ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΚΑΙ ΑΕΡΟΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΚΑΙ ΑΝΤΟΧΗΣ ΥΛΙΚΩΝ

ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑΣ, ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΚΑΙ ΣΥΝΕΝΩΣΗΣ ΡΩΓΜΩΝ ΣΕ ΑΕΡΟΠΟΡΙΚΑ ΔΟΜΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΜΕ ΠΟΛΛΑΠΛΗ ΒΛΑΒΗ

Διδακτορική Διατριβή

Ιωάννης Δ. Διαμαντάκος

Διπλ. Μηχανολόγος Μηχανικός

Πάτρα, 2009

Στην οικογένεια και τους γονείς μου

**ΠΡΑΚΤΙΚΟ ΣΥΝΕΔΡΙΑΣΗΣ ΕΠΤΑΜΕΛΟΥΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ
ΚΡΙΣΗ ΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ
του κ. ΔΙΑΜΑΝΤΙΚΟΥ ΙΩΑΝΝΗ**

Η επταμελής εξεταστική επιτροπή του υποψήφιου διδάκτορα κ. Διαμαντικού Ιωάννη που ορίστηκε σύμφωνα με τις σχετικές διατάξεις του νόμου στην υπ' αριθμό 10/23-6-2009 Γενική Συνέλευση Ειδικής Σύνθεσης του Τμήματος Μηχανολόγων & Αεροναυπηγών Μηχανικών του Πανεπιστημίου Πατρών και απαρτίζεται από τα μέλη ΔΕΠ:

1. Καθηγητή Θεόδωρο Κερμανίδη (Επιβλέπων, Τμήμα Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών Μηχανικών Πανεπιστημίου Πατρών)
2. Καθηγητή Σπύρο Παντελάκη (Μέλος τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής, Τμήμα Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών Μηχανικών Πανεπιστημίου Πατρών)
3. Καθηγητή Δημήτριο Μπέσκο (Μέλος τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών Πανεπιστημίου Πατρών)
4. Καθηγητή Νικόλαο Ανυφαντή (Τμήμα Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών Μηχανικών Πανεπιστημίου Πατρών)
5. Επίκουρο Καθηγητή Γεώργιο Λαμπέα (Τμήμα Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών Μηχανικών Πανεπιστημίου Πατρών)
6. Αναπληρωτή Καθηγητή Παπαδόπουλο Χρήστο (Τμήμα Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών Μηχανικών Πανεπιστημίου Πατρών)
7. Επίκουρο Καθηγητή Σπύρο Καραμάνο (Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας Πανεπιστημίου Θεσσαλίας)

συνήλθε σήμερα 15^η Ιουλίου 2009 και ώρα 12:00 σε συνεδρίαση, κατά την οποία ο υποψήφιος ανέπτυξε δημόσια τη διδακτορική του διατριβή με θέμα:

**“ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑΣ, ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΚΑΙ ΣΥΝΕΝΩΣΗΣ ΡΩΓΜΩΝ ΣΕ
ΑΕΡΟΠΟΡΙΚΑ ΔΟΜΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΜΕ ΠΟΛΛΑΠΛΗ ΒΛΑΒΗ”**

Στη συνέχεια, η εξεταστική επιτροπή αφού εξέτασε τον υποψήφιο συνήλθε σε κλειστή συνεδρίαση για να κρίνει το πρωτότυπο της διατριβής και τη συμβολή της στην επιστήμη. Η συνεδρίαση ολοκληρώθηκε με ονομαστική ψηφοφορία όπου τα μέλη της Εξεταστικής Επιτροπής έκριναν ότι:

Η διατριβή είναι πρωτότυπη, υψηλής στάθμης και συμβάλλει στην ανάπτυξη της επιστήμης στο πεδίο της δομικής ακεραιότητας κατασκευών που λειτουργούν σε συνθήκες κόπωσης. Κύριο αντικείμενο της εργασίας είναι η αξιολόγηση της αλληλεπίδρασης των ρωγμών σε συνθήκες κόπωσης, η πρόβλεψη δημιουργίας και εξέλιξης νέων ρωγμών και τελικής αστοχίας δομικών στοιχείων με πολλαπλή βλάβη μέσω μιας ολοκληρωμένης μεθοδολογίας. Η εργασία στόχο έχει να συμβάλει στην αντιμετώπιση των προβλημάτων, που σχετίζονται με την εκτίμηση της εξέλιξης του φαινομένου της πολλαπλής βλάβης, μέσω της ανάπτυξης πρωτότυπων μεθοδολογιών/κριτηρίων. Για την επίτευξη των στόχων αυτών αναπτύχθηκαν:

- Μεθοδολογία υπερ-στοιχείων για την αποτελεσματική ανάλυση τάσεων και υπολογισμό συντελεστώ έντασης τάσης σε δομές με πολλαπλή βλάβη.
- Μεθοδολογία πρόβλεψης δημιουργίας νέων ρωγμών βασιζόμενη στον πιθανοθεωρητικό χαρακτήρα του φαινομένου.
- Κριτήριο για την πρόβλεψη συνένωσης ρωγμών και εναπομένουσας αντοχής κατασκευαστικών δομών με πολλαπλή βλάβη.

Η ολοκληρωμένη μεθοδολογία που αναπτύχθηκε στα πλαίσια αυτής της διατριβής οδηγεί σε σημαντική μείωση του κόστους και του χρόνου ανάπτυξης νέων δομικών στοιχείων αεροσκαφών και στη δυνατότητα αξιολόγησης της δομικής ακεραιότητας δομικών τμημάτων γηράσκοντων αεροσκαφών. Αυτό σημαίνει ότι κατά τη φάση συντήρησης θα είναι δυνατή η εκτίμηση εάν μια δεδομένη πολλαπλή βλάβη σε ένα δομικό στοιχείο θα εξελιχθεί κάτω από τις συνθήκες λειτουργίας σε κρίσιμη μέχρι την επόμενη προγραμματισμένη συντήρηση ή όχι.

Ο υποψήφιος με τη δημόσια ανάπτυξη της διδακτορικής του διατριβής και την προφορική εξέταση έδειξε επιστημονική ωριμότητα Διδάκτορα Πανεπιστημίου. Επιπρόσθετα, ο υποψήφιος, με την συμμετοχή του στο εκπαιδευτικό έργο και στα ερευνητικά προγράμματα στο πλαίσιο των δραστηριοτήτων του στο Εργαστήριο Τεχνολογίας και Αντοχής Υλικών έχει αποκτήσει σημαντική διδακτική εμπειρία καθώς και εμπειρία στην διεξαγωγή αυτοδύναμου ερευνητικού έργου. Κατόπιν αυτών, τα μέλη της Εξεταστικής Επιτροπής ομόφωνα εγκρίνουν τη διδακτορική διατριβή αυτή και τη βαθμολογούν με “Άριστα”.

Η εξεταστική επιτροπή:

Καθηγητής Θεόδωρος Κερμανίδης (Επιβλέπων)

Καθηγητής Σπύρος Παντελάκης

Καθηγητής Δημήτριος Μπέσκος

Καθηγητής Νικόλαος Ανυφαντής

Επίκουρος Καθηγητής Γεώργιος Λαμπέας

Αναπληρωτής Καθηγητής Χρήστος Παπαδόπουλος

Επίκουρος Καθηγητής Σπύρος Καραμάνος

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους αυτούς που με βοήθησαν στην ολοκλήρωση της παρούσας διδακτορικής διατριβής. Πρώτιστα, θα ήθελα να εκφράσω τις θερμότερες ευχαριστίες μου στον Καθηγητή Θεόδωρο Κερμανίδη, επιβλέποντα της εργασίας μου, για την ανεκτίμητη βοήθεια, υποστήριξη και εμπιστοσύνη που έδειξε στο πρόσωπό μου όλα τα χρόνια της συνεργασίας μας. Ιδιαίτερα ευχαριστώ τον Καθηγητή Σπύρο Παντελάκη, μέλος της τριμελούς μου συμβουλευτικής επιτροπής, για όλες τις παρατηρήσεις και τις συμβουλές του τόσο για το περιεχόμενο της εργασίας μου, όσο και για την τελική της μορφή και παρουσίαση. Επίσης, ευχαριστώ τον Καθηγητή Δημήτριο Μπέσκο, μέλος της τριμελούς μου συμβουλευτικής επιτροπής, για τις χρήσιμες συμβουλές του και την πάντα καλοπροαίρετη κριτική του.

Θα ήθελα, ακόμη, να ευχαριστήσω τα μέλη της επταμελούς μου εξεταστικής επιτροπής Καθηγητή Νικόλαο Ανυφαντή και Αναπληρωτή Καθηγητή Χρήστο Παπαδόπουλο για την καλοπροαίρετη κριτική και τα σχόλιά τους κατά τη δημόσια παρουσίαση της διατριβής μου, καθώς και τον Επίκουρο Καθηγητή Σπύρο Καραμάνο για το ενδιαφέρον που έδειξε για την εργασία μου, αν και δεν κατέστη δυνατόν να παραστεί στην τελικής της εξέταση.

Ιδιαίτερα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Επίκουρο Καθηγητή Γεώργιο Λαμπέα για όλο το ενδιαφέρον, στήριξη και βοήθεια που μου προσέφερε για την ολοκλήρωση της παρούσας εργασίας μου. Χωρίς τη βοήθειά του δε θα έφτανα σε αυτό το σημείο.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τους κατά καιρούς συνεργάτες μου στο Εργαστήριο Τεχνολογίας & Αντοχής Υλικών: Δρ. Νίκο Αλεξόπουλο, Επικ. Καθ. Χάρη Αποστολόπουλο, Victor Wititi, Παναγιώτη Δαγλαρά, Απόστολο Διαμαντούδη[†], Στέφανο Καρβέλη, Δρ. Χρήστο Κατσιρόπουλο, Αγγελική Καυγά, Λέκτορα Αλέξη Κερμανίδη, Αρχοντούλα Κουστολιάκου, Δρ. Αναστασία Κυρσανίδη, Δρ. Ιωάννη

Λέντζο, Ελένη Μοναχογιού, Στέφανο Μπέλεση, Γιώργο Μυλωνά, Γεράσιμο Μωραΐτη, Δημήτρη Ντρενογιάννη, Δρ. Μιχάλη Παπαδόπουλο, Επίκουρο Καθ. Παρασκευά Παπανίκο, Βαγγέλη Πτωχό, Milan Sunaric, Δημήτρη Σταματέλο, Ελένη Σωτηροπούλου, Λέκτορα Κωνσταντίνο Τσερπέ, Δρ. Σωτήρη Τσίρκα και Δρ. Απόστολο Χάμο για την συμβολή τους στο ευχάριστο εργασιακό κλίμα του Εργαστηρίου, καθώς και για κάθε βοήθεια που μου προσέφεραν. Ιδιαίτερα ευχαριστώ τον Καθηγητή Χρήστο Ροδόπουλο για τη συνδρομή του στη χρήση των θεωρητικών μοντέλων δημιουργίας νέων ρωγμών.

Τέλος και κυρίως θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου για τη στήριξη και υπομονή τους όλα τα χρόνια των σπουδών μου, καθώς και τη γυναίκα μου Άντη και την κόρη μου Μυρτώ για την συμπαράσταση και την αγάπη τους που με βοήθησαν στην τελική επίτευξη του στόχου μου.

Πάτρα

Ιωάννης Διαμαντάκος

Ιούλιος 2009

Περιεχόμενα

Περίληψη	1
Abstract.....	5
1 Εισαγωγή	7
1.1 Το τεχνολογικό πρόβλημα και η αναγκαιότητα επίλυσής του	7
1.2 Βιβλιογραφική ανασκόπηση	12
1.3 Στόχος της παρούσας εργασίας και μεθοδολογία προσέγγισης.....	17
2 Βασικές έννοιες Μηχανικής των Θραύσεων	21
2.1 Συντελεστές Έντασης Τάσεων	21
2.2 Μεθοδολογίες υπολογισμού Συντελεστών Έντασης Τάσεων (ΣΕΤ) σε συνθήκες πολλαπλής βλάβης.....	24
2.2.1 Η μεθοδολογία των εναλλακτικών προσεγγίσεων (alternative method)	24
2.2.2 Η μέθοδος των βαρυτικών συναρτήσεων	25
2.2.3 Η μεθοδολογία της τοπικής/καθολικής ανάλυσης (local/global analysis)	27
2.3 Συμπεριφορά ρωγμής υπό στατικά φορτία	27
2.4 Μεθοδολογία προσέγγισης της διάρκειας ζωής σε συνθήκες κόπωσης.....	28
2.5 Μοντέλο πρόβλεψης της διάρκειας ζωής	31
2.6 Δομική ακεραιότητα	37

3	Μεθοδολογία ανάπτυξης υπερ-στοιχείων για την ανάλυση τάσεων κατασκευών με πολλαπλή βλάβη.....	39
3.1	Στρατηγική ανάπτυξης υπερ-στοιχείων για την ανάλυση ελασμάτων με πολλαπλή βλάβη	41
3.2	Μεθοδολογία υπολογισμού του μητρώου δυσκαμψίας του υπερ-στοιχείου	43
3.3	Τοπική ανάλυση τάσεων – προσδιορισμός των Συντελεστών Έντασης Τάσεων (ΣΕΤ).....	49
3.4	Επαλήθευση και αξιολόγηση μεθοδολογίας	52
3.5	Εφαρμογές μεθοδολογίας υπερ-στοιχείων στη μοντελοποίηση κατασκευών	57
3.5.1	Μοντελοποίηση ρηγματωμένης ηλωτής σύνδεσης με επικάλυψη.....	57
3.5.2	Μοντελοποίηση ενισχυμένων συνδέσεων	62
3.6	Χρήση μεθοδολογίας υπερ-στοιχείων στην πρόβλεψη έναρξης ρωγμών.....	65
3.7	Χρήση μεθοδολογίας υπερ-στοιχείων στην πρόβλεψη συνένωσης ρωγμών.....	67
4	Μεθοδολογία πρόβλεψης δημιουργίας νέων ρωγμών	71
4.1	Εισαγωγή.....	71
4.2	Πιθανοθεωρητική μεθοδολογία υπολογισμού δημιουργίας νέων ρωγμών βασισμένη σε διαγράμματα S-N.....	72
4.3	Πιθανοθεωρητικός υπολογισμός δημιουργίας νέων ρωγμών βασισμένος στη μικροδομή των υλικών	80
4.3.1	Μοντέλο έναρξης ρωγμής Tanaka και Mura	81
4.3.2	Μοντέλο διάδοσης μικρορωγμής Navarro και Rios.....	83
4.3.3	Εφαρμογή στο δοκίμιο με κυκλική οπή.....	86

5	Μεθοδολογία πρόβλεψης συνένωσης ρωγμών	91
5.1	Περιγραφή του μοντέλου	91
5.2	Ελαστοπλαστική ανάλυση ρηγματωμένων πλακών με πολλαπλή βλάβη	95
5.3	Προσδιορισμός των παραμέτρων του προτεινόμενου κριτηρίου συνένωσης ρωγμών	100
5.4	Εφαρμογή του μοντέλου συνένωσης ρωγμών	102
5.5	Πρόβλεψη διαδοχικών συνενώσεων ρωγμών.....	110
6	Σύνθεση και εφαρμογή μεθοδολογιών στον υπολογισμό της εξέλιξης πολλαπλής βλάβης.....	115
6.1	Σύνθεση μεθοδολογιών πρόβλεψης της έναρξης, διάδοσης και συνένωσης ρωγμών	115
6.2	Εφαρμογή ολοκληρωμένης μεθοδολογίας σε πολλαπλά ρηγματωμένα δοκίμια.....	119
6.3	Σύνδεση τύπου I (Lap-joint)	119
6.3.1	Πειραματική δοκιμή δοκιμίου τύπου I.....	119
6.3.2	Υπολογισμός εξέλιξης βλάβης δοκιμίου τύπου I.....	121
6.3.3	Σύγκριση υπολογιστικών και πειραματικών αποτελεσμάτων για δοκίμιο τύπου I.....	124
6.4	Σύνδεση τύπου II (butt-joint)	125
6.4.1	Πειραματική δοκιμή δοκιμίου τύπου II	125
6.4.2	Υπολογισμός εξέλιξης βλάβης δοκιμίου τύπου II.....	126
6.4.3	Σύγκριση υπολογιστικών και πειραματικών αποτελεσμάτων για δοκίμιο τύπου II	129
7	Συμπεράσματα - Προτάσεις	131
7.1	Στοιχεία πρωτοτυπίας.....	132
7.2	Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.....	133

Βιβλιογραφία	135
Κατάλογος πινάκων	145
Κατάλογος σχημάτων.....	147

Περίληψη

Η υποβάθμιση της δομικής ακεραιότητας των αεροπορικών κατασκευών με το χρόνο και η αποτίμηση της αποτελεί ένα σημαντικό τεχνολογικό πρόβλημα της αεροναυπηγικής. Το πρόβλημα αυτό σε συνδυασμό με το ότι εξακολουθούν να χρησιμοποιούνται αεροσκάφη, τα οποία έχουν ξεπεράσει τον αρχικά σχεδιασμένο χρόνο της επιχειρησιακής τους λειτουργίας, οδήγησε τη διεθνή επιστημονική κοινότητα και την αεροπορική βιομηχανία να ασχοληθεί με το πρόβλημα του “γηράσκοντος” αεροσκάφους (aging aircraft). Το πρόβλημα της γήρανσης της δομής ενός αεροσκάφους οφείλεται κυρίως στην εμφάνιση ευρείας έκτασης βλάβης κόπωσης (wide spread fatigue damage) σε διάφορες περιοχές της κατασκευής, η οποία αυξάνει την πιθανότητα εμφάνισης καταστροφικών αστοχιών. Οι ηλωτές συνδέσεις των ελασμάτων που συνθέτουν την άτρακτο ή τις πτέρυγες ενός αεροσκάφους αποτελούν περιοχές συγκέντρωσης τάσεων και εστίες διάβρωσης με συνέπεια την εμφάνιση και εξέλιξη μικρών ρωγμών σε πολλαπλά σημεία της δομής. Η κατάσταση της ύπαρξης πολλών αλληλεπιδρουσών ρωγμών στο ίδιο δομικό στοιχείο ονομάζεται πολλαπλή βλάβη (Multiple Site Damage – MSD) και οδηγεί σε σημαντική μείωση της εναπομένουσας αντοχής του δομικού στοιχείου και σε υποβάθμιση της δομικής του ακεραιότητας.

Η μελέτη του προβλήματος της πολλαπλής βλάβης και η αντιμετώπισή του αποτελεί σημαντικό πεδίο έρευνας, καθώς περιλαμβάνει πλήθος επιμέρους φαινομένων, τα οποία αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Τέτοια φαινόμενα είναι η έναρξη, η διάδοση και η συνένωση πολλαπλών ρωγμών, η τελική αστοχία δομικού στοιχείου σε συνθήκες πολλαπλής βλάβης, καθώς και η επίδραση περιβαλλοντικών παραγόντων όπως η διάβρωση στη συμπεριφορά των υλικών.

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η ανάπτυξη μιας ολοκληρωμένης μεθοδολογίας για την εκτίμηση της εμφάνισης και εξέλιξης της πολλαπλής βλάβης κόπωσης σε

αεροπορικά δομικά στοιχεία, έτσι ώστε να είναι εφικτή η εκτίμηση της δομικής τους ακεραιότητας σε οποιαδήποτε στιγμή της διάρκειας λειτουργίας τους. Τα τεχνολογικά προβλήματα, που αντιμετωπίζονται στην παρούσα εργασία με ανάπτυξη πρωτότυπων μεθοδολογιών, περιλαμβάνουν:

- Ανάλυση τάσεων σε πολλαπλά ρηγματωμένες κατασκευές και υπολογισμό συντελεστών έντασης τάσεων στις ρωγμές
- Πρόβλεψη έναρξης και διάδοσης ρωγμών
- Πρόβλεψη συνένωσης ρωγμών και εναπομένουσας αντοχής

Για την ανάλυση τάσεων και τον υπολογισμό των συντελεστών έντασης τάσεων σε πολλαπλά ρηγματωμένα δομικά στοιχεία με ή χωρίς ενισχύσεις (stiffeners) αναπτύσσονται στη βάση της τεχνικής της υπο-μοντελοποίησης της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων (ΠΣ) κατάλληλα υπερ-στοιχεία (super-elements) για τη μοντελοποίηση των κρίσιμων τμημάτων της κατασκευής. Η μεθοδολογία υπερ-στοιχείων επιλέγεται στην παρούσα εργασία, με σκοπό τη σημαντική μείωση του υπολογιστικού κόστους σε σχέση με τις κλασικές μεθόδους των πεπερασμένων στοιχείων, έτσι ώστε να καταστεί πρακτικά δυνατή η επίλυση του πολύπλοκου αυτού προβλήματος.

Το πρόβλημα της δημιουργίας νέων ρωγμών λόγω κόπωσης σε κάποιο δομικό στοιχείο παρουσιάζει έντονα πιθανοθεωρητικό χαρακτήρα. Για την αντιμετώπισή του αναπτύσσεται μεθοδολογία σύμφωνα με την οποία η πιθανότητα να εμφανιστεί μια ρωγμή σε κάποιο σημείο μετά από ορισμένο αριθμό κύκλων φόρτισης εξαρτάται τόσο από την τάση που αναπτύσσεται στο σημείο αυτό όσο και από την πιθανότητα ύπαρξης τοπικών ατελειών του υλικού στο υπό εξέταση σημείο. Για την εφαρμογή της μεθοδολογίας χρησιμοποιούνται στατιστικά δεδομένα που προέρχονται από πειράματα κόπωσης απλών δοκιμίων.

Για την εκτίμηση της εναπομένουσας αντοχής ενός πολλαπλά ρηγματωμένου δομικού στοιχείου αναπτύσσεται ένα ενεργειακό κριτήριο συνένωσης ρωγμών. Το κριτήριο βασίζεται της μεταβολής της ενέργειας παραμόρφωσης που λαμβάνει χώρα κατά τη διάρκεια της αστοχίας του υλικού που συνδέει δύο παρακείμενες ρωγμές.

Τέλος, τα μοντέλα έναρξης, διάδοσης και συνένωσης ρωγμών συνδυάζονται σε μια ολοκληρωμένη μεθοδολογία, η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη της εξέλιξης της πολλαπλής βλάβης κόπωσης. Η αποτελεσματικότητα της μεθόδου επαληθεύεται με τη βοήθεια πειραμάτων κόπωσης πολλαπλά ρηγματωμένων δοκιμίων.

Abstract

Structural integrity degradation of aeronautical structures due to fatigue, as well as its assessment, represents a major problem of aeronautics. This problem, combined to the fact that numerous aircrafts that have already exceeded their initial design operational life are still in service, led the international scientific community and the aeronautical industry to the in-depth study of aging aircraft. The main problem of an aging aircraft structure is widespread fatigue damage at various areas of the structure, that increase the probability of catastrophic failures. Riveted joints of fuselage or wing panels are areas of high stress concentration and corrosion, therefore, sites susceptible to multiple cracks development. The state of multiple interacting cracks existence at the same structural element is called Multiple Site Damage (MSD) and leads to residual significant strength reduction and structural integrity degradation of the structure. Study and handling of multiple site damage problem is an important research field, as it involves a number of different interacting phenomena, such as crack initiation, propagation and link-up and final structural failure under MSD conditions, as well as the effect of environmental factors like corrosion on the material behaviour.

The aim of the present work is the development of an integrated methodology for the prediction of MSD evolution at aeronautical structural elements, in order to make feasible the assessment of their structural integrity throughout their service life. The technological issues that are faced in the frame of the present work by the development of innovative methodologies are:

- Stress analysis and stress intensity factors calculation of structures under MSD condition.
- Crack initiation and propagation prediction.
- Prediction of crack link-up and residual strength.

For the stress analysis and stress intensity factor calculation of un-stiffened of stiffened structural elements suitable super-elements are developed for the simulation of crucial structural elements. The super-element methodology is based on finite element sub-structuring technique and, in the present work, is chosen in order to obtain a significant reduction of computation cost with compared to the classical finite element method, so that handling of such complex problems becomes feasible.

Fatigue crack initiation at a structural element is a problem exhibiting a strongly stochastic character. A crack initiation prediction methodology is developed according to which the probability of crack initiation at a site of the structure depends on the local stress state combined to a stochastic (random) variation of the fatigue strength at every site susceptible to crack initiation. For the methodology application statistical data from simple fatigue tests are used.

For the crack link-up and the residual strength estimation of a multiple cracked structural element an energy-based link-up criterion is developed. The proposed criterion is based on the strain energy variation during the failure of the ligament of two adjacent cracks.

Finally, the initiation, propagation and link-up models are combined and implemented in an integrated methodology that can be used for the assessment of multiple site damage evolution. The effectiveness of the methodology is validated using suitable fatigue tests of multiple-site damaged panels.

1 Εισαγωγή

1.1 Το τεχνολογικό πρόβλημα και η αναγκαιότητα επίλυσής του

Ο όρος δομική ακεραιότητα (structural integrity) μιας κατασκευής εκφράζει το σύνολο των κρίσιμων προϋποθέσεων που πρέπει αυτή να πληρεί, ώστε να έχει την ικανότητα να φέρει τα φορτία λειτουργίας της χωρίς να αστοχεί. Η δομική ακεραιότητα αποτελεί απαραίτητο στοιχείο για τη λειτουργία μιας κατασκευής ιδιαίτερα στην περίπτωση ενός αεροσκάφους, όπου η ασφάλεια των επιβατών συνδέεται άμεσα με την εξασφάλιση της πτητικής ικανότητας του αεροσκάφους.

Η κόπωση είναι ένας από τους σημαντικότερους παράγοντες υποβάθμισης της δομικής ακεραιότητας μιας αεροπορικής κατασκευής. Για την εξασφάλιση της δομικής ακεραιότητας σε συνθήκες κόπωσης, έχουν κατά καιρούς προταθεί και εφαρμοστεί διάφορες φιλοσοφίες σχεδιασμού. Αρχικά εφαρμόστηκε η φιλοσοφία σχεδιασμού με κριτήριο την "ασφαλή διάρκεια ζωής" (safe-life). Σύμφωνα με αυτήν κάθε δομικό στοιχείο σχεδιάζεται κατά τρόπο ώστε να μην εμφανίζονται ρωγμές σε όλο το προβλεπόμενο διάστημα λειτουργίας του. Μετά το πέρας αυτού του διαστήματος το δομικό στοιχείο αντικαθίσταται. Με βάση αυτή τη φιλοσοφία σχεδιάζονται ακόμα και σήμερα τμήματα του αεροσκάφους που είναι πολύ κρίσιμα για την ασφάλεια του και δύσκολα στο να επισκευαστούν, όπως είναι π.χ. το σύστημα προσγείωσης. Το βασικό μειονέκτημα της συγκεκριμένης φιλοσοφίας σχεδίασης είναι πως βασίζεται κυρίως σε πειραματικά δεδομένα, ενώ σε σχέση με άλλες φιλοσοφίες σχεδίασης οδηγεί σε βαρύτερες κατασκευές, ώστε να εξασφαλιστεί ο ικανός χρόνος ασφαλούς λειτουργίας. Επιπλέον, το κόστος χρήσης της κατασκευής είναι αυξημένο λόγω των δαπανών για την αντικατάσταση των δομικών στοιχείων.

Τα μειονεκτήματα αυτά οδήγησαν στην υιοθέτηση της "ασφαλούς ως προς αστοχία" (fail-safe) φιλοσοφίας σχεδίασης. Σύμφωνα με αυτή τη φιλοσοφία η ικανότητα μιας κατασκευής να φέρει τα φορτία λειτουργίας της πρέπει να διατηρείται ακόμα και στην

περίπτωση που κάποια επιμέρους τμήματά της αστοχήσουν λόγω κόπωσης ή άλλης αιτίας. Κατά την εφαρμογή της προσέγγισης αυτής προβλέπονται διατάξεις εναλλακτικής μεταφοράς φορτίων, έτσι ώστε σε περίπτωση αστοχίας κάποιου ή κάποιων δομικών στοιχείων τα φορτία να μπορούν να παραλαμβάνονται από την υπόλοιπη δομή χωρίς να οδηγείται η κατασκευή σε ολική αστοχία. Έτσι εξασφαλίζεται η ασφαλής στοιχειώδης λειτουργία της κατασκευής έως την αντικατάσταση των τμημάτων που έχουν αστοχήσει. Η προσέγγιση αυτή πλεονεκτεί σε σχέση με εκείνη της ασφαλούς διάρκειας ζωής ως προς το βάρος και την οικονομία χρήσης της κατασκευής, προϋποθέτει όμως τον προσδιορισμό όλων των πιθανών σεναρίων αστοχίας και της ανακατανομής των φορτίων στην κατασκευή.

Η πιο σύγχρονη φιλοσοφία σχεδίασης είναι η φιλοσοφία σχεδίασης με κριτήριο την “ανοχή στη βλάβη” (damage tolerance). Σύμφωνα με τη φιλοσοφία αυτή η κατασκευή σχεδιάζεται έτσι ώστε να λειτουργεί ακόμη και με την ύπαρξη κάποιου μη κρίσιμου ποσοστού βλάβης. Η μεθοδολογία προϋποθέτει προγράμματα συντήρησης και προσδιορισμό διαστημάτων ελέγχου των δομικών στοιχείων, καθώς και ακριβή γνώση της εξέλιξης μιας πιθανής βλάβης που μπορεί να εμφανιστεί, έτσι ώστε να εξασφαλίζεται ότι οποιαδήποτε βλάβη κόπωσης εμφανιστεί ανάμεσα σε δύο ελέγχους, δεν θα καταστεί κρίσιμη μέχρι τον εντοπισμό και την επισκευή της. Ο σχεδιασμός με τη φιλοσοφία αυτή οδηγεί σε ακόμα πιο ελαφρές και οικονομικές κατασκευές, προϋποθέτει όμως ακριβείς υπολογισμούς πρόβλεψης της δημιουργίας και εξέλιξης της βλάβης και το υπολογισμό της εναπομένουσας αντοχής της ρηγματωμένης κατασκευής.

Τα αεροσκάφη είναι κατασκευές υψηλής τεχνολογίας που σχεδιάζονται με βάση την ασφαλή τους λειτουργία για ένα ελάχιστο χρονικό διάστημα, το οποίο για τα πολιτικά αεροσκάφη είναι 20 χρόνια (περίπου 60000 πτήσεις). Η αντικατάσταση, όμως, παλαιών αεροσκαφών είναι πολύ δαπανηρή. Για παράδειγμα η αγορά ενός καινούριου μεσαίου επιβατικού αεροσκάφους (π.χ. 150 θέσεων) αντιπροσωπεύει μια επένδυση της τάξεως των 80 εκατομμυρίων δολαρίων, ενώ την ίδια στιγμή η “αποκατάσταση – αναβάθμιση” ενός παλαιού έχει ένα κόστος μερικών εκατομμυρίων δολαρίων. Έτσι, οικονομικοί κυρίως παράγοντες έχουν οδηγήσει τις αεροπορικές εταιρίες στη χρήση αεροσκαφών, τα οποία έχουν ξεπεράσει την προκαθορισμένη διάρκεια ζωής τους.

Είναι χαρακτηριστικό ότι στις ΗΠΑ το 64% των πτήσεων που έγιναν μέσα στο έτος 2000 πραγματοποιήθηκαν με αεροσκάφη που είχαν ήδη συμπληρώσει το 20ο έτος της ηλικίας τους, ενώ ο αριθμός των γερασμένων αεροσκαφών παγκοσμίως υπολογίζεται σήμερα να ξεπερνά κατά πολύ τις 5000. Έτσι παρουσιάζεται έντονο το πρόβλημα της δομικής ακεραιότητας των γερασμένων αεροσκαφών (aging aircraft).

Ιστορικά το ενδιαφέρον της επιστημονικής κοινότητας για το πρόβλημα του γερασμένου αεροσκάφους ξεκινά με το ατύχημα της αεροπορικής εταιρίας Aloha Airlines, που συνέβη στις 28 Απριλίου 1988 [1]. Στο συγκεκριμένο ατύχημα, κατά τη διάρκεια της πτήσης 243 από το νησί Hilo προς την Χονολουλού, ένα τμήμα του άνω μέρους της ατράκτου μήκους 4.57m από την πόρτα των επιβατών έως περίπου την αρχή των πτερύγων αποκολλήθηκε από το υπόλοιπο αεροσκάφος (Σχήμα 1.1). Το αεροσκάφος αυτό, ένα Boeing 737-200, είχε συνολικά 35493 ώρες πτήσης και 89090 κύκλους συμπίεσης της ατράκτου λόγω συχνών απογειώσεων-προσγειώσεων, που το καθιστούσαν την εποχή εκείνη ένα από τα δύο πιο καταπονημένα αεροσκάφη του τύπου αυτού.

Σχήμα 1.1: Το αεροσκάφος της Aloha Airlines μετά την προσγείωσή του

Το ατύχημα αυτό, παρά τις σχετικά “μικρές” απώλειες σε ανθρώπινες ζωές (μία αεροσυνοδός σε σύνολο ενενήντα πέντε επιβατών) συγκέντρωσε το ενδιαφέρον των ΜΜΕ και του κοινού και ανάγκασε τις αεροπορικές εταιρίες και τους κρατικούς οργανισμούς πολιτικής αεροπορίας, που είναι επιφορτισμένοι με την επίβλεψη της ασφάλειας των πτήσεων, να ενδιαφερθούν για την αντιμετώπιση του προβλήματος. Παράλληλα, το ατύχημα αυτό ήταν η αφορμή της κινητοποίησης της παγκόσμιας

επιστημονικής κοινότητας και των ερευνητών που ασχολούνται με τις αεροπορικές τεχνολογίες ώστε να εστιάσουν ερευνητικές δραστηριότητες στο πρόβλημα της διατήρησης της δομικής ακεραιότητας του γηράσκοντος αεροσκάφους. Το γεγονός αυτό αποτυπώνεται και στο πλήθος των ερευνητικών προγραμμάτων που εκτελούνται και των συνεδρίων που διοργανώνονται από την εποχή αυτή και μετέπειτα [2 - 11].

Δύο από τα κύρια φαινόμενα που εμφανίζονται στη φέρουσα δομή των γηρασκόντων αεροσκαφών είναι η “εκτεταμένη βλάβη κόπωσης” και η “πολλαπλή βλάβη”. Η εκτεταμένη βλάβη κόπωσης (Widespread Fatigue Damage - WFD) ορίζεται ως εκείνη η κατάσταση όπου έχουν αναπτυχθεί ρωγμές κόπωσης σε διάφορα τμήματα της κατασκευής. Υπό ορισμένες συνθήκες οι ρωγμές μπορεί να συνενωθούν με αποτέλεσμα την καταστροφική αστοχία της δομής του αεροσκάφους. Με όρους θραυστομηχανικής το πρόβλημα χαρακτηρίζεται από το γεγονός της μετάβασης μιας ρωγμής από το πεδίο της ευσταθούς διάδοσης στο πεδίο της ασταθούς διάδοσης, λόγω της αλληλεπίδρασης της με μια ή περισσότερες γειτονικές ρωγμές. Η πολλαπλή βλάβη (multiple site damage - MSD) είναι μια ειδική περίπτωση της εκτεταμένης βλάβης κόπωσης, όπου οι αλληλεπιδρούσες ρωγμές εμφανίζονται στο ίδιο δομικό στοιχείο της κατασκευής. Στην περίπτωση της πολλαπλής βλάβης η εξέλιξη των ρωγμών είναι ταχύτερη, ενώ τα κρίσιμα μεγέθη τους μειώνονται, μειώνοντας ταυτόχρονα και τη εναπομένουσα αντοχή της κατασκευής [12 - 14]. Η ξαφνική συνένωση τέτοιων αλληλεπιδρώντων ρωγμών μπορεί να οδηγήσει σε καταστροφική αστοχία (π.χ. [15 - 16]).

