστικών R_i και

F_i , η οποία όμως δεν είναι τόσο ισχυρή στην περίπτωση των χαρακτηριστικών Fr_i . Επιπλέον ο συντελεστής Spearman είναι πάντοτε μεγαλύτερος κατά απόλυτη τιμή από τον αντίστοιχο συντελεστή Pearson. Αυτό γίνεται εμφανές στην περίπτωση των χαρακτηριστικών fractal όπου η διαφορά ανάμεσα στους δύο συντελεστές ξεπερνάει το 6%. Τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.5 προέκυψαν με χρήση των 325 διαθέσιμων δειγμάτων ραφής διαφορετικής ποιότητας, αποτελούν επομένως μια στατιστική εκτίμηση και για το λόγο αυτό πριν γίνουν αποδεκτά αξιολογήθηκαν χρησιμοποιώντας τα στατιστικά τεστ. Επειδή σε καμία περίπτωση η σημαντικότητα των στατιστικών ελέγχων δεν ξεπέρασε το 10^{-4} τα αποτελέσματα έγιναν δεκτά, επιβεβαιώνοντας τη συσχέτιση ανάμεσα στους βαθμούς ποιότητας και στα εξαγόμενα χαρακτηριστικά.

Πίνακας 5.5 Συντελεστές συσχέτισης χαρακτηριστικών με βαθμούς ποιότητας.

Σύνολο χαρακτ.	Μέθοδος	Συντελεστής συσχέτισης			
		1 ^η συνιστώσα	2 ^η συνιστώσα	3 ^η συνιστώσα	4 ^η συνιστώσα
R	Pearson	-0.9165	-0.9353	-0.9349	-0.9146
	Spearman	-0.9188	-0.9400	-0.9389	-0.9188
F	Pearson	-0.8985	-0.9191	-0.9219	-0.8956
	Spearman	-0.9115	-0.9223	-0.9270	-0.9130
Fr	Pearson	0.7098	0.8065	0.8168	0.7481
	Spearman	0.7786	0.8647	0.8818	0.8133

5.4.3 Μέτρα σύγκρισης αποτελεσμάτων ταξινόμησης με χρήση ΤΣΑΠ και ΓΤ-ΠΑΚ

Στην εργασία (Zhao, 2001) προτείνονται πέντε είδη μέτρων σύγκρισης σε αντίστοιχα προβλήματα εκτίμησης παραμέτρων, τα οποία χρησιμοποιούνται για τη σύγκριση του γραμμικού μοντέλου με το απλό λογαριθμιστικό μοντέλο. Λόγω της στενής σχέσης του απλού λογαριθμιστικού μοντέλου με το μοντέλο σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας, τα ίδια μέτρα χρησιμοποιούνται και στην παρούσα διατριβή και για τη σύγκριση του γραμμικού μοντέλου με το μοντέλο σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας. Ακολουθεί μια σύντομη περιγραφή των μέτρων σύγκρισης:

1. Εκτιμήσεις εκτός πεδίου τιμών (Out of range)

Το μοντέλο σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας παράγει αποτελέσματα εντός του ορίου των αριθμητικών τιμών των κατηγοριών, ενώ στην περίπτωση του γραμμικού μοντέλου δεν υπάρχει αντίστοιχος περιορισμός. Συνεπώς το πλήθος των γραμμικών εκτιμήσεων που βρίσκονται εκτός των ορίων χρησιμοποιείται ως μέτρο της μη καταλληλότητας του μοντέλου. Στην περίπτωση του ποιοτικού ελέγχου ραφής επομένως γίνεται καταμέτρηση των γραμμικών εκτιμήσεων που είναι μικρότερες της μονάδας ή μεγαλύτερες του πέντε.

Επίσης χρησιμοποιώντας την απόλυτη τιμή της διαφοράς των εκτιμήσεων από τις αριθμητικές τιμές της ανθρώπινης αξιολόγησης υπολογίζεται η απόσταση των εκτιμήσεων κάθε μοντέλου από αυτές τις τιμές. Οι αποστάσεις που υπολογίζονται χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό

ενός δεύτερου μέτρου. Το μέτρο αυτό προκύπτει ως το ποσοστό των εκτιμήσεων κάθε μοντέλου που έχουν μικρότερη απόσταση από τις αριθμητικές τιμές της ανθρώπινης αξιολόγησης σε σχέση με το άλλο μοντέλο. Στο εξής το παραπάνω μέτρο θα ονομάζεται ποσοστό καλύτερης γειτνίασης (% closest to observations).

2. Δειγματική έκταση (Range)

Αυτό το είδος μέτρων επικεντρώνεται στην εξαγωγή αριθμητικών μεγεθών που αποτελούν μέτρα ορισμένων χαρακτηριστικών του συνόλου των διαφορών ανάμεσα στις εκτιμούμενες και στις αριθμητικές τιμές των κατηγοριών. Τέτοια μέτρα είναι η ελάχιστη (minimum) και η μέγιστη (maximum) διαφορά, η μέση τιμή των διαφορών (mean), η δειγματική έκταση (range) και η δειγματική κεντρική έκταση (interquarter range, IQR) των διαφορών. Τα δύο τελευταία μέτρα περιγράφονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\text{Range} = \text{maximum} - \text{minimum} \quad (5.23)$$

$$\text{IQR} = \text{third quarter} - \text{first quarter} \quad (5.24)$$

Όσο πιο μικρή γίνεται η τιμή των δύο εκτάσεων, τόσο πιο κοντά θεωρούνται ότι βρίσκονται οι εκτιμήσεις στις αριθμητικές τιμές. Ο λόγος που χρησιμοποιείται εκτός της δειγματικής έκτασης και η κεντρική έκταση είναι πως παρουσιάζει υψηλότερη ανθεκτικότητα σε ακραίες τιμές των εκτιμήσεων σε σχέση με την δειγματική.

3. Απόκλιση (Deviation)

Η απόκλιση είναι ένα ακόμα μέτρο που περιγράφει πόσο κοντά είναι οι εκτιμήσεις στις αριθμητικές τιμές. Περιγράφεται από τη Σχέση 5.25 και σε αντίθεση με τα προηγούμενα μέτρα επηρεάζεται από τις μεσαίες τιμές.

$$\text{Deviation} = \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \quad (5.25)$$

Όσο μικρότερη είναι η τιμή της απόκλισης, τόσο πιο κοντά θεωρούνται οι εκτιμήσεις στις αριθμητικές τιμές της ανθρώπινης αξιολόγησης.

4. Σύγκριση παλινδρομήσεων

Σύμφωνα με αυτό το μέτρο, χρησιμοποιώντας τις εκτιμούμενες τιμές κάθε μοντέλου εκτελείται απλή γραμμική παλινδρόμηση ως προς τις αριθμητικές τιμές της ανθρώπινης αξιολόγησης και εξετάζεται η κλίση (slope) της ευθείας, το σημείο τομής της ευθείας με τον κατακόρυφο άξονα (intercept) και ο συντελεστής προσδιορισμού (r^2) της κάθε παλινδρόμησης. Αν κάποιο μοντέλο βρίσκεται σε πλήρη συμφωνία με τις παρατηρήσεις, το σημείο τομής βρίσκεται στο 0, ενώ η κλίση και ο συντελεστής προσδιορισμού έχουν την τιμή 1. Αν η κλίση έχει τιμή μικρότερη της μονάδας, τότε οι εκτιμήσεις του μοντέλου τείνουν να είναι μικρότερες από τις παρατηρήσεις τους, ενώ ισχύει ακριβώς το αντίθετο για κλίση μεγαλύτερης της μονάδας.

5. Μέτρο μεροληψίας (Bias Factor)-Μέτρο ακρίβειας (Accuracy Factor)

Δύο ακόμα μέτρα για την καταλληλότητα των μοντέλων είναι το μέτρο μεροληψίας (Bias Factor) και το μέτρο ακρίβειας (Accuracy Factor) τα οποία ορίζονται στις παρακάτω εξισώσεις:

$$\text{Bias factor} = 10^{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^M \log_{10} \left(\frac{\hat{y}_i}{y_i} \right)} \quad (5.26)$$

$$\text{Accuracy factor} = 10^{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^M \left| \log_{10} \left(\frac{\hat{y}_i}{y_i} \right) \right|} \quad (5.27)$$

Και τα δύο μέτρα σε περίπτωση συμφωνίας των εκτιμήσεων με τις αριθμητικές τιμές της ανθρώπινης αξιολόγησης παίρνουν την τιμή 1. Αν το μέτρο μεροληψίας ενός μοντέλου είναι μικρότερο του 1, τότε οι εκτιμήσεις του μοντέλου τείνουν να είναι μικρότερες των παρατηρήσεων και αντιθέτως. Το μέτρο ακρίβειας δίνει μια ποσοτική εικόνα της διαφοράς των εκτιμήσεων από τις παρατηρήσεις.

Κατασκευάστηκαν τρία διαφορετικά γραμμικά μοντέλα εκτίμησης της ποιότητας της ραφής, ένα για κάθε σύνολο χαρακτηριστικών, τα οποία αποτελούν την πρώτη βαθμίδα τριών γραμμικών ταξινομητών προκαθορισμένων αριθμητικών τιμών. Κατόπιν η αντίστοιχη διαδικασία επαναλήφθηκε χρησιμοποιώντας το μοντέλο σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας δημιουργώντας τρία διαφορετικά μοντέλα, τα οποία αποτελούν την πρώτη βαθμίδα τριών ταξινομητών σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας. Τα μέτρα σύγκρισης των ταξινομήσεων υπολογίστηκαν για τα έξι μοντέλα. Τα αποτελέσματα της σύγκρισης αυτής, για τα οποία χρησιμοποιήθηκαν και τα 325 διαθέσιμα παραδείγματα, παρουσιάζονται στους Πίνακες 5.6 και 5.7. Στον πίνακα 5.6, τα μέτρα σύγκρισης για τους ΓΤ-ΠΑΚ έχουν υπολογιστεί με βάση τα αποτελέσματα των γραμμικών εκτιμήσεων, ενώ για τους ΤΣΑΠ τα μέτρα σύγκρισης υπολογίζονται από τις μέσες τιμές των κατηγοριών, οι οποίες προκύπτουν από τις πιθανότητες κάθε παραδείγματος να ανήκει σε κάθε κατηγορία. Δηλαδή οι έξοδοι κάθε μοντέλου σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας μετασχηματίζονται σε αριθμητικές μεταβλητές προκειμένου να είναι δυνατή η σύγκριση.

Μια διαφορετική μέθοδος ακολουθείται στην περίπτωση του πίνακα 5.7, όπου τα μέτρα σύγκρισης και στην περίπτωση των ΓΤ-ΠΑΚ και στην περίπτωση των ΤΣΑΠ υπολογίζονται με βάση τις εξόδους των ταξινομητών.

Πίνακας 5.6 Μέτρα σύγκρισης ΓΤ-ΠΑΚ και ΤΣΑΠ ταξινομήσεων με χρήση αριθμητικών τιμών από ενδιάμεσες βαθμίδες.

Είδος	Μέτρα	Χαρακτηριστικά					
		R		F		Fr	
		Γραμ.	Λογ.	Γραμ.	Λογ.	Γραμ.	Λογ..
1	Out of range >5	0	0	0	0	0	0
	Out of range <1	13	0	15	0	18	0
	% closest to obs.	23.3846	76.6154	32.0000	68.0000	38.4615	61.5385
2	minimum	-1.1240	-1.0346	-1.2281	-1.1370	-1.4206	-1.3732
	1st Quarter	-0.3277	-0.2149	-0.3314	-0.2705	-0.5463	-0.5425
	Median	-0.0433	0.0018	-0.0508	-0.0034	-0.0781	0.0153
	Mean	0	0	0	0.0024	0	0.0225
	3rd Quarter	0.3176	0.1916	0.3034	0.1996	0.4459	0.3949
	maximum	1.1005	1.0262	1.1792	1.1872	2.3376	2.1595
	Range	2.2245	2.0608	2.4073	2.3242	3.7582	3.5326
	IQR	0.6453	0.4066	0.6348	0.4701	0.9921	0.9374
3	Deviation	51.6177	46.1921	66.3363	60.4228	177.022	148.8921
4	Intercept	0	-0.0017	0	-0.0023	0	-0.1253
	Slope	1.0000	1.0006	1.0000	1.0000	1.0000	1.0336
	r^2	0.9086	0.9182	0.8825	0.8930	0.6865	0.7374
	Spearman	0.9560	0.9560	0.9442	0.9442	0.8897	0.8867
5	Bias Factor	1.0089	1.0129	1.0091	1.0164	1.0095	1.0403
	Accuracy Factor	1.1448	1.114	1.1552	1.1355	1.2611	1.2169

Πίνακας 5.7 Μέτρα σύγκρισης ΓΤ-ΠΑΚ και ΤΣΑΠ ταξινομήσεων με χρήση των αριθμητικών τιμών των εξόδων των ταξινομητών.

Είδος	Μέτρα	Χαρακτηριστικά					
		R		F		Fr	
		Γραμ.	Λογ.	Γραμ.	Λογ.	Γραμ.	Λογ.
1	Out of range >5	0	0	0	0	0	0
	Out of range <1	0	0	0	0	5	0
	% closest to obs.	1.5385	6.4615	1.5385	6.7692	6.1538	20.9231
2	Minimum	-1	-1	-1	-1	-1	-1
	1st Quarter	0	0	0	0	-1	0
	Median	0	0	0	0	0	0
	Mean	0.0308	0.0308	0.0215	0.0246	0.0185	0.0492
	3rd Quarter	0	0	0	0	0	0
	Maximum	1	1	1	1	2	2
	Range	2	2	2	2	3	3
	IQR	0	0	0	0	1	0
3	Deviation	77	60	89	72	210	136
4	Intercept	0.1628	0.1667	0.1965	0.2095	0.1876	0.1756
	Slope	0.9368	0.9356	0.9286	0.9235	0.9325	0.9271
	r^2	0.8699	0.8985	0.8476	0.8789	0.6316	0.7653
	Spearman	0.9344	0.9476	0.9224	0.9364	0.8132	0.8779
5	Bias Factor	1.0112	1.01	1.0061	1.0053	1.0376	1.029
	Accuracy Factor	1.0908	1.0758	1.1095	1.0927	1.2013	1.1595

Τα αριθμητικά αποτελέσματα της σύγκρισης των δύο ταξινομητών που παρουσιάζονται στους Πίνακες 5.6 και 5.7, για όλα τα σύνολα των χαρακτηριστικών και για όλα τα παραδείγματα εκπαίδευσης έχουν πολύ μεγάλο βαθμό ομοιότητας, ενώ οι ταξινομήσεις που χρησιμοποιούν τα μοντέλα σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας δίνουν ελαφρώς καλύτερα μέτρα από τα αντίστοιχα γραμμικά. Μια σημαντική διαφοροποίηση ωστόσο αφορά στο μέτρο μεροληψίας, το οποίο αποδίδει μεγαλύτερη μεροληψία στα μοντέλα σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας, σε σχέση με τα αντίστοιχα γραμμικά στον Πίνακα 5.6, ενώ στον Πίνακα 5.7 ισχύει το αντίθετο.

Τα συμπεράσματα από τις παραπάνω συγκρίσεις αφορούν άμεσα την διακριτική ικανότητα των ταξινομητών, των παραμέτρων και την ποιότητα της μεθόδου εκπαίδευσης. Ωστόσο το σημαντικότερο κριτήριο αξιολόγησης κάθε συστήματος αναγνώρισης αποτελεί το ποσοστό επιτυχίας ταξινόμησης. Συνεπώς αυτό το κριτήριο χρησιμοποιήθηκε και για την αξιολόγηση των δύο ταξινομητών. Το ποσοστό επιτυχίας του ταξινομητή ορίζεται από τον λόγο του αριθμού των ταξινομημένων παραδειγμάτων στην πραγματική τους κατηγορία προς τον συνολικό αριθμό παραδειγμάτων ελέγχου.

Συνήθως τα παραδείγματα που χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση ενός ταξινομητή είναι διαφορετικά από τα παραδείγματα εκπαίδευσης, δηλαδή των παραδειγμάτων που χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση των παραμέτρων του ταξινομητή. Στην περίπτωση της αξιολόγησης των συστημάτων αναγνώρισης σε προβλήματα ποιοτικού ελέγχου ραφής χρησιμοποιήθηκαν 325 παραδείγματα. Για την καλύτερη αξιολόγηση των αποτελεσμάτων υιοθετείται η μέθοδος της διασταυρωμένης επικύρωσης σε K μέρη, η οποία παρουσιάστηκε στην ενότητα 5.3.5. Επειδή η επιλογή των K μερών γίνεται τυχαία, η συνολική διαδικασία διασταυρωμένης επικύρωσης επαναλήφθηκε 300 φορές με διαφορετικό τυχαίο διαχωρισμό σε K μέρη. Το ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης προκύπτει από τον μέσο όρο των 300 επιμέρους ποσοστών επιτυχούς ταξινόμησης που υπολογίστηκαν μετά την εκπαίδευση και την αξιολόγηση των ταξινομητών με διαφορετικά σύνολα παραδειγμάτων εκπαίδευσης και αξιολόγησης.

Προκειμένου να αποκτηθεί μια γενικότερη εικόνα της απόδοσης των δύο ταξινομητών, η διαδικασία επικύρωσης εκτελέστηκε και για διαφορετικές τιμές του K επιτρέποντας επομένως διαφορετικό πλήθος παραδειγμάτων εκπαίδευσης. Συγκεκριμένα το K μεταβάλλεται από 2 έως 21 και επομένως υπολογίζονται ποσοστά επιτυχίας για εκπαιδευείς που χρησιμοποιούν από 162 έως 310 παραδείγματα. Στη συνέχεια για να εκτιμηθεί η απόδοση των συστημάτων ταξινόμησης της ποιότητας ραφής στην περίπτωση που είναι διαθέσιμος μικρός αριθμός παραδειγμάτων εκπαίδευσης, η διαδικασία επαναλήφθηκε χρησιμοποιώντας μόνο το ένα υποσύνολο για εκπαίδευση και τα υπόλοιπα $K - 1$ για την μέτρηση της αξιοπιστίας του ταξινομητή. Με αυτόν τον τρόπο αξιολογούνται οι ταξινομητές όταν χρησιμοποιούνται από 15 έως 162 παραδείγματα εκπαίδευσης. Τα συνολικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Σχήμα 5.6 με μορφή διαγραμμάτων.

Συνολικά προέκυψαν τρία διαγράμματα καθένα από τα οποία περιλαμβάνει δύο καμπύλες που παρουσιάζουν την επιτυχία του ΤΣΑΠ και του ΓΤ-ΠΑΚ σαν συνάρτηση του αριθμού των παραδειγμάτων εκπαίδευσης. Το κάθε διάγραμμα δίνει το ποσοστό επιτυχούς αναγνώρισης των ταξινομητών για διαφορετικό σύνολο χαρακτηριστικών. Στα διαγράμματα παρουσιάζονται μεγάλες και χαρακτηριστικές διαφορές των δύο ταξινομητών οι οποίες ποιοτικά παραμένουν σταθερές για όλα τα σύνολα χαρακτηριστικών.

Σχήμα 5.6 Επιτυχία ταξινόμησης των ταξινομητών ΤΣΑΠ και ΓΤ-ΠΑΚ για τρία διαφορετικά σύνολα χαρακτηριστικών, σε συνάρτηση με το πλήθος των παραδειγμάτων εκπαίδευσης που χρησιμοποιούνται.

Στο πρώτο διάγραμμα που αναφέρεται στα χαρακτηριστικά ανομοιομορφίας **R**, παρατηρείται πως για εκπαίδευση με μικρό αριθμό παραδειγμάτων, ο ΓΤ-ΠΑΚ υπερτερεί έναντι του ΤΣΑΠ. Συγκεκριμένα στην περίπτωση 15 παραδειγμάτων εκπαίδευσης, το ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης ανέρχεται στο 70.4% για τον ΓΤ-ΠΑΚ, ενώ είναι μόλις 61.6% για τον ΤΣΑΠ. Όσο όμως αυξάνεται ο αριθμός των παραδειγμάτων εκπαίδευσης, το προβάδισμα του ΓΤ-ΠΑΚ μειώνεται και η κατάσταση αντιστρέφεται όταν ο αριθμός των παραδειγμάτων εκπαίδευσης υπερβεί το 40. Τότε ο ΤΣΑΠ παρουσιάζει σταθερά υψηλότερα ποσοστά επιτυχίας καταλήγοντας στην περίπτωση 310 παραδειγμάτων εκπαίδευσης να έχει 81.1% έναντι του 76.5% του ΓΤ-ΠΑΚ. Παρόμοια εικόνα παρουσιάζει και το επόμενο διάγραμμα που αναφέρεται στα φασματικά χαρακτηριστικά **F**, όπου στην περίπτωση 15 παραδειγμάτων εκπαίδευσης ο ΓΤ-ΠΑΚ παρουσιάζει ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης 66.0% ενώ ο ΤΣΑΠ μόλις 59.2%. Όταν ο αριθμός των παραδειγμάτων εκπαίδευσης υπερβεί τα 30, η κατάσταση αντιστρέφεται και ο ΤΣΑΠ δίνει υψηλότερα ποσοστά ταξινόμησης μέχρι την περίπτωση των 310 παραδειγμάτων εκπαίδευσης όπου και παρουσιάζει ποσοστό ίσο με 76.9% έναντι του 71.9% του ΓΤ-ΠΑΚ. Λίγο διαφορετική είναι η κατάσταση για την περίπτωση των χαρακτηριστικών φράκταλ **Fr**, η οποία παρουσιάζεται στο τρίτο διάγραμμα, κατά την οποία ο ΤΣΑΠ υπερτερεί του ΓΤ-ΠΑΚ για οποιοδήποτε αριθμό παραδειγμάτων εκπαίδευσης. Αυτή η διαφοροποίηση μπορεί να εξηγηθεί από την αρκετά μικρότερη τιμή του συντελεστή συσχέτισης των χαρακτηριστικών φράκταλ με τους βαθμούς ποιότητας συγκριτικά με τους συντελεστές συσχέτισης των άλλων δύο συνόλων χαρακτηριστικών. Συνεπώς η μικρή αξιοπιστία του ΓΤ-ΠΑΚ ήταν αναμενόμενη, όπως επίσης η μεγάλη διαφορά που παρατηρείται ανάμεσα στον συντελεστή Pearson και στον συντελεστή Spearman. Το γεγονός αυτό καθιστά αναμενόμενη την αρκετά καλύτερη απόδοση του ΤΣΑΠ. Στα πειράματα αξιολόγησης των ταξινομητών, που εκπαιδεύονται με 310 παραδείγματα, το ποσοστό επιτυχίας του ΓΤ-ΠΑΚ είναι μόλις 50.2%, ενώ το ποσοστό επιτυχίας του ΤΣΑΠ ανέρχεται στο 60%.

5.4.4 Συμπεράσματα

Τα πειραματικά αποτελέσματα επιβεβαιώνουν, στην πλειονότητα των πειραμάτων, την ανωτερότητα του ΤΣΑΠ, ο οποίος παρουσιάζει καλύτερη συμπεριφορά από το ΓΤ-ΠΑΚ στην περίπτωση διατάξιμων κατηγοριών όπως είναι οι βαθμοί ποιότητας. Ωστόσο, όταν ο αριθμός των διαθέσιμων παραδειγμάτων εκπαίδευσης είναι μικρός ο ΓΤ-ΠΑΚ μπορεί να παρουσιάσει καλύτερη αξιοπιστία, αρκεί η συσχέτιση των χαρακτηριστικών με τις διατεταγμένες κατηγορίες να είναι αρκετά υψηλή. Άλλο ένα σημαντικό αποτέλεσμα προκύπτει στην περίπτωση των **R** χαρακτηριστικών όταν ο ΤΣΑΠ χρησιμοποιεί 310 παραδείγματα εκπαίδευσης όπου επιτυγχάνει ποσοστό επιτυχίας 81.1% ξεπερνώντας το αντίστοιχο 80.3% της ανθρωπίνης αξιολόγησης.

5.5 Γραμμικός ταξινομητής ολικής εκτίμησης παραμέτρων

Στην προηγούμενη ενότητα πραγματοποιήθηκε σύγκριση ανάμεσα στον ταξινομητή διατεταγμένων κατηγοριών και στον γραμμικό ταξινομητή προκαθορισμένων αριθμητικών τιμών των κατηγοριών. Το βασικό μειονέκτημα του γραμμικού ταξινομητή προκαθορισμένων αριθμητικών τιμών των κατηγοριών είναι πως οι αριθμητικές τιμές z_j που χρησιμοποιούνται είναι αυθαίρετες και δεν

περιγράφουν κάποια πρότερη γνώση των πραγματικών αποστάσεων ανάμεσα στις κατηγορίες των βαθμών ποιότητας.

Στην εργασία Torra et. al., 2006, προτείνεται μια μέθοδος εκτίμησης των παραμέτρων του γραμμικού μοντέλου με την ελαχιστοποίηση του αθροιστικού τετραγωνικού σφάλματος όχι μόνο ως προς τους συντελεστές του γραμμικού μοντέλου αλλά και ως προς τις αριθμητικές τιμές των κατηγοριών. Η συγκεκριμένη εργασία εξετάζει περιπτώσεις όπου και τα χαρακτηριστικά αποτελούν διατεταγμένες κατηγορίες, επομένως αναζητούνται και οι αριθμητικές τιμές των χαρακτηριστικών. Χωρίς σαφή αιτιολόγηση προτείνεται να περιοριστεί η αναζήτηση στο διάστημα $[0,1]$ και η ελαχιστοποίηση πραγματοποιείται με την εφαρμογή γενετικού αλγορίθμου.

Σε αυτήν την ενότητα προτείνεται και αξιολογείται μία νέα μέθοδος εκπαίδευσης του γραμμικού ταξινομητή η οποία πραγματοποιεί ολική εκτίμηση των παραμέτρων του ταξινομητή ελαχιστοποιώντας το αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα όχι μόνο ως προς τους συντελεστές του γραμμικού μοντέλου αλλά και ως προς τις αριθμητικές τιμές των κατηγοριών. Η νέα μέθοδος σε αντίθεση με αυτή που παρουσιάζεται στην εργασία Torra et. al., 2006, επιτυγχάνει λύση σε κλειστή μορφή, ενώ αποδεικνύεται επίσης πως η επιλογή του διαστήματος αναζήτησης των αριθμητικών τιμών των κατηγοριών δεν αποτελεί παραδοχή αλλά εξακολουθεί να οδηγεί σε γενική λύση του προβλήματος. Ο ταξινομητής που προκύπτει από τη νέα μέθοδο εκπαίδευσης θα ονομάζεται στο εξής γραμμικός ταξινομητής ολικής εκτίμησης παραμέτρων ή με συντομία ΓΤ-ΟΕΠ. Η διαφοροποίηση της εκπαίδευσης του ΓΤ-ΟΕΠ από αυτής του ΓΤ-ΠΑΚ εντοπίζεται στην ταυτόχρονη εκτίμηση και των συντελεστών $\mathbf{b}$ του γραμμικού μοντέλου και των αριθμητικών τιμών z_j , $j=1,2,...,K$ των κατηγοριών, σε αντίθεση με την περίπτωση του ΓΤ-ΠΑΚ όπου οι αριθμητικές τιμές z_j των κατηγοριών επιλέγονται αυθαίρετα.

Στη συνέχεια του κεφαλαίου παρουσιάζεται η νέα μέθοδος εκπαίδευσης αφού πρώτα επαναποθετηθεί το πρόβλημα της ταυτόχρονης εκτίμησης των συντελεστών $\mathbf{b}$ του γραμμικού μοντέλου και των αριθμητικών τιμών z_j των κατηγοριών εισάγοντας ορισμένα βοηθητικά μεγέθη που περιέχουν γνωστές σταθερές ποσότητες.

5.5.1 Εκπαίδευση του γραμμικού ταξινομητή ολικής εκτίμησης παραμέτρων

Έστω M διαθέσιμα παραδείγματα εκπαίδευσης τα οποία αποτελούνται από τα διανύσματα $\mathbf{x}_i$ $i \in \{1,2,...,M\}$ και την κατηγορία $\omega^{(i)}$ στην οποία ανήκει κάθε πρότυπο $\mathbf{x}_i$. Ο αριθμός των χαρακτηριστικών του πρότυπου είναι $N-1$, αλλά προκειμένου το γραμμικό μοντέλο να περιλαμβάνει και σταθερό όρο τα διανύσματα των προτύπων έχουν επανξηθεί περιέχοντας ως πρώτο όρο τη μονάδα. Επομένως η διάσταση κάθε διανύσματος είναι N , δηλαδή $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^N$, $i=1,2,...,M$, και έστω ότι υπάρχουν K διατεταγμένες κατηγορίες, δηλαδή $\omega^{(i)} \in \Omega : (\omega_1, \omega_2, ..., \omega_K)$ με $K > 2$.

Για να οριστεί η γραμμική απεικόνιση ανάμεσα στο διάνυσμα του πρότυπου $\mathbf{x}_i$ και στον αντίστοιχο βαθμό ποιότητας, κάθε βαθμός αντιστοιχίζεται σε έναν πραγματικό αριθμό μέσω μιας συνάρτησης $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$. Προκειμένου η αντιστοίχιση να διατηρεί τη διάταξη, θα πρέπει η συνάρτηση f να είναι γνησίως αύξουσα, δηλαδή $f(\omega_j) < f(\omega_{j+1})$ $j=1,2,...,K-1$. Πρέπει να σημειωθεί πως με την προτεινόμενη μέθοδο εκπαίδευσης, η συνάρτηση f εκτιμάται κατά τη

διαδικασία της εκπαίδευσης, ενώ στην περίπτωση του ΓΤ-ΠΑΚ ορίζεται αυθαίρετα εκ των προτέρων ως $f(\omega_j) \triangleq j, j=1,2,\dots,5$. Επομένως κατά την εκπαίδευση του ΓΤ-OEP εκτός των άγνωστων συντελεστών $\mathbf{b}$ του γραμμικού μοντέλου, πρέπει να εκτιμηθούν και οι αριθμητικές τιμές των κατηγοριών $z_j \triangleq f(\omega_j) \quad \forall j \in \{1,2,\dots,K\}$, ενώ οι επιθυμητές τιμές των αριθμητικών τιμών των κατηγοριών των προτύπων είναι επίσης άγνωστες με $y_i \triangleq f(\omega^{(i)})$, $y_i \in (z_1, z_2, \dots, z_K)$.

Για την απλούστευση της μαθηματικής περιγραφής του μεθόδου εκπαίδευσης, του αντίστοιχου προβλήματος ελαχιστοποίησης και της λύσης που προκύπτει χρησιμοποιήθηκε διανυσματική περιγραφή.

Αν το πλήθος των προτύπων που ανήκουν στην κατηγορία ω_j είναι p_j τότε

$$\sum_{j=1}^K p_j = M$$

Χωρίς βλάβη της γενικότητας τα παραδείγματα $\mathbf{x}_i$ διατάσσονται κατά αύξουσα σειρά κατηγορίας. Δηλαδή

$$\mathbf{X}_{M \times N} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_M \end{bmatrix}$$

όπου κάθε σειρά του πίνακα $\mathbf{X}_{M \times N}$ περιέχει ακριβώς ένα διάνυσμα $\mathbf{x}_i$ και οι πρώτες p_1 γραμμές του πίνακα $\mathbf{X}_{M \times N}$ περιέχουν όλα τα διανύσματα που ανήκουν στην κατηγορία ω_1 , οι γραμμές p_1+1 έως p_1+p_2 περιέχουν όλα τα διανύσματα που ανήκουν στην κατηγορία ω_2 , και ούτω καθεξής.

Ορίζεται ο πίνακας $\mathbf{S}_{M \times K}$, ο οποίος σε κάθε γραμμή του περιλαμβάνει μόνο μηδενικά στοιχεία s_{ij} πλην ενός μη μηδενικού το οποίο ισούται με τη μονάδα. Ο αριθμός της στήλης του μη μηδενικού στοιχείου της i γραμμής αντιστοιχεί στον αριθμό της κατηγορίας $\omega^{(i)}$ του διανύσματος $\mathbf{x}_i$, δηλαδή:

$$s_{ij} \triangleq \begin{cases} 0 & \omega^{(i)} \neq \omega_j \\ 1 & \omega^{(i)} = \omega_j \end{cases} \Rightarrow \quad (5.28)$$

Λόγω της ομαδοποίησης των $\mathbf{x}_i$ ισοδύναμα ισχύει ότι:

$$s_{ij} = \begin{cases} 0 & \sum_{m=1}^j p_m + 1 < i < \sum_{m=1}^{j+1} p_m \\ 1 & \sum_{m=1}^{j+1} p_m + 1 < i < \sum_{m=1}^{j+2} p_m \end{cases} \Rightarrow$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

Ο πίνακας $\mathbf{S}_{M \times K}$ περιέχει επομένως όλη την πληροφορία που αφορά στις κατηγορίες των προτύπων του πίνακα $\mathbf{X}_{M \times N}$.

Ορίζεται επίσης το διάνυσμα

$$\mathbf{z}_{K \times 1} \triangleq [z_1 \quad z_2 \quad \cdots \quad z_K]^T \equiv [f(\omega_1) \quad f(\omega_2) \quad \cdots \quad f(\omega_K)]^T \quad (5.30)$$

Τέλος ορίζεται και το διάνυσμα $\mathbf{Y}_{M \times 1}$ μήκους M , τα στοιχεία του οποίου υπολογίζονται από την εξίσωση $y_i = f(\omega^{(i)})$, όπου $\omega^{(i)}$ είναι η κατηγορία στην οποία ανήκει το διάνυσμα $\mathbf{x}_i$ που βρίσκεται στην αντίστοιχη γραμμή του πίνακα $\mathbf{X}$. Από τους ορισμούς των $\mathbf{Y}$, $\mathbf{S}$ και $\mathbf{z}$ προκύπτει άμεσα ότι $\mathbf{Y} = \mathbf{S}\mathbf{z}$. Η τιμή του σφάλματος $\mathbf{e} \triangleq \mathbf{Y} - \mathbf{X}\mathbf{b}$ της γραμμικής εκτίμησης δίνεται πλέον από την παρακάτω σχέση:

$$\mathbf{e} = \mathbf{S}\mathbf{z} - \mathbf{X}\mathbf{b} \quad (5.31)$$

Όπου οι πίνακες $\mathbf{X}_{M \times N}$, $\mathbf{S}_{M \times K}$ είναι σταθεροί και περιέχουν αντίστοιχα τα διαθέσιμα πρότυπα και την πληροφορία ταξινόμησης τους, ενώ τα διανύσματα $\mathbf{z}_{K \times 1}$, $\mathbf{b}_{N \times 1}$ περιέχουν τις άγνωστες παραμέτρους του γραμμικού ταξινομητή.

Εκτίμηση των παραμέτρων $\mathbf{z}$ και $\mathbf{b}$ του γραμμικού ταξινομητή

Για δεδομένο διάνυσμα $\mathbf{z}$, το τετραγωνικό σφάλμα $\mathbf{e}^T \mathbf{e}$ της γραμμικής εκτίμησης ζητείται να είναι το ελάχιστο δυνατό καθώς τότε η ακρίβεια προσαρμογής του γραμμικού μοντέλου στις επιθυμητές τιμές είναι η καλύτερη δυνατή. Όταν όμως το διάνυσμα $\mathbf{z}$ δεν είναι σταθερό, η τιμή του τετραγωνικού σφάλματος $\mathbf{e}^T \mathbf{e}$ δεν είναι αντιπροσωπευτική της ακρίβειας προσαρμογής του γραμμικού μοντέλου καθώς όσο μειώνονται οι διαφορές των επιθυμητών τιμών $\mathbf{z}$ μειώνεται και το ελάχιστο τετραγωνικό σφάλμα $\mathbf{e}^T \mathbf{e}$, χωρίς όμως να μειώνεται και το σφάλμα του ταξινομητή. Μάλιστα το τετραγωνικό σφάλμα $\mathbf{e}^T \mathbf{e}$ μηδενίζεται όταν μηδενιστούν και τα δύο διανύσματα $\mathbf{z}$ και $\mathbf{b}$. Δηλαδή $\min_{\mathbf{z}, \mathbf{b}} (\mathbf{e}^T \mathbf{e}) = 0$, όταν $\mathbf{z} = [0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0]^T$ και $\mathbf{b} = [0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0]^T$.

Ωστόσο, αν επιλεγθεί αυθαίρετα μία κλίμακα τέτοια ώστε τα z_1, z_K να παίρνουν πάντα τις σταθερές τιμές A_1 και A_K αντίστοιχα, με $A_1 < A_K$, τότε το πρόβλημα βελτιστοποίησης επαναπροσδιορίζεται ως εξής:

$$\{\zeta, \mathbf{b}\} = \arg \min_{\zeta, \mathbf{b}} (\mathbf{e}^T \mathbf{e}) \quad (5.32)$$

όπου:

$$\zeta \triangleq \begin{bmatrix} z_2 \\ z_3 \\ \vdots \\ z_{K-1} \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad \mathbf{e} = \mathbf{S}\mathbf{z} - \mathbf{X}\mathbf{b} \quad \text{με} \quad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} A_1 \\ \zeta \\ A_K \end{bmatrix} \quad (5.33),$$

και όχι μόνο αποφεύγεται το πρόβλημα τετριμμένων λύσεων που οδηγούν σε μηδενισμό του αθροιστικού τετραγωνικού σφάλματος, αλλά όπως θα δειχθεί στη συνέχεια το κριτήριο ελαχιοποίησης του αθροιστικού τετραγωνικού σφάλματος $\mathbf{e}^T \mathbf{e}$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί με επιτυχία για την επιλογή των βέλτιστων παραμέτρων $\mathbf{z}$ και $\mathbf{b}$ του γραμμικού ταξινομητή.

Υπολογισμός των συντελεστών $\mathbf{b}$ του γραμμικού ταξινομητή

Για τη λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης της Σχέσης 5.32 υπολογίζονται αρχικά οι μερικές παράγωγοι του $\mathbf{e}^T \mathbf{e}$ ως προς τα στοιχεία των διανυσμάτων $\mathbf{b}$ και ζ , και εξισώνονται με το μηδέν σχηματίζοντας ένα σύστημα $N + K - 2$ γραμμικών εξισώσεων $N + K - 2$ αγνώστων. Οι πρώτες N εξισώσεις προκύπτουν με παραγωγή ως προς τα στοιχεία του διανύσματος $\mathbf{b}$ (βλ. Παράρτημα Γ, Ενότητα Γ.9) ως:

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{S}\mathbf{z} \quad (5.34)$$

Υπολογισμός των παραμέτρων $\mathbf{z}$ του γραμμικού ταξινομητή

Οι υπόλοιπες $K - 2$ εξισώσεις του γραμμικού συστήματος προκύπτουν με παραγωγή ως προς τα στοιχεία του διανύσματος ζ . Από την 5.34 τα b_i εκφράζονται σαν γραμμική συνάρτηση των z_j και με αντικατάσταση στις υπόλοιπες $K - 2$ εξισώσεις το σύστημα απλοποιείται σε γραμμικό σύστημα $K - 2$ εξισώσεων $K - 2$ αγνώστων (βλ. Παράρτημα Γ, Ενότητα Γ.9) το οποίο δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\begin{bmatrix} (p_2 - \psi_{2,2}) & -\psi_{2,3} & \dots & -\psi_{2,K-1} \\ -\psi_{3,2} & (p_3 - \psi_{3,3}) & \dots & -\psi_{3,K-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\psi_{K-1,2} & -\psi_{K-1,3} & \dots & (p_{K-1} - \psi_{K-1,K-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_2 \\ z_3 \\ \vdots \\ z_{K-1} \end{bmatrix} = A_1 \begin{bmatrix} \psi_{2,1} \\ \psi_{3,1} \\ \vdots \\ \psi_{K-1,1} \end{bmatrix} + A_K \begin{bmatrix} \psi_{2,K} \\ \psi_{3,K} \\ \vdots \\ \psi_{K-1,K} \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Όπου ο πίνακας $\Psi \triangleq \mathbf{S}^T \mathbf{H} \mathbf{S}$.

Αν Φ είναι ο πίνακας των συντελεστών των αγνώστων και $\mathbf{B}$ ο πίνακας των σταθερών όρων του γραμμικού συστήματος της 5.35, δηλαδή:

$$\Phi \triangleq \begin{bmatrix} (p_2 - \psi_{2,2}) & -\psi_{2,3} & \dots & -\psi_{2,K-1} \\ -\psi_{3,2} & (p_3 - \psi_{3,3}) & \dots & -\psi_{3,K-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\psi_{K-1,2} & -\psi_{K-1,3} & \dots & (p_{K-1} - \psi_{K-1,K-1}) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} \triangleq A_1 \begin{bmatrix} \psi_{2,1} \\ \psi_{3,1} \\ \vdots \\ \psi_{K-1,1} \end{bmatrix} + A_K \begin{bmatrix} \psi_{2,K} \\ \psi_{3,K} \\ \vdots \\ \psi_{K-1,K} \end{bmatrix}, \quad (5.36)$$

τότε

$$\Phi \zeta = \mathbf{B} \Rightarrow \zeta = \Phi^{-1} \mathbf{B} \quad (5.37)$$

Από τις Σχέσεις 5.33 και 5.37 προκύπτει η τιμή του διανύσματος $\mathbf{z}$ η οποία ελαχιστοποιεί το αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα $\mathbf{e}^T \mathbf{e}$ όταν οι επιθυμητές ακραίες τιμές του διανύσματος είναι A_1 και A_K . Επίσης από τη Σχέση 5.34 και για γνωστό πλέον $\mathbf{z}$, η λύση για τους συντελεστές $\mathbf{b}$ προκύπτει ίδια με αυτήν της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων:

ΛΗΜΜΑ 2

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης της Σχέσης 5.32 είναι ισοδύναμο με την εκτίμηση των βέλτιστων αριθμητικών τιμών $\mathbf{z}$ από τις Σχέσεις 5.33 και 5.37 και στη συνέχεια εκτίμηση των συντελεστών $\mathbf{b}$ του γραμμικού μοντέλου με εφαρμογή της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων για τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων z_j .

Υπολογιστική πολυπλοκότητα

Το υπολογιστικό κόστος για την εύρεση των βέλτιστων τιμών $\mathbf{z}$ είναι μικρό, καθώς εκτός από τον υπολογισμό του πίνακα $\Psi \triangleq \mathbf{S}^T \mathbf{H} \mathbf{S}$ χρειάζεται μόνο να σχηματιστεί και να αντιστραφεί ο πίνακας Φ , ο οποίος είναι μικρών διαστάσεων $(K-2) \times (K-2)$ και στη συνέχεια να πολλαπλασιαστεί με το διάνυσμα $\mathbf{B}_{(K-2) \times 1}$.

Γενίκευση των αποτελεσμάτων

Σύμφωνα με τα παραπάνω έχει δημιουργηθεί μια μέθοδος επιλογής των βέλτιστων παραμέτρων με δεδομένες όμως τις δύο ακραίες τιμές του διανύσματος $\mathbf{z}$. Ωστόσο, σε περίπτωση που οριστούν δύο νέες ακραίες τιμές A_1' και A_K' τότε η λύση $\mathbf{z}'$ που προκύπτει είναι γραμμικός μετασχηματισμός του $\mathbf{z}$. Η παραπάνω διαπίστωση διατυπώνεται σε μορφή θεωρήματος, ενώ η απόδειξη παρατίθεται στο Παράρτημα Γ, Ενότητα Γ.10.

ΘΕΩΡΗΜΑ 2

Αν το σφάλμα $\mathbf{e}^T \mathbf{e}$ ελαχιστοποιείται για $\mathbf{z} = [A_1 \quad \zeta \quad A_K]^T$ από το διάνυσμα ζ_0 , τότε ελαχιστοποιείται για $\mathbf{z}' = [A_1' \quad \zeta \quad A_K']^T$ από το διάνυσμα $\zeta_0' = \alpha \zeta_0 + \beta \mathbf{U}_{K-2}$, όπου $\alpha = \frac{A_K' - A_1'}{A_K - A_1}$, $\beta = \frac{A_1' A_K - A_K' A_1}{A_K - A_1}$ και τότε $\mathbf{z}_0' = \alpha \mathbf{z}_0 + \beta \mathbf{U}_K$.

Όπου $\mathbf{U}_K$ είναι διάνυσμα στήλη και όλα του τα στοιχεία ισούνται με τη μονάδα.

Χρησιμοποιώντας το Θεώρημα 2 και το Λήμμα 2 προκύπτει από το Λήμμα 1 ότι οποιαδήποτε αυθαίρετη επιλογή των τιμών A_1, A_K με $A_1 < A_K$ οδηγεί σε γραμμικό ταξινομητή που έχει ακριβώς την ίδια ακρίβεια ταξινόμησης:

ΛΗΜΜΑ 3

Οποιαδήποτε αυθαίρετη επιλογή των τιμών A_1, A_K με $A_1 < A_K$ οδηγεί σε γραμμικό ταξινομητή ολικής εκτίμησης παραμέτρων που έχει ακριβώς την ίδια ακρίβεια ταξινόμησης.

Από το Λήμμα 3 απορρέει πως η αυθαίρετη επιλογή των ακραίων τιμών του διανύσματος $\mathbf{z}$ δεν προκαλεί βλάβη της γενικότητας της μεθόδου. Επομένως η μέθοδος που προτείνεται δεν περιορίζεται από την αυθαίρετη επιλογή των αριθμητικών τιμών των κατηγοριών όπως η μέθοδος εκπαίδευσης του ΓΤ-ΠΑΚ.

Η προτεινόμενη μέθοδος ελαχιστοποιεί το αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα $\mathbf{e}^T \mathbf{e}$ για δεδομένες ακραίες τιμές του διανύσματος $\mathbf{z}$. Στη συνέχεια μελετάται η σχέση του σφάλματος της γραμμικής εκτίμησης με την επιτυχία ταξινόμησης του γραμμικού ταξινομητή.