Ο βασικός σχεδιασμός με ανοχή στη βλάβη δομικών τμημάτων αεροσκαφών και άλλων σύγχρονων κατασκευών στηρίζεται στην εξέταση της συμπεριφοράς μιας μεμονωμένης ρωγμής. Αυτό σημαίνει ότι το κρίσιμο μήκος της ρωγμής υπολογίζεται δίχως να λαμβάνεται υπόψη η ύπαρξη γειτονικών ρωγμών. Ωστόσο, στην περίπτωση της πολλαπλής βλάβης, αν και κάθε ρωγμή ξεχωριστά δεν αποτελεί κρίσιμη κατάσταση της κατασκευής, είναι πιθανόν υπό ορισμένες συνθήκες μικρορωγμές να συνενωθούν σε μεγαλύτερες και να οδηγήσουν σε αστοχία. Το φαινόμενο της εμφάνισης νέων ρωγμών και της εξέλιξης της πολλαπλής βλάβης έχει μεγάλη επίδραση στη δομική ακεραιότητα μιας κατασκευής και η παρακολούθηση/αξιολόγησή

του θα αποτελέσει σημαντική συμβολή στην βελτίωση του σχεδιασμού των κατασκευών και κατ' επέκταση στην πρόληψη ατυχημάτων και στην προστασία της ανθρώπινης ζωής και του περιβάλλοντος. Κάτι τέτοιο προϋποθέτει την κατανόηση των βασικών μηχανισμών εμφάνισης και εξέλιξης του φαινομένου της πολλαπλής βλάβης. Οι μηχανισμοί αυτοί περιλαμβάνουν τη δημιουργία, διάδοση και συνένωση πολλαπλών ρωγμών, καθώς και την τελική αστοχία του δομικού στοιχείου. Επίσης πρέπει να μελετηθεί η επίδραση περιβαλλοντικών παραγόντων, όπως η διάβρωση, στη δομική ακεραιότητα.

Μέχρι τα μέσα της δεκαετίας 1990-2000 η εξέταση της δομικής ακεραιότητας ενός γηράσκοντος αεροσκάφους βασίστηκε κυρίως σε πειραματικά αποτελέσματα, που αφορούσαν στην αντοχή μεμονωμένων δομικών στοιχείων του αεροσκάφους, ή σε δοκιμές υπό πλήρη κλίμακα (full scale testing). Ωστόσο, η αποκλειστική χρήση πειραματικών μεθόδων έχει αυξημένο κόστος, μεγάλο χρόνο έρευνας και εξέλιξης, ενώ τα αποτελέσματα που αφορούν στο συγκεκριμένο τύπο της κατασκευής που μελετήθηκε, δεν μπορούν να επεκταθούν σε διαφορετικού τύπου κατασκευές. Για να ξεπεραστούν τα παραπάνω μειονεκτήματα, άρχισαν ταυτόχρονα να αναπτύσσονται κάποια λογισμικά για τον υπολογισμό της συμπεριφοράς πολλαπλά ρηγματωμένων στοιχείων, τα οποία όμως εμπεριείχαν σοβαρές απλουστεύσεις και μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν μονάχα επικουρικά στα πειράματα.

Οι παράγοντες που καθιστούν δύσκολη τη χρήση υπολογιστικών / αναλυτικών μεθόδων στην ανάλυση και το σχεδιασμό μιας αεροπορικής κατασκευής με πολλαπλή βλάβη κυρίως είναι:

- Η περιορισμένη κατανόηση του φαινομένου της πολλαπλής βλάβης κόπωσης (Multiple Site Damage) και του βαθμού επίδρασής του στη μείωση της δομικής ακεραιότητας της κατασκευής.
- Η έλλειψη αναλυτικών λύσεων για τον υπολογισμό του εντατικού πεδίου αλληλεπιδρυσών ρωγμών.
- Η έλλειψη ταχέων, επακριβών και αποτελεσματικών αριθμητικών μεθόδων για τον υπολογισμό της εναπομένουσας αντοχής και της διάρκειας ζωής σε συνθήκες κόπωσης ολόκληρης της κατασκευής ή επιμέρους τμημάτων της.

- Η ανεπάρκεια κριτηρίων για την πρόβλεψη της έναρξης, εξέλιξης, καθώς και συνένωσης πολλαπλών ρωγμών σε δομικά στοιχεία του αεροσκάφους με περίπλοκη γεωμετρία.
- Η αδυναμία ποσοτικοποίησης του βαθμού της επίδρασης περιβαλλοντικών παραγόντων όπως η διάβρωση.

Στα πλαίσια της παρούσας διδακτορικής διατριβής γίνεται προσπάθεια να αντιμετωπιστούν κάποια από τα παραπάνω προβλήματα. Κυρίως προτείνονται νέες τεχνικές για την ανάλυση τάσεων δομικών στοιχείων, με πολλαπλή βλάβη υπό μορφή ρωγμών και αναπτύσσονται κατάλληλα κριτήρια για την πρόβλεψη των φαινομένων έναρξης και συνένωσης πολλαπλών ρωγμών. Συγκεκριμένα αναπτύσσονται:

- α) Μεθοδολογία για την αποτελεσματική ανάλυση τάσεων πολλαπλά ρηγματωμένων ηλωτών συνδέσεων, οι οποίες αποτελούν συνήθως τις κρισιμότερες περιοχές ανάπτυξης πολλαπλής βλάβης (Κεφάλαιο 4).
- β) Κριτήριο για την πρόβλεψη δημιουργίας νέων ρωγμών βασισμένο στο στοχαστικό χαρακτήρα του φαινομένου (Κεφάλαιο 5).
- γ) Κριτήριο για την πρόβλεψη συνένωσης ρωγμών σε δομικά στοιχεία με πολλαπλή βλάβη (Κεφάλαιο 6).
- ε) Μια ολοκληρωμένη μεθοδολογία, η οποία συνδυάζει τα παραπάνω στοιχεία, και είναι εφαρμόσιμη στην εκτίμηση της συμπεριφοράς δομικών στοιχείων σε συνθήκες πολλαπλής βλάβης από τη φάση έναρξης και εξέλιξης της βλάβης ως την τελική αστοχία της πραγματικής κατασκευής (Κεφάλαιο 7).

Από τα αποτελέσματα της έρευνας που έγινε στα πλαίσια της παρούσας εργασίας προέκυψαν επιστημονικές ανακοινώσεις σε διεθνή επιστημονικά συνέδρια [17 - 19], και επιστημονικές δημοσιεύσεις σε διεθνή επιστημονικά περιοδικά [20 - 25].

1.2 Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Ο υπολογισμός της συμπεριφοράς κόπωσης μιας γηρασμένης αεροπορικής κατασκευής αποτελεί πολύπλοκο πρόβλημα, που απαιτεί κριτήρια για την πρόβλεψη της δημιουργίας νέων ρωγμών, της εξέλιξης και συνένωσης ρωγμών σε συνθήκες

πολλαπλής βλάβης καθώς και μεθοδολογίες εκτίμησης της επίδρασης αυτών στη δομική της ακεραιότητα. Επιπρόσθετα, το φυσικό υπόβαθρο των φαινομένων της εκτεταμένης βλάβης κόπωσης και της πολλαπλής βλάβης είναι ακόμα μακριά από την πλήρη κατανόησή τους. Από πρακτικής απόψεως το υπολογιστικό κόστος για τον υπολογισμό της συμπεριφοράς σε κόπωση μιας αεροπορικής δομής που λειτουργεί σε συνθήκες πολλαπλής βλάβης εξαρτάται από την πολυπλοκότητα της δομής και τον αριθμό των διαδιδόμενων αλληλεπιδρουσών ρωγμών κόπωσης και είναι συνήθως πολύ υψηλό.

Η σημαντικότερη συμβολή της έρευνας στη γραμμική μηχανική των θραύσεων εστιάζεται στην ικανότητα της μελέτης της συμπεριφοράς μιας ρωγμής με την εισαγωγή μιας μόνο παραμέτρου, του «συντελεστή έντασης τάσεων» K και της σύγκρισής του με την αντίστοιχη κρίσιμη τιμή K_c του υλικού του δομικού εξαρτήματος. Επίσης για τον υπολογισμό του ρυθμού διάδοσης κάθε ρωγμής χρησιμοποιούνται οι κλασσικοί κανόνες διάδοσης μεμονωμένων ρωγμών, π.χ. νόμοι Paris [26] ή Forman [27] και κανόνες που λαμβάνουν υπόψη την επίδραση υπερφορτίσεων ή μεταβλητών φασμάτων φόρτισης, π.χ. [28], οι οποίοι είναι συναρτήσεις του συντελεστή K . Επομένως, στο σχεδιασμό ενός δομικού εξαρτήματος με κριτήριο την ανοχή του στη βλάβη ο υπολογισμός του συντελεστή έντασης τάσεων ως παραμέτρου που συνδέει το εντατικό πεδίο με τη γεωμετρία της ρωγμής του δομικού εξαρτήματος αποτελεί σημαντικότερο βήμα. Συνεπώς, η ανάλυση τάσεων και ο υπολογισμός των συντελεστών έντασης τάσεων σε συνθήκες πολλαπλής βλάβης είναι απαραίτητος σε όλες τις φάσεις πρόβλεψης της διαδικασίας γήρανσης του αεροσκάφους (έναρξη – διάδοση – συνένωση ρωγμών, εναπομένουσα αντοχή) και αποτελεί σημαντικό τμήμα της μεθοδολογίας της παρούσας εργασίας.

Υπάρχουσες αναλυτικές λύσεις για τον προσδιορισμό των συντελεστών έντασης τάσεων (π.χ. [29 - 31]) δεν είναι επαρκείς για την περίπτωση της πολλαπλής βλάβης, καθώς αναφέρονται μόνο σε δομές πολύ απλής γεωμετρίας. Κυρίως αναφέρονται σε μια ρωγμή χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η αλληλεπίδραση με γειτονικές ρωγμές. Επιπρόσθετα καμπύλα ή ενισχυμένα ελάσματα δεν μπορούν να αναλυθούν. Από τη άλλη μεριά, η εφαρμογή των ευρέως χρησιμοποιούμενων αριθμητικών μεθόδων, όπως η Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων - ΜΠΣ (Finite Element Method - FEM),

που θα μπορούσαν αποτελεσματικά να χρησιμοποιηθούν σε προβλήματα δομικής ανάλυσης σε συνθήκες πολλαπλής βλάβης, δεν είναι λειτουργική. Αυτό οφείλεται κυρίως στο πολύ μεγάλο μέγεθος των απαιτούμενων μοντέλων, που είναι αποτέλεσμα της μεγάλης διαφοράς κλίμακας της κατασκευής. Για παράδειγμα για την ανάλυση μιας ηλωτής σύνδεσης τυπικού μήκους 0,5 m, που μπορεί να περιέχει ένα μεγάλο αριθμό οπών, θα πρέπει να μοντελοποιηθούν αλληλεπιδρούσες ρωγμές τυπικής διάστασης μερικών χιλιοστών με απαιτήσεις πολύ πυκνής διακριτοποίησης. Επιπρόσθετα για να προσομοιωθεί η εξέλιξη των ρωγμών αυτών απαιτείται επαναδιακριτοποίηση του ήδη περίπλοκου μοντέλου, με αποτέλεσμα η μεθοδολογία να είναι πρακτικώς μη εφαρμόσιμη.

Η κλασσική μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων στον υπολογισμό των συντελεστών έντασης τάσεων σε πολλαπλά ρηγματωμένα δομικά στοιχεία έχει εφαρμοστεί από κάποιους ερευνητές (π.χ. [32 – 34]), ωστόσο το μέγεθος των δημιουργούμενων μοντέλων ΠΣ και του απαιτούμενου χρόνου επίλυσής τους, ακόμα και υπό στατική καταπόνηση [35] είναι πολύ μεγάλα, επειδή το τμήμα της δομής που πρέπει να αναλυθεί, ώστε να ληφθούν υπόψη τα αποτελέσματα της αλληλεπίδρασης των πολλαπλών ρωγμών, συνήθως περιλαμβάνει την περιοχή μεταξύ δύο τουλάχιστον διαμήκων ή εγκάρσιων ενισχυτικών στοιχείων, ενώ οι ρωγμές είναι περίπου 2-3 τάξεων μεγέθους μικρότερης γεωμετρικής κλίμακας. Η ανάπτυξη εναλλακτικών αριθμητικών τεχνικών βασισμένων στη μέθοδο ΠΣ, όπως είναι η εναλλακτική μέθοδος ΠΣ (Alternating Finite Element Method) [36 – 38] βελτίωσε στοιχειωδώς την αποτελεσματικότητα, ωστόσο η εφαρμογή της στη λύση σύνθετων προβλημάτων διάδοσης ρωγμών δεν είναι δυνατή, λόγω των περιορισμών της μεθοδολογίας.

Η μέθοδος Συνοριακών Στοιχείων (Boundary Elements) , η οποία έχει συνήθως σαφή πλεονεκτήματα όσον αφορά στον υπολογισμό των συντελεστών έντασης τάσεων σε σχέση με άλλες αριθμητικές μεθόδους, δεν αναπτύχθηκε σε περιπτώσεις πολλαπλής βλάβης λόγω της δυσκολίας εύρεσης κατάλληλων θεμελιωδών λύσεων (συναρτήσεων Green). Η συνθετική μέθοδος (Compounding method) π.χ. [39 – 41] ως προσέγγιση του προβλήματος της πολλαπλής βλάβης με την υπέρθεση απλών προβλημάτων για τα οποία υπάρχουν αναλυτικές λύσεις, είναι προσεγγιστική γιατί περιέχει αρκετές

απλοποιητικές παραδοχές, απαιτεί υψηλή εμπειρία εφαρμογής και οδηγεί σε γρήγορους αλλά όχι πάντα ακριβείς υπολογισμούς των συντελεστών έντασης τάσεων.

Στην αμερικανική αεροδιαστημική βιομηχανία για τον υπολογισμό της έναρξης ρωγμών εφαρμόζεται ευρέως η φιλοσοφία της ισοδύναμης αρχικής ρωγμής (Equivalent Initial Flaw Size – EIFS) [42]. Σύμφωνα με τη φιλοσοφία αυτή, θεωρείται πως υπάρχουν ατέλειες στα δομικά στοιχεία ήδη από το στάδιο παραγωγής τους, οι οποίες εμφανίζονται με τη μορφή μικρο-ρωγμών κατά τα αρχικά στάδια λειτουργίας της κατασκευής. Ο συσχετισμός της δημιουργίας μιας μακρο-ρωγμής μετρήσιμου μήκους με τις συνήθεις μη καταστροφικές μεθόδους ελέγχου (π.χ. 1-2 mm) σαν αποτέλεσμα μικρών αρχικών ρωγμών στο στάδιο του σχεδιασμού ή της συντήρησης αεροπορικών κατασκευών είναι μια τεχνική που λαμβάνει ιδιαίτερη ανάπτυξη στις ΗΠΑ και στην Ευρώπη [3]. Οι τρέχουσες εφαρμογές της έννοιας της ισοδύναμης αρχικής ρωγμής είναι βασισμένες στον προσδιορισμό μιας υποθετικής ρωγμής (η ισοδύναμη αρχική ρωγμή) η οποία υποτίθεται ότι δημιουργήθηκε στην αρχή της ζωής ενός δομικού στοιχείου. Το ισοδύναμο αρχικό μέγεθος ρωγμών (EIFS) ορίζεται μέσω μιας διαδικασίας "αντίστροφης διάδοσης" που βασίζεται σε πειραματικά αποτελέσματα δοκιμών κόπωσης.

Τα τελευταία χρόνια έχουν επίσης γίνει διάφορες ερευνητικές προσπάθειες για την αξιολόγηση της εναπομένουσας αντοχής δοκιμίων με μια κύρια ρωγμή που αλληλεπιδρά με μια ή περισσότερες μικρότερες ρωγμές. Πειράματα έχουν εκτελεσθεί σε μη-ενισχυμένες (un-stiffened) και ενισχυμένες (stiffened) επίπεδες πλάκες με μια κύρια ρωγμή και πολλές μικρότερες ρωγμές [14], [43] προκειμένου να ερευνηθούν οι συνθήκες συνένωσης των ρωγμών και η εναπομένουσα αντοχή δοκιμίων με πολλαπλή βλάβη. Παράλληλα έχουν προταθεί διάφορες μεθοδολογίες και κριτήρια αστοχίας για την πρόβλεψη της εναπομένουσας αντοχής δομικών στοιχείων παρουσία πολλαπλής βλάβης. Τα περισσότερα από αυτά τα κριτήρια είναι βασισμένα στις κλασσικές ελαστικο-πλαστικές παραμέτρους αστοχίας μιας απλής ρωγμής και περιλαμβάνουν την γωνία ανοίγματος των χειλέων στην κορυφή της ρωγμής (crack tip opening angle - CTOA) και την αντίστοιχη μετατόπιση (crack tip opening displacement - CTOD) [44], το μοντέλο πλαστικής διαρροής της περιοχής ανάμεσα στις γειτονικές ρωγμές, γνωστό και ως κριτήριο επαφής των πλαστικών ζωνών [45 –

47], το κριτήριο της μέσης τάσης [48] και το κριτήριο πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης [49].

Από τα παραπάνω κριτήρια, αυτό της συνένωσης των πλαστικών ζωνών είναι το ευρύτερα χρησιμοποιούμενο κυρίως λόγω της απλότητάς στην εφαρμογή του, αλλά και εξαιτίας του γεγονότος ότι τα αποτελέσματά του είναι συντηρητικά στην πλειοψηφία των περιπτώσεων που έχουν εφαρμοστεί. Το κριτήριο της επαφής των πλαστικών ζωνών είναι βασισμένο στην υπόθεση ότι η περιοχή μεταξύ δύο παρακείμενων ρωγμών αστοχεί όταν οι αντίστοιχες πλαστικές ζώνες ενώνονται (Σχήμα 1.2). Το μέγεθος των πλαστικών ζωνών υπολογίζεται χρησιμοποιώντας προσεγγίσεις όπως π.χ. αυτή του Irwin. Το κριτήριο της επαφής των πλαστικών ζωνών, στερείται επαρκούς θεωρητικής βάσης και είναι συνεπώς φαινομενολογικό.

Επίσης το κριτήριο CTOA έχει ευρεία εφαρμογή λόγω της καλής του συσχέτισής τους με πειραματικά αποτελέσματα τόσο σε δοκίμια όσο και σε σύνθετα δομικά στοιχεία [45 - 54]. Ωστόσο, ο ακριβής υπολογισμός της γωνίας ανοίγματος της ρωγμής απαιτεί τη χρήση αριθμητικών μεθόδων.

Στην εργασία [55], το πρόβλημα της συνένωσης ρωγμών σε συνθήκες πολλαπλής βλάβης προσεγγίζεται από μια ενεργειακή σκοπιά βασισμένη στην έννοια του έργου παραμόρφωσης, το οποίο είναι αναγκαίο για την διάδοση παρακείμενων ρωγμών και τη θραύση της ενδιάμεσης περιοχής. Η προσέγγιση αυτή υπερέχει του κριτηρίου των πλαστικών ζωνών, καθώς λαμβάνει υπόψη, τόσο την απαιτούμενη ενέργεια για την πλαστική διαρροή της περιοχής γύρω από τη ρωγμή, όσο και την απαιτούμενη ενέργεια θραύσης του υλικού μεταξύ των ρωγμών. Εντούτοις η μεθοδολογία για τον υπολογισμό της ενέργειας, θραύσης που δίνεται στην εργασία [55], εμπεριέχει πάρα πολλές απλοποιήσεις ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί άμεσα σε πραγματικές δομές

αεροσκαφών. Επομένως, αυτό το κριτήριο δεν μπορεί να εφαρμοστεί κατά τη διαδικασία σχεδιασμού και συντήρησης και έχει μόνο ποιοτικό χαρακτήρα.

1.3 Στόχος της παρούσας εργασίας και μεθοδολογία προσέγγισης

Ο σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να συμβάλει στην αντιμετώπιση προβλημάτων που σχετίζονται με το φαινόμενο της πολλαπλής βλάβης, όπως η έναρξη, διάδοση και συνένωση πολλαπλών αλληλεπιδρυσών ρωγμών. Κύριο αντικείμενο είναι η αξιολόγηση της αλληλεπίδραση των ρωγμών κατά τη δημιουργία, την εξέλιξη τους και την τελική αστοχία, μέσω μιας ολοκληρωμένης μεθοδολογίας πρόβλεψης της συμπεριφοράς δομικών στοιχείων με πολλαπλή βλάβη κόπωσης. Η μέθοδος που αναπτύχθηκε διατυπώθηκε σε μακρο-ρουτίνα του εμπορικού κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ANSYS [56], ωστόσο η μεθοδολογία μπορεί να προγραμματιστεί σε οποιοδήποτε κώδικα Π.Σ. εμπορικού ή μη.

Η ανάπτυξη μιας τέτοιας υπολογιστικής ικανότητας πρόβλεψης της εξέλιξης της πολλαπλής βλάβης θα οδηγήσει σε σημαντικό περιορισμό των απαιτούμενων πειραμάτων πλήρους κλίμακας, για την αξιολόγηση της συμπεριφοράς ενός δομικού στοιχείου, ή μιας κατασκευής σε συνθήκες κόπωσης με πολλαπλή βλάβη. Τα πειράματα πλήρους κλίμακας αυξάνουν σημαντικά το κόστος σχεδιασμού ενός αεροσκάφους και ταυτόχρονα απαιτούν μεγάλο χρονικό διάστημα για τον προγραμματισμό, εκτέλεση και εκτίμησή τους. Συνεπώς, η χρήση μιας αποτελεσματικής αριθμητικής μεθόδου πρόβλεψης θα οδηγήσει στην μείωση του κόστους και του χρόνου ανάπτυξης νέων δομικών στοιχείων αεροσκαφών. Κυρίως όμως, θα επιτρέψει την αξιολόγηση της δομικής ακεραιότητας δομικών τμημάτων γηράσκοντων αεροσκαφών, που σημαίνει ότι κατά τη φάση της συντήρησης θα είναι δυνατή η εκτίμηση εάν η μετρούμενη βλάβη κόπωσης σε ένα δομικό στοιχείο θα εξελιχθεί σε κρίσιμη μέχρι την επόμενη προγραμματισμένη συντήρηση ή όχι.

Η μεθοδολογία που αναπτύχθηκε στα πλαίσια αυτής της διατριβής θα αποτελέσει ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο για τον μελετητή-σχεδιαστή, τόσο κατά τη φάση του

σχεδιασμού, όσο και κατά τη περίοδο λειτουργίας και συντήρησης της δομής ενός αεροσκάφους. Κατά τη φάση της σχεδίασης ο μηχανικός χρειάζεται να γνωρίζει με μεγάλη ακρίβεια τη συμπεριφορά της κατασκευής του σε φορτία κόπωσης. Έτσι μπορεί να δοκιμάσει διαφορετικές εναλλακτικές σχεδιάσεις και να επιλέξει την πλέον κατάλληλη. Επίσης, υπολογίζοντας του κύκλους φόρτισης που είναι απαραίτητοι για τη διάδοση έως την αστοχία ρωγμών, μπορεί να καθορίζει αποτελεσματικότερα τα διαστήματα επιθεώρησης της κατασκευής. Ακόμη είναι δυνατόν με κατάλληλες επεμβάσεις στα δομικά στοιχεία της κατασκευής να αυξηθεί η διάρκεια ασφαλούς λειτουργίας του αεροσκάφους.

Ο υπολογισμός της ανάπτυξης της βλάβης σε δομικά στοιχεία, που λειτουργούν σε συνθήκες πολλαπλής βλάβης, αποτελεί ένα πολύ σύνθετο πρόβλημα, καθώς πρέπει να περιλαμβάνει τη επίλυση πλήθους επιμέρους τεχνολογικών προβλημάτων, τα οποία μάλιστα συσχετίζονται μεταξύ τους. Αυτά περιλαμβάνουν:

- την ανάλυση τάσεων και τον υπολογισμό των συντελεστών έντασης τάσεων της ρηγματωμένης κατασκευής.
- την πρόβλεψη δημιουργίας νέων ρωγμών
- τον υπολογισμό του ρυθμού διάδοσης ρωγμών
- την πρόβλεψη της συνένωσης ρωγμών
- την εκτίμηση της εναπομένουσας αντοχής του δομικού στοιχείου
- την επίδραση της διάβρωσης σε συνθήκες πολλαπλής βλάβης

Η παρούσα εργασία επικεντρώνεται στην ανάπτυξη κατάλληλης μεθοδολογίας για:

- την ανάλυση τάσεων και τον υπολογισμό των συντελεστών έντασης τάσεων σε συνθήκες πολλαπλής βλάβης. την πρόβλεψη της δημιουργίας νέων ρωγμών
- την πρόβλεψη του φορτίου συνένωσης ρωγμών
- την εκτίμηση της εναπομένουσας αντοχής δομικών στοιχείων.

Για την ανάλυση των τάσεων και **τον υπολογισμό των συντελεστών έντασης τάσεων** σε κατασκευές υπό συνθήκες πολλαπλής βλάβης αναπτύχθηκε στη βάση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων μια μέθοδος υπερ-στοιχείων/υποκατασκευών. Η μεθοδολογία αφού αξιολογήθηκε συγκρινόμενη με αναλυτικές και αριθμητικές

μεθόδους, εφαρμόστηκε σε δομικά στοιχεία χωρίς ή με ενισχύσεις (stiffeners). Αναπτύχθηκαν κατάλληλα υπερ-στοιχεία ώστε το ολικό μοντέλο της κατασκευής να μπορεί να δημιουργείται με συνδυασμό των υπερ-στοιχείων. Για την περίπτωση προβλημάτων πολλαπλής βλάβης το υπολογιστικό κόστος εφαρμογής της μεθόδου σε σχέση με τις κλασικές μεθόδους πεπερασμένων στοιχείων κρίνεται ιδιαίτερα μειωμένο, χωρίς να υπάρχει απώλεια στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Καθώς η τεχνική των υπερ-στοιχείων μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο για γραμμική και ελαστική ανάλυση, ενώ η εφαρμογή του προτεινόμενου κριτηρίου συνένωσης ρωγμών απαιτεί τον υπολογισμό μη γραμμικών μεγεθών (πλαστικής ενέργειας παραμόρφωσης), το μέγεθος και η ενέργεια της πλαστικής ζώνης μιας ρωγμής προσεγγίζονται με βάση τους αντίστοιχους συντελεστές έντασης τάσεων.

Η **πρόβλεψη δημιουργίας νέων ρωγμών** βασίστηκε στην αποτίμηση της στοχαστικής φύσης του φαινομένου. Αναπτύχθηκε ένα πιθανολογικό μοντέλο, το οποίο βασίζεται σε ανάλυση τάσεων καθώς και σε πειραματικά δεδομένα, τα οποία περιλαμβάνουν τον αριθμό των κύκλων φόρτισης που είναι απαραίτητοι για την εμφάνιση ρωγμής συγκεκριμένου μήκους σε ένα σημείο, σαν συνάρτηση της τοπικά εφαρμοζόμενης τάσης. Το απλό αυτό στοχαστικό μοντέλο στηρίχθηκε θεωρητικά και με τον υπολογισμό της δημιουργίας ρωγμών χρησιμοποιώντας κατάλληλα μοντέλα εμφάνισης / διάδοσης μικρορωγμών, τα οποία βασίζονται στην ανάπτυξη μικροπλαστικότητας στα σημεία συγκέντρωσης τάσεων σε δομικά στοιχεία. Ο στοχαστικός χαρακτήρας του προτεινόμενου μοντέλου αποδίδεται στην αντίστοιχη φύση βασικών ιδιοτήτων του υλικού.

Για την **πρόβλεψη συνένωσης ρωγμών** προτείνεται ένα νέο ενεργειακό κριτήριο το οποίο βασίζεται στη μεταβολή της ενέργειας παραμόρφωσης του δομικού στοιχείου λόγω της αστοχίας της περιοχής που βρίσκεται μεταξύ δύο παρακείμενων ρωγμών. Για την εφαρμογή και την επαλήθευση της μεθόδου χρησιμοποιούνται πειράματα από την βιβλιογραφία. Τα απαραίτητα ενεργειακά μεγέθη υπολογίζονται χρησιμοποιώντας ελαστικο-πλαστική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων. Τα αποτελέσματα που επιτυγχάνονται από την προτεινόμενη μεθοδολογία είναι σε πολύ καλή συμφωνία με τα πειραματικά δεδομένα. Το προτεινόμενο μοντέλο χρησιμοποιείται και για τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου για τις διαδοχικές

συνενώσεις ρωγμών, οι οποίες πιθανόν οδηγούν στην τελική αστοχία του δομικού στοιχείου. Με τον τρόπο αυτό γίνεται και η εκτίμηση της **εναπομένουσας αντοχής** του πολλαπλά ρηγματωμένου δομικού στοιχείου.

Τέλος οι παραπάνω επιμέρους μεθοδολογίες ενσωματώθηκαν σε μια ολοκληρωμένη μέθοδο για τον υπολογισμό της εξέλιξης της βλάβης σε δομικά στοιχεία με πολλαπλή βλάβη. Η μέθοδος που αναπτύχθηκε περιλαμβάνει μια επαναληπτική διαδικασία, η οποία ακολουθεί την εξέλιξη της πολλαπλής βλάβης στην κατασκευή. Η απαραίτητη ανάλυση των τάσεων εκτελείται με τη μέθοδο των υπερ-στοιχείων, η επιλογή και ο σχεδιασμός των οποίων επιτρέπει την χρήση κατάλληλων κριτηρίων για τον έλεγχο δημιουργίας πιθανών νέων ρωγμών, την εξέλιξη και την συνένωση τους, καθώς και την τελική αστοχία του δομικού στοιχείου.

Στο επόμενο **Κεφάλαιο 2** εισάγονται οι βασικές έννοιες της μηχανικής της θραύσης, που χρησιμοποιούνται για την ανάπτυξη των εργαλείων της παρούσας εργασίας. Στο **Κεφάλαιο 3** παρουσιάζεται η τεχνική των υπερ-στοιχείων για την μοντελοποίηση αεροπορικών κατασκευών με πολλαπλή βλάβη και εξετάζονται ειδικές περιπτώσεις, όπως η χρήση της μεθοδολογίας για την ανάλυση ενισχυμένων δομικών στοιχείων. Στα **Κεφάλαια 4** και **5** παρουσιάζονται τα κριτήρια που αναπτύχθηκαν για τον πρόβλεψη της δημιουργίας νέων ρωγμών και τη συνένωση διαδοχικών ρωγμών αντίστοιχα. Στο **Κεφάλαιο 6** η ολοκληρωμένη αναπτυχθείσα μεθοδολογία εφαρμόζεται σε περιπτώσεις συνδέσμων ατράκτου αεροσκάφους και οι θεωρητικές προβλέψεις συγκρίνονται με αντίστοιχα πειραματικά αποτελέσματα. Τέλος στο **Κεφάλαιο 7** παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της μελέτης και κάποιες προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.

2 Βασικές έννοιες Μηχανικής των Θραύσεων

Για την καλύτερη κατανόηση της εργασίας θα παρατεθούν στο παρόν κεφάλαιο τα βασικά κριτήρια αστοχίας της γραμμικής Μηχανικής των θραύσεων και τη βασική μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων προσέγγισης της συμπεριφοράς ρηγματωμένων σωμάτων. Πρόκειται για τη μεθοδολογία που έχει αναπτυχθεί και εφαρμόζεται για την περίπτωση μιας μεμονωμένης ρωγμής και αποτελεί τη βάση για κάθε νέα μεθοδολογία για προβλήματα πολλαπλών ρωγμών.

2.1 Συντελεστές Έντασης Τάσεων

Κατά Irwin [57] κάθε ελαστικό ρηγματωμένο σώμα μπορεί να περιγραφεί με συνδυασμό τριών βασικών καταπονήσεων ή παραμορφώσεων μιας ρωγμής. Οι τρεις αυτές περιπτώσεις καταπονήσεων που παριστάνονται στο Σχήμα 2.1 **Σχήμα 2.1** αντιστοιχούν στις τρεις ανεξάρτητες μεταξύ τους μετατοπίσεις των χειλέων της ρωγμής και χαρακτηρίζονται με τους αντίστοιχους ορισμούς Mode I, II και III, όπου:

mode I: Η ρωγμή ανοίγει υπό την επίδραση εφελκυστικών δυνάμεων.

mode II: Τα χείλη της ρωγμής εξαιτίας διατμητικών δυνάμεων στη διεύθυνση της ρωγμής μετατοπίζονται κατά μήκος της ρωγμής σε αντίθετη μεταξύ τους διεύθυνση.

mode III: Τα χείλη της ρωγμής εξαιτίας διατμητικών δυνάμεων στην διεύθυνση x_3 μετατοπίζονται εγκάρσια προς την διεύθυνση της ρωγμής σε αντίθετη διεύθυνση μεταξύ τους.

Η συμπεριφορά της ρωγμής εξαρτάται από το τασικό πεδίο στην άμεση γειτονιά της κορυφής της ρωγμής. Το τασικό και παραμορφωσιακό πεδίο στην άμεση γειτονιά της ρωγμής μπορεί κατά Irwin να παρασταθεί στην ακόλουθη μορφή:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\varphi}{2} \begin{Bmatrix} 1 - \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{3\varphi}{2} \\ 1 + \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{3\varphi}{2} \\ 0 \\ \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{3\varphi}{2} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\sin \frac{\varphi}{2} \left(2 + \cos \frac{\varphi}{2} \cos \frac{3\varphi}{2} \right) \\ \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2} \cos \frac{3\varphi}{2} \\ 2\nu \sin \frac{\varphi}{2} \left(1 + \cos \frac{\varphi}{2} \cos \frac{3\varphi}{2} \right) \\ \cos \frac{\varphi}{2} \left(1 - \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{3\varphi}{2} \right) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\sin \frac{\varphi}{2} \\ \cos \frac{\varphi}{2} \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \left(\kappa - 1 + 2 \sin^2 \frac{\varphi}{2} \right) \\ \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \left(\kappa + 1 - 2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} \right) \\ 0 \end{Bmatrix} + \frac{K_{II}}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} (1 + \nu) \left((2\kappa + 3) \sin \frac{\varphi}{2} + \sin \frac{3\varphi}{2} \right) \\ -(1 + \nu) \left((2\kappa - 3) \cos \frac{\varphi}{2} + \cos \frac{3\varphi}{2} \right) \\ 0 \end{Bmatrix} + \frac{K_{III}}{E} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2(1 + \nu) \sin \frac{\varphi}{2} \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

όπου (Σχήμα 2.2):

r είναι η απόσταση του σημείου στο οποίο υπολογίζονται οι τάσεις

φ είναι η γωνία που σχηματίζει η r με την διεύθυνση της ρωγμής

ν είναι ο λόγος Poisson του υλικού

E είναι το μέτρο ελαστικότητας του υλικού

κ είναι ένας συντελεστής, ο οποίος παίρνει την τιμή $3 - 2\nu$ για επίπεδη κατάσταση παραμόρφωσης (plane strain) και $\frac{3-\nu}{1+\nu}$ για επίπεδη εντατική κατάσταση (plane stress).

Όπως διαπιστώνεται από τις σχέσεις (2.1) και (2.2) το εντατικό πεδίο παρουσιάζει ιδιομορφία της τάξεως $1/\sqrt{r}$, ενώ το πεδίο των παραμορφώσεων τείνει με ρυθμό $\sqrt{r}$ προς το μηδέν, ανεξάρτητα από το είδος της καταπόνησης.