Σχέση σφάλματος γραμμικής εκτίμησης με επιτυχία ταξινόμησης

Στη δεύτερη βαθμίδα του γραμμικού ταξινομητή χρησιμοποιείται το κριτήριο του πλησιέστερου γείτονα που δίνεται από τη Σχέση 5.12, $j = \arg \min_k |\hat{y}_i - z_k|$, $k = 1, 2, \dots, K$

Όμως $\hat{y}_i = y_i - e_i$, επομένως:

$$j = \arg \min_k |y_i - z_k - e_i|, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (5.38)$$

Η επιθυμητή αριθμητική τιμή y_i είναι πάντοτε κάποια από τις K αριθμητικές τιμές των κατηγοριών z_k . Έστω ότι είναι η z_m , τότε για σωστή ταξινόμηση του προτύπου $\mathbf{x}_i$ πρέπει η εκτίμηση j να ισούται με m . Για να συμβεί αυτό, πρέπει να ισχύει:

$$|y_i - z_m - e_i| < |y_i - z_k - e_i|, \quad \forall k = 1, 2, \dots, K, k \neq m \quad (5.39)$$

Από τη Σχέση 5.39 προκύπτει με αντικατάσταση του y_i με z_m πως για επιτυχή ταξινόμηση πρέπει να ισχύει ότι:

$$|e_i| < |z_m - z_k - e_i|, \quad \forall k = 1, 2, \dots, K, k \neq m \quad (5.40)$$

Όμως $|z_m - z_k - e_i| \geq ||z_m - z_k| - |e_i||$ με την ισότητα να ισχύει για $|z_m - z_k - e_i| = |z_m - z_k| - |e_i|$, άρα $\min(|z_m - z_k - e_i|) = |z_m - z_k| - |e_i|$ και από την 5.40 προκύπτει ότι αν ισχύει η 5.41 η ταξινόμηση είναι επιτυχής.

$$|e_i| < |z_m - z_k| - |e_i| \Rightarrow \frac{|e_i|}{|z_m - z_k|} < \frac{1}{2}, \quad \forall k = 1, 2, \dots, K, k \neq m \quad (5.41)$$

Επομένως για επιτυχή ταξινόμηση το σφάλμα ζητείται να είναι μικρό σε σχέση με την απόσταση ανάμεσα στις κατηγορίες.

Το άθροισμα όλων των αποστάσεων ανάμεσα στις διαδοχικές κατηγορίες δίνεται από τη Σχέση :

$$D = \sum_{j=1}^{K-1} |z_{j+1} - z_j| \quad (5.42)$$

Δεσμεύοντας τις ακραίες τιμές z_1, z_K να παίρνουν πάντα τις σταθερές τιμές A_1 και A_K και επειδή η συνάρτηση f που παράγει τις αριθμητικές τιμές ζητείται να είναι γνησίως αύξουσα, ισχύει ότι $|z_{j+1} - z_j| = z_{j+1} - z_j$ και τότε $D = (A_K - A_1)$ για οποιαδήποτε μονότονη επιλογή του διανύσματος $\mathbf{z}$. Ελαχιστοποιώντας επομένως το $\mathbf{e}^T \mathbf{e}$ με την προτεινόμενη μέθοδο, ελαχιστοποιείται ταυτόχρονα και ο λόγος

$$LG = \frac{\mathbf{e}^T \mathbf{e}}{\sum_{j=1}^{K-1} |z_{j+1} - z_j|} = \frac{\mathbf{e}^T \mathbf{e}}{D} = \frac{\mathbf{e}^T \mathbf{e}}{(A_K - A_1)},$$

καθώς η απόσταση D είναι ανεξάρτητη των άγνωστων τιμών του διανύσματος $\mathbf{z}$.

Επομένως για επιτυχή ταξινόμηση το σφάλμα ζητείται να είναι μικρό σε σχέση με την απόσταση ανάμεσα στις κατηγορίες και η προτεινόμενη μέθοδος οδηγεί σε ελαχιστοποίηση του λόγου αθροιστικού τετραγωνικού σφάλματος προς αθροιστική απόσταση κατηγοριών. Σύμφωνα με τα παραπάνω, η ελαχιστοποίηση του $\mathbf{e}^T \mathbf{e}$ μπορεί να θεωρηθεί κατάλληλο κριτήριο για την επιλογή των βέλτιστων παραμέτρων $\mathbf{z}$ και $\mathbf{b}$ του γραμμικού ταξινομητή, όταν τα άκρα του διανύσματος $\mathbf{z}$ είναι σταθερά, καθώς τότε ελαχιστοποιείται η τιμή του LG και αναμένεται κατά μέσο όρο το σφάλμα να είναι μικρό σε σχέση με την απόσταση ανάμεσα στις κατηγορίες.

Νέο μέτρο ακρίβειας προσαρμογής για γραμμικά μοντέλα γραμμικών ταξινομητών

Ο συντελεστής προσδιορισμού r^2 αποτελεί μέτρο της ακρίβειας προσαρμογής του γραμμικού μοντέλου. Το μέτρο r^2 εξαρτάται από το αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα και από την ολική διακύμανση SST των αριθμητικών τιμών των κατηγοριών των διαθέσιμων παραδειγμάτων. Ωστόσο στην περίπτωση του ΓΤ-ΟΕΠ, οι αριθμητικές τιμές των ενδιάμεσων κατηγοριών δεν είναι προκαθορισμένες με αποτέλεσμα ένα μέρος της διακύμανσης που παρατηρείται να οφείλεται στην επιλογή αυτών των αριθμητικών τιμών και επομένως εισάγεται αυθαίρετα. Αντίθετα, το μέτρο r_z^2 που προκύπτει από το λόγο LG και ορίζεται στη Σχέση 5.43, εξαρτάται από το αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα και από την αθροιστική απόσταση D ανάμεσα στις κατηγορίες. Όμως η απόσταση D είναι ανεξάρτητη της επιλογής των αριθμητικών τιμών, όταν η επιλογή είναι μονότονη και για προκαθορισμένες ακραίες αριθμητικές τιμές όπως στην περίπτωση του ΓΤ-ΟΕΠ.

$$r_z^2 \triangleq \frac{\text{MSE}}{\text{MSD}} \triangleq \frac{\frac{\mathbf{e}^T \mathbf{e}}{M}}{\left(\frac{D}{K-1}\right)^2} = \frac{(K-1)^2 \mathbf{e}^T \mathbf{e}}{MD^2} = \frac{(K-1)^2 \mathbf{e}^T \mathbf{e}}{M(z_K - z_1)^2} \quad (5.43)$$

Το πεδίο τιμών του r_z^2 είναι το $[0, +\infty)$, και όσο πλησιάζει το μηδέν τόσο πιο κατάλληλο θεωρείται το γραμμικό μοντέλο. Προτείνεται επομένως να επιλέγονται οι παράμετροι $\mathbf{z}$, $\mathbf{b}$ του γραμμικού ταξινομητή για τους οποίους ελαχιστοποιείται το r_z^2 . Εάν επιλεγεί $z_1 = 1$ και $z_K = K$, τότε το μέτρο r_z^2 ισούται με το μέσο τετραγωνικό σφάλμα $\text{MSE} \triangleq \frac{\mathbf{e}^T \mathbf{e}}{M}$.

ΘΕΩΡΗΜΑ 3

Η τιμή του μέτρου r_z^2 που προκύπτει από την προτεινόμενη μέθοδο ελαχιστοποίησης του σφάλματος είναι ανεξάρτητη της αυθαίρετης επιλογής των ακραίων τιμών A_1, A_K και είναι η ελάχιστη δυνατή για οποιαδήποτε μονότονη επιλογή του διανύσματος $\mathbf{z}$.

Η απόδειξη παρατίθεται στην Ενότητα Γ.11 του Παραρτήματος Γ.

Επομένως σύμφωνα με το Θεώρημα 3 η προτεινόμενη μέθοδος ελαχιστοποιεί το μέτρο r_z^2 για οποιαδήποτε επιλογή A_1 και A_K των ακραίων τιμών του διανύσματος με $A_1 < A_K$. Στο πρόβλημα ελαχιστοποίησης του r_z^2 προκύπτει άπειρος αριθμός λύσεων οι οποίες είναι όλες συγγραμμικές και άρα με βάση το Λήμμα 3 οδηγούν σε ισοδύναμους γραμμικούς ταξινομητές.

Ωστόσο η προτεινόμενη μέθοδος δεν εξασφαλίζει ότι οι λύσεις θα ικανοποιούν την εκ των προτέρων γνωστή μονοτονία. Όμως ακόμα και αν οι αριθμητικές τιμές των κατηγοριών που προκύπτουν δεν είναι μονότονες, η απόσταση D που ορίζεται στη Σχέση 5.42 είναι πάντα μεγαλύτερη ή ίση με $A_K - A_1$ οπότε πάλι η λύση θα παρουσιάζει ελάχιστο r_z^2 σε σχέση με τα υπόλοιπα διανύσματα $\mathbf{z}$ που έχουν ακραίες τιμές A_1 και A_K και είναι μονότονα. Μη μονότονες λύσεις πάντως πρέπει να απορρίπτονται καθώς αποτελούν ισχυρή ένδειξη ότι το απλό γραμμικό μοντέλο δεν είναι κατάλληλο για τις συγκεκριμένες μετρήσεις και θα πρέπει να αναζητηθούν άλλα πιο κατάλληλα μοντέλα.

5.5.2 Πειραματική αξιολόγηση

Η προτεινόμενη μέθοδος εφαρμόστηκε αρχικά στα χαρακτηριστικά αυτοσκίασης Sr , τα οποία έχουν ήδη χρησιμοποιηθεί στην Ενότητα 5.3.5 για την αξιολόγηση του ΓΤ-ΠΑΚ και την ταξινόμηση 112 δειγμάτων ραφής σε πέντε βαθμούς ποιότητας. Στους βαθμούς ποιότητας τέθηκαν οι αυθαίρετες τιμές $(1, 2, 3, 4, 5)$. Οι τιμές των βαθμών ποιότητας που εκτιμήθηκαν μετά την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου βελτιστοποίησης είναι αντίστοιχα οι $(1, 1.97, 2.85, 3.99, 5)$, τοποθετώντας τις οριακές τιμές στο ένα και πέντε αντίστοιχα.

Σχήμα 5.7 Οι αριθμητικές τιμές των κατηγοριών των προτύπων για τις δύο διαφορετικές εκπαιδεύσεις του γραμμικού ταξινομητή και οι ευθείες που αντιστοιχούν στις δύο γραμμικές εκτιμήσεις

Στο Σχήμα 5.7 παρουσιάζονται οι αριθμητικές τιμές των κατηγοριών των προτύπων για τις δύο διαφορετικές εκπαιδεύσεις του γραμμικού ταξινομητή και οι ευθείες που αντιστοιχούν στις δύο γραμμικές εκτιμήσεις. Με κόκκινες τελείες και διακεκομμένη παρουσιάζεται η περίπτωση του ΓΤ-ΠΑΚ, ενώ με γαλάζιους κύκλους και συμπαγή γραμμή παρουσιάζεται η περίπτωση του ΓΤ-ΟΕΠ. Οι διαφορές στις εκτιμήσεις των συντελεστών του γραμμικού μοντέλου και των αριθμητικών τιμών των κατηγοριών ανάμεσα στους δύο ταξινομητές είναι πολύ μικρές. Οι μικρές αριθμητικές διαφορές οδηγούν στο συμπέρασμα ότι η επιλογή ίσων διαστημάτων ανάμεσα στις κατηγορίες είναι κατάλληλη για το συγκεκριμένο πρόβλημα αναγνώρισης προτύπων. Στον Πίνακα 5.8 παρουσιάζονται κάποια μεγέθη για την ποσοτική σύγκριση των δύο ταξινομητών. Από τα δεδομένα του πίνακα προκύπτει πως η προτεινόμενη μέθοδος εκπαίδευσης μειώνει το τετραγωνικό σφάλμα και αυξάνει το συντελεστή προσαρμογής κατά μία μικρή ποσότητα, αλλά το ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης παραμένει το ίδιο και για τις δύο μεθόδους εκπαίδευσης του γραμμικού ταξινομητή.

Πίνακας 5.8 Μεγέθη που χρησιμοποιούνται για την ποσοτική σύγκριση των δύο ταξινομητών.

Ταξινομητές	Αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα	Συντελεστής r_z^2	Συντελεστής προσδιορισμού	Ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης
ΓΤ-ΠΑΚ	14.1737	0.1265	0.9288	84.82%
ΓΤ-ΟΕΠ	13.8249	0.1234	0.9308	84.82%

Η αποτελεσματικότητα της μεθόδου αξιολογήθηκε επίσης και στις περιπτώσεις των χαρακτηριστικών ανομοιομορφίας, των φασματικών και φράκταλ χαρακτηριστικών, τα αποτελέσματα των οποίων συνοψίζονται στον Πίνακα 5.9. Στην περίπτωση των χαρακτηριστικών ανομοιομορφίας η προτεινόμενη μέθοδος ΓΤ-ΟΕΠ οδηγεί σε μείωση του αθροιστικού τετραγωνικού σφάλματος και αύξηση του συντελεστή προσδιορισμού σε σχέση με τον ΓΤ-ΠΑΚ. Το ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης στο σύνολο των 325 δειγμάτων ραφής που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή του μοντέλου αλλά και για την αξιολόγηση, αυξάνεται από 76.62% στην περίπτωση του ΓΤ-ΠΑΚ, σε 78.46% στην περίπτωση του ΓΤ-ΟΕΠ. Παρόμοια αποτελέσματα προκύπτουν και για την περίπτωση των φασματικών χαρακτηριστικών με αύξηση του ποσοστού επιτυχούς ταξινόμησης από 72.62% σε 75.69%. Τα αποτελέσματα ωστόσο διαφοροποιούνται στην περίπτωση των φράκταλ χαρακτηριστικών, όπου αν και το σφάλμα μειώνεται και ο συντελεστής προσαρμογής αυξάνεται για την προτεινόμενη μέθοδο, το ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης μειώνεται ελαφρά από 51.69% σε 49.54%. Η διαφοροποίηση αυτή δικαιολογείται από τον αρκετά χαμηλό ακόμα και μετά τη βελτιστοποίηση συντελεστή προσαρμογής, ο οποίος δε ξεπερνά το 0.72 ενώ στις άλλες δύο περιπτώσεις είναι της τάξης του 0.9. Επομένως η ασθενής γραμμική συσχέτιση ανάμεσα στα φράκταλ χαρακτηριστικά και στους βαθμούς ποιότητας επηρεάζει αρνητικά την αποτελεσματικότητα του ταξινομητή ΓΤ-ΟΕΠ όσο αφορά την αξιοπιστία της ταξινόμησης. Συνεπώς σε προβλήματα ταξινόμησης διατεταγμένων κατηγοριών στα οποία παρουσιάζεται κακή προσαρμογή του γραμμικού μοντέλου, η ταξινόμηση με χρήση του μοντέλου σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας ίσως να έχει καλύτερη αξιοπιστία. Ωστόσο η αξιολόγηση του γραμμικού ταξινομητή θα πρέπει να γίνεται με την προτεινόμενη μέθοδο εκπαίδευσης που εκτελεί βέλτιστη επιλογή των αριθμητικών τιμών των κατηγοριών.

Πίνακας 5.9 Μεγέθη που χρησιμοποιούνται για την ποσοτική σύγκριση των δύο ταξινομητών.

Χαρακτηριστικά Ανομοιομορφίας	Αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα	Συντελεστής r_z^2	Συντελεστής προσδιορισμού	Ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης
ΓΤ-ΠΑΚ	51.618	0.1588	0.9086	76.62%
ΓΤ-ΟΕΠ	49.389	0.1519	0.9145	78.46%
Φασματικά Χαρακτηριστικά	Αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα	Συντελεστής r_z^2	Συντελεστής προσδιορισμού	Ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης
ΓΤ-ΠΑΚ	66.336	0.2042	0.8825	72.62%
ΓΤ-ΟΕΠ	62.358	0.1918	0.8857	75.69%
Φράκταλ Χαρακτηριστικά	Αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα	Συντελεστής r_z^2	Συντελεστής προσδιορισμού	Ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης
ΓΤ-ΠΑΚ	177.022	0.5446	0.6865	51.69%
ΓΤ-ΟΕΠ	137.948	0.4244	0.7159	49.54%

Στον Πίνακα 5.9 τα 325 παραδείγματα ελέγχου είναι ίδια με τα παραδείγματα εκπαίδευσης που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των συντελεστών του γραμμικού μοντέλου. Προκειμένου να αυξηθεί η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων υιοθετείται η μέθοδος της διασταυρωμένης επικύρωσης σε K μέρη η οποία παρουσιάστηκε σε προηγούμενες ενότητες. Όπως ακριβώς και στην ενότητα 5.4.2 η διαδικασία της διασταυρωμένης επικύρωσης σε K μέρη εκτελέστηκε για διαφορετικές τιμές του K . Συγκεκριμένα το K μεταβάλλεται από 2 έως 21 και επομένως υπολογίζονται ποσοστά επιτυχίας για εκπαιδεύσεις που χρησιμοποίησαν από 162 έως 310 παραδείγματα. Στη συνέχεια για να εκτιμηθεί η απόδοση σε περίπτωση λίγων διαθέσιμων παραδειγμάτων εκπαίδευσης, η διαδικασία επαναλήφθηκε χρησιμοποιώντας μόνο ένα υποσύνολο για εκπαίδευση και τα υπόλοιπα $K-1$ για έλεγχο. Με αυτόν τον τρόπο αξιολογούνται οι ταξινομητές όταν χρησιμοποιούνται από 15 έως 162 παραδείγματα για τη δημιουργία του μοντέλου. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Σχήμα 5.8 με μορφή διαγραμμάτων. Τα διαγράμματα επαληθεύουν τα προηγούμενα αποτελέσματα και συμπεράσματα που προκύπτουν από την αξιολόγηση των μεθόδων ταξινόμησης με χρήση όλων των παραδειγμάτων, ενώ επαναλαμβάνεται το φαινόμενο που παρατηρήθηκε και στη σύγκριση του ΓΤ-ΠΑΚ με τον ΤΣΑΠ: για μικρό αριθμό διαθέσιμων παραδειγμάτων εκπαίδευσης ο ΓΤ-ΠΑΚ χρησιμοποιώντας ισαπέχουσες αριθμητικές τιμές κατηγοριών παρουσιάζει ελαφρώς καλύτερη αξιοπιστία ταξινόμησης. Όταν όμως ο αριθμός των παραδειγμάτων ξεπερνάει τα 25, η προτεινόμενη μέθοδος ΓΤ-ΟΕΠ είναι σταθερά πιο αποτελεσματική, με εξαίρεση την περίπτωση των φράκταλ χαρακτηριστικών των οποίων η γραμμική σχέση με τους βαθμούς ποιότητας είναι ασθενέστερη.

Κεφάλαιο 5: Ταξινόμηση ραφών σε διατεταγμένες κατηγορίες ποιότητας

Σχήμα 5.8 Επιτυχία ταξινόμησης των ταξινομητών GT-ΠΑΚ και GT-ΟΕΠ για τρία διαφορετικά σύνολα χαρακτηριστικών, σε συνάρτηση με το πλήθος των παραδειγμάτων εκπαίδευσης που χρησιμοποιούνται.

Τα πειράματα που παρουσιάστηκαν αφορούν πραγματικά δεδομένα τα οποία προέρχονται από εικόνες δειγμάτων ραφής και χρησιμοποιούνται για την κατασκευή συστήματος αυτόματου ποιοτικού ελέγχου ραφής. Προκειμένου ωστόσο να παρουσιαστεί πληρέστερα η αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης μεθόδου σε ευρύτερα προβλήματα ταξινόμησης σε

διατεταγμένες κατηγορίες, εκτελέστηκαν επίσης πειράματα σε τεχνητά δεδομένα που αφορούν προβλήματα ταξινόμησης προτύπων σε 10 διατεταγμένες κατηγορίες, όπου κάθε πρότυπο περιγράφεται από ένα 6-διάστατο διάνυσμα και δημιουργούνται 1000 παραδείγματα εκπαίδευσης. Κάθε πρότυπο περιλαμβάνει πέντε χαρακτηριστικά και έναν σταθερό όρο που ισούται με τη μονάδα. Το κάθε ένα από τα πέντε χαρακτηριστικά κάθε προτύπου δημιουργείται με χρήση μίας γεννήτριας τυχαίων τιμών ομοιόμορφης κατανομής με διαφορετική μέση τιμή και διασπορά για κάθε χαρακτηριστικό. Με αυτόν τον τρόπο προκύπτουν 1000 ανεξάρτητα μεταξύ τους πρότυπα κάθε ένα από τα οποία αποτελείται από 5 επίσης ανεξάρτητα χαρακτηριστικά.

Στη συνέχεια κατασκευάζεται η γραμμική σχέση των προτύπων με τις κατηγορίες και εξασφαλίζονται 10 διακριτές περιοχές. Αρχικά τα πρότυπα ομαδοποιούνται σχηματίζοντας τον πίνακα $\mathbf{X}_{1000 \times 6}$. Στη συνέχεια επιλέγονται έξι αυθαίρετοι συντελεστές που σχηματίζουν ένα διάνυσμα $\mathbf{b}_{6 \times 1}$ με το οποίο πολλαπλασιάζεται ο πίνακας των προτύπων. Προκύπτει επομένως ένα διάνυσμα $\mathbf{Y}_{1000 \times 1} = \mathbf{X}_{1000 \times 6} \mathbf{b}_{6 \times 1}$ 1000 τιμών το οποίο συνδέεται γραμμικά με τα πρότυπα. Οι 10 διατεταγμένες κατηγορίες προκύπτουν επιλέγοντας 9 κατώφλια για τις τιμές του διανύσματος $\mathbf{Y}$. Χωρίς βλάβη της γενικότητας τα πρότυπα τοποθετούνται στον πίνακα $\mathbf{X}_{1000 \times 6}$ με τέτοιο τρόπο ώστε οι τιμές του διανύσματος $\mathbf{Y}$ να έχουν αύξουσα διάταξη και η επιλογή των κατωφλίων καθορίζεται με βάση το πλήθος των παραδειγμάτων που ζητείται να ανήκουν σε κάθε κατηγορία.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα πειραματικά αποτελέσματα αξιολόγησης των δύο μεθόδων εκπαίδευσης του γραμμικού ταξινομητή τα οποία αφορούν στα ίδια παραδείγματα $\mathbf{X}_{1000 \times 6}$ και στο ίδιο διάνυσμα συντελεστών $\mathbf{b}_{6 \times 1}$ αλλά αντιστοιχούν σε διαφορετικές κατηγοριοποιήσεις, δηλαδή διαφορετικές επιλογές κατωφλίων.

Το πρώτο πείραμα αξιολόγησης περιλαμβάνει ίσο αριθμό παραδειγμάτων ανά κατηγορία, δηλαδή 100 παραδείγματα ανά κατηγορία με τις μικρότερες τιμές του διανύσματος $\mathbf{Y}$ να ανήκουν στην πρώτη κατηγορία, τα επόμενα 100 παραδείγματα στη δεύτερη και ομοίως για τα επόμενα μέχρι τα 100 με τις υψηλότερες τιμές που ανήκουν στη δέκατη κατηγορία. Η ίδια μεθοδολογία εφαρμόστηκε και στο δεύτερο πείραμα αξιολόγησης, με τη διαφορά πως οι δύο πρώτες κατηγορίες αποτελούνται από 300 παραδείγματα η κάθε μία ενώ οι υπόλοιπες οχτώ από 50 παραδείγματα η κάθε μία.

Η κατασκευη τεχνητών δεδομένων εκπαίδευσης και αξιολόγησης δίνει την επιπλέον δυνατότητα ελέγχου των αποστάσεων ανάμεσα στις κατηγορίες. Το κέντρο κάθε κατηγορίας υπολογίζεται ως ο μέσος όρος των τιμών όλων των παραδειγμάτων κάθε κατηγορίας. Η απόσταση ανάμεσα σε δύο κατηγορίες υπολογίζεται ως η απόσταση ανάμεσα στα κέντρα τους. Στον Πίνακα 5.10 παρουσιάζονται τα κέντρα κάθε κατηγορίας κανονικοποιημένα στην κλίμακα 1 έως 10 για τα δύο διαφορετικά σύνολα τεχνητών δεδομένων. Τα διαστήματα ανάμεσα στα κέντρα είναι άνισα και για τις δύο περιπτώσεις, όμως οι διαφορές είναι μεγαλύτερες στη δεύτερη περίπτωση. Μια ποσοτική σύγκριση μπορεί να γίνει υπολογίζοντας την Ευκλείδεια απόσταση ανάμεσα στα κέντρα και στο διάνυσμα ίσων αποστάσεων με στοιχεία τις τιμές 1,2,...,10. Η απόσταση του διανύσματος ίσων αποστάσεων από το διάνυσμα του πρώτου συνόλου τεχνητών δεδομένων είναι 1.257 ενώ από το δεύτερο 3.925, δικαιολογώντας το μικρότερο ποσοστό επιτυχίας ταξινόμησης του ΓΤ-ΠΑΚ στη περίπτωση του δεύτερου συνόλου. Στον ίδιο πίνακα περιλαμβάνονται επίσης οι τιμές των κατηγοριών που υπολογίζονται από τη μέθοδο ΓΤ-ΟΕΠ. Οι αποστάσεις ανάμεσα στα διανύσματα των νέων τιμών των κατηγοριών και στα αντίστοιχα διανύσματα των κέντρων είναι 0.1983 για το

πρώτο σύνολο τεχνητών δεδομένων και 1.9926 για το δεύτερο σύνολο τεχνητών δεδομένων, δηλαδή σχεδόν μια τάξη μεγέθους μικρότερες σε σχέση με του ΓΤ-ΠΑΚ.

Η προτεινόμενη μέθοδος εκπαίδευσης του γραμμικού ταξινομητή εκτός του ότι μειώνει το σφάλματα ταξινόμησης εκτιμά τις αριθμητικές τιμές κατηγοριών οι οποίες αποτελούν καλύτερη περιγραφή των σχέσεων απόστασης ανάμεσα στις κατηγορίες εάν η γραμμική σχέση με τις κατηγορίες οφείλεται στη διακριτοποίηση κάποιας συνεχούς μεταβλητής. Αν η υπόθεση αυτή δεν ισχύει, η μέθοδος εκπαίδευσης του ΓΤ-ΟΕΠ κατασκευάζει τις αποστάσεις ανάμεσα στις κατηγορίες με στόχο τη βελτιστοποίηση της απόδοσης του ταξινομητή.

Πίνακας 5.10 Αριθμητικές τιμές κατηγοριών και κέντρα κατηγοριών τεχνητών δεδομένων.

Πρώτο σύνολο τεχνητών δεδομένων		Αριθμητικές τιμές Κατηγοριών									
Κέντρα	1	2.5562	3.5546	4.3065	5.0319	5.8544	6.6297	7.4113	8.3968	10	
ΓΤ-ΟΕΠ	1	2.6662	3.6264	4.3528	5.0522	5.84	6.5864	7.3394	8.286	10	
ΓΤ-ΠΑΚ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Δεύτερο σύνολο τεχνητών δεδομένων		Αριθμητικές τιμές Κατηγοριών									
Κέντρα	1	3.9351	5.4416	5.8396	6.2229	6.7614	7.285	7.8467	8.6249	10	
ΓΤ-ΟΕΠ	1	3.6696	4.9388	5.2753	5.6152	6.0436	6.494	6.9569	7.6116	10	
ΓΤ-ΠΑΚ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

Τα πειραματικά αποτελέσματα αξιολόγησης των ταξινομητών παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.11 με τον ΓΤ-ΟΕΠ να έχει σημαντικά καλύτερη αξιοπιστία σε σχέση με τον ΓΤ-ΠΑΚ που αυθαίρετα θεωρεί ίσα διαστήματα ανάμεσα στις κατηγορίες. Το ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης για την περίπτωση του πρώτου συνόλου τεχνητών δεδομένων αυξάνεται από 76.5% σε 93.3%, ενώ για την περίπτωση του δεύτερου συνόλου τεχνητών δεδομένων η επιτυχία ταξινόμησης αυξάνεται από 39.6% σε 83%. Στη δεύτερη περίπτωση παρατηρείται επίσης σημαντική αύξηση του συντελεστή προσαρμογής, ο οποίος από 0.8176 αυξάνεται σε 0.9136 δηλώνοντας ισχυρή γραμμική σχέση, η οποία εσφαλμένα δεν εμφανίζεται στην περίπτωση του ΓΤ-ΠΑΚ λόγω της κακής επιλογής των αριθμητικών τιμών των κατηγοριών.

Πίνακας 5.11 Μεγέθη που χρησιμοποιούνται για την ποσοτική σύγκριση των δύο ταξινομητών.

Πρώτο σύνολο τεχνητών δεδομένων	Αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα	Συντελεστής r_z^2	Συντελεστής προσδιορισμού	Ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης
ΓΤ-ΠΑΚ	282.47	0.2825	0.9658	76.50%
ΓΤ-ΟΕΠ	154.62	0.1546	0.9766	93.30%
Δεύτερο σύνολο τεχνητών δεδομένων	Αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα	Συντελεστής r_z^2	Συντελεστής προσδιορισμού	Ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης
ΓΤ-ΠΑΚ	1505.2	1.5052	0.8176	39.60%
ΓΤ-ΟΕΠ	552.4	0.5524	0.9136	83.00%

5.6 Γραμμικός ταξινομητής επαναληπτικής εκτίμησης παραμέτρων

Η επίλυση του προβλήματος επιλογής των κατάλληλων παραμέτρων του γραμμικού ταξινομητή η οποία παρουσιάστηκε στην προηγούμενη ενότητα οδηγεί σε λύση κλειστής μορφής. Σε αυτήν την ενότητα προτείνεται μια διαφορετική μέθοδος εκτίμησης των παραμέτρων του γραμμικού ταξινομητή, η οποία βασίζεται σε έναν επαναληπτικό αλγόριθμο.

5.6.1 Επαναληπτικός αλγόριθμος εκπαίδευσης του γραμμικού ταξινομητή

Ο επαναληπτικός αλγόριθμος χρησιμοποιεί αρχικά τυχαίες αριθμητικές τιμές $\mathbf{z}^{(r0)}$ για τις κατηγορίες και χρησιμοποιώντας τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων ελαχιστοποιεί ως προς τους συντελεστές $\mathbf{b}$ του γραμμικού μοντέλου το σφάλμα $\mathbf{e}^T \mathbf{e}$ με $\mathbf{e} = \mathbf{S}\mathbf{z}^{(r0)} - \mathbf{X}\mathbf{b}$. Οι συντελεστές $\mathbf{b}_0 = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{S}\mathbf{z}^{(r0)}$ που προκύπτουν χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση $\hat{\mathbf{Y}}$ των αριθμητικών τιμών των κατηγοριών:

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{X}\mathbf{b}_0 = \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{S}\mathbf{z}^{(r0)} = \mathbf{H}\mathbf{S}\mathbf{z}^{(r0)}$$

Στη συνέχεια πραγματοποιείται ελαχιστοποίηση του $\mathbf{e}^T \mathbf{e}$ με $\mathbf{e} = \mathbf{S}\mathbf{z} - \mathbf{X}\mathbf{b}_0 = \mathbf{S}\mathbf{z} - \hat{\mathbf{Y}}$ ως προς $\mathbf{z}$ για τους γνωστούς συντελεστές $\mathbf{b}_0$ που υπολογίστηκαν προηγουμένως και προκύπτει το διάνυσμα:

$$\mathbf{z}^{(r1)} = (\mathbf{S}^T \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{X}\mathbf{b}_0 = (\mathbf{S}^T \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^T \hat{\mathbf{Y}}$$

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι η μεταβολή ανάμεσα στις παλιές και τις νέες τιμές του διανύσματος $\mathbf{z}$ να γίνει μικρότερη από ένα κατώφλι $Thres$. Τότε ο αλγόριθμος τερματίζει και εκτιμάται με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων η γραμμική σχέση ανάμεσα στις τελικές αριθμητικές τιμές των κατηγοριών και στα διανύσματα των προτύπων.

Ο αλγόριθμος μειώνει συνεχώς την απόλυτη τιμή των εκτιμήσεων του $\mathbf{z}^{(r)}$. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι εκτελώντας τις παραπάνω ελαχιστοποιήσεις σε κάθε επανάληψη, τείνει να ελαχιστοποιήσει το αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα $\mathbf{e}^T \mathbf{e}$ και μάλιστα κατευθύνεται στο ολικό ελάχιστο της συνάρτησης που είναι το 0 για $\mathbf{z} = \mathbf{0}, \mathbf{b} = \mathbf{0}$.

Επειδή το μέτρο του διανύσματος $\mathbf{z}$ μειώνεται σε κάθε βήμα του αλγορίθμου, πριν τη σύγκριση με το κατώφλι, τα διανύσματα $\mathbf{z}$ μετασχηματίζονται γραμμικά ώστε να περιγράφουν τις αριθμητικές τιμές των κατηγοριών στο διάστημα 1 έως K.

Ακολουθεί η περιγραφή του αλγορίθμου, η οποία χρησιμοποιεί τους πίνακες που έχουν οριστεί στην Ενότητα 5.5:

Επαναληπτικός αλγόριθμος εκτίμησης αριθμητικών τιμών των κατηγοριών:

Αρχικοποίηση:

Τίθεται $t \leftarrow 0$ και οι αρχικές τιμές για το διάνυσμα $\mathbf{z}$ ορίζονται από μια αυθαίρετη γνησίως αύξουσα συνάρτηση $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ η οποία δημιουργεί το διάνυσμα $\mathbf{z}^{(t)}$. Επίσης τίθεται τιμή στο κατώφλι $Thres$.

Βήμα 1:

Το διάνυσμα $\hat{\mathbf{Y}}^{(t)}$ υπολογίζεται σύμφωνα με την εξίσωση $\hat{\mathbf{Y}}^{(t)} = \mathbf{H}\mathbf{S}\mathbf{z}^{(t)}$

$t \leftarrow t + 1$

Βήμα 2:

Υπολογίζεται το νέο διάνυσμα $\mathbf{z}^{(t)}$:

$$\mathbf{z}^{(t)} = (\mathbf{S}^T \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^T \hat{\mathbf{Y}}^{(t-1)}$$

Βήμα 3:

Οι κανονικοποιημένες τιμές των $\mathbf{z}^{(t)}$ και $\mathbf{z}^{(t-1)}$ υπολογίζονται με γραμμικό μετασχηματισμό έτσι ώστε η ελάχιστη και μέγιστη τιμή τους να είναι αντίστοιχα 1 και K. Δηλαδή:

$$\mathbf{z}_n^{(t_0)} = c^{(t_0)} \mathbf{z}^{(t_0)} + d^{(t_0)} \mathbf{U}_K$$

$$c^{(t_0)} = \frac{K-1}{z_K^{(t_0)} - z_1^{(t_0)}}, \quad d^{(t_0)} = 1 - \frac{K-1}{z_K^{(t_0)} - z_1^{(t_0)}} z_1^{(t_0)}$$

Εάν το αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα του $\mathbf{e}_{\mathbf{zn}}^{(t)} = \mathbf{z}_n^{(t)} - \mathbf{z}_n^{(t-1)}$ ξεπερνά την τιμή του κατωφλίου, δηλαδή αν $(\mathbf{e}_{\mathbf{zn}}^{(t)})^T \mathbf{e}_{\mathbf{zn}}^{(t)} > Thres$

οι υπολογισμοί επαναλαμβάνονται από το Βήμα 1,

διαφορετικά

ο αλγόριθμος τερματίζει και οι αριθμητικές τιμές των κατηγοριών δίνονται από το $\mathbf{z}_n^{(t)}$.

Μετά τον τερματισμό του αλγορίθμου εκτιμάται με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων η γραμμική σχέση ανάμεσα στα διανύσματα των προτύπων και στις αριθμητικές τιμές των κατηγοριών για τις οποίες χρησιμοποιούνται οι παραπάνω τιμές $\mathbf{z}_n^{(t)}$. Η γραμμική εκτίμηση είναι $\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{H}\mathbf{S}\mathbf{z}_n^{(t)}$ και οι συντελεστές του γραμμικού μοντέλου $\mathbf{b} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{S}\mathbf{z}_n^{(t)}$, ενώ οι αριθμητικές τιμές των κατηγοριών $\mathbf{z}_n^{(t)}$. Ο γραμμικός ταξινομητής που προκύπτει από την παραπάνω διαδικασία εκπαίδευσης θα ονομάζεται γραμμικός ταξινομητής επαναληπτικής εκτίμησης παραμέτρων ή με συντομία ΓΤ-ΕΕΠ.

Όπως αποδείχτηκε στην ενότητα 5.3.2, αντί για τις τιμές $\mathbf{z}_n^{(t)}$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων οποιουδήποτε γραμμικός μετασχηματισμός τους όπως για παράδειγμα οι τιμές $\mathbf{z}^{(t)}$ οδηγώντας σε ισοδύναμη γραμμική εκτίμηση που παρουσιάζει τον ίδιο συντελεστή προσδιορισμού. Επίσης ο ΓΤ-ΕΕΠ ταξινομητής που προκύπτει στην περίπτωση που

χρησιμοποιούνται οι αριθμητικές τιμές $\mathbf{z}^{(t)}$ είναι ισοδύναμος με αυτόν που προκύπτει στην περίπτωση που χρησιμοποιούνται οι αριθμητικές τιμές $\mathbf{z}_n^{(t)}$.

ΘΕΩΡΗΜΑ 4

Έστω M μετρήσεις μιας μεταβλητής y_c η οποία συνδέεται με γραμμική σχέση με τα διανύσματα $\mathbf{x}_i$, δηλαδή $y_{c_i} = \mathbf{x}_i \mathbf{b}$. Αν με $\mathbf{Yc}_{M \times 1}$ συμβολίζεται το διάνυσμα που περιέχει τις τιμές y_{c_i} , τότε $\mathbf{Yc}_{M \times 1} = \mathbf{X}_{M \times N} \mathbf{b}_{N \times 1}$. Τότε, εφαρμόζοντας τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων για τον πίνακα $\mathbf{X}$ και ένα αυθαίρετο διάνυσμα $\mathbf{Y}$, προκύπτει η εκτίμηση $\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{HY}$ για την οποία ισχύει $(\mathbf{Yc} - \hat{\mathbf{Y}})^T (\mathbf{Yc} - \hat{\mathbf{Y}}) \leq (\mathbf{Yc} - \mathbf{Y})^T (\mathbf{Yc} - \mathbf{Y})$.

Δηλαδή η εκτίμηση $\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{HY}$ πλησιάζει πιο κοντά στο $\mathbf{Yc}$ από ότι η αρχική επιλογή $\mathbf{Y}$. Το Θεώρημα 4 αποδεικνύεται στην Ενότητα Γ.12 του Παραρτήματος Γ.

Αν υποθεθεί μία απόλυτα γραμμική σχέση $\mathbf{Yc}_{M \times 1} = \mathbf{X}_{M \times N} \mathbf{b}_{N \times 1}$ ανάμεσα στα χαρακτηριστικά και σε κάποια άγνωστη επιλογή $\mathbf{Yc}$ για τις αριθμητικές τιμές των κατηγοριών, σε κάθε επανάληψη t του αλγορίθμου, το $\mathbf{Sz}^{(t)}$ αντιστοιχεί στο αυθαίρετο διάνυσμα $\mathbf{Y}$ του Θεωρήματος 4 και η εκτίμηση $\hat{\mathbf{Y}}^{(t)} = \mathbf{HSz}^{(t)}$ του αλγορίθμου πλησιάζει πιο κοντά στο $\mathbf{Yc}$ από ότι η αρχική επιλογή $\mathbf{Sz}^{(t)}$. Όμως το διάνυσμά $\hat{\mathbf{Y}}^{(t)} = \mathbf{HSz}^{(t)}$ δεν αποδίδει ίδιες αριθμητικές τιμές στα παραδείγματα της ίδιας κατηγορίας, επομένως στο δεύτερο βήμα του αλγορίθμου υπολογίζεται το διάνυσμα $\mathbf{Sz}^{(t+1)}$ το οποίο είναι το πλησιέστερο διάνυσμα στο $\hat{\mathbf{Y}}^{(t)}$ που ικανοποιεί τον περιορισμό των ίδιων τιμών ανά κατηγορία. Τα πειραματικά αποτελέσματα υποδεικνύουν πως ακόμα και αν δεν εξασφαλιστεί απόλυτα γραμμική σχέση, ο αλγόριθμος έχει τη δυνατότητα να κινηθεί προς διανύσματα $\mathbf{z}$ που παρουσιάζουν υψηλότερη γραμμική συσχέτιση με τα χαρακτηριστικά, από ότι η αρχική εκτίμηση.

5.6.2 Πειραματική αξιολόγηση

Η απόδοση του ΓΤ-ΕΕΠ αξιολογήθηκε στην βάση δεδομένων των 325 εικόνων δειγμάτων ραφής που έχουν ήδη χρησιμοποιηθεί σε προηγούμενες ενότητες και έχει ήδη διαπιστωθεί μια ισχυρά γραμμική σχέση ανάμεσα στην αριθμητική τιμή των χαρακτηριστικών και την αντίστοιχη κατηγορία του πρότυπου. Στη συνέχεια ο αλγόριθμος αξιολογείται σε τεχνητά δεδομένα όπου ελέγχεται επιπλέον η σύγκλιση στα κέντρα των κατηγοριών.

Η προτεινόμενη μέθοδος εφαρμόστηκε αρχικά στα χαρακτηριστικά αυτοσχίσσης Sr , τα οποία έχουν ήδη χρησιμοποιηθεί στην ενότητα 5.3.5 για την αξιολόγηση του ΓΤ-ΠΑΚ και την ταξινόμηση 112 δειγμάτων ραφής σε πέντε βαθμούς ποιότητας όπου τέθηκαν οι αυθαίρετες τιμές $(1, 2, 3, 4, 5)$. Οι τιμές των βαθμών ποιότητας που εκτιμήθηκαν μετά την εφαρμογή της προτεινόμενης επαναληπτικής μεθόδου είναι αντίστοιχα οι $(1, 1.89, 2.88, 4.14, 5)$. Στο Σχήμα 5.9 παρουσιάζονται οι αριθμητικές τιμές των κατηγοριών των προτύπων για τις δύο διαφορετικές εκπαιδεύσεις του γραμμικού ταξινομητή και οι ευθείες που αντιστοιχούν στις δύο γραμμικές εκτιμήσεις. Με κόκκινες τελείες και διακεκομμένη παρουσιάζεται η περίπτωση του ΓΤ-ΠΑΚ, ενώ

με γαλάζιους κύκλους και συμπαγή γραμμή παρουσιάζεται η περίπτωση του ΓΤ-ΕΕΠ. Οι διαφορές στις εκτιμήσεις των συντελεστών του γραμμικού μοντέλου και των αριθμητικών τιμών των κατηγοριών ανάμεσα στους δύο ταξινομητές είναι μικρές. Οι μικρές αριθμητικές διαφορές οδηγούν στο συμπέρασμα ότι η επιλογή ίσων διαστημάτων ανάμεσα στις κατηγορίες είναι κατάλληλη για το συγκεκριμένο πρόβλημα αναγνώρισης προτύπων. Στον Πίνακα 5.12 παρουσιάζονται κάποια μεγέθη για την ποσοτική σύγκριση των δύο ταξινομητών. Από τα δεδομένα του πίνακα προκύπτει πως η προτεινόμενη μέθοδος εκπαίδευσης αυξάνει το συντελεστή προσαρμογής, όμως αυξάνει επίσης και το τετραγωνικό σφάλμα κατά μία πολύ μικρή ποσότητα με αποτέλεσμα το ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης να είναι λίγο μικρότερο στην περίπτωση του ΓΤ-ΕΕΠ.

Σχήμα 5.9 Οι αριθμητικές τιμές των κατηγοριών των προτύπων για τις δύο διαφορετικές εκπαιδεύσεις του γραμμικού ταξινομητή και οι ευθείες που αντιστοιχούν στις δύο γραμμικές εκτιμήσεις

Πίνακας 5.12 Μεγέθη που χρησιμοποιούνται για την ποσοτική σύγκριση των δύο ταξινομητών.

	Αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα	Συντελεστής r^2	Συντελεστής προσδιορισμού	Ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης
ΓΤ-ΠΑΚ	14.1737	0.1265	0.9288	84.82%
ΓΤ-ΕΕΠ	14.2809	0.1275	0.9329	83.93%

Η αποτελεσματικότητα της μεθόδου αξιολογήθηκε επίσης και στις περιπτώσεις των χαρακτηριστικών ανομοιομορφίας, των φασματικών και φράκταλ χαρακτηριστικών, τα αποτελέσματα των οποίων συνοψίζονται στον Πίνακα 5.13. Στην περίπτωση των χαρακτηριστικών ανομοιομορφίας η προτεινόμενη μέθοδος ΓΤ-ΕΕΠ οδηγεί σε αύξηση του συντελεστή προσδιορισμού αλλά και του αθροιστικού τετραγωνικού σφάλματος σε σχέση με τον ΓΤ-ΠΑΚ. Το ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης στο σύνολο των 325 δειγμάτων ραφής που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή του μοντέλου αλλά και για την αξιολόγηση, αυξάνεται από 76.62% στην περίπτωση του ΓΤ-ΠΑΚ, σε 79.08% στην περίπτωση του ΓΤ-ΕΕΠ. Για την περίπτωση των φασματικών

χαρακτηριστικών προκύπτει αύξηση του συντελεστή προσδιορισμού και μείωση του αθροιστικού τετραγωνικού σφάλματος σε σχέση με τον ΓΤ-ΠΑΚ, με αποτέλεσμα την αύξηση του ποσοστού επιτυχούς ταξινόμησης από 72.62% σε 74.77%. Τα αποτελέσματα ωστόσο διαφοροποιούνται στην περίπτωση των φράκταλ χαρακτηριστικών, όπου αν και το σφάλμα μειώνεται και ο συντελεστής προσαρμογής αυξάνεται για την προτεινόμενη μέθοδο, το ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης μειώνεται ελαφρά από 51.69% σε 50.77%. Η διαφοροποίηση αυτή δικαιολογείται από τον αρκετά χαμηλό συντελεστή προσαρμογής, ο οποίος δε ξεπερνά ακόμα και μετά την εκτέλεση του αλγορίθμου το 0.74 ενώ στις άλλες δύο περιπτώσεις είναι της τάξης του 0.9. Επομένως η ασθενής γραμμική συσχέτιση ανάμεσα στα φράκταλ χαρακτηριστικά και στους βαθμούς ποιότητας επηρεάζει αρνητικά την αποτελεσματικότητα του ταξινομητή ΓΤ-ΕΕΠ όσο αφορά την αξιοπιστία της ταξινόμησης.

Επομένως σε προβλήματα ταξινόμησης διατεταγμένων κατηγοριών στα οποία παρουσιάζεται κακή προσαρμογή του γραμμικού μοντέλου, η ταξινόμηση με χρήση του μοντέλου σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας ίσως να έχει καλύτερη αξιοπιστία. Ωστόσο η αξιολόγηση του γραμμικού ταξινομητή θα πρέπει να γίνεται με κάποια από τις προτεινόμενες μεθόδους εκπαίδευσης οι οποίες οδηγούν σε γραμμικά μοντέλα με καλύτερη προσαρμογή.