Τα μεγέθη K_I , K_{II} και K_{III} στις παραπάνω εξισώσεις χαρακτηρίζονται ως Συντελεστές Έντασης Τάσεων (ΣΕΤ), ενώ οι δείκτες αντιστοιχούν στο είδος της καταπόνησης της ρωγμής. Οι συντελεστές έντασης τάσεων αποτελούν ένα μέτρο για την ένταση του τασικού πεδίου γύρω από την κορυφή της ρωγμής και επομένως μια

βασική παράμετρο για τον έλεγχο της συμπεριφοράς της. Οι συντελεστές αυτοί εξαρτώνται από την εφαρμοσμένη τάση, το μέγεθος και την γεωμετρία του δομικού στοιχείου:

$$\begin{Bmatrix} K_I \\ K_{II} \\ K_{III} \end{Bmatrix} = Y_i \left(\frac{a}{w} \right) \sqrt{\pi \alpha} \begin{Bmatrix} \sigma_{\varepsilon\phi} \\ \tau_{21\varepsilon\phi} \\ \tau_{23\varepsilon\phi} \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

Όπου $Y_i \left(\frac{a}{w} \right)$ ($i = I, II, III$) είναι διορθωτικοί συντελεστές με την βοήθεια των οποίων λαμβάνεται υπόψη η επίδραση της γεωμετρίας του δομικού στοιχείου στο μέγεθος των συντελεστών έντασης τάσεων.

2.2 Μεθοδολογίες υπολογισμού Συντελεστών Έντασης Τάσεων (ΣΕΤ) σε συνθήκες πολλαπλής βλάβης

Σε συνθήκες πολλαπλής βλάβης, η άμεση εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων ή συνοριακών στοιχείων για την ανάλυση των τάσεων και τον προσδιορισμό των συντελεστών έντασης τάσεων με τις επιμέρους διακριτοποιήσεις κάθε ρωγμής είναι οικονομικά ασύμφορη και η ακρίβεια της αριθμητικής λύσης αμφισβητήσιμη ακόμα και αν εφαρμόζεται η γραμμική θραυστομηχανική. Γι' αυτό αναζητούνται πιο προηγμένες στρατηγικές ανάλυσης της δομικής ακεραιότητας όπως είναι π.χ.

- η μέθοδος εναλλακτικών προσεγγίσεων (alternative method)
- η μέθοδος των βαρυτικών συναρτήσεων (weight function method) και
- η μεθοδολογία της τοπικής / ολικής ανάλυσης (local / global methodology), τις οποίες θα περιγραφούν στη συνέχεια εν συντομία.

2.2.1 Η μεθοδολογία των εναλλακτικών προσεγγίσεων (alternative method)

Η τεχνική των εναλλακτικών προσεγγίσεων [58 – 60] για τον προσδιορισμό των συντελεστών έντασης τάσεων σε δομικά στοιχεία με πολλαπλή βλάβη αναπτύχθηκε

με σκοπό να διατυπωθεί ένα αριθμητικό εργαλείο το οποίο να είναι απλό και οικονομικό. Η τεχνική προβλέπει τα εξής βήματα:

- (α) Την ανάλυση του δομικού στοιχείου με οποιαδήποτε αριθμητική ή αναλυτική μέθοδο με την παραδοχή ότι αυτό δεν εμπεριέχει ρωγμές.
- (β) Τον προσδιορισμό των τάσεων στις θέσεις των ρωγμών
- (γ) Τον προσδιορισμό των τάσεων στο σύνορο του δομικού στοιχείου (συνοριακό φορτίο) και στις θέσεις των ρωγμών εξαιτίας των αντίστροφων φορτίων του βήματος (β) για κάθε ρωγμή χωριστά και την συμβολή τους στο συνοριακό φορτίο και στα φορτία των υπολοίπων ρωγμών.
- (δ) Επαλληλία των τάσεων του βήματος (β) και του βήματος (γ)
- (ε) Προσδιορισμοί των συντελεστών έντασης τάσεων στις κορυφές των ρωγμών
- (στ) Έλεγχος αν η συμβολή του βήματος (δ) είναι αμελητέα, οπότε σταματά ή επαναλαμβάνεται η διαδικασία από το βήμα (α) λαμβάνοντας τα φορτία του βήματος (γ) ως εξωτερικά φορτία.

Η λύση του βήματος (γ) γίνεται αναλυτικά θεωρώντας ότι η ρωγμή βρίσκεται στο άπειρο ελαστικό σώμα, η λύση του οποίου θεωρείται γνωστή. Η αντίστοιχη μεθοδολογία παριστάνεται σχηματικά στο Σχήμα 2.3.

2.2.2 Η μέθοδος των βαρυτικών συναρτήσεων

Η μέθοδος των βαρυτικών συναρτήσεων είναι ανάλογη της μεθόδου των εναλλακτικών προσεγγίσεων.

- Γίνεται ανάλυση του ρηγματωμένου δομικού εξαρτήματος π.χ. με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων δίχως να λαμβάνονται υπόψη οι εμπεριεχόμενες σε αυτό ρωγμές,
- προσδιορίζονται οι τάσεις στις περιοχές των ρωγμών,

2.2.3 Η μεθοδολογία της τοπικής/καθολικής ανάλυσης (local/global analysis)

Σημαντική συμβολή στην ποιότητα και στο κόστος ανάλυσης μπορεί να προκύψει με την ανάπτυξη στρατηγικής όπου επιμέρους λεπτομερέστερες αναλύσεις σε σημεία του δομικού εξαρτήματος με έντονα συγκεντρωμένα τασικά πεδία όπως είναι οι κορυφές των ρωγμών συνδυάζονται με την γενικότερη ανάλυση του προβλήματος. Η στρατηγική αυτή προβλέπει λεπτομερή διακριτοποίηση της περιοχής όπου το εντατικό πεδίο παρουσιάζει έντονη μεταβολή, ενώ το υπόλοιπο τμήμα διακριτοποιείται κανονικά με μεγάλα πεπερασμένα κύρια στοιχεία. Για να εφαρμοσθεί με επιτυχία η μεθοδολογία αυτή σε ρωγμές που εξελίσσονται με τον χρόνο είναι αναγκαίο να συνοδεύεται με αναπροσαρμοσμένο δίκτυο διακριτοποίησης, ώστε το τοπικά πυκνό δίκτυο να μπορεί να αλλάζει ανάλογα με την εξέλιξη της ρωγμής. Με τον τρόπο αυτό μπορεί να προβλέπεται τόσο η διεύθυνση όσο και η ίδια η εξέλιξη της ρωγμής. Η μεθοδολογία αυτή εφαρμόζεται επιτυχώς όταν στο δομικό στοιχείο με πολλαπλή βλάβη εμπεριέχεται μια μεγάλη ρωγμή (κυρίαρχη ρωγμή).

2.3 Συμπεριφορά ρωγμής υπό στατικά φορτία

Σύμφωνα με τη γραμμική θραυστομηχανική ο έλεγχος της συμπεριφοράς της ρωγμής γίνεται με σ' τγκριση των παραμέτρων K_I , K_{II} και K_{III} της σχέσης 2.3 με τις αντίστοιχες χαρακτηριστικές τιμές δυσθραυστότητας του υλικού K_{IC} , K_{IIC} και K_{IIIC} . Κατά την μεθοδολογία αυτή μια ρωγμή εξελίσσεται ευσταθώς όταν

$$\begin{aligned} K_I &\leq K_{IC} \\ K_{II} &\leq K_{IIC} \\ K_{III} &\leq K_{IIIC} \end{aligned} \tag{2.4}$$

Αν το δομικό στοιχείο υπόκειται σε συνδυασμένη καταπόνηση σε Mode I, Mode II, Mode III τότε αναζητείται μια ισοδύναμη παράμετρος $K_V = f(K_I, K_{II}, K_{III})$ η οποία συγκρίνεται με την αντίστοιχη τιμή της δυσθραυστότητας του υλικού K_{VC} υπό συνδυασμένη καταπόνηση. Τέτοιες όμως τιμές δεν διατίθενται ή μπορεί να

παραχθούν με μεγάλο κόστος, με συνέπεια ως K_{IC} να λαμβάνεται συνήθως η τιμή K_{IC} του υλικού.

Στην περίπτωση που το ζητούμενο είναι ο προσδιορισμός του κρίσιμου φορτίου για δεδομένη ρωγμή, η λύση του προβλήματος εξάγεται άμεσα από τις εξισώσεις (2.3) και (2.4) λύνοντας ως προς την εφαρμοσμένη τάση όταν το μήκος της ρωγμής a είναι γνωστό. Για το Mode I π.χ. το κρίσιμο φορτίο αστοχίας προσδιορίζεται από την συνθήκη

$$\sigma_{\kappa\rho} = \frac{K_{IC}}{Y_I \left(\frac{a}{w} \right) \sqrt{\pi a}} \quad (2.5)$$

Οι τιμές του διορθωτικού παράγοντα $Y_I \left(\frac{a}{w} \right)$ είναι διαθέσιμες από πίνακες, ή προσδιορίζονται πειραματικά ή με αριθμητικές μεθόδους.

Όταν ζητούμενο είναι το κρίσιμο μήκος της ρωγμής για δεδομένο φορτίο καταπόνησης, τότε το πρόβλημα αντιστρέφεται και η λύση του προκύπτει λύνοντας ως προς το μήκος της ρωγμής και αντικαθιστώντας την μέγιστη τάση λειτουργίας του δομικού συστήματος

$$a_{\kappa\rho} = \frac{K_{IC}^2}{\pi \cdot \sigma_{\max}^2} \cdot \frac{1}{Y_I^2 \left(\frac{a}{w} \right)} \quad (2.6)$$

2.4 Μεθοδολογία προσέγγισης της διάρκειας ζωής σε συνθήκες κόπωσης

Το πρόβλημα του προσδιορισμού της διάρκειας ζωής ενός δομικού εξαρτήματος σε συνθήκες κόπωσης αντιμετωπίζεται με βάση τους νόμους της μηχανικής των θραύσεων σε τρία βήματα.

Το πρώτο βήμα αφορά στον προσδιορισμό του αρχικού μήκους της ρωγμής, μέσω ελέγχων στο στάδιο συντήρησης, ή μέσω παραδοχών κατά το στάδιο του σχεδιασμού. Στο στάδιο αυτό ο μηχανικός υποθέτει ένα αρχικό μήκος ρωγμής a_0 , το οποίο θεωρείται βέβαιο ότι θα είναι ανιχνεύσιμο κατά το στάδιο του ελέγχου. Το δεύτερο βήμα αφορά στον προσδιορισμό του κρίσιμου μήκους της ρωγμής, ενώ το τρίτο βήμα αφορά στην ολοκλήρωση της εξέλιξης της ρωγμής από το αρχικό μήκος a_0 μέχρι το κρίσιμο μήκος $a_{κρ}$ όπως σχηματικά παριστάνεται στο σκίτσο του Σχήματος 2.4.

Σχήμα 2.4: Εξέλιξη ρωγμής από αρχικό μήκος a_0 έως το κρίσιμο μήκος $a_{κρ}$

Για την ολοκλήρωση της εξέλιξης της ρωγμής πρέπει να είναι γνωστές όλες οι παράμετροι που επηρεάζουν την εξέλιξη της. Η λύση του προβλήματος αυτού αναζητάται στη μορφή:

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K) \quad (2.7)$$

όπου da/dN ο ρυθμός εξέλιξης της ρωγμής και ΔK το εύρος μεταβολής του συντελεστή έντασης τάσεων

$$\Delta K = Y\left(\frac{a}{w}\right) \Delta \sigma \sqrt{\pi a} \quad (2.8)$$

Η εξίσωση (2.8) υποδηλώνει ότι το φαινόμενο της εξέλιξης της ρωγμής είναι μη γραμμικό ακόμη και για σταθερό εύρος τάσεων $\Delta \sigma = const$, γιατί εκτός των άλλων ο διορθωτικός συντελεστής $Y\left(\frac{a}{w}\right)$ μεταβάλλεται με το μήκος της ρωγμής έντονα μη γραμμικά, ώστε το ολοκλήρωμα

$$\int_{N_0}^{N_B} dN = \int_{a_0}^{a_{kp}} \frac{da}{f(\Delta K)} \quad (2.9)$$

για τον προσδιορισμό των κύκλων διάρκειας ζωής $\Delta N_B = N_B - N_0$, να πρέπει να υπολογίζεται αριθμητικά. Στο Σχήμα 2.5 παριστάνεται σχηματικά η μεταβολή του μήκους μιας ρωγμής με το χρόνο, σε σχέση με την εφαρμοζόμενη τάση και τον συντελεστή έντασης τάσεων.

Σχήμα 2.5: Εξέλιξη ρωγμής σε σχέση με την εφαρμοζόμενη τάση και τον συντελεστή έντασης τάσεων

Για την ολοκλήρωση της εξέλιξης της ρωγμής η εκτίμηση του ρυθμού διάδοσής της παίζει σημαντικό ρόλο στον προσδιορισμό της διάρκειας ζωής. Αν τα φορτία λειτουργίας δεν είναι σταθερά μπορούν να γίνουν απλοποιήσεις χωρίς να λαμβάνονται υπόψη φαινόμενα επιτάχυνσης, ή επιβράδυνσης που συνδέονται με την αλληλουχία των φορτίων, ώστε να απαιτούνται συνεχώς διορθωτικές παρεμβάσεις, μέσω συστηματικών ελέγχων συντήρησης. Το μοντέλο που έχει αναπτυχθεί στο Εργαστήριο Τεχνολογίας και Αντοχής των Υλικών [28] λαμβάνει υπόψη την επίδραση της μεταβολής των μηχανικών ιδιοτήτων του υλικού λόγω της επιβολής μιας υπερφόρτισης στη διάδοση ρωγμών σε κόπωση. Το μοντέλο αυτό παρουσιάζεται εν συντομία στην επόμενη παράγραφο και χρησιμοποιείται επιτυχώς στην πρόβλεψη της διάδοσης ρωγμών σε κόπωση κάτω από φορτία μεταβαλλόμενου εύρους.

Αυτή η μεθοδολογία σχεδιασμού ενός δομικού στοιχείου, είναι γνωστή ως φιλοσοφία σχεδιασμού με ανοχή στη βλάβη. Ας σημειωθεί στο σημείο αυτό ότι η εξέλιξη της ρωγμής με την μεθοδολογία αυτή ανάγεται στην εξομοίωση της εξέλιξης της ρωγμής ανά κύκλο καταπόνησης. Ο έλεγχος του μήκους της ρωγμής κάθε χρονική στιγμή σε σχέση με το κρίσιμο μήκος της ρωγμής αποτελεί μέτρο της δομικής ακεραιότητας του δομικού στοιχείου.

2.5 Μοντέλο πρόβλεψης της διάρκειας ζωής

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζεται συνοπτικά το μοντέλο για τον υπολογισμό του ρυθμού διάδοσης ρωγμών, το οποίο αναπτύχθηκε στο Εργαστήριο Τεχνολογίας και Αντοχής των Υλικών του Πανεπιστημίου Πατρών [28]. Το μοντέλο αποδείχθηκε αρκετά αποτελεσματικό στον υπολογισμό της διάρκειας ζωής κατασκευών κάτω από πραγματικά φορτία λειτουργίας, λαμβάνοντας υπόψη την επιβράδυνση που επιφέρουν οι υπερφορτίσεις κατά τη διάρκεια λειτουργίας μιας κατασκευής. Η επιβράδυνση αυτή αποδίδεται στην δημιουργία πλαστικών ζωνών στην κορυφή της ρωγμής κατά την υπερφόρτιση και στη μεταβολή των μηχανικών του ιδιοτήτων του υλικού εξαιτίας των πλαστικών παραμορφώσεων.

Η βασική ιδέα (Σχήμα 2.6), πάνω στην οποία στηρίζεται το μοντέλο είναι ότι το όριο διαρροής (S_y) του υλικού εντός της πλαστικής ζώνης διαφέρει από σημείο σε σημείο εξαιτίας του διαφορετικού βαθμού των πλαστικών παραμορφώσεων. Ως πρώτη προσέγγιση θεωρήθηκε ότι το όριο διαρροής εντός της πλαστικής ζώνης μεταβάλλεται γραμμικά μεταξύ των τιμών S_y^* στην κορυφή της ρωγμής και S_{y0} στην περίμετρο της πλαστικής ζώνης. Για την εφαρμογή της παραπάνω ιδέας σε ένα μοντέλο διάδοσης ρωγμών σε κόπωση έγιναν οι εξής παραδοχές:

Σχήμα 2.6: Σχηματική αναπαράσταση μοντέλου διάδοσης ρωγμών Εργαστηρίου Τεχνολογίας και Αντοχής των Υλικών.

- α) Η διάδοση της ρωγμής γίνεται κάθετα στη διεύθυνση φόρτισης (Mode I)
- β) Το όριο διαρροής του υλικού μέσα στην πλαστική ζώνη μεταβάλλεται γραμμικά.
- γ) Η διάδοση της ρωγμής γίνεται βηματικά με θραύση στοιχειωδών όγκων του υλικού εμπρός από την κορυφή της ρωγμής
- δ) Η εκτίμηση της διάρκειας ζωής κάθε στοιχειώδους όγκου γίνεται σύμφωνα με κανόνες ολιγοκυκλικής κόπωσης, δηλαδή

$$\frac{d\alpha}{dN} \approx \frac{\omega_s}{\Delta N} \quad (2.10)$$

όπου ΔN είναι ο αριθμός των κύκλων, που απαιτούνται για την αστοχία του στοιχειώδους όγκου του υλικού με πλάτος ω_s . Στη σχέση (2.10) το υλικό στην περιοχή ω_s βρίσκεται σε συνθήκες ολιγοκυκλικής κόπωσης με πλάτος το εύρος της πλαστικής παραμόρφωσης $\Delta \varepsilon_{pm}$.

Η πλαστική ζώνη ω_s ενός κύκλου φόρτισης μπορεί να προσεγγιστεί από τη σχέση [61]:

$$\omega_s = \frac{1}{32} \pi \left(\frac{\Delta K}{S_y} \right)^2 \quad (2.11)$$

όπου ΔK είναι το εύρος του συντελεστή έντασης τάσεων και S_y το όριο διαρροής του υλικού, εντός του οποίου γίνεται η διάδοση της ρωγμής. Το όριο διαρροής S_y είναι συνάρτηση της θέσης του άκρου της ρωγμής a εντός της πλαστικής ζώνης ω^o της υπερφόρτισης. Στην αρχή της πλαστικής ζώνης το S_y έχει την τιμή S_y^* , ενώ στο τέλος της την τιμή S_{y0} του κυκλικού ορίου διαρροής του αρχικού υλικού. Για απλοποίηση της προσέγγισης του προβλήματος θεωρείται γραμμική μεταβολή του κυκλικού ορίου διαρροής S_y εντός της πλαστικής ζώνης της υπερφόρτισης από την S_y^* τιμή έως την τιμή S_{y0} . Τότε το όριο διαρροής σε κάθε σημείο της πλαστικής ζώνης δίνεται από τη σχέση:

$$S_y = S_y^* - \frac{\alpha + \omega_s/2 - \alpha^o}{\omega^o} (S_y^* - S_{y0}) \quad (2.12)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (2.12) στην (2.11) προκύπτει:

$$\omega_s = \frac{1}{32} \pi \left(\frac{\Delta K}{S_y^* - \frac{\alpha + \omega_s/2 - \alpha^o}{\omega^o} (S_y^* - S_{y0})} \right)^2 \quad (2.13)$$

Για τον υπολογισμό των απαιτούμενων κύκλων ΔN για την αστοχία του στοιχείου πλάτους ω_s εφαρμόζεται ο κανόνας των Manson-Coffin [62 – 63]. Σύμφωνα με τον κανόνα αυτόν ισχύει:

$$\Delta \varepsilon_{pm} \Delta N m = 2 \varepsilon'_f \quad (2.14)$$

όπου ε'_f είναι η παραμόρφωση θραύσης του πλαστικά παραμορφωμένου υλικού και m μια εμπειρική σταθερά.

Η ποσότητα $\Delta \varepsilon_{pm}$ στην εξίσωση (2.14) είναι η μέση τιμή της κατανομής $\Delta \varepsilon_p(x)$, του εύρους της πλαστικής παραμόρφωσης μέσα στην πλαστική ζώνη ω_s που αντιστοιχεί σε κάθε φόρτιση. Η κατανομή αυτή δίνεται προσεγγιστικά [64] στη μορφή:

$$\Delta \varepsilon_p(x) = \frac{\Delta \delta_t}{t} g\left(\frac{x}{\omega_s}\right), \quad 0 < x < \omega_s \quad (2.15)$$

όπου $\Delta \delta_t$ είναι το εύρος της μετατόπισης του ανοίγματος των χειλέων της ρωγμής (Crack Tip Opening Displacement), $g(x/\omega_s)$ μια αδιάστατη συνάρτηση κατανομής (shape function) και t μια παράμετρος, που θα υπολογιστεί πιο κάτω.

Η τιμή του $\Delta \delta_t$ μπορεί να προσεγγιστεί με τη βοήθεια της σχέσης:

$$\Delta \delta_t = \frac{\Delta K^2}{2ES_y} \quad (2.16)$$

όπου E είναι το μέτρο ελαστικότητας του υλικού.

Η συνάρτηση $g(x/\omega_s)$ έχει υπολογιστεί:

$$g(\xi) = \sqrt{1-\xi} - \frac{1}{2} \xi \log \left(\frac{1+\sqrt{1-\xi}}{1-\sqrt{1-\xi}} \right) \quad (2.17)$$

όπου $\xi = x/\omega_s$.

Από τη σχέση (2.14) υπολογίζεται το $\Delta \varepsilon_{pm}$:

$$\Delta \varepsilon_{pm} = \frac{1}{\omega_s} \int_0^{\omega_s} \Delta \varepsilon_p(x) dx \quad (2.18)$$

ενώ με τη βοήθεια των (2.15) και (2.16) έχουμε:

$$\Delta \varepsilon_{pm} = \frac{\Delta K^2}{2ES_y t} I \quad (2.19)$$

όπου:

$$I = \int_0^1 g(\xi) d\xi \approx 0.52 \quad (2.20)$$

Η παράμετρος t προκύπτει αν στη σχέση (2.19) αντικαταστήσουμε τα μεγέθη $\Delta \varepsilon_{pm}$ και ΔK με τα ανάλογα για διάδοση ρωγμής υπό στατική φόρτιση, δηλαδή με ε'_f και K_{cr} αντίστοιχα. Τότε:

$$t = \frac{K_{cr}^2}{2\varepsilon'_f ES_y} I \quad (2.21)$$

Έτσι η σχέση (2.19) γίνεται:

$$\Delta \varepsilon_{pm} = \left(\frac{\Delta K}{K_{cr}} \right)^2 \varepsilon'_f \quad (2.22)$$

και συνεπώς ο ζητούμενος αριθμός των κύκλων φόρτισης, οι οποίοι είναι απαραίτητοι, σύμφωνα με τον κανόνα Manson-Coffin είναι:

$$\Delta N = 2^{\frac{1}{m}} \left(\frac{K_{cr}}{\Delta K} \right)^{2/m} \quad (2.23)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (2.23) και (2.11) στην (2.10) υπολογίζεται ο προβλεπόμενος ρυθμός διάδοσης της ρωγμής.

$$\frac{da}{dN} = \frac{\pi}{32} \left(\frac{1}{2K_{cr}^2} \right)^{1/m} \frac{\Delta K^{2(1+1/m)}}{S_y^2} \quad (2.24)$$

Στη συνέχεια ορίζεται ένας συντελεστής επιβράδυνσης λ ως:

$$\lambda = \frac{(da/dN)_{ret}}{(da/dN)_{nom}} \quad (2.25)$$

όπου $(da/dN)_{ret}$ είναι ο πραγματικός (επιβραδυσμένος) ρυθμός διάδοσης μιας ρωγμής, που διαδίδεται εντός της πλαστικής ζώνης λόγω υπερφόρτισης (Σχήμα 2.7a) και $(da/dN)_{nom}$ είναι ο ρυθμός διάδοσης μιας ρωγμής με το ίδιο μήκος a , η οποία διαδίδεται κάτω από το ίδιο φάσμα φόρτισης, αλλά στο αρχικό υλικό, δηλαδή χωρίς να έχει προηγηθεί υπερφόρτιση (Σχήμα 2.7). Ο συντελεστής λ εξαρτάται από τη θέση του στοιχείου εντός της πλαστικής ζώνης.

Εφαρμογή της εξίσωσης (2.25) για το υλικό της πλαστικής ζώνης της υπερφόρτισης και για το αρχικό υλικό οδηγεί στη συνθήκη:

$$\lambda = \left(\frac{S_{y0}}{S_y} \right)^2 \quad (2.26)$$

Στη σχέση αυτή S_{y0} είναι η τιμή του κυκλικού ορίου διαρροής του αρχικού υλικού και S_y η τοπική τιμή του κυκλικού ορίου διαρροής, που αντιστοιχεί σε κάθε σημείο εντός της πλαστικής ζώνης της υπερφόρτισης (Σχήμα 2.6). Έτσι με βάση τις σχέσεις (2.25) και (2.26) μπορεί να γίνει ο υπολογισμός του ρυθμού διάδοσης της ρωγμής μέσα στην πλαστική ζώνη της υπερφόρτισης.

2.6 Δομική ακεραιότητα

Το πρόβλημα της δομικής ακεραιότητας ενός δομικού εξαρτήματος με βάση το σχεδιασμό με ανοχή στην βλάβη αφορά στην συσχέτιση του πραγματικού μήκους της ρωγμής με το κρίσιμο μήκος αυτής, ή το φορτίο καταπόνησης με την πραγματική αντοχή του δομικού εξαρτήματος. Η πραγματική αντοχή πέφτει με τη μηχανική κόπωση του δομικού εξαρτήματος αλλά και με την επίδραση των συνθηκών λειτουργίας όπως είναι το διαβρωτικό περιβάλλον, τα φαινόμενα ερπυσμού κ.α., τα οποία εξελίσσονται βαθμιαία με τον χρόνο λειτουργίας. Η ποσοτική τους αποτίμηση είναι δύσκολη γιατί οι μηχανισμοί υποβάθμισης που λαμβάνουν χώρα κάθε φορά είναι άγνωστοι. Η ποσοτική αποτίμηση της δομικής ακεραιότητας είναι στενά συνδεδεμένη με την ποιοτική εκτίμηση της απομένουσας αντοχής ή με τον ακριβή υπολογισμό του μήκους της ρωγμής με τον χρόνο, ο οποίος όπως διατυπώσαμε παραπάνω εξαρτάται έντονα από τις απλοποιήσεις του προβλήματος, την εκτίμηση του ρυθμού εξέλιξης da/dN , αλλά και από την σωστή αποτίμηση των φορτίων λειτουργίας και της εισαγωγής τους στον νόμο εξέλιξης και ολοκλήρωσης της διάδοσης της ρωγμής.

Παίρνοντας ως αρχή πρώτον ότι η βλάβη (ρωγμή) ανά κύκλο καταπόνησης συσσωρεύεται (αύξηση της ρωγμής) και όταν αυτή φθάσει μια κρίσιμη τιμή το υλικό αστοχεί, δεύτερον ότι η βλάβη ανά κύκλο καταπόνησης εξαρτάται από το εύρος ΔK και άρα από το μέγεθος $\Delta \sigma$ και το μήκος της ρωγμής, και τρίτον ότι το φαινόμενο της συσσώρευσης της βλάβης είναι ένα έντονα μη γραμμικό φαινόμενο ή ακόλουθη προσέγγιση του προβλήματος της εκτίμησης της δομικής ακεραιότητας δομικών στοιχείων που υπόκεινται σε έντονα μεταβαλλόμενες συνθήκες καταπόνησης οδηγεί σε πιο παραδεκτά συμπεράσματα. Η προσέγγιση αφορά στην διακριτοποίηση του χρόνου λειτουργίας σε πεπερασμένα χρονικά διαστήματα. Εντός κάθε χρονικού διαστήματος Δt τα φορτία λειτουργίας διακριτοποιούνται σε ολοκληρωμένους κύκλους καταπόνησης, όπου καθορίζονται οι υπερφορτίσεις και η επίδρασή τους στην εξέλιξη της ρωγμής, εντός του χρονικού διαστήματος.

3

Μεθοδολογία ανάπτυξης υπερ-στοιχείων για την ανάλυση τάσεων κατασκευών με πολλαπλή βλάβη

Για την μελέτη της μηχανικής συμπεριφοράς ρηγματωμένων δομικών στοιχείων, τον υπολογισμό της εξέλιξης της βλάβης και την εκτίμηση της εναπομένουσας αντοχής της, είναι απαραίτητη η ανάλυση των τάσεων και ο υπολογισμός των συντελεστών έντασης τάσεων στις κορυφές των ρωγμών. Στην παρούσα εργασία εφαρμόστηκε η μέθοδος της καθολικής / τοπικής ανάλυσης σε δομικά εξαρτήματα που υπόκεινται σε συνθήκες πολλαπλής βλάβης με ανάπτυξη κατάλληλων υπερ-στοιχείων. Αν και η τεχνική των υπερ-στοιχείων της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων δεν είναι νέα, στην παρούσα εργασία η εφαρμογή της παρουσιάζει σημαντικές καινοτομίες. Μεταξύ αυτών είναι:

- Ανάπτυξη κατάλληλων υπερ-στοιχείων για την μοντελοποίηση τυπικών αεροπορικών δομικών στοιχείων, ενισχυμένων ή μη, που παρουσιάζουν πολλαπλή βλάβη.
- Εφαρμογή σε προβλήματα ρηγματωμένων κατασκευών, χρησιμοποιώντας κατάλληλη επιλογή κόμβων για τα υπερ-στοιχεία, ώστε να είναι δυνατός ο υπολογισμός των συντελεστών έντασης τάσεων στις ρωγμές.
- Επιλογή υπερ-στοιχείων κατάλληλης γεωμετρίας ώστε να προσφέρουν το μεγαλύτερο δυνατό υπολογιστικό κέρδος σε προβλήματα πολλαπλής βλάβης.
- Συνδυασμός των υπερ-στοιχείων με απλά πεπερασμένα στοιχεία για τον υπολογισμό των τάσεων στα σημεία πιθανής έναρξης ρωγμών.
- Ανάπτυξη κατάλληλης μεθοδολογίας για τον προσεγγιστικό υπολογισμό των ελαστο-πλαστικών μεγεθών που είναι απαραίτητα για την εφαρμογή του κριτηρίου

συνένωσης ρωγμών, το οποίο παρουσιάζεται σε επόμενο κεφάλαιο. Έτσι ξεπερνιέται η εγγενής αδυναμία της τεχνικής για μη-γραμμική ανάλυση.

Στο κεφάλαιο αυτό αρχικά παρουσιάζεται η στρατηγική της ανάπτυξης υπερ-στοιχείων και ο τρόπος υπολογισμού των μητρώων δυσκαμψίας τους. Στη συνέχεια περιγράφεται η εφαρμογή της μεθοδολογίας στην περίπτωση ρηγματωμένων κατασκευών και η σύγκριση των αριθμητικών αποτελεσμάτων της με αποτελέσματα από την εφαρμογή της κλασικής μέθοδου της πλήρους διακριτοποίησης με πεπερασμένα στοιχεία σε εξαρτήματα με πολλαπλή βλάβη. Η μέθοδος εφαρμόζεται σε ειδικές περιπτώσεις συνδεσμολογιών ελασμάτων με ηλώσεις όπως είναι π.χ. οι επικαλυπτόμενοι σύνδεσμοι (lap-joint) και τα ενισχυμένα με νευρώσεις ελάσματα. Τέλος η μέθοδος χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των κρίσιμων μεγεθών που απαιτούνται για την πρόβλεψη της έναρξης και συνένωσης ρωγμών.

Το διάγραμμα ροής της εφαρμογής της μεθόδου των υπερ-στοιχείων της για τον υπολογισμό των τάσεων και των συντελεστών έντασης τάσεων σε μια πολλαπλά ρηγματωμένη πλάκας παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.1.

3.1 Στρατηγική ανάπτυξης υπερ-στοιχείων για την ανάλυση ελασμάτων με πολλαπλή βλάβη

Η στρατηγική ανάπτυξης κατάλληλων υπερ-στοιχείων για την ανάλυση σύνθετων δομικών εξαρτημάτων, όπως αυτά που περιλαμβάνονται στη δομή ενός αεροσκάφους, ή στη δομή ενός λεπτότοιχου πιεστικού δοχείου κλπ., βασίζεται στην παρατήρηση ότι η γεωμετρία τους μπορεί να χωριστεί σε υπο-περιοχές με παρόμοια χαρακτηριστικά δομής, υλικών ή συνδεσμολογιών. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η ανάλυση ενισχυμένων με νευρώσεις ελασμάτων, τα οποία έχουν συνδεθεί με την τεχνική των ηλωτών συνδέσμων, όπως παριστάνεται σχηματικά στο Σχήμα 3.2.

Σχήμα 3.2: Σύνδεση ελασμάτων ενισχυμένη με νευρώση

Η περιοχή της συνδεσμολογίας ως υπο-περιοχή της συνολικής γεωμετρίας της δομής, μπορεί να διακριτοποιηθεί με κατάλληλα επιλεγμένα υπερ-στοιχεία, που να επιτρέπουν με ικανοποιητική αξιοπιστία την καθολική / τοπική ανάλυση του προβλήματος. Για την διακριτοποίηση των ελασμάτων με σειρές οπών και πολλαπλή βλάβη επιλέγονται κατάλληλα εννέα χαρακτηριστικές γεωμετρίες υπερ-στοιχείων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.3. Η επιλογή των υπερ-στοιχείων των ελασμάτων γίνεται

με γνώμονα την καλύτερη προσέγγιση της προσομοίωσης της συσσώρευσης πολλαπλής βλάβης, την κατά το δυνατόν απλή εφαρμογή κριτηρίων συνένωσης των ρωγμών και την οικονομική από πλευράς υπολογιστικού κόστους αριθμητική ανάλυση των τάσεων και υπολογισμό των συντελεστών έντασης τάσεων δίχως να επηρεάζεται η ακρίβεια της λύσης. Κατάλληλα υπερ-στοιχεία για τη διακριτοποίηση των ελασμάτων με σειρές οπών με ή δίχως ρωγμές, όπως αυτές των ηλωτών συνδέσεων, αποτελούν οι περιοχές ανάμεσα σε δύο γειτονικές οπές, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.3. Με σύνθεση των υπερ-στοιχείων αυτών προκύπτει το μοντέλο ολόκληρης της γεωμετρίας της υπο-περιοχής.

Σχήμα 3.3: Διαφορετικοί τύποι υπερ-στοιχείων, απαραίτητοι για τη μοντελοποίηση της βασικής γεωμετρίας τυπικών ηλωτών συνδέσεων με πολλαπλή βλάβη

Τα βασικά γεωμετρικά μεγέθη των υπερ-στοιχείων που αναπτύχθηκαν για τη μοντελοποίηση ηλωτών συνδέσμων περιγράφονται με το οριζόντιο βήμα (W), το κατακόρυφο βήμα (H), την απόσταση της οπής από το άκρο της πλάκας (W_e), την ακτίνα των οπών (r) και τα μήκη των ρωγμών (a_x), όπως φαίνονται στο Σχήμα 3.4.

3.2 Μεθοδολογία υπολογισμού του μητρώου δυσκαμψίας του υπερ-στοιχείου

Ο υπολογισμός του μητρώου δυσκαμψίας του υπερ-στοιχείου στηρίζεται στην τεχνική συρρίκνωσης των μητρώων δυσκαμψίας της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Για την εφαρμογή της τεχνικής αυτής είναι απαραίτητη η ανάπτυξη ενός μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων για την υπο-περιοχή την οποία αντιπροσωπεύει κάθε υπερ-στοιχείο. Για την μοντελοποίηση στην περίπτωση των ηλωτών συνδέσεων χρησιμοποιούνται στοιχεία κελύφους (shell elements), με τέσσερις ή οκτώ κόμβους, όπως αυτά που φαίνονται στο Σχήμα 3.5. Τα στοιχεία αυτά έχουν έξι βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο, τρεις μετατοπίσεις και τρεις στροφές.

Σχήμα 3.5: Στοιχεία κελύφους με (α) τέσσερις ή (β) οκτώ κόμβους

Η μοντελοποίηση της περιοχής στην κορυφή κάθε ρωγμής γίνεται με τη βοήθεια ιδιόμορφων τριγωνικών στοιχείων, δηλαδή στοιχείων στα οποία ο μεσαίος κόμβος έχει μετατοπιστεί στο ένα τέταρτο της απόστασης προς την πλευρά της κορυφής της ρωγμής, ώστε να μπορεί να προσεγγιστεί με ακρίβεια η ιδιομορφία $1/\sqrt{r}$ της κατανομής των τάσεων στην κορυφή της ρωγμής. Ένα τέτοιο στοιχείο παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.6.

Σχήμα 3.6: Ιδιόμορφο τριγωνικό στοιχείο

Τέλος πρέπει να σημειωθεί ότι η πυκνότητα της διακριτοποίησης πρέπει να είναι αρκετά μεγάλη ώστε να αποδώσει ικανοποιητικά την μεταβολή των τάσεων τόσο στις οπές, όσο κυρίως στις κορυφές των ρωγμών.

Για κάθε υπερ-στοιχείο του Σχήματος 3.3 αναπτύσσεται ένα πλήρες μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων κατάλληλο να περιγράψει τη συμπεριφορά της συγκεκριμένης υπο-κατασκευής και την ιδιομορφία στο τασικό πεδίο που αυτή εμπεριέχει, λόγω της ύπαρξης ρωγμής. Τα ειδικά αυτά μοντέλα παρουσιάζονται στο Σχήμα 3.7 και η αρίθμηση τους (α – θ) αντιστοιχεί στην αρίθμηση του Σχήματος 3.3.

Τα ειδικά μοντέλα αυτά είναι αναγκαία για τον υπολογισμό των μητρώων δυσκαμψίας των υπερ-στοιχείων.

Σχήμα 3.7: Μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων διαφορετικών τύπων υπερ-στοιχείων.

Μια λεπτομέρεια της διακριτοποίησης στην περιοχή μιας ρωγμής παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.8. Ειδική μέριμνα λαμβάνεται και για τη διακριτοποίηση των περιοχών γύρω από οπές, λόγω συγκέντρωσης των τάσεων.

Σχήμα 3.8: Διακριτοποίηση στην περιοχή της ρωγμής

Η υπο-περιοχή του πλήρους μοντέλου του υπερ-στοιχείου περιλαμβάνει δύο ομάδες κόμβων. Στην πρώτη ομάδα ανήκουν οι «κύριοι» (master) κόμβοι του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων του υπερ-στοιχείου, οι οποίοι διατηρούνται μετά από τη συρρίκνωση των μητρώων δυσκαμψίας και οι οποίοι αποτελούν ουσιαστικά τους κόμβους του υπερ-στοιχείου. Οι βαθμοί ελευθερίας των κύριων κόμβων ονομάζονται «κύριοι βαθμοί ελευθερίας». Στη δεύτερη ομάδα ανήκουν οι υπόλοιποι κόμβοι που ονομάζονται εξαρτημένοι (slave nodes) και οι οποίοι απαλείφονται με την εφαρμογή της τεχνικής της συρρίκνωσης των μητρώων.

Η επιλογή των κύριων κόμβων γίνεται με τα εξής κριτήρια:

- οι συνοριακοί κόμβοι των υπερ-στοιχείων να είναι μεταξύ τους συμβιβαστοί, ώστε να επιτυγχάνεται η μεταφορά των παραμορφώσεων μεταξύ των γειτονικών υπερ-στοιχείων,
- την κατά το δυνατόν οικονομικότερη από πλευράς υπολογιστικού κόστους της κατανομής των τάσεων στην γύρω περιοχή των οπών (για το σκοπό αυτό κατά μήκος της περιφέρειας της οπής ορίζονται κύριοι κόμβοι μόνο στη μισή περιφέρεια, καθώς από την υπόλοιπη δεν γίνεται μεταφορά δυνάμεων από τους ήλους) και
- τον κατά το δυνατόν ακριβή υπολογισμό των συντελεστών έντασης τάσεων. Για το λόγο αυτό στην κορυφή κάθε ρωγμής ορίζονται κύριοι βαθμοί ελευθερίας σε πέντε κόμβους όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.9. Οι κόμβοι αυτοί βρίσκονται από δύο σε κάθε πλευρά της ελεύθερης επιφάνειας της ρωγμής και ένας στην κορυφή της

ρωγμής. Οι μετατοπίσεις των κόμβων αυτών είναι απαραίτητες για τον υπολογισμό των συντελεστών έντασης τάσεων.

Σχήμα 3.9: Κύριοι βαθμοί ελευθερίας στην κορυφή ρωγμής

Στο Σχήμα 3.10 παριστάνονται μια τυπική υπο-περιοχή, ο ορισμός ενός υπερ-στοιχείου, καθώς και οι κύριοι κόμβοι και οι εξαρτημένοι κόμβοι του υπερ-στοιχείου. Για τον προσδιορισμό της δυσκαμψίας του υπερ-στοιχείου χρησιμοποιείται η λύση στη μητρωϊκή μορφή:

$$[K_{tot}] \{u_{tot}\} = \{F_{tot}\} \quad (3.1)$$

Σχήμα 3.10: Ορισμός υπερ-στοιχείων, κύριων και βοηθητικών βαθμών ελευθερίας. (α) Υπο-περιοχή, (β) πλήρης διακριτοποίηση υπο-περιοχής και (γ) υπερ-στοιχείο.

όπου $[K_{tot}]$ είναι το ολικό μητρώο δυσκαμψίας των υπερ-στοιχείων $n \times n$, $\{u_{tot}\}$ το διάνυσμα των μετατοπίσεων των κόμβων τάξης n και $\{F_{tot}\}$ το διάνυσμα των δυνάμεων των κόμβων της υπο-περιοχής, των οποίων η διάσταση εξαρτάται από τους συνολικούς βαθμούς ελευθερίας του μοντέλου. Το σύστημα αυτό των εξισώσεων, μπορεί να χωριστεί σε δύο ομάδες, εκ των οποίων η πρώτη εμπεριέχει τους κύριους βαθμούς ελευθερίας (master degrees of freedom " m "), ενώ η δεύτερη τους εξαρτημένους βαθμούς ελευθερίας (slave degrees of freedom " s "). Οι κύριοι βαθμοί ελευθερίας συμβολίζονται με το δείκτη " m ", ενώ οι εξαρτημένοι με το δείκτη " s ". Έτσι η σχέση (3.1) μπορεί να τροποποιηθεί ως εξής:

$$\begin{bmatrix} [K_{mm}] & [K_{ms}] \\ [K_{sm}] & [K_{ss}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_m\} \\ \{u_s\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_m\} \\ \{F_s\} \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

Με ανάπτυξη το σύστημα αυτό δίνει:

$$[K_{mm}]\{u_m\} + [K_{ms}]\{u_s\} = \{F_m\} \quad (3.3)$$

$$[K_{sm}]\{u_m\} + [K_{ss}]\{u_s\} = \{F_s\} \quad (3.4)$$

Από την επίλυση της εξίσωσης (3.4) μπορούν να υπολογιστούν οι μετατοπίσεις των δευτερευόντων (εσωτερικών) κόμβων $\{u_s\}$ σαν συνάρτηση των μετατοπίσεων των κύριων (εξωτερικών) κόμβων καθώς και του μητρώου φόρτισης:

$$\{u_s\} = [K_{ss}]^{-1} \{F_s\} - [K_{ss}]^{-1} [K_{sm}]\{u_m\} \quad (3.5)$$

Αντικαθιστώντας το διάνυσμα $\{u_s\}$ στην εξίσωση (3.3):

$$[K_{mm}] - [K_{ms}] [K_{ss}]^{-1} [K_{sm}]\{u_m\} = \{F_m\} - [K_{ms}] [K_{ss}]^{-1} \{F_s\} \quad (3.6)$$

ή

$$\{F_m\} = [K']\{u_m\} + \{R\} \quad (3.7)$$

όπου:

$$[K'] = [K_{mm}] - [K_{ms}] [K_{ss}]^{-1} [K_{sm}] \quad (3.8)$$

$$\{R\} = [K_{ms}] [K_{ss}]^{-1} \{F_s\} \quad (3.9)$$

Η σχέση (3.7) εκφράζει την καταστατική εξίσωση του υπερ-στοιχείου για την καθολική ανάλυση, στο οποίο εμπεριέχεται το πλήρες σύστημα των υπο-στοιχείων, που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την τοπική ανάλυση του προβλήματος. Αντίστοιχα υπερ-στοιχεία μπορούν να διατυπωθούν σε όλες τις υπο-περιοχές της κατασκευής ώστε να προκύψει το μοντέλο καθολικής ανάλυσης της δομής, το οποίο περιλαμβάνει μόνο τους κύριους βαθμούς ελευθερίας και έτσι επιτυγχάνεται σημαντική μείωση του υπολογιστικού χρόνου.

3.3 Τοπική ανάλυση τάσεων – προσδιορισμός των Συντελεστών Έντασης Τάσεων (ΣΕΤ)

Η τοπική ανάλυση των τάσεων και ο προσδιορισμός των συντελεστών έντασης τάσεων ανάγεται με την προτεινόμενη μεθοδολογία σε επίπεδο ανάλυσης των υπερ-στοιχείων. Ο υπολογισμός του συντελεστή έντασης τάσεων μιας ρωγμής σε μια ελαστική ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία βασίζεται στις μετατοπίσεις που υπολογίζονται στην περιοχή της κορυφής της ρωγμής. Οι μετατοπίσεις αυτές για γραμμικά ελαστικά υλικά είναι [65]:

$$u = \frac{K_I}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left((2\kappa - 1) \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{K_{II}}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left((2\kappa + 3) \sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right) + 0(r) \quad (3.10)$$

$$v = \frac{K_I}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left((2\kappa - 1) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{K_{II}}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left((2\kappa + 3) \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right) + 0(r) \quad (3.11)$$

$$w = \frac{K_{III}}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} + 0(r) \quad (3.12)$$

όπου u , v , w είναι οι μετατοπίσεις στο τοπικό καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων στην κορυφή της ρωγμής, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.1, r , θ είναι οι τοπικές κυλινδρικές συντεταγμένες, G είναι το μέτρο διάτμησης του υλικού, K_I , K_{II} , K_{III} είναι οι συντελεστές έντασης τάσεων για τους τρεις βασικούς τύπους καταπόνησης ρωγμής (mode I, mode II και mode III), κ είναι ένας συντελεστής, ο οποίος παίρνει

τιμές ίσες με $3-4\nu$ ή $\frac{3\nu}{1+\nu}$ για την περίπτωση της επίπεδης κατάστασης παραμόρφωσης και της επίπεδης εντατικής κατάστασης, αντίστοιχα, ν είναι ο λόγος Poisson του υλικού και $0(r)$ είναι όροι ανώτερης τάξεως.

Σχήμα 3.11: Τοπικό καρτεσιανό και κυλινδρικό σύστημα στην κορυφή της ρωγμής

Υπολογίζοντας τις τιμές των μετατοπίσεων u , v και w για γωνία $\theta = \pm 180^\circ$ και απαλείφοντας τους όρους ανώτερης τάξεως οι εξισώσεις (3.10) έως (3.12) γίνονται:

$$u = \pm \frac{K_{II}}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (1 + \kappa) \quad (3.13)$$

$$v = \pm \frac{K_I}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (1 + \kappa) \quad (3.14)$$

$$w = \pm \frac{K_{III}}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \quad (3.15)$$

Επιλύνοντας τις εξισώσεις (3.13) έως (3.15) ως προς τους ζητούμενους συντελεστές έντασης τάσεων προκύπτει:

$$K_I = \sqrt{2\pi} \frac{G}{1 + \kappa} \frac{|\Delta v|}{\sqrt{r}} \quad (3.16)$$

$$K_{II} = \sqrt{2\pi} \frac{G}{1 + \kappa} \frac{|\Delta u|}{\sqrt{r}} \quad (3.17)$$

$$K_{III} = \sqrt{2\pi} \frac{G}{1+\kappa} \frac{|\Delta w|}{\sqrt{r}} \quad (3.18)$$

όπου $|\Delta v|$, $|\Delta u|$ και $|\Delta w|$ είναι οι σχετικές μετατοπίσεις των χειλέων της ρωγμής. Για να προκύψει π.χ. ο συντελεστής K_I , από τη σχέση (3.16) πρέπει να υπολογιστεί πρώτα ο όρος $\frac{|\Delta v|}{\sqrt{r}}$. Αυτό γίνεται με βάση τις μετατοπίσεις των κόμβων στην κορυφή

της ρωγμής. Στην κορυφή της ρωγμής ο όρος $\frac{|\Delta v|}{\sqrt{r}}$ προσεγγίζεται με την απλοποιημένη συνάρτηση :

$$\frac{|\Delta v|}{\sqrt{r}} = A + Br \quad (3.19)$$

όπου ο συντελεστής A εκφράζει το όριο για $r \rightarrow 0$:

$$A = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{|\Delta v|}{\sqrt{r}} \quad (3.20)$$

Οι τιμές του B προκύπτουν από τη σχετική μετατόπιση δύο ζευγών κόμβων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.12. Αντικαθιστώντας στην εξίσωση 3.16 παίρνουμε για τον συντελεστή έντασης τάσεων K_I την εξίσωση:

$$K_I = \sqrt{2\pi} \frac{GA}{1+\kappa} \quad (3.21)$$

Αντίστοιχες εκφράσεις μπορούν να διατυπωθούν και για τους συντελεστές έντασης τάσεων K_{II} και K_{III} .

Σχήμα 3.12: Κόμβοι στην κορυφή της ρωγμής

3.4 Επαλήθευση και αξιολόγηση μεθοδολογίας

Η ακρίβεια της μεθοδολογίας των υπερ-στοιχείων που αναπτύχθηκε παραπάνω εξετάζεται στο παράδειγμα μιας πολλαπλά ρηγματωμένης ορθογωνικής πλάκας με τρεις σειρές οπών, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.13. Η αξιολόγηση θα γίνει με σύγκριση των αριθμητικών αποτελεσμάτων που προκύπτουν με την κλασική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων, όπου όλη η πλάκα διακριτοποιείται σε ένα πλήρες μοντέλο. Η πλάκα διαστάσεων $200 \times 60 \times 1 \text{ mm}^3$, εμπεριέχει τρεις σειρές και δέκα στήλες οπών με διάμετρο οπών 4 mm. Σε κάθε οπή υπάρχουν αντιδιαμετρικά ρωγμές μήκους 2 mm. Το οριζόντιο και το κατακόρυφο βήμα των οπών είναι 20 mm. Η πλάκα είναι πακτωμένη στην κάτω πλευρά, ενώ στην άνω πλευρά εφαρμόζεται σταθερή τάση 100 MPa.

Σχήμα 3.13: Γεωμετρία πλάκας

Για την ανάλυση της πλάκας με την κλασική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων αναπτύχθηκε ένα πλήρες μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων που παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.14(α), ενώ στο Σχήμα 3.14(β) παριστάνεται η διακριτοποίηση της πλάκας με τη βοήθεια των χαρακτηριστικών υπερ-στοιχείων.

Στον Πίνακα 3.1, που ακολουθεί, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που αφορούν στους συντελεστές έντασης τάσεων K_I , που υπολογίστηκαν με την κλασική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων και με τη χρήση υπερ-στοιχείων. Η αρίθμηση των ρωγμών παρουσιάζεται στο σχήμα δίπλα στον Πίνακα 3.1.

(α)

(β)

Σχήμα 3.14: Μοντέλο ΠΣ ρηγματωμένης πλάκας: (α) Κλασική μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων και (β) μέθοδος υπερ-στοιχείων

Πίνακας 3.1: Συντελεστές έντασης τάσεων K_I από την κλασική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων και τη μεθοδολογία υπερ-στοιχείων

	K_I (MPa $\sqrt{\text{mm}}$)	
	Πλήρες μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων	Μεθοδολογία υπερ-στοιχείων
Ρωγμή 1	381.9	381.9
Ρωγμή 2	400.4	400.4
Ρωγμή 3	392.6	392.6
Ρωγμή 4	387.8	387.8
Ρωγμή 5	394.8	394.8
Ρωγμή 6	380.7	380.7

Από τον Πίνακα 3.1 γίνεται φανερό ότι τα αποτελέσματα που λαμβάνονται με χρήση της μεθοδολογίας των υπερ-στοιχείων είναι ταυτόσημα με αυτά της κλασικής μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Η ταυτότητα των αποτελεσμάτων οφείλεται

στους εξής λόγους: α) για τον υπολογισμό της δυσκαμψίας του υπερ-στοιχείου χρησιμοποιήθηκε η ίδια διακριτοποίηση με αυτήν του πλήρους μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων και β) κατά τη διαδικασία συρρίκνωσης των μητρώων δυσκαμψίας των υπερ-στοιχείων όλοι οι οριακοί κόμβοι των υπερ-στοιχείων ορίστηκαν σαν “κύριοι” κόμβοι.

Για την ανάλυση της πλάκας με την κλασική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιήθηκαν 15300 στοιχεία με συνολικά 43971 κόμβους (Σχήμα 3.14 (α)). Για την αποθήκευση του μοντέλου στο σκληρό δίσκο του υπολογιστή χρειάστηκαν 22.1 Mbytes, ενώ το συνολικό μέγεθος των αρχείων για την επίλυση του συστήματος είναι 462 Mbytes και ο χρόνος για την επίλυση του μοντέλου ήταν 375 sec σε υπολογιστή Pentium IV 1.7 GHz με 768 Mbytes μνήμη RAM.

Για την επίλυση του ίδιου προβλήματος με τη μεθοδολογία των υπερ-στοιχείων δημιουργήθηκε μοντέλο από 33 υπερ-στοιχεία με συνολικά 3246 κόμβους (Σχήμα 3.14(β)). Ο χώρος στο σκληρό δίσκο, τον οποίο κατέλαβε το μοντέλο της πλάκας, καθώς και τα αρχεία που δημιουργήθηκαν κατά τον υπολογισμό των μητρώων των υπερ-στοιχείων, ήταν συνολικά 61.8 Mbytes. Για την επίλυση του μοντέλου χρειάστηκαν συνολικά 123 Mbytes και 182 sec, χρησιμοποιώντας τον ίδιο υπολογιστή που περιγράφηκε παραπάνω. Στον Πίνακα 3.2 παρουσιάζονται συγκεντρωμένα τα στοιχεία που αφορούν τους δύο τύπους μοντέλων.

Πίνακας 3.2: Στοιχεία ανάλυσης με την κλασική μέθοδο ΠΣ και τη μέθοδο υπερ-στοιχείων

	Κλασική μέθοδος	Μέθοδος Υπερ-στοιχείων	Διαφορά (%)
Αριθμός κόμβων	43971	3246	-92,6
Αριθμός στοιχείων	15300	33	-99,8
Μέγεθος μοντέλου (Mbyte)	22.1	61.8*	+179
Συνολική απαιτούμενη χωρητικότητα (Mbyte)	462	123	-73.4
Χρόνος λύσης (sec)	375	182	-51.5

*Συμπεριλαμβάνονται τα αρχεία των υπερ-στοιχείων

Από τον πίνακα αυτό γίνονται φανερά τα πλεονεκτήματα της προτεινόμενης μεθοδολογίας. Η μείωση που παρατηρείται σε σχέση με την κλασική μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, όσον αφορά το μέγεθος των αρχείων στον ηλεκτρονικό υπολογιστή ανέρχεται σε 73.4%. Ακόμη σημαντικότερη είναι η μείωση του απαραίτητου για τη επίλυση του μοντέλου υπολογιστικού χρόνου, η οποία φτάνει το 51.5%. Η μείωση του υπολογιστικού χρόνου επίλυσης αναμένεται να είναι σημαντικότερη στην περίπτωση της διάδοσης ρωγμών σε συνθήκες κόπωσης, όπου είναι απαραίτητες επαναληπτικές λύσεις και αναδιακριτοποιήσεις της περιοχής ανάλυσης.

Μια παραμετρική μελέτη για διάφορα μεγέθη πολλαπλά ρηγματωμένων πλακών τα οποία αναλύθηκαν με τη μεθοδολογία των υπερ-στοιχείων και την κλασική μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων έδειξαν πως η χρήση υπερ-στοιχείων επιφέρει μεγάλη μείωση, τόσο του μεγέθους του μοντέλου, όσο κυρίως του απαραίτητου υπολογιστικού χρόνου. Οι πλάκες οι οποίες αναλύθηκαν είχαν τρεις σειρές οπών και αριθμό στηλών από μία έως δέκα. Σε κάθε οπή θεωρήθηκαν δύο ίδιες ρωγμές. Τα αποτελέσματα αυτής της παραμετρικής μελέτης παρουσιάζονται στα Σχήματα 3.15 και 3.16.

Σχήμα 3.15: Αποτελεσματικότητα της μεθόδου όσον αφορά στο συνολικό αριθμό κόμβων σε συνάρτηση με το μέγεθος του εξεταζόμενου προβλήματος

Στο Σχήμα 3.15 φαίνεται η αποτελεσματικότητα της μεθοδολογίας των υπερ-στοιχείων όσον αφορά το μέγεθος του χρησιμοποιούμενου μοντέλου. Παρουσιάζεται η μεταβολή του αριθμού των κόμβων του πλήρους μοντέλου και του μοντέλου με υπερ-στοιχεία, σε συνάρτηση του αριθμού των στηλών των οπών. Σε κάθε περίπτωση το μέγεθος του μοντέλου που προκύπτει από την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου είναι σημαντικά μικρότερο του αντίστοιχου των πεπερασμένων στοιχείων.

Σχήμα 3.16: Αποτελεσματικότητα της μεθοδολογίας όσον αφορά το απαραίτητο για την επίλυση υπολογιστικό χρόνο

Στο Σχήμα 3.16 παρουσιάζεται η αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης μεθοδολογίας όσον αφορά τον υπολογιστικό χρόνο. Στο διάγραμμα συγκρίνεται ο συνολικός χρόνος για τον υπολογισμό των υπερ-στοιχείων και την επίλυση του μοντέλου υπερ-στοιχείων με τον αντίστοιχο χρόνο επίλυσης του πλήρους μοντέλου. Είναι φανερό πως η χρήση της μεθοδολογίας υπερ-στοιχείων απαιτεί πολύ μικρότερους υπολογιστικούς χρόνους επίλυσης σε σχέση με την κλασική μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων για όλες τις περιπτώσεις που εξετάστηκαν. Το πλεονέκτημα αυτό γίνεται μεγαλύτερο, όσο μεγαλύτερο γίνεται και το μέγεθος του εξεταζόμενου προβλήματος. Επομένως, η μεθοδολογία των υπερ-στοιχείων είναι ιδανική για την ανάλυση προβλημάτων ρηγματωμένων κατασκευών οι οποίες περιλαμβάνουν πολύ

μεγάλο αριθμό ρωγμών. Τέτοιες δομές, των οποίων η ανάλυση σε κάποιες περιπτώσεις θα ήταν πρακτικά αδύνατη με την κλασική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων, μοντελοποιούνται εύκολα με εφαρμογή της προτεινόμενης μεθοδολογίας.

3.5 Εφαρμογές μεθοδολογίας υπερ-στοιχείων στη μοντελοποίηση κατασκευών

Η μεθοδολογία των υπερ-στοιχείων που αναπτύχθηκε παραπάνω μπορεί με κατάλληλες τροποποιήσεις να εφαρμοστεί στην ανάλυση δομικών στοιχείων, όπως:

- a) απλές πλάκες με οπές
- b) συνδέσεις με επικάλυψη (lap-joint) ή μετωπικές (butt-joint)
- c) πλάκες ή συνδέσεις με ενισχύσεις, (stiffened)
- d) καμπυλόγραμμες γεωμετρίες όλων των παραπάνω περιπτώσεων .

Επομένως καλύπτονται αποτελεσματικά σχεδόν, όλες οι πιθανές γεωμετρίες συνδέσμων που συναντώνται σε μια τυπική αεροπορική κατασκευή.

Επίσης η μεθοδολογία των υπερ-στοιχείων μπορεί με κατάλληλες προσθήκες να εφαρμοστεί εκτός από τον υπολογισμό των συντελεστών έντασης τάσεων και για τον υπολογισμό άλλων κρίσιμων μεγεθών (όπως π.χ. των τάσεων στην περιφέρεια των οπών και της ενέργειας παραμόρφωσης στην κατασκευή) που είναι απαραίτητα για την πρόβλεψη της έναρξης και συνένωσης ρωγμών. Στις επόμενες παραγράφους επιδεικνύεται η δυνατότητα της μεθοδολογίας των υπερ-στοιχείων για τον υπολογισμό των τάσεων σε περιπτώσεις συνδέσεων με επικάλυψη με ή χωρίς ενισχύσεις.

3.5.1 Μοντελοποίηση ρηγματωμένης ηλωτής σύνδεσης με επικάλυψη

Οι ηλωτές συνδέσεις ελασμάτων που το ένα επικαλύπτει το άλλο (lap-joint) είναι πολύ συχνές στην άτρακτο και στις πτέρυγες αεροσκαφών. Η μεθοδολογία υπερ-στοιχείων εφαρμόστηκε σε μια τυπική περίπτωση της σύνδεσης δύο πλακών. Το

πρόβλημα, που επιλέχθηκε, αποτελεί μια χαρακτηριστική περίπτωση προβλημάτων όπου εμφανίζονται πολλαπλές ρωγμές, η συμπεριφορά των οποίων είναι ιδιαίτερα κρίσιμη για τη δομική ακεραιότητα της κατασκευής σε συνθήκες λειτουργίας. Στο Σχήμα 3.17 παρουσιάζεται η γεωμετρία της κατασκευής. Η κατασκευή αποτελείται από δύο λεπτές πλάκες 1 και 2 συνδεδεμένες με δύο σειρές εννέα ήλων ανά σειρά. Σε τέτοιες κατασκευές είναι σύνηθες το φαινόμενο της εμφάνισης ρωγμών στην περιφέρεια των οπών, οι οποίες εξελίσσονται με το χρόνο και μπορεί να οδηγήσουν σε ολική καταστροφή. Αυτό συμβαίνει διότι οι οπές αποτελούν περιοχές συγκέντρωσης τάσεων με συνέπεια να δημιουργούνται ρωγμές κόπωσης.

Για την εφαρμογή της μεθοδολογίας υπερ-στοιχείων στην κατασκευή που παριστάνεται στο Σχήμα 3.17 έγινε η υπόθεση ύπαρξης δύο ρωγμών στην επάνω σειρά οπών της πλάκας 1. Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.18 η μια ρωγμή εκτείνεται μεταξύ δύο διαδοχικών οπών της πλάκας, ενώ η δεύτερη έχει μήκος 5 mm. Η διάμετρος των οπών είναι 4 mm ενώ η απόσταση ανάμεσα σε δύο διαδοχικές οπές είναι 16 mm. Οι ρωγμές είναι διαμπερείς. Η κατασκευή υπόκειται σε εφελκυσμό με τάση $\sigma = 100 \text{ MPa}$ η οποία εφαρμόζεται στο πάνω μέρος της πλάκας 1 ενώ το κάτω μέρος της πλάκας 2 είναι πακτωμένο.

Σχήμα 3.18: Τοπολογία ρωγμών στην πλάκας 1 της ηλωτής κατασκευής (διαστάσεις σε mm)

Η κατασκευή για την ανάπτυξη του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων χωρίζεται σε τρία τμήματα. Το πρώτο τμήμα αποτελεί η περιοχή των οπών της πλάκας 1 όπου βρίσκονται και οι ρωγμές. Το τμήμα αυτό της κατασκευής μοντελοποιείται χρησιμοποιώντας υπερ-στοιχεία, όπως αυτά που παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη παράγραφο 3.2. Το μοντέλο των υπερ-στοιχείων που προκύπτει παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.19.

Σχήμα 3.19: Μοντέλο υπερ-στοιχείων για την περιοχή των οπών ρηγματωμένης ηλωτής σύνδεσης

Το τμήμα της πλάκας 1 το οποίο βρίσκεται πάνω από την περιοχή των ηλώσεων δεν μπορεί να μοντελοποιηθεί με κάποιο από τα υπερ-στοιχεία που αναπτύχθηκαν για την ανάλυση των ρηγματωμένων κατασκευών (Σχήμα 3.3). Για τη μοντελοποίηση αυτού του τμήματος χρησιμοποιούνται απλά πεπερασμένα στοιχεία κελύφους, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.20. Για το συγκεκριμένο τμήμα της πλάκας 1 προτιμήθηκαν τα απλά στοιχεία από τη δημιουργία και χρήση ενός ακόμη υπερ-στοιχείου, γιατί μετά από δοκιμές μοντελοποίησης του τμήματος αυτού με ένα υπερ-στοιχείο έγινε φανερό πως μια τέτοια αντιμετώπιση του προβλήματος οδηγούσε τελικά σε αύξηση του υπολογιστικού χρόνου. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το δημιουργούμενο υπερ-στοιχείο θα έπρεπε να έχει πάρα πολλούς κύριους κόμβους με αποτέλεσμα να μειώνεται η αποτελεσματικότητα της μεθόδου επίλυσης του γραμμικού συστήματος

εξισώσεων, (εξ. 3.7) με την μεθοδολογία “μετώπου” (frontal solution), που αποτελεί και την καταλληλότερη τεχνική για μεγάλου μεγέθους συστήματα γραμμικών εξισώσεων.

Σχήμα 3.20: Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων πλάκας 1.

Κατά τη διακριτοποίηση του τμήματος της πλάκας 1 το οποίο βρίσκεται πάνω από την περιοχή των ηλώσεων δόθηκε προσοχή ώστε να υπάρχουν κοινοί κόμβοι στη σύνδεση των κοινών στοιχείων με τα υπερ-στοιχεία. Επίσης, για μεγαλύτερη μείωση του υπολογιστικού χρόνου, η πυκνότητα διακριτοποίησης μειώνεται καθώς αυξάνει η απόσταση από την περιοχή των οπών. Στο Σχήμα 3.20 φαίνεται το συνολικό μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων για την πλάκα 1, το οποίο αποτελείται από υπερ-στοιχεία και απλά πεπερασμένα στοιχεία.

Ένα αντίστοιχο μοντέλο αποτελούμενο από υπερ-στοιχεία και απλά πεπερασμένα στοιχεία μπορεί να αναπτυχθεί για την πλάκα 2 του ηλωτού συνδέσμου (Σχήμα 3.21). Στο μοντέλο της πλάκας αυτής χρησιμοποιούνται μόνο υπερ-στοιχεία μη-ρηγματωμένων περιοχών. Για την μοντελοποίηση των ήλων και τη μεταφορά των φορτίων ανάμεσα στις πλάκες 1 και 2 του συνδέσμου υπάρχουν διάφορες μέθοδοι, από απλές έως πολύ σύνθετες και απαιτητικές. Η πιο σύνθετη ίσως μέθοδος είναι η μοντελοποίηση τόσο του κάθε ήλου, όσο και της επαφής του με την οπή, με κατάλληλα στοιχεία επαφής. Κάτι τέτοιο, όμως, θα οδηγούσε στην ανάπτυξη πιο σύνθετων μοντέλων, αλλά και σε σημαντική αύξηση του υπολογιστικού κόστους, λόγω της εφαρμογής μη-γραμμικής ανάλυσης, που απαιτεί η χρήση στοιχείων επαφής.

Σχήμα 3.21: Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων πλάκας 2 ηλωτού συνδέσμου.

Μια σχετικά απλή μέθοδος για την μεταφορά φορτίων ανάμεσα στις δύο πλάκες είναι ο ορισμός κοινών μετατοπίσεων σε κατάλληλους κόμβους των αντίστοιχων οπών των δύο πλακών. Η μέθοδος αυτή είναι απλή στην εφαρμογή της και οδηγεί σε χαμηλούς υπολογιστικούς χρόνους, ενώ παρέχει ικανοποιητική ακρίβεια για τις περιπτώσεις που μας ενδιαφέρουν.

Στην περίπτωση που δεν αναπτύσσονται ρωγμές στην πλάκα 2, τότε μπορεί κανείς να επιτύχει επιπλέον μείωση του υπολογιστικού χρόνου της ανάλυσης μοντελοποιώντας την πλάκα 2 με ένα και μόνο υπερ-στοιχείο. Το υπερ-στοιχείο αυτό, που φαίνεται στο Σχήμα 3.22, έχει κύριους βαθμούς ελευθερίας μόνο στους κόμβους γύρω από τις οπές, από όπου μεταβιβάζονται τα φορτία. Ταυτόχρονα, κατά τον υπολογισμό του μητρώου δυσκαμψίας του υπερ-στοιχείου της πλάκας 2 έχει ληφθεί υπόψη η πάκτωση που υπάρχει στη βάση της πλάκας. Έτσι δεν είναι απαραίτητη η εφαρμογή των περιορισμών που αντιστοιχούν στην πάκτωση της πλάκας 2 κατά την επίλυση του ολικού μοντέλου, αφού αυτοί περιλαμβάνονται στο μητρώο δυσκαμψίας του υπερ-στοιχείου.

Το συνολικό μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων που αναπτύχθηκε για ολόκληρη την κατασκευή της ηλωτής σύνδεσης φαίνεται στο Σχήμα 3.23. Ενδεικτικά, χρησιμοποιώντας το παραπάνω μοντέλο (Σχήμα 3.23) υπολογίστηκε ο συντελεστής έντασης τάσεων στην δεξιά κορυφή της κύριας ρωγμής $K_I=741 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{mm}}$, για εφαρμοζόμενη τάση στην κατασκευή $\sigma=100 \text{ Mpa}$.

Σχήμα 3.22: Υπερ-στοιχείο της πλάκας 2.

Σχήμα 3.23: Ολικό μοντέλο ρηγματωμένης ηλωτής σύνδεσης

3.5.2 Μοντελοποίηση ενισχυμένων συνδέσεων

Η μέθοδος των υπερ-στοιχείων μπορεί να εφαρμοστεί με ευκολία και σε αεροπορικές δομές με ενισχύσεις (stiffeners) αρκεί να αναπτυχθούν κατάλληλα υπερ-στοιχεία, τα οποία θα μπορούν να μοντελοποιούν κατασκευές, όπως αυτή που παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.24. Πρόκειται για μια τυπική δομή ενισχυμένης σύνδεσης σε άτρακτο αεροσκάφους. Τα υπερ-στοιχεία μπορούν να συμπεριλαμβάνουν στη γεωμετρία τους και την ενισχυτική δοκό. Για το σκοπό αυτό αναπτύσσονται υπερ-στοιχεία, η

γεωμετρία των οποίων φαίνεται στο Σχήμα 3.25. Τα υπερ-στοιχεία αυτά είναι αντίστοιχα με αυτά του Σχήματος 3.3, με προσθήκη της ενίσχυσης.

Στο Σχήμα 3.26 παρουσιάζεται το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιείται κατά τον υπολογισμό του μητρώου δυσκαμψίας ενός τυπικού υπερ-στοιχείου για μια περιοχή με ενίσχυση. Συνδυάζοντας υπερ-στοιχεία με ή χωρίς ενισχυτικές δοκούς (Σχήμα 3.3 και Σχήμα 3.25), μπορεί να δημιουργηθεί το μοντέλο ενός τυπικού ηλωτού συνδέσμου με ενίσχυση, όπως αυτό που φαίνεται στο Σχήμα 3.27.