Πίνακας 5.13 Μεγέθη που χρησιμοποιούνται για την ποσοτική σύγκριση των δύο ταξινομητών.

Χαρακτηριστικά Ανομοιομορφίας	Αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα	Συντελεστής r_z^2	Συντελεστής προσδιορισμού	Ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης
ΓΤ-ΠΑΚ	51.6177	0.1588	0.9086	76.62%
ΓΤ-ΕΕΠ	51.6783	0.1590	0.9180	79.08%
Φασματικά Χαρακτηριστικά	Αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα	Συντελεστής r_z^2	Συντελεστής προσδιορισμού	Ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης
ΓΤ-ΠΑΚ	66.3363	0.2041	0.8825	72.62%
ΓΤ-ΕΕΠ	65.8244	0.2025	0.8911	74.77%
Φράκταλ Χαρακτηριστικά	Αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα	Συντελεστής r_z^2	Συντελεστής προσδιορισμού	Ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης
ΓΤ-ΠΑΚ	177.0220	0.5447	0.6865	51.69%
ΓΤ-ΕΕΠ	154.1371	0.4743	0.7378	50.77%

Στον Πίνακα 5.13 τα 325 παραδείγματα ελέγχου είναι ίδια με τα παραδείγματα εκπαίδευσης που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των συντελεστών του γραμμικού μοντέλου. Προκειμένου να αυξηθεί η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων υιοθετείται η μέθοδος της διασταυρωμένης επικύρωσης σε K μέρη η οποία παρουσιάστηκε σε προηγούμενες ενότητες. Τα διαγράμματα του σχήματος 5.10 επαληθεύουν τα προηγούμενα αποτελέσματα και συμπεράσματα που προκύπτουν από την αξιολόγηση των μεθόδων ταξινόμησης με χρήση όλων των παραδειγμάτων, ενώ επαναλαμβάνεται το φαινόμενο που παρατηρήθηκε και στη σύγκριση του ΓΤ-ΠΑΚ με τον ΓΤ-ΟΕΠ: για μικρό αριθμό διαθέσιμων παραδειγμάτων εκπαίδευσης ο ΓΤ-ΠΑΚ χρησιμοποιώντας ισαπέχουσες αριθμητικές

Κεφάλαιο 5: Ταξινόμηση ραφών σε διατεταγμένες κατηγορίες ποιότητας

τιμές κατηγοριών παρουσιάζει ελαφρώς καλύτερη αξιοπιστία ταξινόμησης. Όταν όμως ο αριθμός των παραδειγμάτων ξεπερνάει τα 25, η προτεινόμενη μέθοδος ΓΤ-ΕΕΠ είναι σταθερά πιο αποτελεσματική, με εξαίρεση την περίπτωση των φράκταλ χαρακτηριστικών των οποίων η γραμμική σχέση με τους βαθμούς ποιότητας είναι ασθενέστερη.

Σχήμα 5.10 Επιτυχία ταξινόμησης των ταξινομητών ΓΤ-ΠΑΚ και ΓΤ-ΟΕΠ για τρία διαφορετικά σύνολα χαρακτηριστικών, σε συνάρτηση με το πλήθος των παραδειγμάτων εκπαίδευσης που χρησιμοποιούνται.

Προκειμένου να παρουσιαστεί πληρέστερα η αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης μεθόδου σε ευρύτερα προβλήματα ταξινόμησης σε διατεταγμένες κατηγορίες, εκτελέστηκαν πειράματα στα τεχνητά δεδομένα που παρουσιάστηκαν στην ενότητα 5.5.2. Στα πειράματα αυτά υπάρχει η επιπλέον δυνατότητα σύγκρισης των αριθμητικών τιμών των κατηγοριών που εκτιμώνται από την προτεινόμενη μέθοδο με τις μέσες αριθμητικές τιμές ανά κατηγορία οι οποίες αναφέρονται στην ενότητα 5.5.2 ως κέντρα των κατηγοριών των τεχνητών δεδομένων. Στον Πίνακα 5.14 παρουσιάζονται οι αριθμητικές τιμές των 10 κατηγοριών στην περίπτωση του ΓΤ-ΠΑΚ και του ΓΤ-ΕΕΠ, καθώς και τα κέντρα των κατηγοριών των τεχνητών δεδομένων κανονικοποιημένα στο διάστημα 1 έως 10. Η σύγκριση ανάμεσα στις αριθμητικές τιμές και στα κέντρα γίνεται υπολογίζοντας την Ευκλείδεια απόσταση ανάμεσα στα κέντρα και στο διάνυσμα που περιέχει τις αριθμητικές τιμές των κατηγοριών που υπολογίζονται από τη μέθοδο ΓΤ-ΠΑΚ και ΓΤ-ΕΕΠ αντίστοιχα. Οι αποστάσεις ανάμεσα στα διανύσματα των νέων τιμών των κατηγοριών του ΓΤ-ΕΕΠ και στα αντίστοιχα διανύσματα των κέντρων είναι 0.0058 για το πρώτο σύνολο τεχνητών δεδομένων και 0.0328 για το δεύτερο σύνολο τεχνητών δεδομένων. Επομένως ΓΤ-ΕΕΠ χρησιμοποιεί για τις κατηγορίες αριθμητικές τιμές οι οποίες προσεγγίζουν τα κέντρα των κατηγοριών με μεγάλη ακρίβεια. Σημειώνεται ότι οι αντίστοιχες αποστάσεις στην περίπτωση του ΓΤ-ΟΕΠ είναι 0.1983 και 1.9926, δηλαδή δύο τάξεις μεγέθους μεγαλύτερες, ενώ στην περίπτωση του ΓΤ-ΠΑΚ οι αποστάσεις είναι 1.257 και 3.925, περίπου τρεις τάξεις μεγέθους μεγαλύτερες.

Πίνακας 5.14 Αριθμητικές τιμές κατηγοριών και κέντρα κατηγοριών τεχνητών δεδομένων.

Πρώτο σύνολο τεχνητών δεδομένων	Τιμές Κατηγοριών									
ΓΤ-ΠΑΚ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ΓΤ-ΕΕΠ	1	2.5536	3.5508	4.3062	5.0339	5.8533	6.6304	7.4138	8.3976	10
Κέντρα	1	2.5562	3.5546	4.3065	5.0319	5.8544	6.6297	7.4113	8.3968	10
Δεύτερο σύνολο τεχνητών δεδομένων	Τιμές Κατηγοριών									
ΓΤ-ΠΑΚ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ΓΤ-ΕΕΠ	1	3.931	5.4486	5.845	6.2523	6.7584	7.2952	7.8461	8.6218	10
Κέντρα	1	3.9351	5.4416	5.8396	6.2229	6.7614	7.285	7.8467	8.6249	10

Τα πειραματικά αποτελέσματα αξιολόγησης των ταξινομητών παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.15 με τον ΓΤ-ΕΕΠ να έχει σημαντικά καλύτερη αξιοπιστία σε σχέση με τον ΓΤ-ΠΑΚ που αυθαίρετα θεωρεί ίσα διαστήματα ανάμεσα στις κατηγορίες. Το ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης για την περίπτωση του πρώτου συνόλου τεχνητών δεδομένων αυξάνεται από 76.5% σε 92%, ενώ για την περίπτωση του δεύτερου συνόλου τεχνητών δεδομένων η επιτυχία ταξινόμησης αυξάνεται από 39.6% σε 75%. Στη δεύτερη περίπτωση παρατηρείται επίσης σημαντική αύξηση του συντελεστή προσαρμογής, ο οποίος από 0.8176 αυξάνεται σε 0. 0.9205 δηλώνοντας ισχυρά γραμμική σχέση, η

οποία εσφαλμένα δεν εμφανίζεται στην περίπτωση του ΓΤ-ΠΑΚ λόγω της κακής επιλογής των αριθμητικών τιμών των κατηγοριών.

Πίνακας 5.15 Μεγέθη που χρησιμοποιούνται για την ποσοτική σύγκριση των δύο ταξινομητών.

Πρώτο σύνολο τεχνητών δεδομένων	Αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα	Συντελεστής r_z^2	Συντελεστής προσδιορισμού	Ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης
ΓΤ-ΠΑΚ	282.47	0.2825	0.9658	76.50%
ΓΤ-ΕΕΠ	157.08	0.1571	0.9769	92.00%
Δεύτερο σύνολο τεχνητών δεδομένων	Αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα	Συντελεστής r_z^2	Συντελεστής προσδιορισμού	Ποσοστό επιτυχούς ταξινόμησης
ΓΤ-ΠΑΚ	1505.2	1.5052	0.8176	39.60%
ΓΤ-ΕΕΠ	605.0	0.6050	0.9205	75.00%

5.7 Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται τέσσερις μέθοδοι ταξινόμησης σε διατεταγμένες κατηγορίες όπως είναι οι βαθμοί ποιότητας. Τα πειραματικά αποτελέσματα επιβεβαιώνουν, στην πλειονότητα τους, την ανωτερότητα του ΤΣΑΠ ο οποίος παρουσιάζει καλύτερη συμπεριφορά από τους ΓΤ-ΠΑΚ, ΓΤ-ΟΕΠ και ΓΤ-ΕΕΠ στην περίπτωση διατάξιμων κατηγοριών όπως είναι οι βαθμοί ποιότητας. Ωστόσο, όταν ο αριθμός των διαθέσιμων παραδειγμάτων εκπαίδευσης είναι μικρός οι ΓΤ-ΠΑΚ, ΓΤ-ΟΕΠ και ΓΤ-ΕΕΠ μπορούν να παρουσιάσουν καλύτερη αξιοπιστία, αρκεί η συσχέτιση των χαρακτηριστικών με τις διατεταγμένες κατηγορίες να είναι αρκετά υψηλή. Οι δύο προτεινόμενες μέθοδοι ΓΤ-ΟΕΠ και ΓΤ-ΕΕΠ παρουσιάζουν καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με τον ΓΤ-ΠΑΚ. Το γεγονός αυτό οφείλεται στην υψηλότερη γραμμική συσχέτιση που παρατηρείται ανάμεσα στα χαρακτηριστικά και στις αριθμητικές τιμές των κατηγοριών που εκτιμώνται από τις δύο προτεινόμενες μεθόδους. Συνεπώς προτείνεται η γραμμική συσχέτιση ανάμεσα στα χαρακτηριστικά και στις διατεταγμένες κατηγορίες να υπολογίζεται με βάση τις αριθμητικές τιμές των κατηγοριών που εκτιμώνται από τους ΓΤ-ΟΕΠ και ΓΤ-ΕΕΠ και ο γραμμικός ταξινομητής να απορρίπτεται μόνο εάν η συσχέτιση είναι μικρή ακόμα και για αυτές τις περιπτώσεις. Η σύγκριση ανάμεσα στους ΓΤ-ΟΕΠ και ΓΤ-ΕΕΠ δεν οδηγεί σε μεγάλες διαφορές όσο αφορά τα πειραματικά αποτελέσματα. Ωστόσο στην περίπτωση που οι διατεταγμένες κατηγορίες προκύπτουν από κατωφλίωση μιας μεταβλητής που συνδέεται γραμμικά με τα χαρακτηριστικά, ο ΓΤ-ΕΕΠ πετυχαίνει καλύτερη προσέγγιση των κέντρων των κατηγοριών. Από την άλλη μεριά ένα σημαντικό πλεονέκτημα που παρουσιάζει ο ΓΤ-ΟΕΠ έναντι του ΓΤ-ΕΕΠ είναι ότι οι παράμετροι του υπολογίζονται σε κλειστή μορφή και όχι επαναληπτικά.

Επίλογος

Η παρούσα διατριβή αναφέρεται στο πρόβλημα του αυτόματου ποιοτικού ελέγχου ραφής σε υπερ-εύκαμπτα υλικά. Λόγω της απρόβλεπτης συμπεριφοράς των υπερ-εύκαμπτων υλικών το πρόβλημα αντιμετωπίστηκε με μεθόδους μηχανικής όρασης. Με τέτοιες μεθόδους αντιμετωπίζεται και το ευρύτερο πρόβλημα της αυτοματοποίησης ολόκληρης της διαδικασίας ραφής. Μέχρι στιγμής στη βιομηχανία οι παράμετροι των ραπτικών μηχανών καθορίζονται χειροκίνητα ύστερα από δοκιμές σε δείγματα ραφής και έλεγχο της ποιότητας τους από έμπειρους εργάτες. Συνεπώς ο αυτόματος ποιοτικός έλεγχος σε δείγματα ραφής αποτελεί απαραίτητη προϋπόθεση για την πλήρη αυτοματοποίηση της διαδικασίας ραφής.

Η αυτοματοποίηση της διαδικασίας ραφής βασίζεται στη χρήση ρομποτικού βραχίονα για τον αυτόματο χειρισμό των υπερ-εύκαμπτων υλικών, δηλαδή των υφασμάτων. Το σύστημα ελέγχου του βραχίονα χρησιμοποιεί οπτική πληροφορία που αφορά στη θέση των υλικών στην τράπεζα εργασίας. Στα δύο πρώτα κεφάλαια της διατριβής παρουσιάστηκαν πρωτότυπες μέθοδοι για τον αυτόματο εντοπισμό της θέσης των υφασμάτων κατά την οδήγησή τους προς ραφή και κατά τη διάρκεια της ραφής αντίστοιχα. Οι μέθοδοι αξιολογήθηκαν σε περιπτώσεις πραγματικών υφασμάτων και παρουσίασαν υψηλή αξιοπιστία και αποτελεσματικότητα.

Μετά την πραγματοποίηση της ραφής γίνεται αυτόματος εντοπισμός της θέσης της ραφής στις εικόνες των υφασμάτων. Ο εντοπισμός πραγματοποιείται με χρήση μιας πρωτότυπης μεθόδου που χρησιμοποιεί προεπεξεργασία για την εξομάλυνση της υφής των υφασμάτων και του θορύβου που περιέχεται στην εικόνα και η οποία παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 3. Η μέθοδος αποδείχτηκε αναλλοίωτη σε γραμμικές μεταβολές της φωτεινότητας και η πειραματική της αξιολόγηση σε ραφές έτοιμων ενδυμάτων έδωσε ικανοποιητικά αποτελέσματα. Ο αυτόματος εντοπισμός της ραφής έχει μεγάλη σπουδαιότητα γιατί επιτρέπει την κανονικοποίηση των εικόνων ως προς τη θέση της ραφής βοηθώντας στην εξαγωγή πιο αποτελεσματικών χαρακτηριστικών που σχετίζονται με την ποιότητα της ραφής.

Τα χαρακτηριστικά που εξάγονται από τις κανονικοποιημένες εικόνες των ραμμένων υφασμάτων χρησιμοποιούνται για τον αυτόματο έλεγχο της ποιότητας της ραφής. Στο Κεφάλαιο 4 προτάθηκαν τρία διαφορετικά σύνολα χαρακτηριστικών ποιότητας, το πρώτο αφορά φασματική πληροφορία, το δεύτερο το ποσοστό αυτοσκίασης των υφασμάτων, ενώ το τρίτο την ανομοιομορφία της επιφάνειας των υφασμάτων η οποία εκτιμάται με βάση τις τοπικές μεταβολές της φωτεινότητας των αντίστοιχων εικόνων. Για την πειραματική αξιολόγηση κατασκευάστηκε βάση δεδομένων 325 εικόνων από δείγματα ραφής τριών διαφορετικών υφασμάτων. Όλα τα χαρακτηριστικά παρουσίασαν υψηλή συσχέτιση με την ποιότητα των δειγμάτων, η οποία καθορίστηκε από τρεις κριτές με βάση το διεθνές πρότυπο ISO/DIS7770 σύμφωνα με το οποίο τα δείγματα κατατάσσονται σε πέντε διατεταγμένους βαθμούς ποιότητας.

Χρησιμοποιώντας τα εξαγόμενα χαρακτηριστικά τα δείγματα ραφής ταξινομούνται αυτόματα σε πέντε διατεταγμένες κατηγορίες ποιότητας. Στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάστηκε ο ταξινομητής σύμμετρων αναλογιών πιθανότητας ο οποίος πραγματοποιεί ταξινόμηση σε πέντε κατηγορίες

ποιότητας αξιοποιώντας την πληροφορία της διάταξης των κατηγοριών. Ο συγκεκριμένος ταξινομητής προτείνεται για πρώτη φορά σε πρόβλημα αυτομάτου ποιοτικού ελέγχου ραφής και η απόδοσή του συναγωνίζεται την ανθρώπινη αξιοπιστία. Στο ίδιο κεφάλαιο παρουσιάζεται και ο γραμμικός ταξινομητής ο οποίος έχει χρησιμοποιηθεί σε πληθώρα εργασιών ποιοτικού ελέγχου ραφής. Στις εργασίες αυτές κατά την εκπαίδευση του ταξινομητή αποδίδονται αυθαίρετες αριθμητικές τιμές στις διατεταγμένες κατηγορίες ποιότητας. Όπως αποδείχτηκε πειραματικά η επιλογή των αριθμητικών τιμών έχει σημαντική επίδραση στην αξιοπιστία του γραμμικού ταξινομητή. Προτάθηκαν επομένως δύο νέες μέθοδοι εκπαίδευσης του γραμμικού ταξινομητή οι οποίες εκτιμούν τις αριθμητικές τιμές των κατηγοριών. Η πειραματική αξιολόγηση που πραγματοποιήθηκε στη βάση δεδομένων των 325 δειγμάτων ραφής αλλά και σε 1000 τεχνητά παραδείγματα έδειξε πως η αξιοπιστία του γραμμικού ταξινομητή βελτιώνεται σημαντικά στις περιπτώσεις των δύο προτεινόμενων μεθόδων εκπαίδευσης. Οι προτεινόμενες μέθοδοι εκπαίδευσης του γραμμικού ταξινομητή δεν περιορίζονται σε προβλήματα ποιοτικού ελέγχου ραφής, αλλά μπορούν να εφαρμοστούν σε ευρύτερα προβλήματα ταξινόμησης προτύπων σε διατεταγμένες κατηγορίες.

Παράρτημα Α

Στο παράρτημα Α παρατίθεται αναλυτικός πίνακας των πειραματικών αποτελεσμάτων για την προσέγγιση του υφάσματος στη βελόνα χρησιμοποιώντας πληροφορία και από τις δύο κάμερες. Στον πίνακα παρουσιάζονται οι αντίστοιχοι μέσοι όροι σφαλμάτων θέσης και γωνίας για τέσσερα υφάσματα παρουσία ή μη παραμόρφωσης και για τρεις διαφορετικούς ελεγκτές ασαφούς λογικής, όπως αυτοί παρουσιάζονται στο (Zacharia et. al., 2009). Σημειώνεται ότι το ένα εικονοστοιχείο (pixel) αντιστοιχεί σε περίπου 0.139 mm.

Σύστημα ελέγχου/ παραμόρφωση	Τύπος Υφάσματος	Μέσος αριθμός βημάτων	Μέσο απόλυτο σφάλμα θέσης (pixels)	Μέσο απόλυτο σφάλμα γωνίας (degrees)
Conventional FLC/Χωρίς Παραμ.	Μανίκι	14.5842	4.8333	0.2924
Conventional FLC/Παραμόρφωση	Μανίκι	14.2277	5.6667	0.2809
Genetic FLC/ Χωρίς Παραμ.	Μανίκι	11.6667	5.3333	0.3210
Genetic FLC/ Παραμόρφωση	Μανίκι	11.6667	4.6667	0.3038
Adaptive FLC/ Χωρίς Παραμ.	Μανίκι	10.0000	7.3333	0.5274
Adaptive FLC/Deformations	Μανίκι	8.6667	5.3333	0.5389
Conventional FLC/ Χωρίς Παραμ.	Παντελόνι	14.0867	6.6667	0.5790
Conventional FLC/ Παραμόρφωση	Παντελόνι	14.8333	8.0000	0.1777
Genetic FLC/ Χωρίς Παραμ.	Παντελόνι	10.8333	6.0000	0.5446
Genetic FLC/ Παραμόρφωση	Παντελόνι	11.3333	7.0000	0.2121
Adaptive FLC/ Χωρίς Παραμ.	Παντελόνι	12.1667	8.8333	0.2350
Adaptive FLC/ Παραμόρφωση	Παντελόνι	11.8666	8.6667	0.2064
Conventional FLC/ Χωρίς Παραμ.	Τσέπη	13.9733	3.3333	0.3898
Conventional FLC/ Παραμόρφωση	Τσέπη	13.9584	7.0000	0.2112
Genetic FLC/ Χωρίς Παραμ.	Τσέπη	10.5000	5.6667	0.1949
Genetic FLC/ Παραμόρφωση	Τσέπη	10.0000	6.0000	0.5159
Adaptive FLC/ Χωρίς Παραμ.	Τσέπη	11.0000	6.1667	0.2293
Adaptive FLC/ Παραμόρφωση	Τσέπη	10.6667	8.8333	0.3210
Conventional FLC/ Χωρίς Παραμ.	Σορτς	12.7582	5.3333	0.2006
Conventional FLC/ Παραμόρφωση	Σορτς	12.3948	6.8333	0.2178
Genetic FLC/ Χωρίς Παραμ.	Σορτς	11.6667	6.5000	0.3497
Genetic FLC/ Παραμόρφωση	Σορτς	11.6667	6.0000	0.2809
Adaptive FLC/ Χωρίς Παραμ.	Σορτς	8.6667	6.5000	0.3325
Adaptive FLC/ Παραμόρφωση	Σορτς	9.0000	6.8333	0.3841

Παράρτημα Β

Στο Παράρτημα Β παρουσιάζεται η απόδειξη των θεωρημάτων που παρουσιάζονται στο Κεφάλαιο 3. Χρησιμοποιούνται οι ίδιοι συμβολισμοί με το Κεφάλαιο 3.

Θεώρημα Β1

Η μέθοδος std-Prewitt-Radon (std-Pr-R) που χρησιμοποιεί φίλτρο τοπικής τυπικής απόκλισης στο στάδιο της προ-επεξεργασία, παράγει αποτελέσματα που παραμένουν αναλλοίωτα σε γραμμικές μεταβολές της έντασης της φωτεινότητας.

Απόδειξη

Αν οι συνθήκες φωτισμού μεταβληθούν γραμμικά σε όλο το φάσμα, ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$c(\lambda) = \alpha \cdot C(\lambda)$$

Όπου C είναι η φασματική κατανομή ισχύος της φωτεινής πηγής και c είναι η φασματική κατανομή ισχύος υπό τις νέες συνθήκες φωτεινότητας. Η ένταση της φωτεινότητας στον αισθητήρα της κάμερας θεωρώντας το τυπικό μοντέλο της φωτοηλεκτρικής μετατροπής στις νέες συνθήκες φωτισμού είναι:

$$\begin{aligned} i(m,n) &= V(m,n) \cdot N(m,n) \int_{\lambda} S(m,n,\lambda) \cdot R(m,n,\lambda) \cdot c(\lambda) d\lambda \\ &= V(m,n) \cdot N(m,n) \int_{\lambda} S(m,n,\lambda) \cdot R(m,n,\lambda) \cdot \alpha \cdot C(\lambda) d\lambda \\ &= \alpha \cdot V(m,n) \cdot N(m,n) \int_{\lambda} S(m,n,\lambda) \cdot R(m,n,\lambda) \cdot C(\lambda) d\lambda = \alpha \cdot I(m,n) \end{aligned} \quad (1)$$

Όπου V είναι το μοναδιαίο διάνυσμα κατά τη διεύθυνση του φωτός, N είναι το μοναδιαίο διάνυσμα που αντιστοιχεί στην επιφάνεια του αντικειμένου, $S(m,n,\lambda)$ είναι η συνάρτηση μεταφοράς του m,n φωτοαισθητήρα και $R(m,n,\lambda)$ είναι η ένταση του φωτός που ανακλάται από το αντικείμενο στο μήκος κύματος λ .

Σύμφωνα με τις σχέσεις (2) και (3)

$$H(m,n) = \sqrt{\frac{1}{P-1} \sum_{m',n' \in W} (I(m-n',n-n') - \langle I \rangle_{mn})^2} \quad (2)$$

$$\langle I \rangle_{mn} = \frac{1}{P} \sum_{m',n' \in W} I(m-m',n-n') \quad (3)$$

Η νέα εικόνα $h(.,.)$ γίνεται:

$$\begin{aligned}
 h(m,n) &= \sqrt{\frac{1}{P-1} \sum_{m',n' \in W} (i(m-n',n-n') - \langle i \rangle_{mm})^2} = \sqrt{\frac{1}{P-1} \sum_{m',n' \in W} (aI(m-n',n-n') - a\langle I \rangle_{mm})^2} \\
 &= a \sqrt{\frac{1}{P-1} \sum_{m',n' \in W} (I(m-n',n-n') - \langle I \rangle_{mm})^2} = aH(m,n)
 \end{aligned} \tag{4}$$

Ο νέος πίνακας $ie(.,.)$ που περιέχει τα πλάτη των ακμών των ακμών γίνεται:

$$\begin{aligned}
 ie(m,n) &= \sqrt{(Dr * h(m,n))^2 + (Dc * h(m,n))^2} = \sqrt{(Dr * aH(m,n))^2 + (Dc * aH(m,n))^2} \\
 &= a \sqrt{(Dr * H(m,n))^2 + (Dc * H(m,n))^2} = aIe(m,n)
 \end{aligned} \tag{5}$$

Το νέο κατώφλι t που χρησιμοποιείται για τη μετατροπή της εικόνας σε δυαδική γίνεται:

$$t = \sqrt{\frac{4 \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N ie^2(m,n)}{MN}} = \sqrt{\frac{4 \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N a^2 Ie^2(m,n)}{MN}} = a \sqrt{\frac{4 \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N Ie^2(m,n)}{MN}} = aT \tag{6}$$

Μετά την κατωφλίωση προκύπτει η νέα δυαδική εικόνα:

$$l(m,n) = \begin{cases} 1, & ie(m,n) \geq t \\ 0, & ie(m,n) < t \end{cases} = \begin{cases} 1, & aIe(m,n) \geq aT \\ 0, & aIe(m,n) < aT \end{cases} = \begin{cases} 1, & Ie(m,n) \geq T \\ 0, & Ie(m,n) < T \end{cases} = L(m,n) \tag{7}$$

Όπου $L(m,n)$ είναι η δυαδική εικόνα που προκύπτει στην περίπτωση των αρχικών συνθηκών φωτεινότητας. Επομένως ο μετασχηματισμός Radon εφαρμόζεται και στις δύο περιπτώσεις στην ίδια δυαδική εικόνα και ο εντοπισμός της ραφής δεν διαφοροποιείται.

Άμεση συνέπεια του θεωρήματος B1 είναι το λήμμα B1:

Λήμμα B1

Η μέθοδος mean-Prewitt-Radon (mean-Pr-R) που χρησιμοποιεί φίλτρο μέσης τιμής στο στάδιο της προ-επεξεργασίας αλλά και η μέθοδος Prewitt-Radon (Pr-R) που δεν χρησιμοποιεί καθόλου προ-επεξεργασία, παράγουν αποτελέσματα που παραμένουν αναλλοίωτα σε γραμμικές μεταβολές της έντασης της φωτεινότητας.

Απόδειξη

Όταν δεν χρησιμοποιείται καθόλου προ-επεξεργασία, η νέα εικόνα στην οποία εφαρμόζεται ο ανιχνευτής Prewitt είναι λόγω της (1) η $a \cdot I(m,n)$. Από την εξίσωση (5) με αντικατάσταση του $a \cdot H(m,n)$ που αναφέρεται στην περίπτωση της τοπικής τυπικής απόκλισης με $a \cdot I(m,n)$,

προκύπτει επίσης ότι $ie(m,n) = a \cdot Ie(m,n)$. Επομένως τα επόμενα βήματα είναι ίδια και η μέθοδος Prewitt-Radon είναι αναλλοίωτη σε γραμμικές μεταβολές της φωτεινότητας.

Στην περίπτωση της μεθόδου που χρησιμοποιεί φίλτρο μέσης τιμής στο στάδιο της προ-επεξεργασίας, από την (3) έχουμε:

$$\begin{aligned}
 \langle i \rangle_{mn} &= \frac{1}{P} \sum_{m',n' \in W} i(m-m',n-n') \stackrel{(\text{Σχέση 1})}{\Rightarrow} \\
 \langle i \rangle_{mn} &= \frac{1}{P} \sum_{m',n' \in W} aI(m-m',n-n') \Rightarrow \\
 \langle i \rangle_{mn} &= a \langle I \rangle_{mn}
 \end{aligned} \tag{8}$$

Επομένως η νέα εικόνα στην οποία εφαρμόζεται ο ανιχνευτής Prewitt είναι η $a \cdot \langle I \rangle_{mn}$. Από την εξίσωση (5) με αντικατάσταση του $a \cdot H(m,n)$ που αναφέρεται στην περίπτωση της τοπικής τυπικής απόκλισης με $a \cdot \langle I \rangle_{mn}$, προκύπτει επίσης ότι $ie(m,n) = a \cdot Ie(m,n)$. Επομένως τα επόμενα βήματα είναι ίδια και η μέθοδος mean-Prewitt-Radon είναι αναλλοίωτη σε γραμμικές μεταβολές της φωτεινότητας.

Παράρτημα Γ

Στο Παράρτημα Γ παρουσιάζονται οι αποδείξεις των θεωρημάτων και των μαθηματικών σχέσεων που χρησιμοποιούνται στο Κεφάλαιο 5. Χρησιμοποιούνται οι ίδιοι συμβολισμοί με το Κεφάλαιο 5, ωστόσο στο βαθμό που ήταν δυνατόν διατηρήθηκε η αυτονομία του παραρτήματος. Οι αποδείξεις που ακολουθούν είναι πρωτότυπες, εκτός από αυτές των ενοτήτων Γ.3 και Γ.5. Όλα τα διανύσματα θεωρούνται διανύσματα στήλης, εκτός και αν δηλώνεται ρητά το αντίθετο. Πριν την παρουσίαση των αποδείξεων ορίζονται κάποια διανύσματα και πίνακες που χρησιμοποιούνται σε αρκετά σημεία των αποδείξεων.

Ορίζονται τα διανύσματα γραμμής $\mathbf{x}_i \triangleq [1 \quad x_{i1} \quad \cdots \quad x_{iN-1}]$, μήκους N .

Ορίζεται το διάνυσμα $\mathbf{U}_M$ μήκους M , του οποίου τα στοιχεία u_j είναι όλα μονάδες. Δηλαδή $u_j = 1 \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, M\}$.

Ορίζεται ο πίνακας $\mathbf{X}_{M \times N} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_M \end{bmatrix}$

Ορίζεται ο πίνακας $\mathbf{H} \triangleq \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T$

Γ.1

ΘΕΩΡΗΜΑ 1. Ισοδυναμία γραμμικών ταξινομητών

Αν η έξοδος $\hat{y}_i$ της πρώτης βαθμίδας ενός γραμμικού ταξινομητή μετασχηματιστεί από την γραμμική συνάρτηση $\xi(\hat{y}_i) \triangleq \alpha \hat{y}_i + \beta$ με $\alpha > 0$ και οι αριθμητικές τιμές z_k που χρησιμοποιούνται στη δεύτερη βαθμίδα του ταξινομητή μετασχηματιστούν γραμμικά μέσω της ίδιας συνάρτησης, δηλαδή $\xi(z_k) \triangleq \alpha z_k + \beta, \quad \forall k \in (1, 2, \dots, K)$, τότε η νέα ταξινόμηση $\hat{\omega}^{(i)}$ που προκύπτει είναι ίδια με την αρχική ταξινόμηση $\hat{\omega}^{(i)}$ πριν την εφαρμογή της συνάρτησης $\xi(\cdot)$, για οποιοδήποτε πρότυπο $\mathbf{x}_i$.

Απόδειξη

Όταν στην είσοδό του γραμμικού ταξινομητή χρησιμοποιείται το πρότυπο $\mathbf{x}_i$, η έξοδος $\hat{\omega}^{(i)}$ του ταξινομητή ισούται με ω_j , όπου $j = \arg \min_k |\hat{y}_i - z_k|, \quad k = 1, 2, \dots, K$. Όταν η έξοδος $\hat{y}_i$ της πρώτης βαθμίδας και οι αριθμητικές τιμές z_k που χρησιμοποιούνται στη δεύτερη βαθμίδα μετασχηματιστούν

γραμμικά ώστε να γίνουν $\xi(\hat{y}_i) \triangleq \alpha \hat{y}_i + \beta$ και $\xi(z_k) \triangleq \alpha z_k + \beta$, $\forall k \in (1, 2, \dots, K)$ αντίστοιχα, τότε η νέα έξοδος του ταξινομητή $\hat{\omega}^{(i) '}$ είναι $\omega_{j'}$, όπου:

$$j' = \arg \min_k \left| \xi(\hat{y}_i) - \xi(z_k) \right| = \arg \min_k \left| \alpha \hat{y}_i + \beta - \alpha z_k - \beta \right| = \arg \min_k \alpha \left| \hat{y}_i - z_k \right| = \arg \min_k \left| \hat{y}_i - z_k \right| = j.$$

Άρα $\hat{\omega}^{(i) '} \equiv \hat{\omega}^{(i)} = \omega_j$.

Γ.2

Λήμμα Γ2

Αν $\hat{y}_i = \mathbf{x}_i \mathbf{b}$ και $\mathbf{b}' = \alpha \mathbf{b} + \beta [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$, τότε $\mathbf{x}_i \mathbf{b}' = \alpha \hat{y}_i + \beta$

Απόδειξη

$$\mathbf{x}_i \mathbf{b}' = \mathbf{x}_i \left(\alpha \mathbf{b} + \beta [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \right) = \alpha \mathbf{x}_i \mathbf{b} + \beta \mathbf{x}_i [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \Rightarrow$$

$$\mathbf{x}_i \mathbf{b}' = \alpha \mathbf{x}_i \mathbf{b} + \beta [1 \ x_1 \ \dots \ x_{N-1}] [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \Rightarrow$$

$$\mathbf{x}_i \mathbf{b}' = \alpha \mathbf{x}_i \mathbf{b} + \beta \left(1 + \sum_{k=1}^{N-1} x_k \cdot 0 \right) \Rightarrow$$

$$\mathbf{x}_i \mathbf{b}' = \alpha \mathbf{x}_i \mathbf{b} + \beta = \alpha \hat{y}_i + \beta \Rightarrow$$

$$\mathbf{x}_i \mathbf{b}' = \xi(\hat{y}_i)$$

Γ.3

Γενικές ιδιότητες πίνακα H

Ο πίνακας $\mathbf{H} \triangleq \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T$ εξαρτάται μόνο από τα διανύσματα των προτύπων και είναι ανεξάρτητος από τις επιθυμητές τιμές των κατηγοριών, είναι τετραγωνικός, συμμετρικός και έχει τις ακόλουθες σημαντικές ιδιότητες:

$$\mathbf{H}^T = \mathbf{H} \quad (\alpha)$$

$$\mathbf{H} \mathbf{H} = \mathbf{H} \quad (\beta) \tag{1}$$

$$\mathbf{H} \mathbf{X} = \mathbf{X} \quad (\gamma)$$

Απόδειξη

$$\mathbf{H}^T = \left(\mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \right)^T = \left(\mathbf{X}^T \right)^T \left((\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \right)^T \mathbf{X}^T = \mathbf{X} \left((\mathbf{X}^T \mathbf{X})^T \right)^{-1} \mathbf{X}^T \Rightarrow$$

$$\mathbf{H}^T = \mathbf{X} \left(\mathbf{X}^T (\mathbf{X}^T)^T \right)^{-1} \mathbf{X}^T = \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \Rightarrow$$

$$\mathbf{H}^T = \mathbf{H}$$

$$\mathbf{H}\mathbf{H} = \left(\mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \right) \left(\mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \right) = \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} (\mathbf{X}^T \mathbf{X}) (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \Rightarrow$$

$$\mathbf{H}\mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \Rightarrow \mathbf{H}\mathbf{H} = \mathbf{H}$$

$$\mathbf{H}\mathbf{X} = \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{X} \Rightarrow \mathbf{H}\mathbf{X} = \mathbf{X}$$

Ιδιότητες πίνακα $\mathbf{H}$ όταν η πρώτη στήλη του πίνακα $\mathbf{X}$ περιέχει παντού μονάδες

Όταν η πρώτη στήλη του πίνακα $\mathbf{X}$ περιέχει παντού μονάδες ο πίνακας $\mathbf{H}$ παρουσιάζει τις εξής δύο ιδιότητες: το άθροισμα κάθε γραμμής ή στήλης του ισούται με τη μονάδα.

Επομένως αν τα στοιχεία του πίνακα $\mathbf{H}$ συμβολιστούν με h_{ij} ισχύουν αντίστοιχα:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^M h_{ij} &= 1 \\ \sum_{i=1}^M h_{ij} &= 1 \end{aligned} \quad (2)$$

Απόδειξη

Ο πίνακας

$$\mathbf{X}_{M \times N} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1N-1} \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2N-1} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & x_{M1} & \cdots & x_{MN-1} \end{bmatrix} = [\mathbf{U}_M \quad \mathbf{X}g_{M \times N-1}]$$

και από την ιδιότητα 1γ προκύπτει:

$$\mathbf{H}\mathbf{X} = \mathbf{X} \Rightarrow \mathbf{H}[\mathbf{U}_M \quad \mathbf{X}g] = [\mathbf{U}_M \quad \mathbf{X}g] \Rightarrow \mathbf{H}\mathbf{U}_M = \mathbf{U}_M \quad (3)$$

$$\mathbf{H}\mathbf{U}_M = \mathbf{U}_M \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^M h_{ij} u_j &= u_j \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, M\} \\ u_j &= 1 \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, M\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sum_{j=1}^M h_{ij} = 1 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, M\}$$

Λόγω της συμμετρίας του πίνακα $\mathbf{H}$ (ιδιότητα 1α), προκύπτει επίσης ότι $\sum_{j=1}^M h_{ij} = 1 \forall i \in \{1, 2, \dots, M\}$.

Γ.4

Λήμμα Γ4

Στο γραμμικό μοντέλο $y_i = \mathbf{x}_i \mathbf{b} + e_i$ αν αντί των y_i χρησιμοποιηθεί ένας γραμμικός μετασχηματισμός τους $y_i' \equiv \xi(y_i) \triangleq \alpha y_i + \beta$ με $\alpha \neq 0$, τότε η νέα εκτίμηση των συντελεστών $\mathbf{b}'$ με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων για τη νέα σχέση $y_i' = \mathbf{x}_i \mathbf{b}' + e_i$, είναι $\mathbf{b}' = \alpha \mathbf{b} + \beta [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$.

Απόδειξη

$\mathbf{Y}_{M \times 1}$ είναι το διάνυσμα των τιμών y_i πριν το γραμμικό μετασχηματισμό. Η εκτίμηση των συντελεστών του γραμμικού μοντέλου με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων είναι $\mathbf{b} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}$. Επειδή $y_i' = \alpha y_i + \beta$, ο πίνακας $\mathbf{Y}'$ των νέων τιμών y_i' προκύπτει ως $\mathbf{Y}' = \alpha \mathbf{Y} + \beta \mathbf{U}_M$. Τότε η νέα εκτίμηση $\mathbf{b}'$ των συντελεστών του γραμμικού μοντέλου με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων είναι:

$$\begin{aligned} \mathbf{b}' &= (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}' = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T (\alpha \mathbf{Y} + \beta \mathbf{U}_M) \Rightarrow \\ \mathbf{b}' &= \alpha (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y} + \beta (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{U}_M \Rightarrow \\ \mathbf{b}' &= \alpha \mathbf{b} + \beta (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{U}_M \quad \left. \begin{aligned} &(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{U}_M = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mathbf{b}' = \alpha \mathbf{b} + \beta [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \end{aligned}$$

Στην παραπάνω απόδειξη χρησιμοποιείται η ισότητα $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{U}_M = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ η οποία δεν είναι προφανής και γι' αυτό αποδεικνύεται στη συνέχεια:

Από την (3) προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} \mathbf{H} \mathbf{U}_M &= \mathbf{U}_M \Rightarrow \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{U}_M = \mathbf{U}_M \\ \mathbf{U}_M &= \mathbf{X} [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{U}_M = \mathbf{X} [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \Rightarrow \\ \mathbf{X}^T \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{U}_M &= \mathbf{X}^T \mathbf{X} [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \Rightarrow \\ (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{U}_M &= (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{X} [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \Rightarrow \\ (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{U}_M &= [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \end{aligned}$$

Από τα Λήμματα Γ4 και Γ2 προκύπτει ότι για τη νέα γραμμική εκτίμηση ισχύει $\mathbf{x}_i \mathbf{b}' = \alpha \hat{y}_i + \beta$ και ισχύει το Λήμμα 1:

ΛΗΜΜΑ 1

Αν αντί των y_i χρησιμοποιηθεί ένας γραμμικός μετασχηματισμός τους $y_i' \equiv \xi(y_i) \triangleq \alpha y_i + \beta$ με $\alpha \neq 0$, τότε η νέα εκτίμηση των συντελεστών $\mathbf{b}'$ με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων είναι $\mathbf{b}' = \alpha \mathbf{b} + \beta [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$, άρα $\mathbf{x}_i \mathbf{b}' = \xi(\mathbf{x}_i \mathbf{b}) = \xi(\hat{y}_i)$ και με βάση το Θεώρημα 1 ισχύει η ισοδυναμία των ταξινομήσεων.

Γ.5

Θεώρημα Γ5

Αν $SST \triangleq \sum_{i=1}^M (y_i - \bar{y})^2$, $SSR \triangleq \sum_{i=1}^M (\hat{y}_i - \bar{y})^2$ και $SSE \triangleq \sum_{i=1}^M (y_i - \hat{y}_i)^2$, τότε

$$SST = SSR + SSE \quad (4)$$

Απόδειξη

$$\begin{aligned} SST &\triangleq \sum_{i=1}^M (y_i - \bar{y})^2 \Rightarrow SST = (\mathbf{Y} - \bar{y} \mathbf{U}_M)^T (\mathbf{Y} - \bar{y} \mathbf{U}_M) \Rightarrow \\ SST &= \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - 2\bar{y} \mathbf{U}_M^T \mathbf{Y} + \bar{y}^2 \mathbf{U}_M^T \mathbf{U}_M \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} SSR &\triangleq \sum_{i=1}^M (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \Rightarrow SSR = (\hat{\mathbf{Y}} - \bar{y} \mathbf{U}_M)^T (\hat{\mathbf{Y}} - \bar{y} \mathbf{U}_M) \Rightarrow \\ SSR &= \hat{\mathbf{Y}}^T \hat{\mathbf{Y}} - 2\bar{y} \mathbf{U}_M^T \hat{\mathbf{Y}} + \bar{y}^2 \mathbf{U}_M^T \mathbf{U}_M \Rightarrow \\ SSR &= \mathbf{Y}^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{Y} - 2\bar{y} \mathbf{U}_M^T \mathbf{H} \mathbf{Y} + \bar{y}^2 \mathbf{U}_M^T \mathbf{U}_M \Rightarrow \\ SSR &= \mathbf{Y}^T \mathbf{H} \mathbf{Y} - 2\bar{y} \mathbf{U}_M^T \mathbf{Y} + \bar{y}^2 \mathbf{U}_M^T \mathbf{U}_M \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} SSE &\triangleq \sum_{i=1}^M (y_i - \hat{y}_i)^2 \Rightarrow SSE = (\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}})^T (\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}}) \Rightarrow \\ SSE &= (\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}})^T (\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}}) = \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - 2\mathbf{Y}^T \hat{\mathbf{Y}} + \hat{\mathbf{Y}}^T \hat{\mathbf{Y}} \Rightarrow \\ SSE &= \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - 2\mathbf{Y}^T \mathbf{H} \mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{Y} \Rightarrow SSE = \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - 2\mathbf{Y}^T \mathbf{H} \mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T \mathbf{H} \mathbf{Y} \Rightarrow \\ SSE &= \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - \mathbf{Y}^T \mathbf{H} \mathbf{Y} \end{aligned} \quad (7)$$

Από τις (6) και (7) προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} SSR + SSE &= \mathbf{Y}^T \mathbf{H} \mathbf{Y} - 2\bar{y} \mathbf{U}_M^T \mathbf{Y} + \bar{y}^2 \mathbf{U}_M^T \mathbf{U}_M + \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - \mathbf{Y}^T \mathbf{H} \mathbf{Y} \Rightarrow \\ SSR + SSE &= \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - 2\bar{y} \mathbf{U}_M^T \mathbf{Y} + \bar{y}^2 \mathbf{U}_M^T \mathbf{U}_M \stackrel{(5)}{\Rightarrow} SSR + SSE = SST \end{aligned} \quad (8)$$

Γ.6

Λήμμα Γ6

Εάν για έναν πίνακα $\mathbf{C}_{M \times N}$ ισχύει ότι $\sum_{j=1}^N c_{ij} = 1 \quad \forall i \in 1, 2, \dots, M$ τότε $\mathbf{C}\mathbf{U}_N = \mathbf{U}_M$.

Απόδειξη

Έστω $\mathbf{Q} \triangleq \mathbf{C}\mathbf{U}_N$

Τότε $\forall i \in 1, 2, \dots, M$

$$q_i = c_{i1}u_1 + c_{i2}u_2 + \dots + c_{iN}u_N = c_{i1}1 + c_{i2}1 + \dots + c_{iN}1 = \sum_{j=1}^N c_{ij} = 1$$

Άρα $\mathbf{Q} \equiv \mathbf{U}_M$.

Γ.7

Λήμμα Γ7

Το αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα $\text{SSE} = (\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}})^T (\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}})$, μετά την παρεμβολή του αυθαίρετου γραμμικού μετασχηματισμού $\xi(y_i) \triangleq \alpha y_i + \beta$ είναι $\text{SSE}' = \alpha^2 \text{SSE}$.