Σχήμα 3.26: Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων για τον υπολογισμό των μητρώων ενός “ενισχυμένου” υπερ-στοιχείου

Σχήμα 3.27: Μοντέλο ενός τυπικού ρηγματωμένου συνδέσμου με ενίσχυση

3.6 Χρήση μεθοδολογίας υπερ-στοιχείων στην πρόβλεψη έναρξης ρωγμών

Για την εφαρμογή του προτεινόμενου κριτηρίου έναρξης ρωγμών, το οποίο θα παρουσιαστεί σε επόμενο Κεφάλαιο, είναι απαραίτητος ο υπολογισμός της τιμής της τάσης στις περιοχές της δομής, όπου εμφανίζεται συγκέντρωση τάσεων και επομένως αποτελούν πιθανά σημεία έναρξης ρωγμής. Τέτοια σημεία, σε κατασκευές όπως είναι οι ηλωτές συνδέσεις, αποτελούν οι περιοχές γύρω από τις οπές των ήλων που συνδέουν τις πλάκες και μεταφέρουν τα φορτία από την μια στην άλλη.

Ο υπολογισμός των τάσεων στα σημεία αυτά δεν μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των υπερ-στοιχείων, όπως αυτή ακριβώς παρουσιάστηκε παραπάνω (παράγραφος 3.5). Κατ' αρχήν στα συγκεκριμένα σημεία του μοντέλου των υπερ-στοιχείων δεν έχουν οριστεί κύριοι βαθμοί ελευθερίας. Ακόμη, όμως, και ο ορισμός κύριων βαθμών ελευθερίας σε έναν κόμβο στην άκρη της οπής δεν είναι αρκετός, καθώς για τον ακριβή υπολογισμό των τάσεων χρειάζονται οι μετατοπίσεις όλων των κόμβων των στοιχείων που βρίσκονται γύρω από το σημείο αυτό. Μια πιθανή λύση του προβλήματος θα ήταν η εφαρμογή ενός ακόμα βήματος στην ανάλυση των τάσεων με την επέκταση του συρρικνωμένου μητρώου δυσκαμψίας κάθε υπερ-στοιχείου (expansion pass), η οποία μας επιτρέπει τον υπολογισμό της τάσης σε οποιοδήποτε σημείο της δομής. Όμως η εφαρμογή μιας τέτοιας τεχνικής θα επέφερε μεγάλη αύξηση στον απαραίτητο υπολογιστικό χρόνο, εξαλείφοντας έτσι το σημαντικό πλεονέκτημα της ταχύτητας της μεθόδου των υπερ-στοιχείων.

Για την αντιμετώπιση του προβλήματος εφαρμόστηκε η εξής τεχνική. Αρχικά κατά τον υπολογισμό των μητρώων δυσκαμψίας των υπερ-στοιχείων ορίζονται σαν κύριοι κόμβοι, εκτός από τους περιφερειακούς και αυτούς στην κορυφή των ρωγμών, κάποιοι επιπλέον. Πρόκειται για τους κόμβους των δύο στοιχείων, τα οποία βρίσκονται στην περιφέρεια των οπών, όπου δεν υπάρχουν ρωγμές. Τα στοιχεία αυτά και οι αντίστοιχοι κόμβοι παρουσιάζονται στο Σχήμα 3.28 για μια από τις περιπτώσεις υπερ-στοιχείου. Στη συνέχεια και κατά τη συναρμολόγηση του μοντέλου ολόκληρης της δομής ορίζονται με βάση τους κόμβους αυτούς αντίστοιχα στοιχεία στα μη ρηγματωμένα πλάγια κάθε οπής (Σχήμα 3.29). Το μέτρο ελαστικότητας που ορίζεται

για τα στοιχεία αυτά είναι πάρα πολύ μικρό συγκρινόμενο με αυτό του υλικού της πλάκας. Έτσι δεν επηρεάζει καθόλου τη δυσκαμψία του μοντέλου, ενώ μας δίνει τη δυνατότητα υπολογισμού των τάσεων σε κάθε οπή.

Στο Σχήμα 3.29 παρουσιάζεται το μοντέλο υπερ-στοιχείων για την περίπτωση μιας πλάκας με τρεις στήλες και δυο σειρές οπών, από στις οποίες έχουν αναπτυχθεί συνολικά τρεις ρωγμές.

3.7 Χρήση μεθοδολογίας υπερ-στοιχείων στην πρόβλεψη συνένωσης ρωγμών

Για την εφαρμογή του κριτηρίου συνένωσης ρωγμών που θα παρουσιαστεί παρακάτω (Κεφάλαιο 5) είναι απαραίτητος ο υπολογισμός των εξής ενεργειακών μεγεθών:

- ολική ενέργεια της κατασκευής πριν και μετά τη συνένωση των ρωγμών και
- πλαστική ενέργεια της κατασκευής πριν και μετά τη συνένωση των ρωγμών

Ο υπολογισμός των παραπάνω ελαστο-πλαστικών ενεργειακών μεγεθών δεν μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας τη μεθοδολογία των υπερ-στοιχείων, γιατί η τεχνική της συρρίκνωσης των μητρώων δυσκαμψίας στην οποία στηρίζεται, επιτρέπει την επίλυση μόνο γραμμικών ελαστικών προβλημάτων. Στην παρούσα εργασία για τον υπολογισμό των ενεργειακών μεγεθών κατά την εφαρμογή του κριτηρίου έγινε τροποποίηση, ώστε οι υπολογισμοί να είναι δυνατοί χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα γραμμικής ελαστικής ανάλυσης, όπως είναι αυτή της μεθοδολογίας υπερ-στοιχείων.

Εξετάζοντας μια ρηγματωμένη δομή, όπως αυτή του Σχήματος 3.31, η οποία παραμορφώνεται υπό την επίδραση εξωτερικών δυνάμεων, η ολική ενέργεια παραμόρφωσης της πλάκας είναι ίση με το άθροισμα της ελαστικής και της πλαστικής ενέργειας παραμόρφωσης, δηλαδή:

$$E_{ολ} = E_{ελ} + E_{πλ} \quad (3.22)$$

Το ελαστικό τμήμα της ενέργειας ($E_{ελ}$) της ρηγματωμένης κατασκευής μπορεί να υπολογιστεί με χρήση γραμμικής ελαστικής ανάλυσης, χρησιμοποιώντας π.χ. τη μεθοδολογία των υπερ-στοιχείων, από τις δυνάμεις και τις μετατοπίσεις στα άκρα της πλάκας της από τη σχέση:

$$E_s = \frac{1}{2} F \Delta l \quad (3.23)$$

όπου:

Σχήμα 3.31: Ρηγματωμένη πλάκα (α) Αφόρτιστη και (β) υπό την επίδραση εξωτερικών φορτίων

F : είναι η δύναμη στα άκρα της κατασκευής και

Δl : η αντίστοιχη ελαστική μετατόπιση

Η ολική ενέργεια παραμόρφωσης μπορεί να προσεγγισθεί υπολογίζοντας την ελαστική ενέργεια παραμόρφωσης της ίδιας κατασκευής θεωρώντας ισοδύναμες ρωγμές μήκους ίσου με το μήκος των πραγματικών ρωγμών συν το μήκος των αντίστοιχων πλαστικών ζωνών (Σχήμα 3.32):

$$a_{eff} = a + r_{πλ} \quad (3.24)$$

οπότε ισχύει:

$$E_s = \frac{1}{2} F \Delta l' \quad (3.25)$$

Το μήκος $r_{πλ}$ των πλαστικών ζωνών μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας τη σχέση του Irwin ή του Dugdale.

Σχήμα 3.32: Ρηγματωμένη πλάκα με ισοδύναμη ρωγμή

Η πλαστική ενέργεια παραμόρφωσης υπολογίζεται τότε ως:

$$E_{ελ} = E_{ολ} - E_{πλ} \quad (3.26)$$

Με τον παραπάνω τρόπο τα απαραίτητα για την εφαρμογή του κριτηρίου συνένωσης ρωγμών ενεργειακά μεγέθη, μπορούν να υπολογιστούν από γραμμική ελαστική ανάλυση. Έτσι, στην περίπτωση μιας πολλαπλά ρηγματωμένης κατασκευής, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος των υπερ-στοιχείων, μαζί με το προτεινόμενο κριτήριο, για την πρόβλεψη της συνένωσης γειτονικών ρωγμών και του υπολογισμού της εναπομένουσας αντοχής. Ο τρόπος αυτός εφαρμογής του προτεινόμενου κριτηρίου συνένωσης ρωγμών εφαρμόστηκε με επιτυχία στην εργασία [24].

4 Μεθοδολογία πρόβλεψης δημιουργίας νέων ρωγμών

4.1 Εισαγωγή

Το πρόβλημα της πρόβλεψης της δημιουργίας νέων ρωγμών είναι ένα βασικό και ταυτόχρονα σύνθετο πρόβλημα για την εκτίμηση της διάρκειας ζωής αεροπορικών κατασκευών. Η σημασία της εκτίμησης της δημιουργίας μιας ρωγμής γίνεται εύκολα κατανοητή, αν αναλογιστεί κανείς ότι ο χρόνος μέχρι την εμφάνιση της πρώτης (ανιχνεύσιμης) μακρο-ρωγμής (που ορίζεται ως οι κύκλοι φόρτισης για την ανάπτυξη ρωγμής 1mm) μπορεί να είναι πάνω από το 80% του συνολικού χρόνου λειτουργίας μιας κατασκευής σε συνθήκες πολυκυκλικής κόπωσης [66].

Η δυσκολία του προβλήματος έγκειται στο πλήθος των παραγόντων, οι οποίοι επιδρούν στη δημιουργία ρωγμής. Τέτοιοι παράγοντες είναι η ένταση και ο τύπος του επιβαλλόμενου φορτίου, η γεωμετρία του δομικού στοιχείου, η τοπική συγκέντρωση τάσεων, μηχανικές και φυσικές ιδιότητες του υλικού, οι δομικές και κατασκευαστικές ατέλειες στη δομή του υλικού, η ποιότητα κατεργασίας και περιβαλλοντικές συνθήκες, όπως η διάβρωση και η θερμοκρασία, η διαδικασία κατασκευής και συντήρησης της κατασκευής, κ.α.

Πολλοί από τους παραπάνω παράγοντες, όπως η ύπαρξη τοπικών ατελειών ή η ποιότητα κατεργασίας δεν μπορούν να ποσοτικοποιηθούν επακριβώς, αλλά υπακούουν σε κάποια στατιστική κατανομή. Η κατανομή αυτή εμπεριέχεται και στην κατανομή του ορίου κόπωσης [77] Αυτό σημαίνει ότι μια μεθοδολογία πρόβλεψης έναρξης ρωγμών, που βασίζεται σε μια νομοτελειακή θεώρηση του προβλήματος, δεν μπορεί να περιγράψει αποτελεσματικά το φαινόμενο.

Στη παρούσα εργασία το πρόβλημα της έναρξης των ρωγμών προσεγγίζεται με την ανάπτυξη ενός πιθανοθεωρητικού κριτηρίου, το οποίο βασίζεται στην ανάλυση

τάσεων, καθώς και σε πειραματικά δεδομένα από δοκιμές σε απλές γεωμετρίες, τα οποία περιλαμβάνουν την πιθανότητα σε κάποιον αριθμό κύκλων φόρτισης να εμφανιστεί ρωγμή συγκεκριμένου μήκους, σαν συνάρτηση της τοπικά εφαρμοζόμενης τάσης.

Το προτεινόμενο μοντέλο υποστηρίζεται και με μια θεωρητική ανάλυση βασιζόμενη σε μοντέλα συσσώρευσης βλάβης στη μικροδομή του υλικού. Στα πρώτα στάδια της κόπωσης ενός δομικού στοιχείου η βλάβη συσσωρεύεται στα κρίσιμα σημεία με τη μορφή μικρο-πλαστικότητας, η οποία εκφράζεται με τη μετακίνηση και παραγωγή καταναγκασμών, που τελικά οδηγεί στην εμφάνιση μικρορωγμών στο μέγεθος κόκκου του υλικού. Στη συνέχεια χρησιμοποιούνται κατάλληλα μοντέλα για τον υπολογισμό της διάδοσης αυτών των μικρορωγμών έως ένα ανιχνεύσιμο μήκος ρωγμής (π.χ. 1 mm).

4.2 Πιθανοθεωρητική μεθοδολογία υπολογισμού δημιουργίας νέων ρωγμών βασισμένη σε διαγράμματα S-N

Η έναρξη δημιουργίας ρωγμής σε συνθήκες κόπωσης είναι ένα φαινόμενο το οποίο εξαρτάται από τις ιδιότητες του υλικού, τη φόρτιση και τις περιβαλλοντικές συνθήκες λειτουργίας. Η φύση του φαινομένου είναι, όμως, ιδιαίτερα στοχαστική [66]. Αυτό σημαίνει ότι κάτω από τις ίδιες συνθήκες λειτουργίας (φορτία και περιβάλλον) και για το ίδιο υλικό ο αριθμός των κύκλων φόρτισης μέχρι την εμφάνιση ρωγμής συγκεκριμένου μήκους (π.χ. 1mm) ποικίλει σημαντικά.

Για να ληφθεί υπόψη η παρατήρηση αυτή στην πρόβλεψη της έναρξης ρωγμών, αναπτύχθηκε μια πιθανοθεωρητική μεθοδολογία που βασίζεται στη στατιστική επεξεργασία πειραματικών δοκιμών σε δοκίμια με σχετικά απλή γεωμετρία, τα οποία φορτίζονται με ομοιόμορφα εναλλασσόμενα φορτία, ενώ καταγράφεται η δημιουργία και εξέλιξη ρωγμών. Για το σκοπό αυτό επιλέχθηκαν δοκίμια από λεπτό έλασμα, με παραλληλόγραμμο σχήμα και μια κεντρική οπή (Σχήμα 4.1).

Η συγκεκριμένη γεωμετρία δοκιμίου επιλέχθηκε γιατί παρουσιάζει τα εξής πλεονεκτήματα:

- Πρόκειται για απλή γεωμετρία που προσφέρει την εύκολη κατασκευή δοκιμίων.
- Η ύπαρξη της οπής δημιουργεί σημαντική συγκέντρωση τάσεων στα άκρα της με αποτέλεσμα εμφάνιση ρωγμής στα συγκεκριμένα σημεία μετά από έναν αριθμό κύκλων φόρτισης.
- Η τιμή του συντελεστή συγκέντρωσης τάσεων τοπικά στην οπή μπορεί εύκολα να υπολογιστεί (Σχήμα 4.2).
- Η συγκεκριμένη γεωμετρία δοκιμίου με οπή είναι συναφής με τη γεωμετρία των αεροπορικών κατασκευών (π.χ. ηλωτών συνδέσμων).

Αν το πείραμα επαναληφθεί αρκετές φορές εφαρμόζοντας την ίδια εξωτερική τάση, τότε θα παρατηρηθεί πως ο αριθμός των κύκλων φόρτισης N_f , στους οποίους εμφανίζεται το ίδιο μήκος ρωγμής δεν είναι σταθερός. Όπως έχει δειχθεί και από πειράματα ο λογάριθμος των κύκλων φόρτισης για την εμφάνιση ρωγμής ακολουθεί

μια κανονική κατανομή. Η αιτία της διασποράς των κύκλων φόρτισης N_f βρίσκεται στην τυχαία ύπαρξη ατελειών στη μικροδομή του υλικού και στην κατεργασία της οπής που δεν είναι πανομοιότυπη για όλα τα δοκίμια.

Σχήμα 4.2: Κατανομή συντελεστή συγκέντρωσης τάσεων σε απλό δοκίμιο με οπή

Αν η ίδια σειρά πειραμάτων επαναληφθεί και για άλλες τιμές της εφαρμοζόμενης τάσης, τότε μπορεί να εκτιμηθεί η εξάρτηση της μέσης τιμής καθώς και της τυπικής διασποράς της κανονικής αυτής κατανομής από την τιμή της τάσης, όπως παραστατικά φαίνεται στο Σχήμα 4.3. Οι μεταβολές των χαρακτηριστικών μεγεθών (μέση τιμή M και τυπική διασπορά Sd) της κανονικής κατανομής του λογαρίθμου των κύκλων N_f σαν συνάρτηση της αναπτυσσόμενης τάσης μπορεί να θεωρηθούν ως χαρακτηριστικά του υλικού και της κατεργασίας.

Στο Εργαστήριο Τεχνολογίας και Αντοχής Υλικών του Πανεπιστημίου Πατρών πραγματοποιήθηκε μια σειρά πειραμάτων, που αφορούσαν τη δοκιμή σε φορτία κόπωσης απλών δοκιμίων από Al 2024-T3, όπως του Σχήματος 4.1, σε διαφορετικά εύρη επιβαλλόμενων φορτίων. Κατά τη διάρκεια κάθε πειράματος έγινε καταγραφή των κύκλων φόρτισης που απαιτήθηκαν, ώστε να δημιουργηθεί στο δοκίμιο ρωγμή συγκεκριμένου μήκους (1 mm). Τα αποτελέσματα των δοκιμών παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.4. Η τάση στον κατακόρυφο άξονα του διαγράμματος αυτού αναφέρεται στην τοπική τάση που εμφανίζεται στο υλικό και ισούται με την εξωτερικά εφαρμοζόμενη επί ένα συντελεστή ίσο με 3, όπως προκύπτει από το διάγραμμα ισοϋψών του Σχήματος 4.2.

Η στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων αυτών δίνει τις τιμές του Πίνακα 4.1 και τα διαγράμματα των Σχημάτων 4.5 και 4.6. Στον Πίνακα 4.1 παρουσιάζονται η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση των κύκλων για τις διάφορες τιμές της τοπικά εφαρμοζόμενης τάσης. Στο Σχήμα 4.5 φαίνεται η μέση τιμή των κύκλων φόρτισης, οι οποίοι είναι απαραίτητοι για την εμφάνιση ρωγμής 1 mm. Οι οριζόντιες γραμμές στο διάγραμμα αυτό δείχνουν το εύρος της τυπικής απόκλισης των τιμών για καθένα από τα διαφορετικά φορτία κόπωσης. Στα διαγράμματα του Σχήματος 4.6 παρουσιάζονται κατανομές των κύκλων αστοχίας για τιμές της τοπικά αναπτυσσόμενης τάσης 306 MPa και 424 MPa.

Σχήμα 4.4: Πειραματικά αποτελέσματα εμφάνισης ρωγμών σε απλά δοκίμια.

Σχήμα 4.5: Μέση τιμή και τυπική διασπορά των κύκλων φόρτισης για εμφάνιση ρωγμής 1 mm

Πίνακας 4.1: Στατιστική ανάλυση πειραμάτων έναρξης ρωγμής

$\sigma_{\max}$ [MPa]	Μέση τιμή [κύκλοι]	Τυπική Απόκλιση [κύκλοι]
306.5	376147	84098
339.1	200230	42479
365.2	138968	20931
391.3	98610	18090
423.9	72852	5771

Σχήμα 4.6: Επίδραση της τοπικά εφαρμοζόμενης τάσης στην κατανομή των κύκλων για ανάπτυξη ρωγμής 1 mm.

Η προτεινόμενη μεθοδολογία έναρξης ρωγμών σε ηλωτούς συνδέσμους συνδυάζει τον πιθανοθεωρητικό χαρακτήρα της εμφάνισης ρωγμής σε κάποια θέση της δομής με ένα γραμμικό κανόνα συσσώρευσης βλάβης. Αρχικά εντοπίζονται οι κρίσιμες θέσεις για εμφάνιση ρωγμής στην κατασκευή. Με ένα ψευδοτυχαίο τρόπο επιλέγεται ένα σημείο κανονικής κατανομής το οποίο προσδιορίζει τη συμπεριφορά του υλικού σε κάθε κρίσιμη θέση. Ουσιαστικά έτσι ορίζεται για τη συγκεκριμένη θέση μία από τις πιθανές καμπύλες “εμφάνισης ρωγμής” $\sigma - \log(N)$, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.7. Ο καθορισμός του εκάστοτε σημείου της κατανομής σχετίζεται με την ποιότητα και την κατεργασία του υλικού στη συγκεκριμένη θέση, που είναι τα βασικά αίτια της στοχαστικής φύσης του φαινομένου της έναρξης ρωγμών.

Στην περίπτωση ηλωτών συνδέσμων πειραματικά αποτελέσματα έδειξαν ότι τα κρίσιμα σημεία δημιουργίας ρωγμών είναι οι περιοχές γύρω από την περίμετρο των οπών (π.χ. [2 – 3, 34]). Στην παρούσα μεθοδολογία οι περιοχές αυτές θεωρούνται ως οι πλέον πιθανές θέσεις εμφάνισης ρωγμών.

Για την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθοδολογίας επιλέγεται με τυχαίο τρόπο για κάθε οπή η καμπύλη $\sigma - \log(N_f)$ της συμπεριφοράς του υλικού, όπως περιγράφεται παραπάνω. Από ανάλυση τάσεων προκύπτουν οι τοπικές τάσεις στα συγκεκριμένα σημεία. Από το διάγραμμα $\sigma - \log(N_f)$ (Σχήμα 4.7) προσδιορίζεται η κατανομή των κύκλων αστοχίας του σημείου (κύκλων εμφάνισης ρωγμής). Η διαδικασία επεξηγείται

στο Σχήμα 4.8, όπου σχηματικά παριστάνονται οι τιμές των τυχαία επιλεγθέντων κύκλων αστοχίας N_{fa} , N_{fb} , N_{fc} , N_{fd} για τέσσερις θέσεις a, b, c, d της δομής, οι οποίες καταπονούνται με την ίδια τιμή τοπικής τάσης (π.χ. σ_i).

Είναι προφανές, ότι η τυχαία επιλογή των τιμών των κύκλων N_f οδηγεί σε ένα από τα πιθανά σενάρια αστοχίας, ενώ για την ολοκλήρωση της μεθοδολογίας, απαιτείται η αξιολόγηση ενός μεγάλου πλήθους παρόμοιων σεναρίων.

Επειδή η τοπική τάση σε κάθε θέση της δομής πιθανόν να αλλάζει με την αύξηση των κύκλων φόρτισης (π.χ. λόγω της αύξησης του μήκους των ρωγμών) σε κάθε βήμα φόρτισης i θεωρείται ότι συσσωρεύεται μια ποσότητα βλάβης d_i . Η βλάβη d_i ισούται με το λόγο των κύκλων n_i που αποτελούν το βήμα φόρτισης (i), προς τον αριθμό των κύκλων φόρτισης N_i , οι οποίοι είναι απαραίτητοι για την εμφάνιση ρωγμής στην αντίστοιχη τάση. Για την εφαρμογή της παρούσας μεθοδολογίας θεωρήθηκε ότι η βλάβη συσσωρεύεται γραμμικά, σύμφωνα με έναν κανόνα τύπου Palmgren-Miner, για τα διαδοχικά βήματα φόρτισης, δηλαδή:

$$D = \sum_{j=1}^i d_j = \sum_{j=1}^i \frac{n_j}{N_j} \quad (4.1)$$

Ωστόσο η γενικότητα της μεθοδολογίας έναρξης ρωγμών δεν περιορίζεται σε χρήση αποκλειστικά και μόνο γραμμικών νόμων συσσώρευσης βλάβης. Όταν η τιμή της παραμέτρου βλάβης D φτάσει την μονάδα, τότε θεωρείται ότι συμβαίνει τοπική αστοχία του υλικού και δημιουργείται μια ρωγμή μήκους 1mm.

4.3 Πιθανοθεωρητικός υπολογισμός δημιουργίας νέων ρωγμών βασισμένος στη μικροδομή των υλικών

Στην παρούσα παράγραφο παρουσιάζονται και χρησιμοποιούνται θεμελιωμένα μοντέλα πρόβλεψης της εμφάνισης και διάδοσης μικρο-ρωγμών για τον υπολογισμό των κύκλων φόρτισης κόπωσης έως την εμφάνιση ανιχνεύσιμης ρωγμής (π.χ. 1 mm). Για την εφαρμογή των συγκεκριμένων μοντέλων απαιτούνται οι τιμές κάποιων χαρακτηριστικών μεγεθών των υλικού (π.χ. διάμετρος κόκκων, πλάτος ζώνης καταναγκασμών), τα οποία δεν είναι σταθερά, αλλά παρουσιάζουν διασπορά. Συνεπώς, διασπορά παρουσιάζεται και στον υπολογισμό των κύκλων φόρτισης για την εμφάνιση ρωγμής συγκεκριμένου μήκους. Με τον τρόπο αυτό εξηγείται και θεμελιώνεται και θεωρητικά η διασπορά στους κύκλους φόρτισης που μετρήθηκε και χρησιμοποιήθηκε στη μεθοδολογία πρόβλεψης έναρξης ρωγμής της παραγράφου 4.2.

Το πρώτο μοντέλο αφορά την εμφάνιση μιας μικρο-ρωγμής λόγω της συσσώρευσης μικρο-πλαστικότητας με τη μορφή καταναγκασμών και την αστοχία ενός κόκκου του υλικού. Το δεύτερο μοντέλο χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της διάδοσης των εμφανιζόμενων μικρο-ρωγμών, καθώς στην κλίμακα αυτών των ρωγμών το μέγεθος της πλαστικής ζώνης στην κορυφή της ρωγμής είναι πολύ μεγάλο σχετικά με το μήκος της και δεν επιτρέπει την εφαρμογή κανόνων διάδοσης ρωγμής της γραμμικής θραυστομηχανικής. Εδώ θα πρέπει να παρατηρηθεί πως η εμφάνιση και διάδοση μικρο-ρωγμών γίνεται ενδοκρυσταλλικά.

Η εφαρμογή των μοντέλων αυτών έγινε για τα πειράματα που παρουσιάστηκαν στην παράγραφο 4.2. Η σύγκριση των πειραματικών αποτελεσμάτων με τις θεωρητικές προβλέψεις οδηγεί στην αύξηση της αξιοπιστίας της προτεινόμενης πιθανοθεωρητικής μεθόδου.

4.3.1 Μοντέλο έναρξης ρωγμής Tanaka και Mura

Το μοντέλο που προτάθηκε από τους Tanaka και Mura [67] για τον υπολογισμό των κύκλων φόρτισης για την εμφάνιση ρωγμής βασίζεται στην υπόθεση ότι η έναρξη μιας ρωγμής προκαλείται από τις μη αναστρέψιμες επισυσσωρεύσεις καταναγκασμών μέσα στον κόκκο του υλικού. Η παραμόρφωση μέσα στις ζώνες ολίσθησης μοντελοποιούνται με δύο γειτονικά επίπεδα επισώρευσης καταναγκασμών, ώστε να ληφθεί υπόψη η μη αναστρεψιμότητα των κατακρημνίσεων (Σχήμα 4.9). Σύμφωνα με το μοντέλο γίνεται η υπόθεση ότι οι καταναγκασμοί που μετακινήθηκαν στο επίπεδο I κατά την φόρτιση δεν επιστρέφουν στην αρχική τους θέση κατά την αποφόρτιση στην οποία καταναγκασμοί αντίθετου προσήμου μετακινούνται στο επίπεδο II. Αυτή η διαδικασία συσσώρευσης καταναγκασμών συνεχίζεται με τους κύκλους φόρτισης και μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας τη θεωρία συνεχώς διαδιδόμενων καταναγκασμών (continues distributed dislocation theory). Η ενέργεια παραμόρφωσης των καταναγκασμών συσσωρεύεται σε κάθε κύκλο φόρτισης και όταν αυτή φτάσει την ενέργεια θραύσης (fracture energy) εμφανίζεται η ρωγμή.

Σχήμα 4.9: Μοντέλο Tanaka και Mura

Σύμφωνα με το μοντέλο των Tanaka και Mura η εξίσωση εκτίμησης των κύκλων φόρτισης N_c για την εμφάνιση μιας ρωγμής είναι:

$$N_c = \frac{8GW_s}{\pi(1-\nu)d(\Delta\tau - 2k)^2} \quad (4.2)$$

όπου G είναι το μέτρο διάτμησης του υλικού, ν ο λόγος Poisson, W_s η ειδική ενέργεια θραύσης ανά μονάδα επιφάνειας, $\Delta\tau$ το εύρος της εφαρμοζόμενης διατμητικής τάσης στην εξεταζόμενη περιοχή, k είναι η τάση για την ολίσθηση των καταναγκασμών και d είναι το μήκος της ζώνης ολίσθησης. Ο Chan [68] πρότεινε μια τροποποίηση της εξίσωσης των Tanaka-Mura, ώστε να προβλεφθεί το μήκος της δημιουργούμενης μικρορωγμής και να ενσωματωθούν στο μοντέλο κι άλλα μεγέθη της μικρορωγμής:

$$N_c = \frac{8G^2}{\lambda\pi(1-\nu)(\Delta\tau - 2k)^2} \left(\frac{h}{d}\right)^2 \frac{c}{d} \quad (4.3)$$

Στην τροποποιημένη αυτή παράσταση χρησιμοποιούνται τρεις επιπλέον παράμετροι: η παράμετρος c αφορά το μισό μήκος ή το βάθος της ρωγμής (το οποίο παίρνεται ίσο με το ήμισυ της διαμέτρου του κόκκου), h είναι το πλάτος των ζωνών ολίσθησης και λ είναι μια σταθερά ίση με 0.005 [68].

Το εύρος της εφαρμοζόμενης διατμητικής τάσης υπολογίζεται με βάση το κριτήριο του von Mises για τη διαρροή και υπολογίζεται ως [69]:

$$\Delta\tau = \frac{\sqrt{2}}{3} \Delta\sigma \quad (4.4)$$

όπου $\Delta\sigma$ είναι το εύρος της εφαρμοζόμενης ορθής τάσης, ενώ η τάση για την ολίσθηση των καταναγκασμών δίνεται από τη σχέση:

$$k = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_D^R \right) \quad (4.5)$$

όπου σ_D^R είναι το όριο κόπωσης του υλικού.

4.3.2 Μοντέλο διάδοσης μικρορωγμής Navarro και Rios

Για τον υπολογισμό της διάδοσης της μικρο-ρωγμής από το μέγεθος του κόκκου έως το 1mm χρησιμοποιείται το μοντέλο των Navarro και Rios [70 - 74]. Το μοντέλο αυτό χρησιμοποιεί την ανάλυση καταναγκασμών των Bilby, Cottrell και Swinden [75] για την ανάπτυξη μιας θεωρίας για την κατανομή των καταναγκασμών στην περιοχή της ρωγμής και στην πλαστική ζώνη στην κορυφή της ρωγμής. Σύμφωνα με το μοντέλο των Navarro και Rios όταν υπάρχει μια ρωγμή μέσα σε έναν κόκκο η πλαστική της ζώνη επεκτείνεται μέχρι το κοντινότερο εμπόδιο, που στην περίπτωση ενός πολυκρυσταλλικού υλικού είναι το όριο του κόκκου. Το όριο αυτό εμποδίζει την μετακίνηση των καταναγκασμών με αποτέλεσμα να εμποδίζεται η διάδοση της πλαστικής παραμόρφωσης στους γειτονικούς κόκκους. Με διαδοχικούς κύκλους φόρτισης οι καταναγκασμοί συσσωρεύονται στο όριο έως ότου αναπτυχθεί μια κρίσιμη τάση και η πλαστικότητα διαδοθεί στο γειτονικό κόκκο. Μια τυπική συσσώρευση καταναγκασμών στο όριο μεταξύ δύο κόκκων φαίνεται στην μικροφωτογραφία του Σχήματος 4.10

Σχήμα 4.10: Μικροφωτογραφία συσσώρευσης καταναγκασμών στα όρια κόκκων (Sheffield University TEM Library)

Σύμφωνα με το μοντέλο των Navarro και Rios η βλάβη κόπωσης, που εμφανίζεται σε μια περιοχή, αποτελείται από τρεις ζώνες: τη ρωγμή, την πλαστική ζώνη μπροστά από τη ρωγμή και η οριακή ζώνη (barrier zone). Κάθε μια από αυτές τις ζώνες έχει την αντίστοιχη (frictional stress), σ_1 , σ_2 και σ_3 , όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 4.11.

Σχήμα 4.11: Ζώνες ρωγμής, ολίσθησης και ορίου στο μοντέλο των Navarro και Rios [72]

Από την ανάλυση αυτή, οι Navarro και Rios [72] βρήκαν τη κατανομή της πυκνότητας των καταναγκασμών να είναι:

$$f(\zeta^i) = \frac{1}{\pi^2 A} \left\{ \begin{aligned} &(\sigma_2^i - \sigma_1^i) \left[\arccos h \left(\frac{1 - n_1^i \zeta^i}{n_1^i - \zeta^i} \right) - \arccos h \left(\frac{1 + n_1^i \zeta^i}{n_1^i + \zeta^i} \right) \right] \\ &+ (\sigma_3^i - \sigma_2^i) \left[\arccos h \left(\frac{1 - n_2^i \zeta^i}{n_2^i - \zeta^i} \right) - \arccos h \left(\frac{1 + n_2^i \zeta^i}{n_2^i + \zeta^i} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

$$+ \frac{2\zeta^i}{\pi^2 A (1 - \zeta^{i2})^{\frac{1}{2}}} \left[(\sigma_2^i - \sigma_1^i) \arcsin n_1^i + (\sigma_3^i - \sigma_2^i) \arcsin n_2^i + \frac{1}{2} (\tau - \sigma_3^i) \pi \right]$$

όπου ο εκθέτης i υποδηλώνει τον αριθμό μισών κόκκων που επηρεάζονται από τη βλάβη κόπωσης ($i = 1, 3, 5, 7, \dots$), $\sigma_{1,2,3}^i$ είναι η τάση ολίσθησης των καταναγκασμών

στις τρεις αντίστοιχες ζώνες, τ είναι η εφαρμοσμένη τάση, $A = \frac{Gb}{2\pi(1-\nu)}$ για την

περίπτωση ακριανής ρωγμής, G είναι το μακροσκοπικό μέτρο διάτμησης του υλικού, b το διάνυσμα Burger και ν ο λόγος Poisson. Όλες οι θέσεις δίνονται σε μια αδιάστατη μορφή, όπως φαίνονται στο Σχήμα 4.11, έτσι ώστε τα όρια του κόκκου βρίσκονται στο $x = \frac{1}{2}iD$, η κορυφή της ρωγμής είναι στο $a_i = n_i c_i$, όπου $c_i = \frac{1}{2}iD + r_0$ και D είναι η διάμετρος του κόκκου. Το κάθε σημείο περιγράφεται από μια

παράμετρο $\zeta = \frac{x}{c}$, έτσι ώστε η κορυφή της ρωγμής βρίσκεται στο $\zeta = n_1^i$ και το πιο κοντινό όριο κόκκου στο $\zeta = n_2^i$. Τα μεγέθη της τάσης ολίσθησης των καταναγκασμών μπορούν να θεωρηθούν ως η τάση για το κλείσιμο των χειλέων της ρωγμής (σ_1^i), το κυκλικό όριο διαρροής/μονοτονικό όριο διαρροής (σ_2^i) και η αντίσταση του ορίου του κόκκου στη διάδοση των καταναγκασμών στον επόμενο κόκκο (σ_3^i).