Απόδειξη

$$\mathbf{Y}' = \alpha \mathbf{Y} + \beta \mathbf{U}_M$$

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{H}\mathbf{Y}$$

$$\hat{\mathbf{Y}}' = \mathbf{H}\mathbf{Y}'$$

$$\text{SSE}' = (\mathbf{Y}' - \hat{\mathbf{Y}}')^T (\mathbf{Y}' - \hat{\mathbf{Y}}') \Rightarrow \text{SSE}' = (\mathbf{Y}' - \mathbf{H}\mathbf{Y}')^T (\mathbf{Y}' - \mathbf{H}\mathbf{Y}') \Rightarrow$$

$$\text{SSE}' = ((\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{Y}')^T (\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{Y}' = ((\mathbf{I} - \mathbf{H})(\alpha \mathbf{Y} + \beta \mathbf{U}_M))^T (\mathbf{I} - \mathbf{H})(\alpha \mathbf{Y} + \beta \mathbf{U}_M) \Rightarrow$$

$$\text{SSE}' = (\alpha(\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{Y} + \beta(\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{U}_M)^T \left. \begin{aligned} &\alpha(\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{Y} + \beta(\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{U}_M \\ &(\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{U}_M = \mathbf{U}_M - \mathbf{H}\mathbf{U}_M \stackrel{(3)}{=} \mathbf{U}_M - \mathbf{U}_M = \mathbf{0}_M \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\text{SSE}' = (\alpha(\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{Y})^T \alpha(\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{Y} \Rightarrow \text{SSE}' = \alpha^2 (\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{Y}^T (\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{Y} \Rightarrow$$

$$\text{SSE}' = \alpha^2 (\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{Y})^T (\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{Y}) \Rightarrow$$

$$\text{SSE}' = \alpha^2 (\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}})^T (\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}}) \Rightarrow$$

$$SSE' = \alpha^2 SSE \quad (9)$$

Γ.8

Λήμμα Γ8

Ο συντελεστής προσδιορισμού $r^2 = 1 - \frac{SSE}{SST}$ μετά την εφαρμογή του γραμμικού μετασχηματισμού $\xi(y_i) \triangleq \alpha y_i + \beta$ παραμένει αμετάβλητος, δηλαδή $r^{2'} = r^2$

Απόδειξη

$$\begin{aligned} r^2 &= 1 - \frac{SSE}{SST} \Rightarrow r^2 = 1 - \frac{SSE}{(\mathbf{Y} - \bar{y}\mathbf{U}_M)^T (\mathbf{Y} - \bar{y}\mathbf{U}_M)} \\ r^{2'} &= 1 - \frac{SSE' \quad (9)}{SST'} \Rightarrow r^2 = 1 - \frac{a^2 SSE}{(\mathbf{Y}' - \bar{y}'\mathbf{U}_M)^T (\mathbf{Y}' - \bar{y}'\mathbf{U}_M)} \Rightarrow \\ r^{2'} &= 1 - \frac{a^2 SSE}{(a\mathbf{Y} + \beta\mathbf{U}_M - (a\bar{y} + \beta)\mathbf{U}_M)^T (a\mathbf{Y} + \beta\mathbf{U}_M - (a\bar{y} + \beta)\mathbf{U}_M)} \Rightarrow \\ r^{2'} &= 1 - \frac{a^2 SSE}{(a\mathbf{Y} + \beta\mathbf{U}_M - a\bar{y}\mathbf{U}_M - \beta\mathbf{U}_M)^T (a\mathbf{Y} + \beta\mathbf{U}_M - a\bar{y}\mathbf{U}_M - \beta\mathbf{U}_M)} \Rightarrow \\ r^{2'} &= 1 - \frac{a^2 SSE}{(a\mathbf{Y} - a\bar{y}\mathbf{U}_M)^T (a\mathbf{Y} - a\bar{y}\mathbf{U}_M)} \Rightarrow \\ r^{2'} &= 1 - \frac{a^2 SSE}{a(\mathbf{Y} - \bar{y}\mathbf{U}_M)^T a(\mathbf{Y} - \bar{y}\mathbf{U}_M)} = 1 - \frac{a^2 SSE}{a^2 (\mathbf{Y} - \bar{y}\mathbf{U}_M)^T (\mathbf{Y} - \bar{y}\mathbf{U}_M)} \Rightarrow \\ r^{2'} &= 1 - \frac{SSE}{(\mathbf{Y} - \bar{y}\mathbf{U}_M)^T (\mathbf{Y} - \bar{y}\mathbf{U}_M)} = 1 - \frac{SSE}{SST} \Rightarrow \\ r^{2'} &= r^2 \end{aligned}$$

Γ.9

Υπολογισμός των $\mathbf{b}$ παραμέτρων του ΓΤ-ΟΕΠ

Υπολογίζονται αρχικά οι μερικές παράγωγοι του $\mathbf{e}^T \mathbf{e}$ ως προς τα στοιχεία των διανυσμάτων $\mathbf{b}$ και ζ , και εξισώνονται με το μηδέν σχηματίζοντας ένα σύστημα $N + K - 2$ γραμμικών εξισώσεων $N + K - 2$ αγνώστων. Οι πρώτες N εξισώσεις προκύπτουν με παραγωγή ως προς τα στοιχεία του διανύσματος $\mathbf{b}$ ως:

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{S} \mathbf{z} \quad (10)$$

Απόδειξη

$$\mathbf{e} = \mathbf{S}\mathbf{z} - \mathbf{X}\mathbf{b} \Rightarrow$$

$$\mathbf{e}^T \mathbf{e} = (\mathbf{S}\mathbf{z} - \mathbf{X}\mathbf{b})^T (\mathbf{S}\mathbf{z} - \mathbf{X}\mathbf{b}) \Rightarrow$$

$$\mathbf{e}^T \mathbf{e} = (\mathbf{z}^T \mathbf{S}^T - \mathbf{b}^T \mathbf{X}^T) (\mathbf{S}\mathbf{z} - \mathbf{X}\mathbf{b}) \Rightarrow$$

$$\mathbf{e}^T \mathbf{e} = \mathbf{z}^T \mathbf{S}^T \mathbf{S}\mathbf{z} - \mathbf{z}^T \mathbf{S}^T \mathbf{X}\mathbf{b} - \mathbf{b}^T \mathbf{X}^T \mathbf{S}\mathbf{z} + \mathbf{b}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X}\mathbf{b} \Rightarrow$$

$$\mathbf{e}^T \mathbf{e} = \mathbf{z}^T \mathbf{S}^T \mathbf{S}\mathbf{z} - 2\mathbf{b}^T \mathbf{X}^T \mathbf{S}\mathbf{z} + \mathbf{b}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X}\mathbf{b}$$

$$\frac{\partial \mathbf{e}^T \mathbf{e}}{\partial \mathbf{b}} = 0 \Rightarrow -2\mathbf{X}^T \mathbf{S}\mathbf{z} + 2\mathbf{X}^T \mathbf{X}\mathbf{b} = 0 \Rightarrow$$

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X}\mathbf{b} = \mathbf{X}^T \mathbf{S}\mathbf{z} \Rightarrow \mathbf{b} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{S}\mathbf{z}$$

Υπολογισμός των z παραμέτρων του ΓΤ-OEP

Οι υπόλοιπες $K-2$ εξισώσεις προκύπτουν με παραγωγή του $\mathbf{e}^T \mathbf{e}$ ως προς τα στοιχεία του ζ και εξίσωση με το μηδέν.

$$\frac{\partial \mathbf{e}^T \mathbf{e}}{\partial \zeta_i} = 0 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, K-2\} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial (\mathbf{z}^T \mathbf{S}^T \mathbf{S}\mathbf{z} - 2\mathbf{b}^T \mathbf{X}^T \mathbf{S}\mathbf{z})}{\partial \zeta_i} = 0 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, K-2\} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial (\mathbf{z}^T \mathbf{S}^T \mathbf{S}\mathbf{z})}{\partial \zeta_i} - 2 \frac{\partial (\mathbf{b}^T \mathbf{X}^T \mathbf{S}\mathbf{z})}{\partial \zeta_i} = 0 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, K-2\}$$

$$\mathbf{z}^T \mathbf{S}^T \mathbf{S}\mathbf{z} = [\mathbf{A}_1 \quad \zeta_1 \quad \zeta_2 \quad \dots \quad \zeta_i \quad \dots \quad \zeta_{K-2} \quad \mathbf{A}_K] \mathbf{S}^T \mathbf{S} [\mathbf{A}_1 \quad \zeta_1 \quad \zeta_2 \quad \dots \quad \zeta_i \quad \dots \quad \zeta_{K-2} \quad \mathbf{A}_K]^T \Rightarrow$$

$$\mathbf{z}^T \mathbf{S}^T \mathbf{S}\mathbf{z} = \sum_{j=1}^{P_1} \mathbf{A}_j \mathbf{A}_j + \sum_{j=1}^{P_2} \zeta_1 \zeta_j + \sum_{j=1}^{P_3} \zeta_2 \zeta_j + \dots + \sum_{j=1}^{P_{i+1}} \zeta_i \zeta_j + \dots + \sum_{j=1}^{P_{K-1}} \zeta_{K-2} \zeta_j + \sum_{j=1}^{P_K} \mathbf{A}_K \mathbf{A}_K \Rightarrow$$

$$\frac{\partial (\mathbf{z}^T \mathbf{S}^T \mathbf{S}\mathbf{z})}{\partial \zeta_i} = 2p_{i+1} \zeta_i$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{b}^T \mathbf{X}^T \mathbf{S}\mathbf{z} &= \mathbf{b}^T \mathbf{X}^T \mathbf{S} [\mathbf{A}_1 \quad \zeta_1 \quad \zeta_2 \quad \dots \quad \zeta_i \quad \dots \quad \zeta_{K-2} \quad \mathbf{A}_K]^T \\ \mathbf{G} &\triangleq \mathbf{b}^T \mathbf{X}^T \mathbf{S} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\mathbf{b}^T \mathbf{X}^T \mathbf{S}\mathbf{z} = g_1 \mathbf{A}_1 + g_2 \zeta_1 + g_3 \zeta_2 + \dots + g_{i+1} \zeta_i + \dots + g_{K-1} \zeta_{K-2} + g_K \mathbf{A}_K$$

$$\frac{\partial (\mathbf{b}^T \mathbf{X}^T \mathbf{S}\mathbf{z})}{\partial \zeta_i} = g_{i+1}$$

$$\frac{\partial (\mathbf{z}^T \mathbf{S}^T \mathbf{S}\mathbf{z})}{\partial \zeta_i} - 2 \frac{\partial (\mathbf{b}^T \mathbf{X}^T \mathbf{S}\mathbf{z})}{\partial \zeta_i} = 0 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, K-2\} \Rightarrow$$

$$2p_{i+1} \zeta_i - 2g_{i+1} = 0 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, K-2\} \Rightarrow$$

$$p_{i+1}\zeta_i - g_{i+1} = 0 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, K-2\} \quad (11)$$

Λόγω της (10), τα b_i εκφράζονται σαν γραμμική συνάρτηση των z_j και με αντικατάσταση στην (11) το σύστημα απλοποιείται σε γραμμικό σύστημα $K-2$ εξισώσεων $K-2$ αγνώστων το οποίο δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\begin{bmatrix} (p_2 - \psi_{2,2}) & -\psi_{2,3} & \dots & -\psi_{2,K-1} \\ -\psi_{3,2} & (p_3 - \psi_{3,3}) & \dots & -\psi_{3,K-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\psi_{K-1,2} & -\psi_{K-1,3} & \dots & (p_{K-1,K-1} - \psi_{K-1,K-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_2 \\ z_3 \\ \vdots \\ z_{K-1} \end{bmatrix} = A_1 \begin{bmatrix} \psi_{2,1} \\ \psi_{3,1} \\ \vdots \\ \psi_{K-1,1} \end{bmatrix} + A_K \begin{bmatrix} \psi_{2,K} \\ \psi_{3,K} \\ \vdots \\ \psi_{K-1,K} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Απόδειξη της σχέσης (12)

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{G} &\triangleq \mathbf{b}^T \mathbf{X}^T \mathbf{S} \\ \mathbf{b} &= (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{S} \mathbf{z} \quad (10) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{z}^T \mathbf{S}^T \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{S} = \mathbf{z}^T \mathbf{S}^T \mathbf{H} \mathbf{S} \Rightarrow$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{z}^T \mathbf{\Psi} \Rightarrow$$

$$g_{i+1} = [A_1 \quad \zeta_1 \quad \zeta_2 \quad \dots \quad \zeta_{K-2} \quad A_K] [\psi_{1,i+1} \quad \psi_{2,i+1} \quad \dots \quad \psi_{K,i+1}]^T$$

$$p_{i+1}\zeta_i - g_{i+1} = [A_1 \quad \zeta_1 \quad \zeta_2 \quad \dots \quad \zeta_i \quad \dots \quad \zeta_{K-2} \quad A_K] \begin{bmatrix} -\psi_{1,i+1} \\ -\psi_{2,i+1} \\ \vdots \\ p_{i+1} - \psi_{i+1,i+1} \\ \vdots \\ -\psi_{K,i+1} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$p_{i+1}\zeta_i - g_{i+1} = [\zeta_1 \quad \zeta_2 \quad \dots \quad \zeta_i \quad \dots \quad \zeta_{K-2}] \begin{bmatrix} -\psi_{2,i+1} \\ -\psi_{3,i+1} \\ \vdots \\ p_{i+1} - \psi_{i+1,i+1} \\ \vdots \\ -\psi_{K-1,i+1} \end{bmatrix} - A_1 \psi_{1,i+1} - A_K \psi_{K,i+1}$$

$$p_{i+1}\zeta_i - g_{i+1} = 0 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, K-2\} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} \zeta_1 & \zeta_2 & \dots & \zeta_i & \dots & \zeta_{K-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\psi_{2,i+1} \\ -\psi_{3,i+1} \\ \vdots \\ p_{i+1} - \psi_{i+1,i+1} \\ \vdots \\ -\psi_{K-1,i+1} \end{bmatrix} = A_1 \psi_{1,i+1} + A_K \psi_{K,i+1} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} -\psi_{2,i+1} & -\psi_{3,i+1} & \dots & p_{i+1} - \psi_{i+1,i+1} & \dots & -\psi_{K-1,i+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \vdots \\ \zeta_i \\ \vdots \\ \zeta_{K-2} \end{bmatrix} = A_1 \psi_{1,i+1} + A_K \psi_{K,i+1} \Rightarrow$$

Επειδή $\Psi^T = \Psi$ (βλ. τέλος παραγράφου) ισοδύναμα:

$$\begin{bmatrix} -\psi_{i+1,2} & -\psi_{i+1,3} & \dots & p_{i+1} - \psi_{i+1,i+1} & \dots & -\psi_{i+1,K-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \vdots \\ \zeta_i \\ \vdots \\ \zeta_{K-2} \end{bmatrix} = A_1 \psi_{i+1,1} + A_K \psi_{i+1,K}$$

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, K-2\} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} (p_2 - \psi_{2,2}) & -\psi_{2,3} & \dots & -\psi_{2,K-1} \\ -\psi_{3,2} & (p_3 - \psi_{3,3}) & \dots & -\psi_{3,K-1} \\ & \vdots & & \\ -\psi_{K-1,2} & -\psi_{K-1,3} & \dots & (p_{K-1,K-1} - \psi_{K-1,K-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_2 \\ \zeta_3 \\ \vdots \\ \zeta_{K-1} \end{bmatrix} = A_1 \begin{bmatrix} \psi_{2,1} \\ \psi_{3,1} \\ \vdots \\ \psi_{K-1,1} \end{bmatrix} + A_K \begin{bmatrix} \psi_{2,K} \\ \psi_{3,K} \\ \vdots \\ \psi_{K-1,K} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} (p_2 - \psi_{2,2}) & -\psi_{2,3} & \dots & -\psi_{2,K-1} \\ -\psi_{3,2} & (p_3 - \psi_{3,3}) & \dots & -\psi_{3,K-1} \\ & \vdots & & \\ -\psi_{K-1,2} & -\psi_{K-1,3} & \dots & (p_{K-1,K-1} - \psi_{K-1,K-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_2 \\ z_3 \\ \vdots \\ z_{K-1} \end{bmatrix} = A_1 \begin{bmatrix} \psi_{2,1} \\ \psi_{3,1} \\ \vdots \\ \psi_{K-1,1} \end{bmatrix} + A_K \begin{bmatrix} \psi_{2,K} \\ \psi_{3,K} \\ \vdots \\ \psi_{K-1,K} \end{bmatrix}$$

Απόδειξη ότι $\Psi^T = \Psi$:

$$\begin{aligned}\Psi &= \mathbf{S}^T \mathbf{H} \mathbf{S} \Rightarrow \Psi^T = (\mathbf{S}^T \mathbf{H} \mathbf{S})^T \Rightarrow \\ \Psi^T &= \mathbf{S}^T \mathbf{H}^T (\mathbf{S}^T)^T \Rightarrow \Psi^T = \mathbf{S}^T \mathbf{H} \mathbf{S} \Rightarrow \\ \Psi^T &= \Psi\end{aligned}$$

Γ.10

ΘΕΩΡΗΜΑ 2

Αν το σφάλμα $\mathbf{e}^T \mathbf{e}$ ελαχιστοποιείται για $\mathbf{z} = [A_1 \ \zeta \ A_K]^T$ από το διάνυσμα ζ_0 , τότε ελαχιστοποιείται για $\mathbf{z}' = [A_1' \ \zeta \ A_K']^T$ από το διάνυσμα $\zeta'_0 = \alpha \zeta_0 + \beta \mathbf{U}_{K-2}$, όπου $\alpha = \frac{A_K' - A_1'}{A_K - A_1}$, $\beta = \frac{A_1' A_K - A_K' A_1}{A_K - A_1}$ και τότε $\mathbf{z}'_0 = \alpha \mathbf{z}_0 + \beta \mathbf{U}_K$.

Απόδειξη

Επιλέγοντας ένα διαφορετικό διάστημα A_1', A_K' , μπορούν να υπολογιστούν α, β τέτοια ώστε $A_1' = \alpha A_1 + \beta$ και $A_K' = \alpha A_K + \beta$.

Λύνοντας το σύστημα γραμμικών εξισώσεων προκύπτει:

$$\begin{aligned}\left. \begin{aligned} \alpha A_1 + \beta &= A_1' \\ \alpha A_K + \beta &= A_K' \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{aligned} \alpha (A_K - A_1) &= A_K' - A_1' \\ \alpha A_1 + \beta &= A_1' \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{A_K' - A_1'}{A_K - A_1} \\ \alpha A_1 + \beta &= A_1' \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{A_K' - A_1'}{A_K - A_1} \\ \frac{A_K' - A_1'}{A_K - A_1} A_1 + \beta &= A_1' \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \\ \left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{A_K' - A_1'}{A_K - A_1} \\ \beta &= A_1' - \frac{A_K' - A_1'}{A_K - A_1} A_1 \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{A_K' - A_1'}{A_K - A_1} \\ \beta &= A_1' \frac{A_K - A_1}{A_K - A_1} - \frac{A_K' - A_1'}{A_K - A_1} A_1 \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{A_K' - A_1'}{A_K - A_1} \\ \beta &= \frac{A_1' A_K - A_K' A_1}{A_K - A_1} \end{aligned} \right\} &\Rightarrow\end{aligned}$$

Δεδομένου ότι $A_K \neq A_1$

Τότε:

$$\mathbf{B}' \equiv A_1' \begin{bmatrix} \Psi_{2,1} \\ \Psi_{3,1} \\ \vdots \\ \Psi_{K-1,1} \end{bmatrix} + A_K' \begin{bmatrix} \Psi_{2,K} \\ \Psi_{3,K} \\ \vdots \\ \Psi_{K-1,K} \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{B}' = (\alpha A_1 + \beta) \begin{bmatrix} \psi_{2,1} \\ \psi_{3,1} \\ \vdots \\ \psi_{K-1,1} \end{bmatrix} + (\alpha A_K + \beta) \begin{bmatrix} \psi_{2,K} \\ \psi_{3,K} \\ \vdots \\ \psi_{K-1,K} \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{B}' = \alpha \mathbf{B} + \beta \begin{bmatrix} \psi_{2,1} + \psi_{2,K} \\ \psi_{3,1} + \psi_{3,K} \\ \vdots \\ \psi_{K-1,1} + \psi_{K-1,K} \end{bmatrix}$$

Όμως:

$$\zeta_0' = \Phi^{-1} \mathbf{B}' \Rightarrow \zeta_0' = \alpha \Phi^{-1} \mathbf{B} + \beta \Phi^{-1} \begin{bmatrix} \psi_{2,1} + \psi_{2,K} \\ \psi_{3,1} + \psi_{3,K} \\ \vdots \\ \psi_{K-1,1} + \psi_{K-1,K} \end{bmatrix} \xRightarrow{\text{Λήμμα Γ10}} \zeta_0' = \alpha \zeta_0 + \beta \mathbf{U}_{K-2}$$

Λήμμα Γ10

$$\Phi^{-1} \begin{bmatrix} \psi_{2,1} + \psi_{2,K} \\ \psi_{3,1} + \psi_{3,K} \\ \vdots \\ \psi_{K-1,1} + \psi_{K-1,K} \end{bmatrix} = \mathbf{U}_{K-2}$$

Απόδειξη

$$\begin{aligned} \Phi &\triangleq \begin{bmatrix} (p_2 - \psi_{2,2}) & -\psi_{2,3} & \dots - \psi_{2,K-1} \\ -\psi_{3,2} & (p_3 - \psi_{3,3}) & \dots - \psi_{3,K-1} \\ & \vdots & \\ -\psi_{K-1,2} & -\psi_{K-1,3} & \dots (p_{K-1} - \psi_{K-1,K-1}) \end{bmatrix} \Rightarrow \\ \Phi \mathbf{U}_{K-2} &= \begin{bmatrix} (p_2 - \psi_{2,2}) & -\psi_{2,3} & \dots - \psi_{2,K-1} \\ -\psi_{3,2} & (p_3 - \psi_{3,3}) & \dots - \psi_{3,K-1} \\ & \vdots & \\ -\psi_{K-1,2} & -\psi_{K-1,3} & \dots (p_{K-1} - \psi_{K-1,K-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \\ \Phi \mathbf{U}_{K-2} &= \left. \begin{bmatrix} p_2 - \psi_{2,2} - \psi_{2,3} \dots - \psi_{2,K-1} \\ p_3 - \psi_{3,2} - \psi_{3,3} \dots - \psi_{3,K-1} \\ \vdots \\ p_{K-1} - \psi_{K-1,2} - \psi_{K-1,3} \dots - \psi_{K-1,K-1} \end{bmatrix} \right\} \Rightarrow \\ \sum_{j=1}^K \Psi_{ij} &= p_i \\ \Phi \mathbf{U}_{K-2} &= \begin{bmatrix} \psi_{2,1} + \psi_{2,K} \\ \psi_{3,1} + \psi_{3,K} \\ \vdots \\ \psi_{K-1,1} + \psi_{K-1,K} \end{bmatrix} \Rightarrow \\ \Phi^{-1} \begin{bmatrix} \psi_{2,1} + \psi_{2,K} \\ \psi_{3,1} + \psi_{3,K} \\ \vdots \\ \psi_{K-1,1} + \psi_{K-1,K} \end{bmatrix} &= \mathbf{U}_{K-2} \end{aligned}$$

Απόδειξη ότι $\sum_{j=1}^K \psi_{ij} = p_i$:

Έστω $\mathbf{Sc}_i, \mathbf{Sc}_j$ τα διανύσματα που περιέχονται στην i -οστή και στην j -οστή στήλη αντίστοιχα του πίνακα $\mathbf{S}$. Τότε:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^K \psi_{ij} &= \sum_{j=1}^K \mathbf{Sc}_i^T \mathbf{H} \mathbf{Sc}_j = \mathbf{Sc}_i^T \mathbf{H} \sum_{j=1}^K \mathbf{Sc}_j \Rightarrow \\ \sum_{j=1}^K \psi_{ij} &= \mathbf{Sc}_i^T \mathbf{H} \mathbf{U}_M \stackrel{(3)}{\Rightarrow} \\ \sum_{j=1}^K \psi_{ij} &= \mathbf{Sc}_i^T \mathbf{U}_M = \sum_{m=1}^M \mathbf{Sc}_{im} = p_i \end{aligned}$$

Όπου με $\mathbf{Sc}_{im}$ συμβολίζεται το m -οστό στοιχείο του διανύσματος $\mathbf{Sc}_i$.