Για ένα κρίσιμο μήκος ρωγμής, όταν $n_1^i = n_c^i$, η τάση σ_3^i φτάνει σε μια κρίσιμη τιμή για την οποία αρχίζει η ολίσθηση των καταναγκασμών στο γειτονικό κόκκο, και επομένως η ρωγμή είναι σε θέση να περάσει το όριο του κόκκου. Καθώς η ρωγμή πλησιάζει αυτό το κρίσιμο μήκος η διάδοσή της επιβραδύνεται. Στην εργασία [74] παρουσιάζεται πως το εμπόδιο στο όριο του κόκκου μπορεί να εκφραστεί από την τάση:

$$\sigma_3^i = \left(\frac{(\sigma_2^i - \sigma_1^i) \arcsin n_1^i - \sigma_2^i \arcsin n_2^i + \frac{1}{2} \tau \pi}{\arccos n_2^i} \right) \quad (4.7)$$

και για μια ελεύθερα διαδιδόμενη ρωγμή, όπου $\sigma_1^i = 0$ και $\arcsin n_2^i \approx \frac{\pi}{2}$ (αφού $n_2^i \approx 1$), η δύναμη στο όριο του κόκκου μπορεί να εκφραστεί από:

$$\sigma_3^i = \left(\frac{1}{\arccos n_2^i} \right) \left[\sigma_2^i \arcsin n_1^i + \frac{\pi}{2} (\tau - \sigma_2^i) \right] \quad (4.8)$$

Μόλις επιτευχθεί αυτή η κρίσιμη τάση η ζώνη ολίσθησης μπροστά από την κορυφή της ρωγμής θεωρείται πως μπορεί να διαδοθεί στο πλάτος του επόμενου κόκκου. Δεδομένου ότι νέοι κόκκοι ενσωματώνονται τώρα στην επηρεαζόμενη από την κόπωση περιοχή, οι σχετικές θέσεις των ορίων και των κορυφών των ρωγμών αλλάζουν. Η σχετική θέση της κορυφής της ρωγμής είναι τώρα:

$$n_{i+2} = \frac{a_i}{c_i + D} \quad (4.9)$$

Εάν αυτή η σχετική θέση n_s^i αντιπροσωπεύει την αρχική θέση μιας ρωγμής που διαδίδει μέσω ενός κόκκου και n_c^i είναι η τελική θέση πριν διαδοθεί στον επόμενο κόκκο, τότε το ο ρυθμός διάδοσης μπορεί να υπολογιστεί μέσω της εξίσωσης [74]:

$$\frac{da_i}{dN} = \alpha(\phi_i)^m \quad (4.10)$$

όπου α και m είναι πειραματικά καθορισμένες σταθερές του υλικού και ϕ_i είναι το άνοιγμα στην κορυφή της ρωγμής που υπολογίζεται μέσω της σχέσης:

$$\phi = \left(\frac{2b}{\pi^2 A} \right) \sigma_2^i c \left\{ n_1^i \ln \left(\frac{1}{n_1^i} \right) + \left(1 - (n_1^i)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left[\arcsin n_1^i - \frac{1}{2} \pi \left(\frac{\tau}{\sigma_2^i} - 1 \right) \right] \right\} \quad (4.11)$$

4.3.3 Εφαρμογή στο δοκίμιο με κυκλική οπή

Τα μοντέλα για την εμφάνιση και διάδοση μικρής ρωγμής που παρουσιάστηκαν παραπάνω χρησιμοποιούνται για την πρόβλεψη της ανάπτυξης ρωγμής συγκεκριμένου μήκους. Κατά την εφαρμογή του μοντέλου εμφάνισης της μικρορωγμής έγινε η υπόθεση πως αυτή δεν ξεκινά από εγκλεισμούς (inclusions), αλλά από την επιφάνεια της κατασκευής χωρίς να προϋπάρχει ρωγμή. Το μέγεθος h του πλάτους της ζώνης ολίσθησης, που χρησιμοποιείται στη σχέση 4.3 για τον υπολογισμό των κύκλων φόρτισης για την έναρξη της ρωγμής, για ένα τυπικό κράμα αλουμινίου της σειράς 2000 παίρνει τιμές από 1μm έως 6μm, όπως φαίνεται και στη μεταλλογραφική παρατήρηση του σχήματος 4.12 [76]. Για τον υπολογισμό του μέγεθος των κόκκων d χρησιμοποιήθηκαν αντίστοιχες πειραματικές μετρήσεις που παρουσιάζονται στο ιστόγραμμα του σχήματος 4.13 [77]. Τρεις χαρακτηριστικές τιμές της κατανομής αυτής είναι τα 70μm, τα 105μm και τα 209μm. Η πρώτη, που χρησιμοποιείται ως το κάτω όριο στους υπολογισμούς, αντιστοιχεί στο 50% της διασποράς, η δεύτερη είναι η μέση τιμή της κατανομής, ενώ η τρίτη αντιστοιχεί στο 85% της διασποράς και θεωρήθηκε ως το άνω όριο. Η διασπορά στις παραπάνω ιδιότητες του υλικού οδηγεί σε αντίστοιχη διασπορά των υπολογιζόμενων κύκλων φόρτισης για την εμφάνιση της ρωγμής.

Σχήμα 4.12: Ζώνες ολίσθησης σε κράμα αλουμινίου +4% χαλκός [76]. Η κλίμακα αντιπροσωπεύει 10μm.

Σχήμα 4.13: Πειραματική κατανομή διαμέτρου κόκκων για Al 2024 T3 [77]

Στον Πίνακα 4.2 εμφανίζονται οι υπολογιζόμενοι κύκλοι φόρτισης για την εμφάνιση ρωγμής μέγεθος ενός κόκκου σύμφωνα με το μοντέλο του Chan για τις διαφορετικές τιμές της εφαρμοζόμενης τάσης, διαμέτρου κόκκων και πλάτους της ζώνης ολίσθησης. Στη συνέχεια χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο των Navarro & Rios για τον

υπολογισμό της διάδοσης της μικρορωγμής από το αρχικό μέγεθος του ενός κόκκου έως το μήκος του 1mm. Οι υπολογιζόμενοι κύκλοι φόρτισης παρουσιάζονται επίσης στην τελευταία στήλη του Πίνακα 4.2.

Πίνακας 4.2: Κύκλοι φόρτισης για εμφάνιση και διάδοση μικρο-ρωγμής σύμφωνα με τα μοντέλα Chan και Navarro-Rios

Διάμετρος κόκκων c [μm]	Πλάτος ζώνης ολίσθησης h [μm]	Εξωτερικά εφαρμοζόμενη τάση [Mpa]	Κύκλοι φόρτισης για εμφάνιση ρωγμής μεγέθους 1 κόκκου (Μοντέλο Chan)	Κύκλοι φόρτισης για διάδοση της ρωγμής έως μήκος 1mm (Μοντέλο Navarro-Rios)
70	1	102.2	5120	396598
		113	3540	244845.5
		121.7	2745	175407
		130.4	2190	124907
		141.3	1704	82477
	6	102.2	184319	396598
		113	127449	244845.5
		121.7	98812	175407
		130.4	78844	124907
		141.3	61342	82477
105	1	102.2	2276	324487
		113	1573	198465
		121.7	1220	146494
		130.4	973	106076
		141.3	757	72030
	6	102.2	81919	324487
		113	56644	198465
		121.7	43916	146494
		130.4	35042	106076
		141.3	27263	72030
208	1	102.2	580	169727.5
		113	401	108517.5
		121.7	311	79504.5
		130.4	248	59408.5
		141.3	193	41875.5
	6	102.2	20876	169727.5
		113	14435	108517.5
		121.7	11191	79504.5
		130.4	8930	59408.5
		141.3	6947	41875.5

Από τα αποτελέσματα του Πίνακα 4.2 παρατηρείται πως τα ζευγάρια τιμών $h=1\mu\text{m}$ - $d=208\mu\text{m}$ και $h=6\mu\text{m}$ - $d=70\mu\text{m}$ δίνουν το μικρότερο και μεγαλύτερο αριθμό κύκλων έναρξης αντίστοιχα. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται σε κοινό διάγραμμα με τις πειραματικές μετρήσεις του Σχήματος 4.5 στο Σχήμα 4.14. Στο ίδιο σχήμα

παρουσιάζονται και τα θεωρητικά αποτελέσματα που αφορούν τις τιμές $h=1\mu\text{m}$ - $d=105\mu\text{m}$.

Από το Σχήμα 4.14 παρατηρείται ότι τα πειραματικά αποτελέσματα γενικά πέφτουν μέσα στη ζώνη που δημιουργούν οι μέγιστοι κι οι ελάχιστοι υπολογιζόμενοι κύκλοι έναρξης για κάθε τιμή του εξωτερικά επιβαλλόμενου φορτίου. Ταυτόχρονα, η καμπύλη που αντιστοιχεί στο μέσο όρο της τιμής της διαμέτρου του κόκκου ($105\mu\text{m}$) δείχνει να πέφτει κοντά στο μέσο όρο των πειραματικών μετρήσεων.

Η ύπαρξη της διασποράς που εμφανίζεται στους θεωρητικά υπολογιζόμενους κύκλους φόρτισης και η οποία οφείλεται στη διασπορά βασικών χαρακτηριστικών της μικροδομής του υλικού (μέγεθος κόκκου και πλάτος επιπέδου ολίσθησης) δικαιολογεί την παρατηρούμενη διασπορά στις πειραματικές τιμές των κύκλων έναρξης μιας ρωγμής. Ταυτόχρονα θέτει το θεωρητικό υπόβαθρο για την απλοποιημένη μεθοδολογία πρόβλεψης της έναρξης ρωγμών που παρουσιάστηκε στην παράγραφο 4.2.

5

Μεθοδολογία πρόβλεψης συνένωσης ρωγμών

Για να καταστεί δυνατός ο υπολογισμός της εναπομένουσας αντοχής της ρηγματωμένης κατασκευής και επομένως της δομικής του ακεραιότητας απαιτείται η πρόβλεψη της συνένωσης ρωγμών. Στο παρόν κεφάλαιο προτείνεται ένα νέο ενεργειακό κριτήριο συνένωσης ρωγμών για τις δομές που έχουν υποστεί πολλαπλή βλάβη. Το μοντέλο βασίζεται στο μέγεθος της μεταβολής της ενέργειας παραμόρφωσης κατά τη διάρκεια της αστοχίας της περιοχής μεταξύ δύο παρακείμενων ρωγμών. Τα αναγκαία ενεργειακά μεγέθη για την εφαρμογή και την επαλήθευση του κριτηρίου υπολογίζονται χρησιμοποιώντας ελαστο-πλαστική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων.

5.1 Περιγραφή του μοντέλου

Στο Σχήμα 5.1 παρουσιάζεται μια χαρακτηριστική περίπτωση πολλαπλής βλάβης σε μια επίπεδη πλάκα πάχους t , όπου μια κύρια ρωγμή μήκους $2a$ αλληλεπιδρά με μια ή περισσότερες μικρότερες ρωγμές μήκους $2a_{msd}$. Οι μικρότερες αυτές ρωγμές θα αποκαλούνται στο εξής ρωγμές MSD (Multiple Site Damage) ενώ η περιοχή ανάμεσα στην κύρια ρωγμή και την ρωγμή MSD θα ονομάζεται σύνδεσμος, το μήκος του οποίου συμβολίζεται με το l . Σύμφωνα με αριθμητικές και πειραματικές μελέτες διάφορων περιπτώσεων πολλαπλής βλάβης που έγιναν στα πλαίσια του ευρωπαϊκού ερευνητικού προγράμματος SMAAC [2], η περιοχή μεταξύ μιας κύριας ρωγμής και μιας ρωγμής MSD αστοχεί κάτω από φορτίο, το οποίο είναι συνήθως υψηλότερο από το φορτίο που απαιτείται για την τοπική πλαστική διαρροή της περιοχής μεταξύ των δύο ρωγμών. Δηλαδή, στις περισσότερες περιπτώσεις η περιοχή των συνδέσμων είναι πλήρως πλαστικοποιημένη πολύ πριν από τη συνένωση των ρωγμών. Επομένως το απλό κριτήριο συνένωσης ρωγμών με βάση την ένωση των αντίστοιχων πλαστικών

ζωνών [50], αν και οδηγεί σε συντηρητικά αποτελέσματα, η ακρίβειά του είναι περιορισμένη.

Σχήμα 5.1: Πλάκα με τυπική πολλαπλή βλάβη

Στο Σχήμα 5.2 παρουσιάζεται σχηματικά η καμπύλη φορτίου-μετατόπισης μιας πλάκας με πολλαπλή βλάβη για την περίπτωση της συνένωσης ρωγμών υπό σταθερό φορτίο. Το οριζόντιο τμήμα (ΒΓ) του διαγράμματος αντιπροσωπεύει την αύξηση της μετατόπισης λόγω της αύξησης του μήκους της ρωγμής. Το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης τριγωνικής περιοχής αντιπροσωπεύει την μείωση της συνολικής ενέργειας της πλάκας ΔU_C λόγω της αστοχίας των συνδέσμων και της δημιουργίας νέων επιφανειών, ενώ το εμβαδόν του παραλληλογράμμου αντιπροσωπεύει το έργο W_F που παράγεται από το εξωτερικό φορτίο.

Η ενεργειακή ισορροπία αμέσως πριν από και αμέσως μετά από την αστοχία των συνδέσμων κάτω από το σταθερό φορτίο απαιτεί ότι η συνολική αύξηση της ενέργειας ΔU_{tot} του συστήματος ισούται με την ενέργεια W_F που δίνεται στην

πλάκα από το εξωτερικό φορτίο, μείον την ενέργεια που καταναλώνεται για την δημιουργία των νέων επιφανειών ΔU_C . Δηλαδή:

$$\Delta U_{tot} = W_F - \Delta U_C \quad (5.1)$$

Στην περίπτωση ενός υλικού που συμπεριφέρεται ελαστο-πλαστικά, η ενέργεια που καταναλώνεται για την αύξηση μιας ρωγμής ισούται με την ενέργεια που είναι απαραίτητη για την δημιουργία νέων επιφανειών ΔU_s συν την ενέργεια που καταναλώνεται για την αύξηση της πλαστικής παραμόρφωσης ΔU_{pl} στην πλάκα:

$$\Delta U_C = \Delta U_s + \Delta U_{pl} \quad (5.2)$$

Συνεπώς:

$$\Delta U_{tot} = W_F - \Delta U_s - \Delta U_{pl} \quad (5.3)$$

Η ενέργεια που καταναλώνεται στην δημιουργία νέων επιφανειών στη θέση των συνδέσμων εξαρτάται από την επιφάνεια των συνδέσμων, που είναι ίση με $(l \cdot t)$, καθώς επίσης και από το ελαστικό μέρος του τοπικού τασικού πεδίου, το οποίο εκτονώνεται κατά την διάρκεια της θραύσης. Η ενέργεια ΔU_{pl} που καταναλώνεται για την αύξηση της πλαστικής παραμόρφωσης στις πλαστικές ζώνες γύρω από τις κορυφές των ρωγμών, μπορεί να υπολογιστεί ως η διαφορά μεταξύ της πλαστικής ενέργειας παραμόρφωσης των πλαστικών ζωνών μιας ρωγμής με μήκος

$2a + 2l + 4a_{msd}$ που παράγεται μετά από την αστοχία των συνδέσμων, μείον το ποσό της πλαστικής ενέργειας παραμόρφωσης στις πλαστικές ζώνες των ρωγμών της πλάκας πριν από την αστοχία. Η περίπτωση της συνένωσης περισσοτέρων μικρών ρωγμών με την κεντρική μπορεί να θεωρηθεί σαν η διαδοχική συνένωση μιας κεντρικής με τις δύο εκατέρωθεν της μικρές ρωγμές. Με χρησιμοποίηση της προσέγγισης του Irwin [71] για το μέγεθος της πλαστικής ζώνης και με την υπόθεση ότι η πλαστική ενέργεια γύρω από της κορυφή μιας ρωγμής είναι συνάρτηση του όγκου της πλαστικής ζώνης, το μέγεθος ΔU_{pl} μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\Delta U_{pl} = f \left\{ \frac{\pi}{4} \left(\frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^4 \left[(a + l + 2a_{msd})^2 - 2a_{msd}^2 - 2a^2 \right] \right\} \quad (5.4)$$

όπου, σ είναι η εξωτερικά εφαρμοζόμενη τάση και σ_y είναι το όριο διαρροής του υλικού. Από τις σχέσεις (5.3) και (5.4), προκύπτει ότι ολική αύξηση της ενέργειας ΔU_{tot} , που οφείλεται στην αστοχία των συνδέσμων είναι μια ποσότητα που εξαρτάται τόσο από το τοπικό τασικό πεδίο στην περιοχή των συνδέσμων κατά την διάρκεια της αστοχίας, όσο και από τις γεωμετρικές παραμέτρους της πολλαπλής βλάβης (δηλαδή το μήκος της κύριας ρωγμής $2a$, το μήκος $2a_{msd}$ της MSD ρωγμής, το μήκος των συνδέσμων l και το πάχος t της πλάκας. Επιπλέον, η ΔU_{tot} είναι μια ποσότητα ενέργειας που περιλαμβάνει την αστοχία της περιοχής των συνδέσμων και την αύξηση της πλαστικής παραμόρφωσης στην κορυφή της ρωγμής.

Για την ανάπτυξη του προτεινόμενου κριτηρίου συνένωσης ρωγμών, οι παραπάνω ποσότητες ΔU_{tot} , ΔU_s και ΔU_{pl} ανάγονται στο εμβαδόν της διατομής των συνδέσμων ($l \cdot t$) και εξετάζονται οι παραγόμενες “ειδικές” ενέργειες ($\Delta u_{tot} = \Delta U_{tot} / l$, $\Delta u_s = \Delta U_s / l$ και $\Delta u_{pl} = \Delta U_{pl} / l$ αντίστοιχα). Η καταλληλότητα της ποσότητας ενέργειας Δu_{tot} ως κριτήριο συνένωσης ρωγμών εξετάστηκε στην παρούσα εργασία με εφαρμογή του σε διαφορετικά πειράματα συνένωσης ρωγμών σε πλάκες με πολλαπλή βλάβη. Οι “ειδικές” ενέργειες Δu_{tot} , Δu_s και Δu_{pl} υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας αριθμητική προσομοίωση πλακών με πολλαπλή βλάβη με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Στην επόμενη παράγραφο παρουσιάζονται αριθμητικά

και πειραματικά αποτελέσματα και προκύπτει ότι το μέγεθος Δu_{tot} μπορεί να είναι ένα κατάλληλο μέγεθος για το χαρακτηρισμό των συνθηκών αστοχίας της περιοχής ανάμεσα σε δύο ρωγμές σε καταστάσεις πολλαπλής βλάβης.

5.2 Ελαστοπλαστική ανάλυση ρηγματωμένων πλακών με πολλαπλή βλάβη

Ως πειραματική βάση για την ανάπτυξη και την επαλήθευση κριτηρίων συνένωσης ρωγμών σε συνθήκες πολλαπλής βλάβης έχουν χρησιμοποιηθεί εκτενώς στη βιβλιογραφία δύο πειραματικές σειρές που έχουν διεξαχθεί από το εθνικό ίδρυμα προτύπων και τεχνολογίας της Αμερικής (NIST) και το κρατικό πανεπιστήμιο του Wichita (WSU) [55]. Οι δοκιμές αναφέρονται σε επίπεδα δοκίμια χωρίς ενισχύσεις κατασκευασμένα από κράμα αλουμινίου 2024-T3. Στα δοκίμια εφαρμόζεται αυξανόμενο εφελκυστικό φορτίο μέχρι την τελική τους αστοχία, ενώ καταγράφεται το φορτίο για την πρώτη και τις επόμενες συνενώσεις ρωγμών. Τα δοκίμια του WSU γίνονται από υλικό με επικάλυψη καθαρού αλουμινίου, ενώ αυτά του NIST από υλικό χωρίς καμία προστατευτική επικάλυψη (βλέπε καμπύλες $\sigma - \varepsilon$ Σχήματος 5.3). Το μήκος των δοκιμίων του NIST και του WSU είναι 5816mm και 914mm αντίστοιχα, ενώ το πλάτος τους είναι 2286mm και 609.6mm αντίστοιχα. Τα δοκίμια NIST έχουν πάχος 1.016mm ενώ οι ρωγμές έχουν δημιουργηθεί χρησιμοποιώντας πριόνι. Τα δοκίμια WSU έχουν πάχος 1.6mm με τις ρωγμές να δημιουργούνται με τη μέθοδο της ηλεκτροδιάβρωσης. Η διάμετρος των οπών των δοκιμίων είναι 5.588mm και 6.35mm για τα NIST και WSU, αντίστοιχα. Στον πίνακα 5.1 παρουσιάζονται οι διαφορετικοί συνδυασμοί μήκους κυρίων ρωγμών και μήκους ρωγμών MSD που έχουν δημιουργηθεί στα δοκίμια, τα γεωμετρικά στοιχεία των δοκιμίων, καθώς και η εφαρμοζόμενη τάση, κάτω από την οποία παρατηρήθηκε η πρώτη συνένωση κύριας ρωγμής με τις γειτονικές ρωγμές MSD.

Για τον ακριβή υπολογισμό των ενεργειακών μεγεθών για την αστοχία συνδέσμων σε καταστάσεις πολλαπλής βλάβης, χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων και ο κώδικας ANSYS [56]. Τα δοκίμια που αναλύθηκαν παρουσιάζουν τα

βασικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά που φαίνονται στο Σχήμα 5.1. Αυτά περιλαμβάνουν το πλάτος (W) και το ύψος (H) της πλάκας, την διάμετρο των οπών (d) και την μεταξύ τους απόσταση (w_p), τον αριθμό των οπών σε κάθε πλευρά της κύριας ρωγμής (n), το μήκος κάθε ρωγμής MSD (a_{msd}) και το συνολικό αριθμό ρωγμών MSD (n_{msd}) ανά πλευρά της κύριας ρωγμής. Η συνολική αύξηση της ενέργειας ΔU_{tot} λόγω της αστοχίας των συνδέσμων, καθώς επίσης και το ελαστικό και πλαστικό τμήμα της, υπολογίζονται ως η διαφορά μεταξύ των ενεργειών παραμόρφωσης του δοκιμίου μετά από την αστοχία των συνδέσμων μείον τις αντίστοιχες ενέργειες παραμόρφωσης πριν από την αστοχία των συνδέσμων. Το εξωτερικά εφαρμοζόμενο φορτίο διατηρείται σταθερό μεταξύ των δύο καταστάσεων.

Αρχικά αναπτύχθηκε ένα δισδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων του δομικού στοιχείου που παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.1. Ακολούθησε μη γραμμική ελαστοπλαστική ανάλυση όπου εξομοιώθηκε η μη-γραμμικότητα στη συμπεριφορά του υλικού. Κατά τη διάρκεια της δημιουργίας του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων ελήφθησαν υπόψη όλες οι γεωμετρικές λεπτομέρειες ώστε ο υπολογισμός των τιμών της ενέργειας παραμόρφωσης να γίνει με τη μέγιστη δυνατή ακρίβεια. Δεδομένου ότι

τα εξεταζόμενα δοκίμια με πολλαπλή βλάβη έχουν δύο άξονες συμμετρίας, μοντελοποιήθηκε μόνο το ένα τέταρτο της πλάκας και εφαρμόστηκαν συνθήκες συμμετρίας.

Πίνακας 5.1: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά δοκιμίων με πολλαπλή βλάβη και πειραματικά μετρημένη τάση για την πρώτη συνένωση ρωγμών

Δοκίμιο	Πλάτος [mm]	Πάχος [mm]	Διάμετρος οπών [mm]	Απόσταση οπών [mm]	Κύρια ρωγμή, a_m [mm]	Ρωγμή MSD, a_{msd} [mm]	Αριθμός οπών με ρωγμές ανά πλευρά	Τάση συνένωσης ρωγμών [MPa]
NIST01	2286,0	1,016	5,588	25,4	508	3,556	5	61,5
NIST02	2286,0	1,016	5,588	25,4	355,6	2,286	3	84,1
NIST03	2286,0	1,016	5,588	25,4	142,24	4,826	3	137,9
NIST04	2286,0	1,016	5,588	25,4	391,16	2,286	-	97,9
NIST05	2286,0	1,016	5,588	38,1	482,58	3,556	10	88,95
NIST06	2286,0	1,016	5,588	38,1	193,04	4,82	-	161,35
NIST07	2286,0	1,016	5,588	25,4	254	2,286	10	151,7
WSU01	609,6	1,6	6,35	25,4	186,69	1,27	-	79,85
WSU02	609,6	1,6	6,35	25,4	181,61	1,27	-	97,15
WSU03	609,6	1,6	6,35	25,4	176,53	1,27	-	112,20
WSU04	609,6	1,6	6,35	25,4	168,91	5,08	-	94,25
WSU05	609,6	1,6	6,35	25,4	166,37	3,81	-	110,00
WSU06	609,6	1,6	6,35	25,4	163,83	2,54	-	120,00
WSU07	609,6	1,6	6,35	25,4	161,29	1,27	-	132,50
WSU08	609,6	1,6	6,35	25,4	237,49	1,27	-	67,60
WSU09	609,6	1,6	6,35	25,4	232,41	1,27	-	83,40
WSU10	609,6	1,6	6,35	25,4	227,33	1,27	-	94,95
WSU11	609,6	1,6	6,35	25,4	219,71	5,08	-	82,35
WSU12	609,6	1,6	6,35	25,4	217,17	3,81	-	97,15
WSU13	609,6	1,6	6,35	25,4	214,63	2,54	-	105,70
WSU14	609,6	1,6	6,35	25,4	212,09	1,27	-	119,75
WSU15	609,6	1,6	6,35	25,4	288,29	1,27	-	59,00
WSU16	609,6	1,6	6,35	25,4	283,21	1,27	-	74,00
WSU17	609,6	1,6	6,35	25,4	278,13	1,27	-	83,70
WSU18	609,6	1,6	6,35	25,4	270,51	5,08	-	71,20
WSU19	609,6	1,6	6,35	25,4	267,97	3,81	-	83,50
WSU20	609,6	1,6	6,35	25,4	265,43	2,54	-	93,90
WSU21	609,6	1,6	6,35	25,4	262,89	1,27	-	108,75
WSU22	609,6	1,6	6,35	25,4	321,31	5,08	-	71,20

Για την διακριτοποίηση των δοκιμίων χρησιμοποιήθηκε ο τύπος στοιχείου με κωδικό "PLANE183" του προγράμματος ANSYS, που φαίνεται στο Σχήμα 5.4. Πρόκειται για ένα 8-κόμβο δισδιάστατο στοιχείο με δύο βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο (μετατοπίσεις στις διευθύνσεις x και y), τετραγωνική συμπεριφορά μετατοπίσεων μεταξύ των κόμβων και ικανότητα σχηματισμού τριγωνικού στοιχείου, το οποίο χρησιμοποιείται στις περιοχές των κορυφών των ρωγμών.

Στο κώδικα πεπερασμένων στοιχείων η μη γραμμική συμπεριφορά του υλικού προσομοιώνεται με έναν πολυγραμμικό ισотροπικό νόμο σκλήρυνσης (multilinear isotropic hardening law), που περιγράφεται από δέκα ζεύγη τιμών τάσης-παραμόρφωσης από τις καμπύλες του Σχήματος 5.3.

Ένα χαρακτηριστικό μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων του ενός τετάρτου της ρηγματωμένης πλάκας με πολλαπλή βλάβη παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.5(α). Οι κατάλληλες συνοριακές συνθήκες συμμετρίας εφαρμόζονται στα όρια του μοντέλου. Επίσης ορίζεται μια συνοριακή συνθήκη η οποία εξασφαλίζει κοινή κάθετη μετατόπιση των κόμβων στην κορυφή της πλάκας. Στο Σχήμα 5.5(β) παρουσιάζεται μια λεπτομέρεια του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων στην περιοχή του συνδέσμου των δύο ρωγμών, όπου φαίνεται η πολύ πυκνή διακριτοποίηση του μοντέλου.

Στο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων εφαρμόζεται βηματικά αυξανόμενο φορτίο μέχρι την τιμή του πειραματικά μετρούμενου φορτίου αστοχίας. Στο τελευταίο βήμα φόρτισης πριν την αστοχία των συνδέσμων υπολογίζεται η συνολική ελαστική και πλαστική ενέργεια παραμόρφωσης του δοκιμίου από το άθροισμα της πυκνότητας της ελαστικής και πλαστικής ενέργειας παραμόρφωσης κάθε στοιχείου πολλαπλασιαζόμενη επί τον όγκο του αντίστοιχου στοιχείου. Στο επόμενο από την αστοχία βήμα φόρτισης, οι κόμβοι στην περιοχή συνδέσμων απελευθερώνονται και οι τιμές των ανωτέρω ενεργειακών μεγεθών υπολογίζονται για τις νέες συνοριακές συνθήκες. Μια λεπτομέρεια της περιοχής του συνδέσμου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων πριν και μετά από την αστοχία του παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.6.

5.3 Προσδιορισμός των παραμέτρων του προτεινόμενου κριτηρίου συνένωσης ρωγμών

Ακολουθώντας τη διαδικασία ελαστο-πλαστικής ανάλυσης που περιγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο, υπολογίστηκαν η ολική U_{tot} , η ελαστική U_s και η πλαστική U_{pl} ενέργεια παραμόρφωσης κάθε δοκιμίου πριν και μετά την αστοχία των συνδέσμων. Οι υπολογισμένες τιμές παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.2. Η υπολογισμένη αύξηση της συνολικής “ειδικής” ενέργειας παραμόρφωσης Δu_{tot} , καθώς επίσης και η υπολογισμένη αύξηση της πλαστικής “ειδικής” ενέργειας παραμόρφωσης Δu_{pl} , που είναι τα κρίσιμα μεγέθη του προτεινόμενου κριτηρίου συνένωσης, παρουσιάζονται επίσης στον Πίνακα 5.2.

Η υπόθεση του προτεινόμενου κριτηρίου συνένωσης ρωγμών είναι ότι η αύξηση της συνολικής “ειδικής” ενέργειας παραμόρφωσης λόγω της αστοχίας των συνδέσμων εξαρτάται από την αύξηση της πλαστικής “ειδικής” ενέργειας παραμόρφωσης. Στο Σχήμα 5.7 παρουσιάζεται το διάγραμμα των υπολογισμένων Δu_{tot} σαν συνάρτηση του Δu_{pl} για τα είκοσι δύο πειράματα του WSU.

Από τη γραφική παράσταση του Σχήματος 5.7 μπορεί να παρατηρηθεί μια σχεδόν γραμμική σχέση μεταξύ της υπολογισμένης Δu_{tot} και της Δu_{pl} . Το σημείο τομής της ευθείας προσέγγισης των σημείων του διαγράμματος με τον κατακόρυφο άξονα της Δu_{tot} είναι η τιμή της αύξησης της “ειδικής” ενέργειας παραμόρφωσης του δοκιμίου, που οφείλεται στην αστοχία των συνδέσμων αν δεν ληφθεί υπόψη καμία πλαστική παραμόρφωση στις κορυφές των ρωγμών. Επομένως, η τιμή της Δu_{tot} για $\Delta u_{pl}=0$, μπορεί να θεωρηθεί μέγεθος παρόμοιο με τον κρίσιμο ρυθμό απελευθέρωσης ενέργειας G_{cr} . Η κύρια διαφορά μεταξύ G_{cr} και του Δu_{tot} είναι ότι το πρώτο αναφέρεται στην απαραίτητη ενέργεια για μια απειροελάχιστα μικρή αύξηση του μήκους της ρωγμής, ενώ το δεύτερο υπολογίζεται από την αύξηση της ενέργειας παραμόρφωσης που οφείλεται στην αστοχία ολόκληρου του μήκους των συνδέσμων. Η ομοιότητα ανάμεσα στο G_{cr} και το Δu_{tot} μπορεί επίσης να παρατηρηθεί από τις αριθμητικές τιμές τους. Το Δu_{tot} έχει υπολογιστεί από το Σχήμα 5.7 σε 79,9

Nmm/mm^2 , ενώ το G_{cr} για το υλικό ΑΙ 2024-T3 η τιμή ποικίλει από 59 έως 126 Nmm/mm^2 , όπως υπολογίζεται από την γνωστή σχέση:

$$G_{cr} = \frac{K_{cr}^2}{E} \quad (5.5)$$

χρησιμοποιώντας για το K_{cr} τιμές από 65 έως $95\text{MPa(m)}^{1/2}$ [79] και για το μέτρο ελαστικότητας $E = 71500 \text{ N/mm}^2$.

Πίνακας 5.2: Υπολογισμένες τιμές ενεργειών παραμόρφωσης των δοκιμών με πολλαπλή βλάβη πριν και μετά την αστοχία των συνδέσμων

Δοκίμιο	Μήκος συνδέσμου [mm]	Πριν τη συνένωση			Μετά τη συνένωση			Αύξηση ολικής "ειδικής" ενέργειας παραμόρφωσης Δu_{tot} [N·mm/mm ²]	Αύξηση πλαστικής "ειδικής" ενέργειας παραμόρφωσης Δu_{tot} [N·mm/mm ²]
		Ολική ενέργεια [N·mm]	Ελαστική ενέργεια [N·mm]	Πλαστική ενέργεια [N·mm]	Ολική ενέργεια [N·mm]	Ελαστική ενέργεια [N·mm]	Πλαστική ενέργεια [N·mm]		
WSU01	3,81	45328	44692	636	46608	45716	888,00	104,987	20,669
WSU02	6,35	66860	65720	1140	69680	67772	1904,00	138,780	37,598
WSU03	8,89	88948	87164	1784	94004	90568	3436,00	177,728	58,071
WSU04	8,89	62604	61244	1356	66728	64460	2264,00	144,966	31,918
WSU05	11,43	84924	83032	1888	91328	87672	3656,00	175,087	48,338
WSU06	13,97	100444	98368	2076	108892	104112	4780,00	188,976	60,487
WSU07	16,51	122052	119520	2528	133640	126748	6892,00	219,337	82,601
WSU08	3,81	34804	34192	608	36040	35200	840,00	101,378	19,029
WSU09	6,35	52744	51616	1128	55540	53676	1860,00	137,598	36,024
WSU10	8,89	68036	66392	1640	72864	69720	3140,00	169,713	52,728
WSU11	8,89	51140	49688	1448	55448	53048	2396,00	151,434	33,324
WSU12	11,43	70856	68756	2100	77724	73704	4016,00	187,773	52,384
WSU13	13,97	83188	80904	2284	92152	87004	5148,00	200,519	64,066
WSU14	16,51	106576	103440	3136	119928	111568	8356,00	252,726	98,804
WSU15	3,81	28924	28296	628	30200	29328	872,00	104,659	20,013
WSU16	6,35	45308	44072	1232	48316	46256	2056,00	148,031	40,551
WSU17	8,89	57604	55840	1760	62700	59324	3376,00	179,134	56,805
WSU18	8,89	41576	40124	1448	45932	43524	2408,00	153,121	33,746
WSU19	11,43	56812	54780	2032	63628	59724	3900,00	186,352	51,072
WSU20	13,97	71364	68824	2540	81152	75356	5796,00	218,951	72,835
WSU21	16,51	95804	91940	3864	111644	101080	10564,00	299,818	126,817
WSU22	8,89	46920	44420	2496	53328	48996	4328,00	225,253	64,398

Σχήμα 5.7: Αύξηση ολικής "ειδικής" ενέργειας παραμόρφωσης Δu_{tot} σαν συνάρτηση της αύξησης της πλαστικής "ειδικής" ενέργειας παραμόρφωσης Δu_{pl} για τα πειράματα WSU.

5.4 Εφαρμογή του μοντέλου συνένωσης ρωγμών

Η γραμμική σχέση μεταξύ της αύξησης της ολικής "ειδικής" ενέργειας παραμόρφωσης Δu_{tot} και της αύξησης της πλαστικής "ειδικής" ενέργειας παραμόρφωσης Δu_{pl} , που παρατηρείται στο Σχήμα 5.7, επιτρέπει την δημιουργία μιας "χαρακτηριστικής γραμμής συνένωσης ρωγμών", η οποία ορίζεται ως η χαρακτηριστική γραμμή αστοχίας συνδέσμων του υλικού Al 2024-T3. Αυτή η γραμμή "θραύσης" καθορίζει τις συνθήκες αστοχίας των συνδέσμων για οποιαδήποτε γεωμετρική διαμόρφωση μιας πλάκας με πολλαπλή βλάβη, κατά συνέπεια, για οποιοδήποτε βαθμό πλαστικής παραμόρφωσης της περιοχής των συνδέσμων και άρα μπορεί να θεωρηθεί πως αποτελεί ιδιότητα του υλικού. Επίσης, καθώς η γραμμή αυτή προσεγγίζεται από μια ευθεία, μπορεί να προσδιοριστεί από πολύ μικρό αριθμό πειραμάτων και κατ' ελάχιστον από δύο πειραματικά σημεία, που να αναφέρονται σε δοκίμια με διαφορετικό βαθμό πλαστικοποίησης του συνδέσμου κατά την αστοχία του. Προκειμένου να ελεγχθεί η καταλληλότητα της προτεινόμενης καμπύλης αστοχίας των συνδέσμων, εξετάζεται η ικανότητα της να προβλέψει το φορτίο αστοχίας των πειραμάτων NIST. Για το σκοπό

αυτό, η αύξησης της “ειδικής” ενέργειας παραμόρφωσης υπολογίζεται για το σύνολο των πειραμάτων NIST για βηματικά αυξανόμενες τιμές της εφαρμοζόμενης τάσης.

Στην πράξη αυτό επιτυγχάνεται ξεκινώντας από μια αρχική τιμή του εξωτερικά εφαρμοζόμενου φορτίου, για τα οποία υπολογίζονται τα μεγέθη Δu_{tot} και Δu_{pl} . Δημιουργείται έτσι ένα σημείο στο διάγραμμα $\Delta u_{tot} - \Delta u_{pl}$. Αν αυτό το σημείο βρίσκεται κάτω από την “γραμμή θραύσης” του υλικού, τότε αυξάνεται το φορτίο και υπολογίζεται ένα νέο σημείο στο διάγραμμα. Με τον τρόπο αυτό δημιουργείται μια καμπύλη που εκφράζει την επίδραση του εξωτερικού φορτίου στη σχέση με τα μεγέθη Δu_{tot} και Δu_{pl} .

Στο Σχήμα 5.8(α) και 5.8 (β) παρουσιάζονται οι “ειδικές” ενεργειακές ποσότητες Δu_{tot} και Δu_{pl} για δύο πειράματα NIST που έχουν αρκετά διαφορετικό βαθμό πλαστικής παραμόρφωσης πριν από την αστοχία των συνδέσμων. Η καμπύλη των “ειδικών” ενεργειών παραμόρφωσης για βηματικά αυξανόμενο εξωτερικό φορτίο τέμνει τη “χαρακτηριστική γραμμή συνένωσης ρωγμών” του συγκεκριμένου υλικού, όπως μπορεί να φανεί στο Σχήμα 5.8. Η τομή αντιπροσωπεύει το υπολογισμένο σημείο αστοχίας των συνδέσμων. Σύμφωνα με την προτεινόμενη μεθοδολογία η εφαρμοσμένη τάση που αντιστοιχεί στο σημείο τομής καθορίζει την προβλεφθείσα τάση συνένωσης των ρωγμών.

Στον Πίνακα 5.3 παρουσιάζονται, οι προβλεφθείσες τιμές της τάσης αρχικής αστοχίας των συνδέσμων για όλα τα πειράματα NIST, όπως υπολογίζονται χρησιμοποιώντας την προτεινόμενη μεθοδολογία.

Οι προβλέψεις συγκρίνονται με υπάρχουσες στη βιβλιογραφία εναλλακτικές μεθοδολογίες πρόβλεψης της συνένωσης ρωγμών. Η πρώτη από αυτές (και πιο διαδεδομένη στη αεροπορική βιομηχανία λόγω της απλότητας στην εφαρμογή της) είναι το κριτήριο επαφής των πλαστικών ζωνών, που είναι ευρύτερα γνωστό και ως κριτήριο Swift [50]. Σύμφωνα με το κριτήριο αυτό οι δύο ρωγμές ενώνονται όταν ενωθούν οι πλαστικές ζώνες, που δημιουργούνται στις κορυφές των ρωγμών. Για την εφαρμογή του κριτηρίου αυτού, χρησιμοποιήθηκε το ίδιο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων, που αναπτύχθηκε για το προτεινόμενο κριτήριο. Εφαρμόζεται μικρό

εξωτερικό φορτίο και ελέγχεται το μέγεθος των πλαστικών ζωνών (βλέπε Σχήμα 5.9α). Ως πλαστική ζώνη ορίζεται η περιοχή του υλικού όπου η τάση έχει περάσει το όριο διαρροής του. Το επιβαλλόμενο φορτίο αυξάνεται προοδευτικά έως ότου οι πλαστικές ζώνες προσεγγίσουν η μια την άλλη, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.9β. Η τιμή της εξωτερικά εφαρμοζόμενης τάσης στο σημείο αυτό, ορίζεται ως το φορτίο συνένωσης των ρωγμών σύμφωνα με το κριτήριο Swift. Τα φορτία αστοχίας όπως υπολογίζονται από το κριτήριο του Swift παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.3.

(α)

(β)

Σχήμα 5.8: “Ειδικές” ενέργειες παραμόρφωσης για αυξανόμενο εφαρμοζόμενο φορτίο για τα πειράματα NIST01 (α) & NIST03 (β)

Σχήμα 5.9: Πλαστικές ζώνες γειτονικών ρωγμών, (α) σε απόσταση μεταξύ τους και (β) σε επαφή.

Η προτεινόμενη μεθοδολογία πρόβλεψης συνένωσης ρωγμών συγκρίνεται επίσης με το κριτήριο διάδοσης σύμφωνα με το κρίσιμο συντελεστή έντασης τάσεων (K_{cr}). Σύμφωνα με το κριτήριο αυτό δύο γειτονικές ρωγμές ενώνονται, όταν ο συντελεστής έντασης τάσεων στη μια από αυτές φτάσει την τιμή του κρίσιμου συντελεστή έντασης τάσεων K_{cr} . Για την εφαρμογή αυτού του κριτηρίου αναπτύχθηκε μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων, το οποίο περιελάμβανε ιδιόμορφα στοιχεία στις κορυφές των ρωγμών. Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενο κεφάλαιο, τα στοιχεία αυτά είναι απαραίτητα για τον ακριβή υπολογισμό των συντελεστών έντασης τάσεων. Η συμπεριφορά του υλικού στην περίπτωση αυτή θεωρήθηκε καθαρά ελαστική. Στο Σχήμα 5.10 παρουσιάζεται η παραμορφωμένη κατάσταση του δοκιμίου στην περιοχή ανάμεσα στην κύρια και στην επόμενη ρωγμή, ενώ στον Πίνακα 5.3, παρουσιάζονται τα φορτία αστοχίας που υπολογίζονται με χρήση του κριτηρίου αυτού.

Το τελευταίο κριτήριο της βιβλιογραφίας που εφαρμόστηκε για την σύγκριση των αποτελεσμάτων του προτεινόμενου κριτηρίου συνένωσης ρωγμών είναι το κριτήριο πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης, γνωστό και ως κριτήριο Sih [54]. Από την παρουσίαση της θεωρίας της πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης στις αρχές της δεκαετίας του '70, ο συντελεστής πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης έχει εφαρμοστεί επιτυχώς στην πρόβλεψη της διάδοσης ρωγμών σε ένα ευρύ φάσμα περιπτώσεων. Η γενική αρχή εφαρμογής του κριτηρίου του συντελεστή πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης βασίζεται στην η διακύμανσή του που παρατηρείται κοντά

σε σημεία όπου υπάρχουν αλλαγές στις ιδιότητες του υλικού ή της γεωμετρίας. Οι κορυφές και οι κοιλάδες της διακύμανσης αυτής μπορούν να συσχετιστούν με σημεία αστοχίας του υλικού λόγω διαρροής ή θραύσης. Με βάση το κριτήριο της πυκνότητας της ενέργειας παραμόρφωσης, η ακολουθία της διάδοσης ρωγμών κόπωσης μπορεί μέσα να υποτεθεί ως:

Σχήμα 5.10: Παραμορφωμένη κατάσταση δοκιμίου στην περιοχή ανάμεσα στην κύρια και στην επόμενη ρωγμή.

$$\left(\frac{dW}{dV} \right)_c = \frac{S_1}{r_1} = \frac{S_2}{r_2} = \dots = \frac{S_j}{r_j} = \dots = \frac{S_c}{r_c} \quad (5.6)$$

όπου S_j είναι ο συντελεστής πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης και S_c η κρίσιμη τιμή του στην απόσταση r_c , η οποία θεωρείται η κρίσιμη απόσταση από την κορυγή της ρωγμής. Όταν το S_j φθάνει την κρίσιμη τιμή S_c τότε αναμένεται ασταθής διάδοση της ρωγμής, σύμφωνα με τη θεωρία της πυκνότητας της ενέργειας παραμόρφωσης. Για το υλικό που εξετάζεται στα συγκεκριμένα προβλήματα πολλαπλής βλάβης, η τιμή του κρίσιμου συντελεστή πυκνότητας ενέργειας

παραμόρφωσης είναι 14,31 N/mm, ενώ η κρίσιμη απόσταση μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας την παρακάτω σχέση:

$$r_c = \frac{3(1-2\nu)}{2\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_y} \right)^2 \left[1 + \frac{2(1+\nu)}{1-2\nu} \right]^{-1} \quad (5.7)$$

Θεωρώντας μια τιμή για το K_{Ic} ίση με $1047\text{N}(\text{mm})^{1/2}$ μπορεί να υπολογιστεί η τιμή του r_c ίση με 0.301mm

Για την εφαρμογή του κριτηρίου πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης, οι τιμές το μεγεθών στην περιοχή συνδέσμων υπολογίστηκαν με τη βοήθεια της αριθμητικής ανάλυσης του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων που περιγράφεται σε παραπάνω παράγραφο του παρόντος κεφαλαίου. Μια χαρακτηριστική κατανομή της πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης κατά μήκος του συνδέσμου δύο ρωγμών, που αναφέρεται στο δοκίμιο WSU03 παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.11.

Στον Πίνακα 5.3 παρουσιάζονται οι τιμές του θεωρητικά υπολογιζόμενου φορτίου συνένωσης με χρήση του κριτηρίου πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης για τα διάφορα δοκίμια με πολλαπλή βλάβη. Παρατηρείται ότι οι προβλέψεις που έγιναν με εφαρμογή του κριτηρίου πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης είναι παρόμοιας ακρίβειας αυτές που εκτελούνται με χρήση του προτεινόμενου κριτηρίου “ειδικών” ενεργειών παραμόρφωσης.

Η μέση απόκλιση μεταξύ των προβλεφθέντων με βάση τα διαφορετικά κριτήρια και των πειραματικά μετρημένων τιμών τάσης που απαιτούνται για την πρώτη συνένωση ρωγμών (τελευταία γραμμή του Πίνακα 5.3) δείχνει ότι το προτεινόμενο κριτήριο οδηγεί σε πιο ακριβείς προβλέψεις, σε σύγκριση με τα υπόλοιπα κριτήρια της βιβλιογραφίας. Μπορεί να παρατηρηθεί ότι όλες οι τιμές που προκύπτουν με εφαρμογή του προτεινόμενου ενεργειακού κριτηρίου συνένωσης είναι μικρότερες από τις αντίστοιχες πειραματικές τιμές. Προκειμένου να ερευνηθεί αυτό το αποτέλεσμα, δημιουργείται για τα πειράματα NIST, η αντίστοιχη “χαρακτηριστική γραμμή συνένωσης ρωγμών” με αυτή των πειραμάτων του WSU. Από το Σχήμα 5.12 μπορεί κανείς να παρατηρήσει ότι η “χαρακτηριστική γραμμή συνένωσης ρωγμών” των πειραμάτων NIST έχει σχεδόν την ίδια κλίση με την αντίστοιχη γραμμή για τα

πειράματα WSU, τέμνοντας τον κατακόρυφο άξονα, σε μια υψηλότερη τιμή (102.58 Nmm/mm²) η οποία είναι ακόμα πιο κοντά στην τιμή του G_{cr} του υλικού. Η απόκλιση μεταξύ των δύο γραμμών σπασίματος μπορεί να εξηγηθεί από την ελαφρώς διαφορετική συμπεριφορά μεταξύ του υλικού με επικάλυψη καθαρού αλουμινίου και του υλικού χωρίς προστατευτική επικάλυψη.

(α)

(β)

Σχήμα 5.11: (α) Κατανομή πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης κατά μήκος του συνδέσμου (β) Λεπτομέρεια κοντά στην κορυφή της κεντρικής ρωγμής

Πίνακας 5.3: Αποτελέσματα εφαρμογής διαφόρων κριτηρίων συνένωσης ρωγμών και σύγκριση με πειραματικές μετρήσεις

Πείραμα	Πειραματική τάση συνένωσης [MPa]	Προτεινόμενο κριτήριο [MPa]	Κριτήριο Swift [MPa]	Κριτήριο K_{cr} [MPa]	Κριτήριο πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης [MPa]
NIST1	61.5	52.3	35.36	89.15	-
NIST2	84.1	71.0	52.56	112.00	-
NIST3	137.9	131.0	86.18	173.64	-
NIST4	97.9	81.0	78.32	112.04	-
NIST5	88.95	76.5	77.83	218.34	-
NIST6	161.35	116.0	105.3	134.60	-
NIST9	151.7	129.0	100.7	136.36	-
WSU01	79.85	-	45.91	139.28	67.71
WSU02	97.15	-	70.43	148.47	82.38
WSU03	112.20	-	86.95	154.16	89.20
WSU04	94.25	-	63.61	151.30	79.92
WSU05	110.00	-	79.75	158.04	93.28
WSU06	120.00	-	93.00	164.12	95.40
WSU07	132.50	-	109.31	176.00	105.34
WSU08	67.60	-	32.11	118.71	60.91
WSU09	83.40	-	47.95	126.32	66.30
WSU10	94.95	-	59.34	130.94	75.49
WSU11	82.35	-	55.58	128.33	69.83
WSU12	97.15	-	65.57	133.90	77.23
WSU13	105.70	-	81.91	138.96	84.03
WSU14	119.75	-	92.80	149.08	88.85
WSU15	59.00	-	33.92	102.19	50.03
WSU16	74.00	-	49.95	108.67	62.75
WSU17	83.70	-	64.86	112.59	62.11
WSU18	71.20	-	46.28	110.32	60.38
WSU19	83.50	-	56.36	115.10	70.81
WSU20	93.90	-	68.07	119.46	69.67
WSU21	108.75	-	78.84	128.26	74.93
WSU22	71.20	-	40.94	95.00	52.83
Μέσος όρος					
$\frac{\sigma_{exp} - \sigma_{cal}}{\sigma_{exp}}$		15.70%	31.58%	-41.94%	19.3%

Σχήμα 5.12: “Χαρακτηριστικές γραμμές συνένωσης ρωγμών” πειραμάτων NIST και WSU

Συμπερασματικά μπορεί να θεωρηθεί ότι το κριτήριο συνένωσης των ρωγμών που προτείνεται είναι ακριβές και αποτελεσματικό για την πρόβλεψη της πρώτης συνένωσης ρωγμών. Στη συνέχεια εξετάζεται εάν το κριτήριο μπορεί να εφαρμοστεί με επιτυχία και στην πρόβλεψη των επόμενων συνενώσεων ρωγμών μέχρι την τελική αστοχία.

5.5 Πρόβλεψη διαδοχικών συνενώσεων ρωγμών

Όπως παρουσιάστηκε στις προηγούμενες παραγράφους του παρόντος κεφαλαίου, το προτεινόμενο κριτήριο συνένωσης ρωγμών μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου για τη συνένωση δύο ρωγμών σε συνθήκες πολλαπλής βλάβης. Στη συνέχεια εξετάζεται η εφαρμογή του ίδιου κριτηρίου για την πρόβλεψη συνενώσεων ρωγμών μετά την αρχική συνένωση. Η χρησιμοποίηση του κριτηρίου στη συνένωση διαδοχικών ρωγμών οδηγεί και στον υπολογισμό της εναπομένουσας αντοχής του δομικού στοιχείου.

Σύμφωνα με την εργασία [80] το προηγούμενο ιστορικό συνένωσης ρωγμών σε δομικά στοιχεία με πολλαπλή βλάβη δεν επηρεάζει τις μετέπειτα συνενώσεις και την

τελική αστοχία. Αυτό σημαίνει πως δεν υπάρχει κάποιος λόγος που να εμποδίζει την επιτυχημένη εφαρμογή του προτεινόμενου κριτηρίου σε περιπτώσεις μετέπειτα συνενώσεων ρωγμών. Για την επαλήθευση της παραπάνω παρατήρησης χρησιμοποιήθηκαν κάποια από τα πειράματα σε δοκίμια με πολλαπλή βλάβη που παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.1 και για τα οποία υπάρχουν στοιχεία για την δεύτερη συνένωση ρωγμών. Τα αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα που αφορούν τη δεύτερη συνένωση παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.4

Πίνακας 5.4: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά δοκιμών με πολλαπλή βλάβη και πειραματικά μετρούμενη τάση για τη δεύτερη συνένωση ρωγμών

Δοκίμιο	Κύρια ρωγμή πριν τη 2 ^η συνένωση a_m [mm]	Ρωγμή MSD, a_{msd} [mm]	Αριθμός οπών με ρωγμές ανά πλευρά	Τάση συνένωσης ρωγμών [MPa]
NIST01	273.05	3.556	4	95
NIST02	195.6	2.286	2	98
NIST03	96.5	4.826	2	161
NIST05	273.05	3.556	9	91

Για τον υπολογισμό των ενεργειακών μεγεθών που είναι απαραίτητα για την εφαρμογή του κριτηρίου συνένωσης ρωγμών αναπτύχθηκαν τα μοντέλα των αντίστοιχων δοκιμών, όπως αυτά είναι μετά την πρώτη συνένωση. Οι πλαστικές παραμορφώσεις, οι οποίες είχαν αναπτυχθεί κατά την πρώτη συνένωση ρωγμών δεν ελήφθησαν υπόψη, καθώς ζητούμενο ήταν να δειχθεί εάν το προηγούμενο ιστορικό συνενώσεων επηρεάζει τις μετέπειτα συνενώσεις.

Για τον υπολογισμό της απαιτούμενης εφαρμοζόμενης εξωτερικής τάσης για τη δεύτερη συνένωση ρωγμών εφαρμόστηκε το μοντέλο συνένωσης ρωγμών που αναπτύχθηκε. Έγιναν δύο ομάδες υπολογισμών. μία χρησιμοποιώντας ως χαρακτηριστική γραμμή συνένωσης αυτή που προέκυψε για τα πειράματα των δοκιμών WSU (Σχήμα 5.7) και μία αυτή που προέκυψε για την πρώτη συνένωση στα πειράματα των δοκιμών NIST (Σχήμα 5.12). Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Σχήματα 5.13 και 5.14 και στον Πίνακα 5.5. Τα σημεία στα διαγράμματα των σχημάτων 5.13 και 5.14 που αφορούν τη δεύτερη συνένωση στα πειράματα NIST01

και NIST05 ουσιαστικά συμπίπτουν, καθώς τα αντίστοιχα δοκίμια έχουν την ίδια γεωμετρία μετά την πρώτη συνένωση.

Πίνακας 5.5: Αποτελέσματα εφαρμογής κριτηρίου συνένωσης ραγμών για τη δεύτερη συνένωση και σύγκριση με πειραματικές μετρήσεις

Δοκίμιο	Πείραμα Τάση δεύτερης συνένωσης [MPa]	Μοντέλο			
		Με χρήση γραμμής συνένωσης πειραμάτων WSU		Με χρήση γραμμής συνένωσης πειραμάτων NIST	
		Υπολογιζόμενη τάση [MPa]	Απόκλιση	Υπολογιζόμενη τάση [MPa]	Απόκλιση
NIST01	95	65	-31.58%	73	-23.16%
NIST02	98	75	-23.47%	90	-8.16%
NIST03	161	100	-37.89%	120	-25.47%
NIST05	91	65	-28.57%	73	-19.78%

Από τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.5 φαίνεται πως τα θεωρητικά αποτελέσματα αποκλίνουν περισσότερο από τα πειραματικά σε σχέση με την πρώτη συνένωση ρωγμών. Λαμβάνοντας, όμως, υπόψιν πως η πρόβλεψη της συνένωσης ρωγμών και της εναπομένουσας αντοχής ενός δομικού στοιχείου είναι από τα πιο περίπλοκα προβλήματα στο πεδίο της πολλαπλής βλάβης, καθώς και το γεγονός πως οι θεωρητικές προβλέψεις βρίσκονται στην συντηρητική πλευρά, κρίνεται πως το προτεινόμενο κριτήριο συνένωσης των ρωγμών παρέχει ικανοποιητική ακρίβεια στον υπολογισμό της δεύτερης συνένωσης ρωγμών. Συνεπώς μπορεί να αποτελέσει και κριτήριο και για τις επόμενες συνενώσεις ρωγμών έως την τελική αστοχία του δομικού στοιχείου. Τέλος, η μεθοδολογία που αναπτύχθηκε είναι επεκτάσιμη σε πολύπλοκες γεωμετρίες όπως ενισχυμένες δομές, καμπυλόγραμμες γεωμετρίες περιλαμβάνοντας όλο το φάσμα πολλαπλά ρηγματωμένων αεροπορικών κατασκευών.

6

Σύνθεση και εφαρμογή μεθοδολογιών στον υπολογισμό της εξέλιξης πολλαπλής βλάβης

Στο παρόν κεφάλαιο τα μοντέλα έναρξης, διάδοσης και συνένωσης ρωγμών που παρουσιάστηκαν προηγούμενα ενσωματώνονται σε μια ολοκληρωμένη μεθοδολογία, η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη της εξέλιξης της γήρανσης δομικών στοιχείων με πολλαπλή βλάβη που καταπονούνται σε κόπωση. Ο υπολογισμός γίνεται με μια βηματική διαδικασία, που βασίζεται στην μεθοδολογία των υπερ-στοιχείων και η οποία επαναλαμβάνεται μέχρι την τελική αστοχία του δομικού στοιχείου. Η αποτελεσματικότητα της μεθόδου επαληθεύεται με σύγκριση των θεωρητικών αποτελεσμάτων με πειράματα κόπωσης πολλαπλά ρηγματωμένων δοκιμίων.

6.1 Σύνθεση μεθοδολογιών πρόβλεψης της έναρξης, διάδοσης και συνένωσης ρωγμών

Το διάγραμμα ροής της ολοκληρωμένης μεθοδολογίας παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.1. Αρχικά εισάγονται τα γεωμετρικά στοιχεία, οι οριακές συνθήκες και η φόρτιση του δομικού στοιχείου καθώς και οι ιδιότητες των υλικών από τα οποία αποτελείται.

Ακολουθεί η ανάλυση των τάσεων της κατασκευής. Για το σκοπό αυτό δημιουργούνται τα κατάλληλα υπερ-στοιχεία, που χρησιμοποιούνται για τη μοντελοποίηση της ρηγματωμένης περιοχής, σύμφωνα με τη μεθοδολογία που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 3. Αναπτύσσεται, έτσι, ένα μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων της κατασκευής χρησιμοποιώντας τα κατάλληλα υπερ-στοιχεία. Στη συνέχεια ορίζονται τα εξωτερικά φορτία και οι συνοριακές συνθήκες, επιλύεται το

μοντέλο και προσδιορίζονται τάσεις στις κρίσιμες περιοχές και συντελεστές έντασης τάσεων στις ρωγμές.

Σχήμα 6.1: Διάγραμμα ροής ολοκληρωμένης μεθοδολογίας υπολογισμού εξέλιξης βλάβης

Στη συνέχεια ακολουθεί η πιθανοθεωρητική προσέγγιση που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 4 για την πρόβλεψη της έναρξης ρωγμών. Για το σκοπό αυτό, ένας ψευδοτυχαίος συντελεστής που ακολουθεί την κανονική κατανομή του Σχήματος 4.8, όπως προκύπτει από τα πειράματα του Κεφαλαίου 4, αντιστοιχείται σε κάθε πιθανό σημείο έναρξης ρωγμής (άκρα των οπών). Ο συντελεστής αυτός θα χρησιμοποιηθεί κατά τη διάρκεια της διαδικασίας για τον έλεγχο έναρξης ρωγμών. Για την εφαρμογή του κριτηρίου έναρξης ρωγμών, σύμφωνα με τη μεθοδολογία που αναπτύχθηκε στο

Κεφάλαιο 4, είναι απαραίτητος ο υπολογισμός της τάσης στις περιοχές της δομής, όπου παρουσιάζεται συγκέντρωση τάσεων και αποτελούν πιθανά σημεία έναρξης ρωγμής. Ο υπολογισμός της τάσης γίνεται χρησιμοποιώντας τους κόμβους που ορίζονται στις περιοχές αυτές και τα αντίστοιχα στοιχεία, όπως παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 1.

Με βάση την υπολογιζόμενη από το μοντέλο ΠΣ τάση και τη συσσωρευμένη βλάβη, μπορεί να εφαρμοστεί το κριτήριο έναρξης ρωγμών, που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 4. Αν η τιμή της παραμέτρου βλάβης γίνει ίση με μονάδα, τότε θεωρείται πως εμφανίζεται ρωγή μήκους 1 mm. Στην περίπτωση που το μοντέλο έναρξης ρωγμών προβλέπει δημιουργία νέας ρωγμής σε κάποια θέση, υπολογίζεται η νέα γεωμετρία του μοντέλου και η διαδικασία επαναλαμβάνεται από το βήμα της ανάλυσης των τάσεων και μετά (Σχήμα 6.1).

Κατόπιν ελέγχεται η πιθανή συνένωση δύο διπλανών ρωγμών με χρήση του κριτηρίου συνένωσης ρωγμών, που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 5, όπως τροποποιήθηκε για τον υπολογισμό των ενεργειών πλαστικής παραμόρφωσης με βάση την προσεγγιστική μέθοδο των ισοδύναμων ρωγμών.

Στη συνέχεια ελέγχεται η εναπομένουσα αντοχή της κατασκευής. Η μείωση της εναπομένουσας αντοχής ενός δομικού στοιχείου, που βρίσκεται σε κατάσταση πολλαπλής βλάβης, είναι ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα της γήρανσης αεροπορικών κατασκευών. Όταν η τιμή της πέσει κάτω από ένα κρίσιμο επίπεδο, τότε οδηγεί σε αστοχία του δομικού στοιχείου με πιθανά καταστροφικές συνέπειες για τη δομική ακεραιότητα της κατασκευής. Επομένως, ο υπολογισμός της εναπομένουσας αντοχής απαιτεί ιδιαίτερη προσοχή. Ωστόσο, δεν υπάρχουν ακόμη ιδιαίτερα αποτελεσματικά κριτήρια για τον ακριβή υπολογισμό της. Στην παρούσα εργασία, καθώς σκοπός ήταν η ανάπτυξη ενός ολοκληρωμένου κώδικα εξέλιξης της γήρανσης, χρησιμοποιήθηκε το απλουστευμένο κριτήριο της διαρροής της καθαρής διατομής.

Για την εφαρμογή του κριτηρίου στον κώδικα, μετά από κάθε βήμα αύξησης του μήκους των ρωγμών, υπολογίζεται η καθαρή επιφάνεια σε κάθε σειρά ήλων του συνδέσμου. Για να γίνει αυτό αφαιρείται από την ολική διατομή του συνδέσμου η επιφάνεια των οπών των ήλων και η επιφάνεια κάθε ρωγμής στην ίδια ευθεία. Αυτό

που μένει είναι η καθαρή διατομή του συνδέσμου, που στο Σχήμα 6.2 εμφανίζεται με γκρι χρώμα. Στη συνέχεια υπολογίζεται ο λόγος της μέγιστης εξωτερικά επιβαλλόμενης δύναμης προς την καθαρή διατομή. Ο λόγος αυτός συγκρίνεται με το όριο διαρροής του υλικού. Στην περίπτωση που είναι μικρότερος τότε ο σύνδεσμος αντέχει, ενώ όταν ξεπεράσει το όριο διαρροής θεωρείται πως το δομικό στοιχείο αστοχεί. Ο έλεγχος επαναλαμβάνεται για κάθε σειρά ήλων του συνδέσμου.

Σχήμα 6.2: Κάτοψη και τομή ρηγματωμένου ηλωτού συνδέσμου (με γκρι χρώμα εμφανίζεται η καθαρή διατομή).

Με βάση τους υπολογιζόμενους συντελεστές έντασης τάσεων υπολογίζεται ο ρυθμός διάδοσης κάθε ρωγμής. Για τον υπολογισμό της διάδοσης μιας ρωγμής σε ένα δομικό στοιχείο, το οποίο υπόκειται σε φορτία κόπωσης, χρησιμοποιείται το μοντέλο που έχει αναπτυχθεί στο Εργαστήριο Τεχνολογίας και Αντοχής των Υλικών του Πανεπιστημίου Πατρών [28], που παρουσιάστηκε αναλυτικά στο Κεφάλαιο 2 και λαμβάνει υπόψη υπερφορτίσεις που προκαλούνται από τυχαία ιστορικά φόρτισης. Κατά την εφαρμογή του παραπάνω μοντέλου ο ρυθμός διάδοσης της ρωγμής εξαρτάται από μια σειρά σταθερών του υλικού, καθώς και από το εύρος του συντελεστή έντασης τάσεων, ο οποίος προσδιορίζει τη μεταβολή του τασικού πεδίου στην περιοχή γύρω από την κορυφή της ρωγμής. Στην περίπτωση των πολλαπλών ρωγμών σε ένα δομικό στοιχείο, έγινε η υπόθεση ότι ο νόμος που περιγράφει τη διάδοση κάθε μιας από τις ρωγμές χρησιμοποιεί τις ίδιες σταθερές του υλικού και το μόνο που αλλάζει είναι το τασικό πεδίο λόγω της ύπαρξης των υπολοίπων ρωγμών και της αλληλεπίδρασής του.

Τέλος υπολογίζονται τα νέα μήκη των ρωγμών. Οι κύκλοι φόρτισης και το μέγεθος των ρωγμών αποθηκεύονται σε αρχείο για μετέπειτα επεξεργασία. Στη συνέχεια η

διαδικασία επαναλαμβάνεται, δημιουργώντας τα νέα υπερ-στοιχεία, που είναι απαραίτητα για την ανανεωμένη μορφή της δομής. Τα υπερ-στοιχεία, τα οποία είναι κοινά με το προηγούμενο μοντέλο, δηλαδή αυτά που χρησιμοποιούνται για μια περιοχή χωρίς ρωγμή, ή για μια ρωγμή από οπή σε οπή δεν υπολογίζονται ξανά, εξοικονομώντας έτσι υπολογιστικό χρόνο.

6.2 Εφαρμογή ολοκληρωμένης μεθοδολογίας σε πολλαπλά ρηγματωμένα δοκίμια

Για την αξιολόγηση της αναπτυχθείσας μεθοδολογίας πρόβλεψης γήρανσης πολλαπλά ρηγματωμένων δομικών στοιχείων διεξήχθησαν πειράματα σε επιλεγμένα δοκίμια με πολλαπλή βλάβη κόπωσης στα πλαίσια του Ευρωπαϊκού ερευνητικού προγράμματος SMAAC [2]. Δύο χαρακτηριστικά πειράματα παρουσιάζονται στην παρούσα εργασία. Το πρώτο αφορά σε μια σύνδεση επικάλυψης (lap-joint), η οποία αποτελείται από δύο ελάσματα συνδεδεμένα μεταξύ τους με δύο σειρές ήλων, ενώ το δεύτερο αφορά μια μετωπική σύνδεση με αρμοκάλυψη (butt-joint), η οποία αποτελείται από δύο ελάσματα που ενώνονται μέσω ενός τρίτου το οποίο βρίσκεται στο πίσω μέρος των δύο πρώτων. Η σύνδεση πραγματοποιείται με τέσσερις συνολικά σειρές ήλων. Στις επόμενες παραγράφους για ευκολία τα δοκίμια αυτά θα αποκαλούνται **δοκίμιο τύπου I** (η σύνδεση με επικάλυψη) και **δοκίμιο τύπου II** (η σύνδεση με αρμοκάλυψη).

6.3 Σύνδεση τύπου I (Lap-joint)

6.3.1 Πειραματική δοκιμή δοκιμίου τύπου I

Η γεωμετρία του δοκιμίου ήλωσης τύπου I παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.3. Ο αριθμός των ηλώσεων ανά σειρά είναι 20 και των σειρών 2. Το υλικό του δοκιμίου ήλωσης I είναι κράμα αλουμινίου 2024-T3. Οι ιδιότητες του υλικού παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.1. Οι σταθερές C και n του κανόνα του Paris για τον υπολογισμό του ρυθμού

6.3.2 Υπολογισμός εξέλιξης βλάβης δοκιμίου τύπου I

Το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων που αναπτύχθηκε με χρήση υπερ-στοιχείων για την περίπτωση του δοκιμίου τύπου I φαίνεται στο Σχήμα 6.4.

Σχήμα 6.4: Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων για ήλωση τύπου I

Οι υπολογισμοί της εξέλιξης της βλάβης στο δοκίμιο αφορούν τόσο την πρόβλεψη της έναρξης ρωγμών, όσο και τον υπολογισμό της διάδοσης και συνένωσης τους. Ο πιθανοθεωρητικός χαρακτήρας του κριτηρίου έναρξης της ρωγμής, το οποίο παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 4 βασίζεται στην κατανομή που παρουσιάζουν οι κύκλοι φόρτισης έως την εμφάνιση ρωγμής για συγκεκριμένο εύρος τάσης. Για να είναι όμως αποτελεσματική η εφαρμογή του κριτηρίου πρέπει, αφενός να εκτελεστεί

ένας μεγάλος αριθμός προσομοιώσεων, αφετέρου οι προβλέψεις να συσχετιστούν με ένα σημαντικό πλήθος πειραμάτων, ώστε να μπορεί μετά από στατιστική επεξεργασία να γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων τους. Στην προκειμένη, όμως, περίπτωση τα πειράματα που είναι διαθέσιμα για σύγκριση είναι πολύ περιορισμένα. Έτσι, στον υπολογισμό της διάδοσης και συνένωσης των ρωγμών χρησιμοποιούνται οι κύκλοι έναρξης που κατεγράφησαν κατά τη εκτέλεση του πειράματος. Ο αριθμός των κύκλων φόρτισης για την εμφάνιση των ρωγμών και το μετρούμενο μήκος τους φαίνονται στον Πίνακα 6.2.

Για το δοκίμιο τύπου I οι οπές αριθμούνται από αριστερά προς δεξιά και από κάτω προς πάνω με αριθμούς από 1 έως 40. Σε κάθε οπή μπορούν να υπάρξουν δύο ρωγμές, μία αριστερά και μία δεξιά. Για παράδειγμα μια ρωγμή, η οποία θα υπήρχε στο δεξιό μέρος της τρίτης στήλης και της πάνω σειράς των οπών θα ήταν η “23 δεξιά”. Με βάση την παραπάνω ονοματολογία ορίστηκαν τα μήκη των μετρούμενων ρωγμών για συγκεκριμένους κύκλους φόρτισης. Τα στοιχεία αυτά παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.2.

Πίνακας 6.2: Μετρούμενα μήκη ρωγμών για δοκίμιο τύπου I

	Ρωγμή					
Κύκλοι	9 αριστερά	9 δεξιά	12 δεξιά	13 αριστερά	13 δεξιά	14 αριστερά
295000	6.72	4.26	4.64		7.20	
315500						3.95
317000				5.00		

Τα αποτελέσματα που αφορούν την πρόβλεψη της διάδοσης και συνένωσης των ρωγμών στο δοκίμιο τύπου I παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.3. Η προσομοίωση της διάδοσης των ρωγμών έγινε σε υπολογιστή Pentium IV / 1.7 GHz χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ANSYS. Η μνήμη του υπολογιστή ήταν 512 MB. Ο χρόνος επίλυσης χρησιμοποιώντας τον παραπάνω υπολογιστή ήταν 4 με 6 λεπτά για κάθε επανάληψη του βρόγχου της μεθοδολογίας των υπερ-στοιχείων. Ο χρόνος εξαρτιόταν από τον αριθμό των ρωγμών, που παρουσιάζονταν σε κάθε περίπτωση.