Γ.11

ΘΕΩΡΗΜΑ 3

Η τιμή του μέτρου $r_z^2 = \frac{(K-1)^2 \mathbf{e}^T \mathbf{e}}{M(z_K - z_1)^2}$ που προκύπτει από την προτεινόμενη μέθοδο

ελαχιστοποίησης του σφάλματος είναι ανεξάρτητη της αυθαίρετης επιλογής των ακραίων τιμών A_1, A_K και είναι η ελάχιστη δυνατή για οποιαδήποτε μονότονη επιλογή του διανύσματος $\mathbf{z}$.

Απόδειξη

Από το Θεώρημα 2 προκύπτει ότι αν αντί για τα A_1, A_K , επιλεγούν δύο άλλες αρχικές τιμές A_1', A_K' για το νέο διάνυσμα $\mathbf{z}'$ που προκύπτει ισχύει $\mathbf{z}' = \alpha \mathbf{z} + \beta \mathbf{U}_K$. Τότε για το νέο σφάλμα $\mathbf{e}'$ ισχύει:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{e} &= (\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{S}\mathbf{z} \\ \mathbf{e}' &= (\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{S}\mathbf{z}' = (\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{S}(\alpha \mathbf{z} + \beta \mathbf{U}_K) = \alpha(\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{S}\mathbf{z} + \beta(\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{S}\mathbf{U}_K \\ (\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{S}\mathbf{U}_K &= (\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{U}_M = \mathbf{U}_M - \mathbf{H}\mathbf{U}_M = \mathbf{U}_M - \mathbf{U}_M = \mathbf{0}_M \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mathbf{e}' = \alpha \mathbf{e} \quad (13)$$

$$\stackrel{(13)}{\mathbf{e}^T \mathbf{e}'} = \alpha \mathbf{e}^T \alpha \mathbf{e} \Rightarrow \mathbf{e}^T \mathbf{e}' = \alpha^2 \mathbf{e}^T \mathbf{e}$$

Επίσης $z_K' - z_1' = \alpha z_K + \beta - (\alpha z_1 + \beta) = \alpha(z_K - z_1)$, άρα:

$$r_z^2 = \frac{(K-1)^2 \mathbf{e}^T \mathbf{e}}{M(z_K - z_1)^2} = \frac{(K-1)^2 a^2 (\mathbf{e}^T \mathbf{e})}{Ma^2 (z_K - z_1)^2} = \frac{(K-1)^2 \mathbf{e}^T \mathbf{e}}{M(z_K - z_1)^2} = r_z^2 \Rightarrow$$

$$r_z^2 = r_z^2$$

Επομένως η τιμή του μέτρου r_z^2 δεν εξαρτάται από την επιλογή των A_1, A_K .

Αν για κάποιο μονότονο διάνυσμα $\mathbf{z1}$ το μέτρο r_{z1}^2 είναι μικρότερο από το r_z^2 που προκύπτει με εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου ελαχιστοποίησης πρέπει να ισχύει:

$$r_{z1}^2 = \frac{(K-1)^2 \mathbf{e1}^T \mathbf{e1}}{M(z1_K - z1_1)^2} < r_z^2 = \frac{(K-1)^2 \mathbf{e}^T \mathbf{e}}{M(z_K - z_1)^2} \quad (14)$$

Στην (14) το μέτρο r_z^2 υπολογίζεται χωρίς βλάβη της γενικότητας για $A_1 = z1_1, A_K = z1_K$. Όμως από την (14) προκύπτει ότι $\mathbf{e1}^T \mathbf{e1} < \mathbf{e}^T \mathbf{e}$, το οποίο είναι άτοπο, καθώς το $\mathbf{e}^T \mathbf{e}$ προκύπτει από τη μέθοδο ελαχιστοποίησης άρα πρέπει να είναι το ελάχιστο δυνατό για οποιοδήποτε διάνυσμα $\mathbf{z}$ με ακραίες τιμές $z1_1, z1_K$. Επομένως δεν υπάρχει μονότονο διάνυσμα που να παράγει μικρότερο r_z^2 και η προτεινόμενη μέθοδος ελαχιστοποίησης οδηγεί και σε ελαχιστοποίηση του μέτρου r_z^2 .

Γ.12

ΘΕΩΡΗΜΑ 4

Έστω M μετρήσεις μιας μεταβλητής y η οποία συνδέεται με γραμμική σχέση με τα διανύσματα $\mathbf{x}_i$, δηλαδή $y_i = \mathbf{x}_i^T \mathbf{b}$. Αν με $\mathbf{Yc}_{M \times 1}$ συμβολίζεται το διάνυσμα που περιέχει τις τιμές y_i , τότε $\mathbf{Yc}_{M \times 1} = \mathbf{X}_{M \times N} \mathbf{b}_{N \times 1}$. Τότε, εφαρμόζοντας τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων για τον πίνακα $\mathbf{X}$ και ένα αυθαίρετο διάνυσμα $\mathbf{Y}$, προκύπτει η εκτίμηση $\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{HY}$ για την οποία ισχύει $(\mathbf{Yc} - \hat{\mathbf{Y}})^T (\mathbf{Yc} - \hat{\mathbf{Y}}) \leq (\mathbf{Yc} - \mathbf{Y})^T (\mathbf{Yc} - \mathbf{Y})$.

Απόδειξη

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Yc} &= \mathbf{Xb} \\ \mathbf{H} &\triangleq \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mathbf{HYc} = \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Xb} = \mathbf{Xb} = \mathbf{Yc} \Rightarrow$$

$$\mathbf{HYc} = \mathbf{Yc} \quad (15)$$

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{Yc} - \mathbf{Y} \Rightarrow$$

$$\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 = \mathbf{Yc}^T \mathbf{Yc} - 2\mathbf{Yc}^T \mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} \quad (16)$$

$$\mathbf{e}_2 = \mathbf{Y}\mathbf{c} - \hat{\mathbf{Y}} \Rightarrow \mathbf{e}_2 = \mathbf{Y}\mathbf{c} - \mathbf{H}\mathbf{Y}$$

$$\mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 = \mathbf{Y}\mathbf{c}^T \mathbf{H}\mathbf{Y}\mathbf{c} - 2\mathbf{Y}\mathbf{c}^T \mathbf{H}\mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T \mathbf{H}\mathbf{Y} \stackrel{(15)}{\Rightarrow} \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 = \mathbf{Y}\mathbf{c}^T \mathbf{Y}\mathbf{c} - 2\mathbf{Y}\mathbf{c}^T \mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T \mathbf{H}\mathbf{Y} \stackrel{(16)}{\Rightarrow}$$

$$\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 = \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - \mathbf{Y}^T \mathbf{H}\mathbf{Y} = \mathbf{Y}^T (\mathbf{I} - \mathbf{H}) \mathbf{Y} = \mathbf{Y}^T (\mathbf{I} - \mathbf{H})(\mathbf{I} - \mathbf{H}) \mathbf{Y} \Rightarrow$$

$$\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 = (\mathbf{Y}^T - \mathbf{Y}^T \mathbf{H})(\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{Y}) = (\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{Y})^T (\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{Y}) = \mathbf{e}^T \mathbf{e} \geq 0 \Rightarrow$$

$$\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 \geq \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2$$

Το Θεώρημα 4 ισχύει για απόλυτα γραμμικές σχέσεις, ωστόσο ακόμα και αν η γραμμική σχέση δεν είναι απόλυτη, από την αφαίρεση των σφαλμάτων προκύπτει:

$$\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 = \mathbf{Y}\mathbf{c}^T \mathbf{Y}\mathbf{c} - 2\mathbf{Y}\mathbf{c}^T \mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - \mathbf{Y}\mathbf{c}^T \mathbf{H}\mathbf{Y}\mathbf{c} + 2\mathbf{Y}\mathbf{c}^T \mathbf{H}\mathbf{Y} - \mathbf{Y}^T \mathbf{H}\mathbf{Y} \Rightarrow$$

$$\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 = \mathbf{Y}\mathbf{c}^T (\mathbf{I} - \mathbf{H}) \mathbf{Y}\mathbf{c} - 2\mathbf{Y}\mathbf{c}^T (\mathbf{I} - \mathbf{H}) \mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T (\mathbf{I} - \mathbf{H}) \mathbf{Y} \Rightarrow$$

$$\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_c^T \mathbf{e}_c - 2\mathbf{e}_c^T \mathbf{Y} + \mathbf{e}^T \mathbf{e}$$

και όσο το σφάλμα $\mathbf{e}_c$ παραμένει μικρό αναμένεται να ισχύει ακόμα η ανισότητα $\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 \geq \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2$

Επιστημονικές εργασίες που εκπονήθηκαν στα πλαίσια της παρούσας διατριβής

Διεθνή επιστημονικά Περιοδικά

[Π1] I.G. Mariolis, E.S. Dermatas, "Illumination invariant seam line detection in real garments", To appear in *International Journal of Clothing Science and Technology*.

[Π2] P. Th. Zacharia, I.G. Mariolis, N.A. Aspragathos, E.S. Dermatas, "Robot handling fabrics with curved edges based on visual servoing and polygonal approximation" Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B, Journal of Engineering Manufacture, Vol. 222, 10, pp. 1263-1274.

[Π3] I.G. Mariolis, E.S. Dermatas, "Automated Assessment of Textile Seam Quality based on Surface Roughness Estimation." To appear in the *Journal of the Textile Institute*.

[Π4] P. Th. Zacharia, I.G. Mariolis, N.A. Aspragathos, E.S. Dermatas, "Adaptive fuzzy visual servoing controller for robot handling of flexible sheets lying on a table" To appear in *Industrial Robot*

[Π5] I.G. Mariolis, E.S. Dermatas, "Automatic quality control of seam puckers based on shadow detection" To appear in *Int. Journal of Computer Aided Engineering and Technology*

Συνέδρια με κρίση σε ολόκληρο το Κείμενο

[ΣΚ1] P. Th. Zacharia, I.G. Mariolis, N.A. Aspragathos, E.S. Dermatas, "Visual servoing of a robotic manipulator based on fuzzy logic control for handling fabric lying on a table", in Proceedings of IPROMS 2005 Virtual Conference, 4-15 July, 2005.

[ΣΚ2] P.Th.Zacharia, I.G. Mariolis, N.A.Aspragathos and E.S.Dermatas, "Visual servoing controller for robot handling fabrics of curved edges", in Proceedings of I*PROMS 2006 Virtual International Conference on Intelligent Production Machines and Systems, 3-14 July 2006.

[ΣΚ3] P.Th.Zacharia, I.G. Mariolis, N.A.Aspragathos and E.S.Dermatas, "Polygonal approximation of fabrics with curved edges based on Genetic Algorithms for robot handling towards sewing", CIRP, pp. 603-608, Ischia, Italy, 25-28 July 2006.

[ΣΚ4] I.G. Mariolis, E.S. Dermatas, "Automatic quality control of seam puckers based on shadow detection", in Proceedings of I*PROMS 2008 Virtual International Conference on Intelligent Production Machines and Systems, 1-14 July 2008

Συνέδρια με κρίση σε εκτεταμένη Περίληψη

[ΣΠ1] I.G.Mariolis, E.S. Dermatas, "Robust Detection of Seam Lines using the Radon Transform", in Proceedings of the 1st International Conference "From Scientific Computing to Computational Engineering", Athens, 8-10 September 2004

[ΣΠ2] I.G. Mariolis, E.S. Dermatas, "Automated quality control of textile seams based on Puckering Evaluation", 37th International Symposium on Novelties in Textiles, Ljubljana, Slovenia, 15-17 June, 2006.

[ΣΠ3] P.N. Koustoumpardis, G.T. Zoumponos, P.Th. Zacharia, I.G. Mariolis, I. Xatzis, G. Evagelidis, A. Zabetakis, "Handling of non-rigid materials with robots (XROMA) application in robotic sewing", 37th International Symposium on Novelties in Textiles, Ljubljana, Slovenia, 15-17 June, 2006.

Βιβλιογραφία

AATCC, (1993), AATCC TEST Method 88B-1992, AATCC Technical Manual

Aibara, T., Mabuchi, T., and Ohue, K., (1997), “Consideration of features for the automatic assessment of seam puckers on textiles” *Int. Conf. on Quality Control by Artificial Vision*, Le Creusot, France, 1997, pp. 231–236.

Aibara, T., and Mabuchi, T., (1998), “Automatic evaluation of seam puckers on suits using fractal dimensions” *MVA’98 Workshop on Machine Vision Applications*, Makuhari Chiba, Japan, Nov.17-19, 1998, pp.455–458.

Aibara, T., Mabuchi, T., and Ohue, K., (1999), “Automatic evaluation of the appearance of seam puckers on suits”, *Proceedings SPIE Machine Vision Applications in Industrial Inspection VII*, Vol. 3652, pp.110–117, 1999.

Aibara, T., Mabuchi, T., and Izumida, M., (2000), “Automatic evaluation of the appearance of seam puckers on suits.”, *IEICE TRANS. INF & SYST*, Vol. 83-D No.7, pp. 1346-1352, July 2000.

American & Efird, Inc., (2000), “Common Seam Quality Defects”, *Technical Bulletin*

Ayach, N., and Faugeras, O., (1986), “HYPER: a new approach for the recognition and positioning of two dimensional objects” *IEEE Transactions Pattern Analysis Machine Intelligence*, Vol. 8, pp. 44-54.

Bahlmann, C., Heidemann, G., and Ritter, H., (1999), “Artificial Neural Networks for Automated Quality Control of Textile Seams”, *Pattern Recognition*, Vol 32 No 6, pp. 1049-1060.

Belser, R.B., Kwon, C.T., and Conrad, J.M., (1968), “Instrument for grading seam pucker”, *Textile Research Journal*, Vol. 38 No. 3, pp.315.

Bertoldi, A.M., and Munden, D.L., (1974), “The effects of sewing variables on fabric pucker”, *Clothing Research Journal*, Vol. 2 No. 1, pp. 68.

Bovik, A., (2000), *Handbook of image and video processing*, Academic Press.

Bracewell, R., (1995), *Two-Dimensional Imaging*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, pp. 505-537.

Chen, S., (1991), “Orthogonal least squares learning algorithm for radial basis function networks”, *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol. 2, pp. 302-309.

Cohen, J. (1960). “A coefficient of agreement for nominal scales”, *Educational and Psychological Measurement* 20, 37–46.

Corke, P.I., (1996), *Visual control of robots: high performance visual servoing*, Research Studies Press Ltd.

Cover, T., and Hart, P., (1967), "Nearest neighbor pattern classification", *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol 13, pp. 21-27.

Cox, D. R., (1970), *The analysis of binary data*. London, Chapman and Hall.

Crispin, A.J., Pokric, B., Rankov, M., Reedman, D., and Taylor, G.E., (2000), "Edge inspection in automatic stitching", *International Journal of Clothing Science and Technology*, Vol 12, No 4, pp. 265-278.

Deriche, R., and Giraudon, G., (1990). "Accurate corner detection: An analytical study". *Proceedings of the 3rd Int. Conference on Computer Vision*, pp. 66-70.

Draft International Standard, ISO/DIS 7770; (1981), "Textiles—Method of test for evaluating the appearance of seams in durable press products after domestic washing and drying", *Draft International Standard, ISO/DIS 7770*.

Fan, J., Lu, D., MacAlpine, J.M.K., and Hui, C.L.P., (1999), "Objective evaluation of pucker in three-dimensional garment seams", *Textile Research Journal*, Vol. 69 No. 7, pp. 476-472.

Fan, J., and Liu, F., (2000), "Objective evaluation of garment seams using 3D laser scanning technology", *Textile Research Journal*, Vol. 70 No. 11, pp. 1025-1030.

Gershon D., and Porat I., (1986), "Robotic sewing using multi-sensory feedback", *Proceedings of the 16th International Symposium on Industrial Robots*, pp 823-34.

Gershon, D., and Porat, I.,(1988), "Visual servo control of a robotic sewing system", *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp 1830-35.

Gonzales, R.C, and Woods, R.E., (1992), *Digital Image Processing*, Addison-Wesley, N.Y.

Gotz, W.A., and Druckmuller, H.J., (1996), "A Fast Digital Radon-Transform: An Efficient Means for Evaluating the Hough Transform", *Pattern Recognition*, Vol. 29, No. 4, pp. 711-718.

Galuszynski, S.,(1986a), *Seam Pucker*, SAWTRI Special Publication, May 1986.

Galuszynski, S.,(1986b), "Objective measurement of seam pucker", *Proceedings of the Symposium on New Technologies in Textiles*, South African Wool and Textile Research Institute, Port-Elizabeth, July 1986.

Harris, C., and Stephens, M., (1988), "A combined corner and edge detector", *Proceedings of the 4th Alvey Vision Conference*, pp. 189-192.

Honda, E., Domon, M., and Sasaki T., (1991), "A method for the determination of fractal dimensions of Sialographic images", *Invest. Radiology*, 26, pp.894-901.

- Hutchinson, S., Hager, G.D., and Corke, P.I., (1996), “A tutorial on visual servo control”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 12 No. 5, pp. 651-70.
- Jðhne, B. (1997), *Digital Image Processing Concepts, Algorithms, and Scientific Applications*, Springer Verlag.
- Kang, T.J., and Lee, J.Y., (2000), “Objective evaluation of fabric wrinkles and seam puckers using fractal geometry”, *Textile Research Journal*, Vol. 70 No. 6., pp. 469-475.
- Kang, T.J., Kim, S.C., Sul, I.H., Youn, J.R., and Chung, K., (2005), “Fabric surface roughness evaluation using wavelet-fractal method. Part I: Wrinkle, Smoothness and Seam Pucker”, *Textile Research Journal*, Vol. 75 No. 11, pp. 751-760.
- Kawabata, S., Mori, M. and Niwa, M., (1997), “An experiment on human sensory measurement and its objective measurement of seam pucker level”, *International Journal of Clothing Science and Technology*, Vol. 9 No. 2-3, pp. 203-206.
- Kawabata, S., (1998), “Fibre science to apparel engineering”, *Textile Asia*, November 1998, pp. 51-56.
- Koch, M.W., and Kashyap, R.L., (1987), “Using polygons to recognize and locate partially occluded objects”, *IEEE Transactions Pattern Analysis Machine Intelligence*, Vol. 9 No. 4, pp. 483-494.
- Kohavi, R., (1995), “A study of cross-validation and bootstrap for accuracy estimation and model selection”, *Proceedings of the 14th Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence*, pp. 1137–1143.
- Krause, E. F. (1987), *Taxicab Geometry*, Dover. ISBN 0-486-25202-7.
- Lim, J. S., (1990), *Two-Dimensional Signal and Image Processing*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, pp. 42-45.
- Mabuchi, T., and Aibara, T., (1999), “Automatic assessment of the appearance of seam puckers using fractal dimensions”, *Trans. IEE of Japan*, Vol.119-C No.4, pp.523–528.
- Makoto K., Yasuo N., Kazuhisa M., and Branislav B., (2000), “Multi-arm robot control system for manipulation of Flexible materials in sewing operation”, *Mechatronics* Vol. 10, pp. 371-402.
- Mandelbrot, B. B., and Passoja, D. E., (1984), “Fractal Character of Fracture Surfaces of Metals”, *Nature* 3(0198), 721-722.
- McCullagh P., (1980), “Regression Models for Ordinal Data”, *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, Vol. 42, No. 2, pp. 109-142.
- Mood, A.; Franklin, A. G., Duane, C. B., (1974). *Introduction to the Theory of Statistics* (Third Edition, p. 246-249). McGraw-Hill.

Muranaka, M., and Aibara, T., (1995), "Automated assessment of appearance of seam pucker on textiles using Hough transform", *IEICE Technical Report*, PRU95-33.

Paraschidis K., Fahantidis N., Petridis V., Doulgeri Z., Petrou L, and Hasapis G, (1994), "A robotic system for handling textile and non rigid flat materials", *Proceedings of the Computer Integrated Manufacturing and Industrial Automation (CIMIA)*, 1994, pp. 98-105, Athens.

Park, C.K., Lee, D.H., and Kang, T.J., (1997a), "A new evaluation of the seam pucker and its application", *International Journal of Clothing Science and Technology*, Vol. 9 No. 3, pp. 252.

Park, C.K., and Kang, T.J., (1997b), "Objective rating of seam pucker using neural networks", *Textile Research Journal*, Vol. 67 No. 7, pp. 494-502.

Peitgen, Jurgens, and Saupe, (1992), "Fractals for the Classroom, Part 1," Springer-Verlag, NY, pp. 199-250.

Ridler, T.W., and Calvard, S., (1978), "Picture thresholding using an iterative selection method", *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics*, Vol. 8, pp. 630-632.

Rosenfeld, A., and Johnston, E., (1973), "Angle detection on digital curves", *IEEE Transactions on Computers*, Vol. 22, pp. 875-878.

Seber, G.A.F., (1984), *Multivariate observations*, Wiley, New York.

Shigeru, I. and Atsuo, S., (1992), "Objective evaluation of seam pucker", *International Journal of Clothing Science and Technology*, Vol. 4 No. 5, pp. 24.

Shiloh, M., (1971), "The evaluation of seam-puckering", *Journal of the Textile Institute*, Vol. 62 No. 3, pp.176.

Spath, H., (1985), *Cluster dissection and analysis: theory, fortran programs, examples*, translated by J. Goldschmidt, Halsted Press, New York.

Teh, C.H., and Chin, R.T., (1989). "On the detection of Dominant Points in Digital Curves", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 11 No. 8, pp. 859-872.

Titterington, D., Smith, A., and Makov, U., (1985), *Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions*, John Wiley and Sons, Chichester, UK.

Torgerson, E., and Paul, F.W. (1988), "Vision-Guided Robotic Fabric Manipulation for Apparel Manufacturing", *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 8 No. 1, pp. 14-20.

Torra, V., Domingo-Ferrer, J., Mateo-Sanz, J., Ng, M., (2006), "Regression for ordinal variables without underlying continuous variables", *Information sciences*, 176, pp. 465-474.

Weisburd, D., and Britt, C., (2007), *Statistics in Criminal Justice*, (Third Edition, p. 384-404), Springer.2007

Witten, H., and Frank, E., (2005), *Data Mining: Practical Machine Learning Tools and Techniques*, Elsevier Inc, second edition, pp. 391-392.

Wu, W.Y., (2002), “A dynamic method for dominant point detection”, *Graphical Models*, Vol. 64 No. 5, pp. 304-315.

Zacharia, P. Th., Mariolis, I.G., Aspragathos, N.A., Dermatas, E.S., (2009) "Adaptive fuzzy visual servoing controller for robot handling of flexible sheets lying on a table" To appear in *Industrial Robot*.

Zaouali, R., Msahli, S., El Abed, B., Sakli, F., (2007), “Objective evaluation of multidirectional fabric wrinkling using image analysis”, *Journal of the Textile Institute*, Vol. 98 No. 5, pp. 443-452.

Zhao, L., Chen, Y., Schaffner, D.W., (2001). “Comparison of Logistic Regression and Linear Regression in Modeling Percentage Data”, *Appl Environ Microbiol.*; 67(5): 2129–2135.