Πίνακας 6.3: Αποτελέσματα αριθμητικής πρόβλεψης διάδοσης ρωγμών δοκιμίου τύπου I

Κύκλοι	Ρωγμή					
	9 αριστερά	9 δεξιά	12 δεξιά	13 αριστερά	13 δεξιά	14 αριστερά
295000	6.720	4.260	4.640		7.200	
295500	6.845	4.446	4.729		7.289	
296000	6.975	4.633	4.818		7.378	
296500	7.109	4.819	4.906		7.469	
297000	7.247	5.006	4.995		7.560	
297500	7.390	5.194	5.084		7.652	
298000	7.537	5.384	5.172		7.744	
298500	7.688	5.576	5.262		7.838	
299000	7.846	5.771	5.351		7.932	
299500	8.007	5.967	5.441		8.027	
300000	8.174	6.166	5.531		8.124	
300500	8.438	6.369	5.622		8.221	
301000	8.526	6.577	5.713		8.320	
301500	8.711	6.788	5.804		8.420	
302000	8.902	7.005	5.896		8.521	
302500	9.099	7.226	5.988		8.623	
303000	9.303	7.452	6.081		8.726	
303500	9.514	7.684	6.174		8.830	
304000	9.734	7.922	6.268		8.935	
304500	9.961	8.167	6.364		9.042	
305000	10.196	8.420	6.460		9.150	
305500	10.441	8.821	6.557		9.259	
306000	10.696	8.951	6.655		9.370	
306500	10.960	9.229	6.754		9.482	
307000	11.237	9.517	6.854		9.596	
307500	11.526	9.817	6.955		9.711	
308000	11.827	10.128	7.057		9.828	
308500	12.142	10.451	7.161		9.946	
309000	12.473	10.788	7.265		10.066	
309500	12.821	11.140	7.371		10.188	
310000	13.188	11.509	7.479		10.311	
310500	13.576	11.896	7.587		10.437	
311000	13.987	12.305	7.698		10.564	
311500	14.426	12.736	7.810		10.694	
312000	14.894	13.194	7.924		10.826	
312500	15.400	13.681	8.040		10.960	
313000	15.960	14.210	8.162		11.102	
314000	17.186	15.340	8.402		11.379	
314540	Συνένωση	14.091	8.539		11.537	
315300		Συνένωση	8.740		11.767	
315500			8.797		11.831	3.950
316000			8.945		12.008	4.090
317000			9.248	5.000	12.377	4.383
318000			9.637	5.912	12.949	4.735
319000			10.108	6.915	13.663	5.155
319500			10.420	7.510	Συνένωση	Συνένωση

6.3.3 Σύγκριση υπολογιστικών και πειραματικών αποτελεσμάτων για δοκίμιο τύπου I

Τα αριθμητικά αποτελέσματα, που αφορούν την πρόβλεψη της διάδοσης των ρωγμών στο δοκίμιο τύπου I παρουσιάζονται γραφικά μαζί με τα αντίστοιχα πειραματικά αποτελέσματα στο Σχήμα 6.5. Εμφανίζεται μια καλή συσχέτιση των αριθμητικών αποτελεσμάτων με τα πειραματικά. Για όλες τις ρωγμές οι αριθμητικές προβλέψεις είναι πιο συντηρητικές από τις πειραματικές μετρήσεις. Όμως, η συμπεριφορά της διάδοσης των ρωγμών έχει γενικά προβλεφθεί ικανοποιητικά. Αυτό σημαίνει πως τα αριθμητικά αποτελέσματα θα ήταν πιο ακριβή, εάν οι σταθερές του κανόνα του Paris ήταν ελαφρώς διαφορετικές, καθώς οι προβλέψεις για τη διάδοση ρωγμών είναι πολύ ευαίσθητες στις σταθερές αυτές.

6.4 Σύνδεση τύπου II (butt-joint)

6.4.1 Πειραματική δοκιμή δοκιμίου τύπου II

Η γεωμετρία του δοκιμίου ήλωσης τύπου II παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.6. Ο αριθμός των ηλώσεων ανά σειρά είναι 14 και οι συνολικές σειρές 4. Το υλικό του δοκιμίου ήλωσης τύπου I είναι κράμα αλουμινίου Al2024-T42. Οι ιδιότητες του υλικού παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.4. Οι σταθερές C και n του κανόνα του Paris για τον υπολογισμό του ρυθμού διάδοσης των ρωγμών που περιέχονται στον Πίνακα 6.4 ισχύουν για ρυθμό διάδοσης των ρωγμών σε mm/κύκλο και συντελεστή έντασης τάσεων σε MPa $m^{1/2}$.

Πίνακας 6.4: Ιδιότητες υλικού δοκιμίου ήλωσης II

Ιδιότητα υλικού	Τιμή
Μέτρο ελαστικότητας E	72.5 GPa
Λόγος Poisson ν	0.33
Όριο διαρροής	332 MPa
Όριο θραύσης	493 MPa
C	5.0287×10^{-7}
n	2.218

Οι συνθήκες φόρτισης σε κόπωση και του δοκιμίου ήλωσης τύπου II ήταν: $\sigma_{\max} = 100 \text{ MPa}$, $\sigma_{\min} = 10 \text{ MPa}$ και $f = 6 \text{ Hz}$.

6.4.2 Υπολογισμός εξέλιξης βλάβης δοκιμίου τύπου II

Για την περίπτωση της ηλωτής σύνδεσης τύπου II, η οποία είναι μετωπική σύνδεση, θεωρήθηκε ότι, καθώς η κατασκευή παρουσιάζει συμμετρία ως προς το οριζόντιο επίπεδο, η οποία συμμετρία δεν μεταβάλλεται σημαντικά από την ύπαρξη ρωγμών, για την μοντελοποίησή της μπορεί να χρησιμοποιηθεί μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων για το ήμισυ της κατασκευής και να εφαρμοστούν συνθήκες συμμετρίας στους κόμβους που βρίσκονται στο επίπεδο συμμετρίας. Το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων, που αναπτύχθηκε για την μοντελοποίηση της ρηγματωμένης πλάκας της ήλωσης τύπου II, παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.7. Στο επόμενο Σχήμα 6.8 φαίνεται το υπερ-στοιχείο της πίσω πλάκας της σύνδεσης και οι συνοριακές συνθήκες που εφαρμόστηκαν στους κόμβους του ώστε να μοντελοποιηθεί η συμμετρία της κατασκευής. Συγκεκριμένα εφαρμόστηκαν περιορισμοί στην κατακόρυφη κίνηση και στις στροφές ως προς τους δύο οριζόντιους άξονες.

Σχήμα 6.7: Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων για δοκίμιο τύπου II

Σχήμα 6.8: Υπερ-στοιχείο της πίσω πλάκας ήλωσης τύπου II. Στο κάτω μέρος του μοντέλου εμφανίζονται οι συνοριακές συνθήκες που προσομοιώνουν τη συμμετρία της κατασκευής.

Στον υπολογισμό της διάδοσης και συνένωσης των ρωγμών χρησιμοποιούνται οι κύκλοι έναρξης που κατεγράφησαν κατά τη εκτέλεση του πειράματος. Ο αριθμός των κύκλων φόρτισης για την εμφάνιση των ρωγμών και το μετρούμενο μήκος τους φαίνονται στον Πίνακα 6.5. Στο δοκίμιο τύπου II η αρίθμηση είναι διαφορετική. Στην

περίπτωση αυτή αριθμήθηκαν οι ρωγμές από αριστερά προς δεξιά και από πάνω προς κάτω. Για παράδειγμα μια ρωγμής στην αριστερά πλευρά της έβδομης στήλης και της πάνω-πάνω σειράς οπών έχει αριθμό 13.

Πίνακας 6.5: Μετρούμενα μήκη ρωγμών για δοκίμιο τύπου II

	Ρωγμή								
Κύκλοι	39	40	41	42	43	44	45	47	51
70000			0.76						
74000				0.55					
87000					0.89				
99500								0.19	
105500						0.28			
107500		0.06							
108000	0.15						0.19		
110500									0.12

Πίνακας 6.6: Αποτελέσματα αριθμητικής πρόβλεψης διάδοσης ρωγμών δοκιμίου τύπου II

	Ρωγμή								
Κύκλοι	39	40	41	42	43	44	45	47	51
70000			0.76						
74000			1.07	0.55					
78000			1.554	1.057					
820000			2.063	1.598					
86000			2.608	2.164					
87000			2.754	2.314	0.89				
88000			2.904	2.469	1.008				
92000			3.518	3.102	1.484				
96000			4.183	3.787	1.946				
99500			4.821	4.446	2.43			0.19	
100500			5.019	4.654	2.571			0.293	
102000			5.325	4.976	2.788			0.453	
104000			5.750	5.429	3.092			0.674	
105500			6.088	5.796	3.338	0.28		0.84	
107500		0.06	6.564	6.327	3.713	0.668		1.065	
108000	0.15	0.119	6.693	6.479	3.82	0.777	0.19	1.122	
109500	0.362	0.331	7.103	Συνέν.	Συνέν.	1.128	0.365	1.295	
110500	0.547	0.523	7.588			1.689	0.509	1.418	0.12
112000	0.856	0.868	8.375			2.548	0.742	1.605	0.228

Για το δοκίμιο τύπου II τα αριθμητικά αποτελέσματα, που αφορούν την πρόβλεψη της διάδοσης και συνένωσης των ρωγμών παρουσιάζονται στον Πίνακας 6.6. Για αυτόν τον τύπο δοκιμίου ο χρόνος για κάθε επανάληψη του βρόγχου της μεθοδολογίας υπερ-στοιχείων ήταν 3 έως 5 λεπτά. Οι υπολογισμοί έγιναν στον ίδιο υπολογιστή με αυτούς για το δοκίμιο τύπου I.

6.4.3 Σύγκριση υπολογιστικών και πειραματικών αποτελεσμάτων για δοκίμιο τύπου II

Στο Σχήμα 6.9 παρουσιάζονται οι αριθμητικές προβλέψεις και οι πειραματικές μετρήσεις για το δοκίμιο τύπου II. Η συμφωνία αριθμητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων είναι πολύ καλή και δείχνει της αποτελεσματικότητα της παρούσας μεθοδολογίας στην πρόβλεψη της εξέλιξης της πολλαπλής βλάβης.

7

Συμπεράσματα - Προτάσεις

Το πρόβλημα του 'γηράσκοντος' Αεροσκάφους και της υποβάθμισης της δομικής του ακεραιότητας αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα της Αεροπορικής Βιομηχανίας. Το πρόβλημα της γήρανσης μιας αεροπορικής κατασκευής οφείλεται κυρίως στην εκτεταμένη συσσώρευση βλάβης κόπωσης σε διάφορα σημεία της δομής της, η οποία πολύ συχνά εμφανίζεται με τη μορφή της πολλαπλής βλάβης. Στην περίπτωση αυτή πολλές ρωγμές αναπτύσσονται στο ίδιο δομικό στοιχείο και ενώ κάθε μία ξεχωριστά δεν αποτελεί κίνδυνο για την ασφάλεια της κατασκευής, η αλληλεπίδρασή τους μπορεί να οδηγήσει σε απώλεια της δομικής ακεραιότητας της κατασκευής.

Ένα πλήθος ζητημάτων όπως η έναρξη και διάδοση πολλαπλών ρωγμών, η συνένωσή τους, η επίδραση της διάβρωσης κ.α., εμφανίζονται κατά τη μελέτη προβλημάτων πολλαπλής βλάβης σε αεροπορικές κατασκευές.

Στην παρούσα εργασία αναπτύχθηκε και υλοποιήθηκε μια ολοκληρωμένη μεθοδολογία για τον υπολογισμό της εξέλιξης πολλαπλής βλάβης κόπωσης σε αεροπορικά δομικά στοιχεία από την εμφάνιση ρωγμών, έως την τελική αστοχία. Τα τεχνολογικά προβλήματα που αντιμετωπίστηκαν με ανάπτυξη αποτελεσματικών μεθοδολογιών και κριτηρίων περιλαμβάνουν την ανάπτυξη μιας αποτελεσματικής μεθόδου ανάλυσης τάσεων και υπολογισμού των συντελεστών έντασης τάσεων, την πρόβλεψη της έναρξης ρωγμών και την πρόβλεψη συνένωσης ρωγμών.

Τα αποτελέσματα της υπολογιστικής εξομοίωσης που αφορούν τη διάδοση ρωγμών σε συνθήκες πολλαπλής βλάβης βρέθηκαν σε πολύ καλή συσχέτιση με τις αντίστοιχες πειραματικές μετρήσεις.

7.1 Στοιχεία πρωτοτυπίας

- Αποτελεσματική εισαγωγή της τεχνικής υπο-μοντελοποίησης της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων και ανάπτυξη κατάλληλων υπερ-στοιχείων για τον υπολογισμό των συντελεστών έντασης τάσεων σε πολλαπλά ρηγματωμένες κατασκευές. Η τεχνική αυτή οδηγεί σε σημαντική μείωση του χρόνου των υπολογισμών σε σχέση με τις κλασικές μεθόδους πεπερασμένων στοιχείων, ιδίως σε προβλήματα μεγάλου μεγέθους, όπως αυτά που πρέπει να αντιμετωπιστούν σε συνθήκες πολλαπλής βλάβης.
- Εισαγωγή κατάλληλων υπερ-στοιχείων για τη μοντελοποίηση διαμήκων ενισχύσεων (stringers), ώστε να καταστεί δυνατός ο υπολογισμός μεγαλύτερων και περιπλοκότερων τμημάτων της δομής ενός αεροσκάφους, που περιλαμβάνει και μεγάλο αριθμό ενισχυτικών μελών.
- Ανάπτυξη και χρήση αποτελεσματικής τεχνικής για την αντιμετώπιση του προβλήματος της πρόβλεψης της εμφάνισης ρωγμών, χρησιμοποιώντας ένα κριτήριο που λαμβάνει υπόψη την πιθανοθεωρητική φύση του φαινομένου.
- Ανάπτυξη κριτηρίου συνένωσης ρωγμών σε συνθήκες πολλαπλής βλάβης, το οποίο βασίζεται στην μεταβολή βασικών ενεργειακών μεγεθών κατά το συμβάν της συνένωσης γειτονικών ρωγμών. Το κριτήριο αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τον υπολογισμό της εναπομένουσας αντοχής δομικών στοιχείων, που λειτουργούν σε συνθήκες πολλαπλής βλάβης.
- Ανάπτυξη μιας ολοκληρωμένης μεθοδολογίας για την πρόβλεψη της συμπεριφοράς σε κόπωση αεροπορικών κατασκευών, λαμβάνοντας υπ' όψιν όλα τα διαδοχικά φαινόμενα τα οποία συμβαίνουν (Έναρξη, διάδοση, συνένωση ρωγμών και εναπομένουσα αντοχή)

7.2 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Κατά τη διάρκεια της μελέτης αυτής έγινε φανερό η μεγάλη πολυπλοκότητα του προβλήματος της πολλαπλής βλάβης κόπωσης και των επιμέρους φαινομένων που εμφανίζονται κατά την εξέλιξή του. Στην εργασία αυτή μελετήθηκαν και δόθηκαν πρακτικές λύσεις για τα προβλήματα της ανάλυσης τάσεων και υπολογισμού των συντελεστών έντασης τάσεων, της έναρξης ρωγμών και της συνένωσης ρωγμών. Είναι προφανές πως υπάρχουν μια σειρά επιπλέον θεμάτων που χρήζουν περαιτέρω έρευνας για την επίλυσή τους:

1. Εκτίμηση και ποσοτικοποίηση της αλληλεπίδρασης της διάβρωσης με την πολλαπλή βλάβη στην έναρξη ρωγμών, στη διάδοση πολλαπλής βλάβης και στα κριτήρια αστοχίας σε συνθήκες πολλαπλής βλάβης.
2. Μελέτη του προβλήματος της πολλαπλής βλάβης σε περιπτώσεις ολοκληρωμένων δομών (integral structures) που παράγονται με σύγχρονες μεθόδους (π.χ. συγκόλληση με laser) και λειτουργούν υπό την επίδραση παραμενοουσών τάσεων.
3. Περαιτέρω μελέτη της εναπομένουσας αντοχής δομικών στοιχείων που λειτουργούν σε συνθήκες πολλαπλής βλάβης.
4. Επέκταση της μεθόδου των υπερ-στοιχείων, ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί και στην περίπτωση μη γραμμικής συμπεριφοράς της κατασκευής (π.χ. ελαστο-πλαστική συμπεριφορά υλικού).

Βιβλιογραφία

- [1] Hendricks W.R., The Aloha Airlines accident - a new era for aging aircraft. In: Atluri SN, Sampath SG and Tong P, editors. Structural integrity of aging airplanes. Springer Verlag, 1991. p. 153-165.
- [2] BRITE-EURAM No BE 95-1053, Structural Maintenance of Ageing Aircraft, Final Report, Brussels, 1996.
- [3] GROWTH Project GRD1-2000-25069, Advanced Design concepts and Maintenance by Integrated Risk Evaluation for aerostructures, Mid Term Report, 2002.
- [4] Proceedings of the FAA-NASA Symposium on the Continued Airworthiness of Aircraft Structures, Edited by C. Bigelow, DOT/FAA/AR-97-2, 439-460 (GA, USA). (1996)
- [5] Proceedings of the Nineteenth ICAF (International Committee on Aeronautical Fatigue) Symposium, Edingburgh, U.K., 16-20 June, 1997. Editor: P. Pool.
- [6] Proceedings of the 22nd Symposium of the International Committee on Aeronautical Fatigue held 5th to 9th May 2003, Lucern, Switzerland.
- [7] Proceedings of the Eighth International Fatigue Congress, Stockholm, Sweden, June 2-7, 2002 Editor: A. F. Blom.
- [8] 7th Joint DoD/FAA/NASA Conference on Aging Aircraft, September 8-11, 2003, New Orleans, Louisiana.
- [9] 9th Joint DoD/FAA/NASA Conference on Aging Aircraft, March 2006, Atlanta, GA.

- [10] 10th Joint FAA/DoD/NASA Conference on Aging Aircraft, April 2007, Palm Springs, CA.
- [11] 11th Joint FAA/DoD/NASA Conference on Aging Aircraft, April 2008, Phoenix, AZ.
- [12] M.L. Gruber, K.E. Wilkins and R.E. Worden. (1996). Investigation of fuselage structure subjected to widespread fatigue damage. (Edited by C. Bigelow) Proceedings of the FAA-NASA Symposium on the Continued Airworthiness of Aircraft Structures, DOT/FAA/AR-97-2, 439-460 (GA, USA).
- [13] D.L. Simpson, C.L. Brooks (1999). Tailoring the structural integrity process to meet the challenges of aging aircraft. Int. J. Fatigue. 21, 1-14.
- [14] B.L. Smith, P.A. Saville, A. Mouak and R.Y. Myose (2000). Strength of 2024-T3 aluminium panels with multiple site damage. Journal of Aircraft, 37, No. 2, 325-331.
- [15] M.E. Inman, R.G. Kelly, S.A. Willard and R.S. Piascik (1997). Proc. of the FAA-NASA Symposium on the Continued Airworthiness of Aircraft Structures, Atlanta, Georgia, August 28-30, 1996, National Technical Information Service, Springfield, Virginia 22161, USA, p. 129.
- [16] S. Pitt and R. Jones (1997). Fatigue damage in aging aircraft. Engineering Failure Analysis. 4, 237-257.
- [17] Th. B. Kermanidis and I. D. Diamantakos, (2002), "An efficient methodology for predicting the Fatigue Behavior of Ageing Aircraft Components", 4th GRACM Congress on Computational Mechanics, GRACM 2002, Patra, 27-29 June, 2002
- [18] Th. B. Kermanidis, J. D. Diamantakos, P. G. Kontoulis, (2000), Structural Integrity Analysis of Ageing Aircraft Structures, MESO 2000.
- [19] Th. Kermanidis, G. Labeas, J. Diamantakos, (2004). "Investigation on the crack link-up criteria at multiple site damage conditions", Proceedings of the 6th

International Conference for Mesomechanics, Patras, Greece, May 31 – June 4, 2004.

- [20] Diamantakos, I.D., Labeas, G.N., Pantelakis, Sp.G. and Kermanidis, Th.B., A model to assess the fatigue behaviour of ageing aircraft fuselage, *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, vol 24, pp. 677-686 (2001).
- [21] G. Labeas, Th. Kermanidis, J. Diamantakos, (2003). "Efficient engineering approaches for the prediction of fatigue propagation of corner cracks in the case of Multiple Site Damage", *Facta Univeristatis, Series: Mechanics, automatic control and Robotics*, Vol.3, NO 13, 2003, pp. 671-688
- [22] G. Labeas, J. Diamantakos, Al. Kermanidis, Sp. Pantelakis, (2003). "Assessment of Widespread Fatigue Damage in the Presence of Corrosion", *Facta Univeristatis, Series: Mechanics, automatic control and Robotics*, Vol.3, No 13, 2003, pp. 689-706.
- [23] G. Labeas, J. Diamantakos and Th. Kermanidis, (2005). "Crack link-up for multiple site damage using an energy density approach", *Theor. Apl. Fract. Mech*, 43 (2), pp. 233-243 (2005).
- [24] Labeas, G. and Diamantakos, J., "Analytical prediction of crack coalesce in Multiple Site Damaged Structures", *Int. J. Fatigue*, 134 (2), pp. 161-174 (2005).
- [25] Labeas, G., Diamantakos, J., "Residual strength prediction of multiple cracked stiffened panels", *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 29 (5), pp. 365-371 (2006)
- [26] Paris P. and Erdogan, F., (1963), "A Critical Analysis of Crack Propagation Laws", *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, Vol. 85, No. 4, pp. 528.
- [27] Forman, Kearney, V. and Engle, R., (1967), "Numerical Analysis of Crack Propagation in Cyclic-Loaded Structures", *Trans.ASME, J. Basic Eng.*, Vol. 89, No. 3, pp. 459.

- [28] Sp.G. Pantelakis, Th.B. Kermanidis and P.G. Pavlou (1995). Fatigue crack growth of retardation assessment of T2024-T3 and 6061-T6 aluminum specimens. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 22, 35-42.
- [29] H. Tada, P. Paris and G. Irwin (1985). *The stress analysis of cracks handbook*, 2nd Ed. (Paris production, St. Louis, Missouri USA).
- [30] X.R. Wu and A.J. Carlsson (1991). *Weight functions and stress intensity factors solutions*. Pergamon press, Oxford.
- [31] M.H. Aliabadi (1996). *Database of stress intensity factors*, Software by G.F.L. Lopez Computational Mechanics Publications.
- [32] Galatolo, R., Nilsson, K.-F., An experimental and numerical analysis of residual strength butt-joints panels with multiple site damage , *Engineering Fracture Mechanics* 68 (13), pp. 1437-1461, (2001)
- [33] Hsu, C.-L., Lo, J., Yu, J., Lee, X.-G., Tan, P., Residual strength analysis using CTOA criteria for fuselage structures containing multiple site damage, *Engineering Fracture Mechanics* 70 (3-4), pp. 525-545 (2003)
- [34] de Castro, P.M.S.T., de Matos, P.F.P., Moreira, P.M.G.P., da Silva, L.F.M., An overview on fatigue analysis of aeronautical structural details: Open hole, single rivet lap-joint, and lap-joint panel, *Materials Science and Engineering A* 468-470 (SPEC. ISS.), pp. 144-157, (2007)
- [35] J. Fidransky and J. Fiala (1995). Widespread fatigue damage and single member failure prediction of military jet trainers of Czech design and production, in: *Widespread fatigue damage in military aircraft*, AGARD-CP-568.
- [36] L.F.M. Silva, J.P.M. Goncalves, F.M.F. Oliveira and P.M.S.T. de Castro (2000). Multiple site damage in riveted lap-joints: Experimental simulation and finite elements prediction. *Int. J. Fatigue*, 22, 319-338.
- [37] Atluri SN, *Computational method in the mechanics of fracture*. Amsterdam: North Holland, 1986.

- [38] Atluri SN and Tong P, Computational schemes for integrity analyses of fuselage panels in aging airplanes. In: Atluri SN, Sampath SG and Tong P, editors. Structural integrity of aging airplanes. Springer Verlag, 1991. p. 15-35.
- [39] O. Pártl and L. Schijve (1992). Multiple-site-damage in 2024-T3 alloy sheet. Int. J. Fatigue 15, 293-299.
- [40] D.P. Rooke, Stress intensity factors for cracks at fastener holes in a row of fastener holes, Royal Aircraft Establishment, Tech. Report 81144.
- [41] P. Horst and H.J. Schmidt (1995). A concept for the evaluation of MSD based on probabilistic assumptions, in: Widespread fatigue damage in military aircraft, AGARD-CP-568.
- [42] Fawaz, Scott A., Equivalent Initial Flaw Size Testing and Analysis, AFRL-VA-WP-TR-2000-3024, Air Force Research Laboratory Wright-Patterson AFB, (2000)
- [43] H.J. ten Hoeve, L. Schra, A.L.P.J. Michielsen and H. Vlieger, Residual Strength Tests on Stiffened Panels With Multiple Site Damage, NLR-CR-96792L, National Aerospace Laboratory, Amsterdam, The Netherlands, (1996).
- [44] J.C. Newman, S.M.A. Dawicke and C.A. Bigelow, A fracture criterion for widespread cracking in thin-sheet aluminum alloys, 17th Symposium International Committee on Aeronautical Fatigue, Stockholm, Sweden (1993).
- [45] T. Swift, Damage tolerance capability, In: Specialists Conference on Fatigue of Aircraft Materials, Delft University of Technology (1992).
- [46] T. Swift, Widespread fatigue damage monitoring issues and concerns, In: The Fifth International Conference on Structural Airworthiness of New and Aging Aircraft, Hamburg, Germany (1993).
- [47] P. Tong, R. Greif and L. Chen, Residual strength of aircraft panels with multiple site damage, In: Proceedings of the International Workshop on Structural Integrity of Aging Airplanes, 200-216 (1992).

- [48] D.Y. Jeong and J.C. Brewer, On the linkup of multiple cracks, *Eng. Fract. Mech.*, 51, 233-238 (1995).
- [49] D.Y. Jeong, O. Orringer and G.C. Sih, Strain energy density approach to stable crack extension under net section yielding of aircraft fuselage, *Theoret. Appl. Fract. Mech.*, 22, 127-137 (1995).
- [50] D. Broek, The effect of multiple-site-damage on the arrest capability of aircraft fuselage structures, Report submitted to Foster-Miller, Inc, Fracture Research TR 9302, (1993).
- [51] C.-S. Chen, P.A. Wawrzynek, A.R. Ingraffea, Elastic-plastic crack growth simulation and residual strength prediction on thin plates with single and multiple cracks, in: T.L. Panontin, S.D. Sheppard (Eds.), *ASTM STP 1332*, pp. 97-113 (1998)
- [52] C.-S. Chen, P.A. Wawrzynek, A.R. Ingraffea, Residual strength prediction of fuselage structures with multiple site damage, *Proc. of the Second Joint NASA/FAA/DoD Aging Aircraft Conference*, 31 Aug. – 3 Sept. 1998, Williamsburg, Virginia, (1998).
- [53] R.D Young, M. Rouse, D.R. Ambur, J.H. Starnes, Residual strength pressure tests and non-linear analyses stringer- and frame stiffened aluminum fuselage panels with longitudinal cracks, *Proc. of the Second Joint NASA/FAA/DoD Aging Aircraft Conference*, 31 Aug. – 3 Sept. 1998, Williamsburg, Virginia, (1998).
- [54] M.B. Heinemann, A.F. Grandt Jr., Analysis of stiffened panels with multiple site damage, *Proc. of 1996 USAF Structural Integrity Program Conference*, WL-TR-97-4055, Wright Laboratory, WPAFB, OH, pp. 655-682 (1996).
- [55] C. Duong, J. Chen and J. Yu, An energy approach to the link-up of multiple cracks in thin aluminium alloy sheets, *Theoret. Appl. Fract. Mech.*, 35, 111-127 (2001).
- [56] ANSYS User's manual (Swanson Analysis Systems, Inc., 1989).

- [57] Irwin, G.R., "Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate", Trans. ASME, J. Appl. Mech., Vol. 24, 1957, p. 361.
- [58] Park, J.H., Ogiso, T., Atluri, S.N., "Analysis of cracks in aging aircraft structures, with and without composite-patch repairs", Computational Mechanics 10 (3-4), pp. 169-201 (1992).
- [59] Pipkins, D.S., Atluri, S.N., "Applications of the three dimensional finite element alternating method", Finite Elements in Analysis and Design 23 (2-4), pp. 133-153 (1996)
- [60] Kamaya, M., Nishioka, T., "Finite element alternating method for interacting surface cracks", Diffusion and Defect Data Pt.B: Solid State Phenomena 120, pp. 147-153 (2007)
- [61] J.A Rice, Mechanics of crack tip deformation and extension by fatigue, ASTM STP 415, 247-296 (1967).
- [62] S.S Manson, Fatigue: A complex subject-Some simple approximations, Exp. Mech. 5, 193-202 (1965)
- [63] L.F. Coffin, J.F. Tavernelli, Experimental support for generalized equations predicted low cycle fatigue, Transactions ASME, J. Basic Engng. 84, 533-542 (1962).
- [64] S.X. Wu, Y.W. Mai and B. Cotterel, A model of fatigue crack growth based on Dugdale model and damage accumulation, Int. J. Fracture 57, 235-267 (1992).
- [65] R. H. Gallaher, FE analysis fundamentals (Prentice Hall, Inc., New Jersey, 1975).
- [66] S. Suresh, Fatigue of Materials, Cambridge University Press, (1998)
- [67] Tanaka, K. and Mura, T., A dislocation model for fatigue crack initiation, J. of Applied Mechanics, Vol. 48, pp. 97-103, 1981.

- [68] Chan, K., A microstructure –based fatigue –crack –initiation model, Metallurgical and Material transactions A, Vol. 34A, pp. 43–58, 2003
- [69] Wang QY, Pidaparti RM, Palakal M. Comparative study of pitting corrosion fatigue in aircraft materials. AIAA J 2001;39(2):325.
- [70] Navarro and E. R. de los Rios (1987) A Model for Short Fatigue Crack Propagation with an Interpretation of the Short-Long Crack Transition, Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 10, 169-186.
- [71] Navarro and E. R. de los Rios (1988) Short and Long Crack Growth: A Unified Model, Philosophical Magazine A, 57, 15-36.
- [72] Navarro and E. R. de los Rios (1988) An Alternative Model of the Blocking of Dislocations at Grain Boundaries, Philosophical Magazine A, 57, 37-42.
- [73] Navarro and E. R. de los Rios (1988) Compact Solution for a Multizone BCS crack Model with Bounded and Unbounded End Conditions, Philosophical Magazine A, 57, 43-50.
- [74] Navarro and E. R. de los Rios (1992) fatigue Crack Growth Modelling by Successive Blocking of Dislocations, Proceedings of the Royal Society A, London, 437, 375-390.
- [75] A. Bilby, A. H. Cottrell and K. H. Swinden (1963) The Spread of Plastic Yield from a Notch, Proceedings of the Royal Society A, London, 272, 304-314.
- [76] P. J. E. Forsyth, Slip-Band Damage and Extrusion, Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, Vol. 242, No. 1229 (Oct. 29, 1957), pp. 198-202
- [77] C.A. Rodopoulos and G. Chliverosb, Fatigue damage in polycrystals – Part 2: Intrinsic scatter of fatigue life, Theor. Appl. Fract. Mech., 49(1), pp. 77-97 (2008)

- [78] Randall D. Pollak a,_, Anthony N. Palazotto A comparison of maximum likelihood models for fatigue strength characterization in materials exhibiting a fatigue limit, Probabilistic Engineering Mechanics, 24, pp. 236-241 (2009)
- [79] Dowling, N. (1993), Mechanical behaviour of materials, Prentice Hall Int.
- [80] Newman, J.C., Dawicke, S.M.A., Bigelow, C.A., "A fracture criterion for widespread cracking in thin-sheet aluminum alloys", 17th Symposium International Committee on Aeronautical Fatigue. Stockholm, Sweden (1993).

Κατάλογος πινάκων

Πίνακας 3.1: Συντελεστές έντασης τάσεων K_I από την κλασική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων και τη μεθοδολογία υπερ-στοιχείων	53
Πίνακας 3.2: Στοιχεία ανάλυσης με την κλασική μέθοδο ΠΣ και τη μέθοδο υπερ-στοιχείων	54
Πίνακας 4.1: Στατιστική ανάλυση πειραμάτων έναρξης ρωγμής	77
Πίνακας 4.2: Κύκλοι φόρτισης για εμφάνιση και διάδοση μικρο-ρωγμής σύμφωνα με τα μοντέλα Chan και Navarro-Rios	88
Πίνακας 5.1: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά δοκιμών με πολλαπλή βλάβη και πειραματικά μετρημένη τάση για την πρώτη συνένωση ρωγμών.....	97
Πίνακας 5.2: Υπολογισμένες τιμές ενεργειών παραμόρφωσης των δοκιμών με πολλαπλή βλάβη πριν και μετά την αστοχία των συνδέσμων	101
Πίνακας 5.3: Αποτελέσματα εφαρμογής διαφόρων κριτηρίων συνένωσης ρωγμών και σύγκριση με πειραματικές μετρήσεις	109
Πίνακας 5.4: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά δοκιμών με πολλαπλή βλάβη και πειραματικά μετρούμενη τάση για τη δεύτερη συνένωση ρωγμών	111
Πίνακας 5.5: Αποτελέσματα εφαρμογής κριτηρίου συνένωσης ρωγμών για τη δεύτερη συνένωση και σύγκριση με πειραματικές μετρήσεις	112
Πίνακας 6.1: Ιδιότητες υλικού δοκιμίου ήλωσης I	120
Πίνακας 6.2: Μετρούμενα μήκη ρωγμών για δοκίμιο τύπου I.....	122

Πίνακας 6.3: Αποτελέσματα αριθμητικής πρόβλεψης διάδοσης ρωγμών δοκιμίου τύπου I.....	123
Πίνακας 6.4: Ιδιότητες υλικού δοκιμίου ήλωσης II.....	126
Πίνακας 6.5: Μετρούμενα μήκη ρωγμών για δοκίμιο τύπου II	128
Πίνακας 6.6: Αποτελέσματα αριθμητικής πρόβλεψης διάδοσης ρωγμών δοκιμίου τύπου II.....	128

Κατάλογος σχημάτων

Σχήμα 1.1: Το αεροσκάφος της Aloha Airlines μετά την προσγείωσή του.....	9
Σχήμα 1.2: Επαφή των πλαστικών ζωνών γειτονικών ρωγμών	16
Σχήμα 2.1: Τύποι καταπόνησης ρωγμής: (α) mode I, (β) mode II και (γ) mode III	22
Σχήμα 2.2: Γεωμετρικά μεγέθη ρηγματωμένης δομής	23
Σχήμα 2.3: Σχηματική παράσταση της διαδικασίας της εναλλασσόμενης προσέγγισης	26
Σχήμα 2.4: Εξέλιξη ρωγμής από αρχικό μήκος α_0 έως το κρίσιμο μήκος α_{kp}	29
Σχήμα 2.5: Εξέλιξη ρωγμής σε σχέση με την εφαρμοζόμενη τάση και τον συντελεστή έντασης τάσεων	30
Σχήμα 2.6: Σχηματική αναπαράσταση μοντέλου διάδοσης ρωγμών Εργαστηρίου Τεχνολογίας και Αντοχής των Υλικών.	32
Σχήμα 2.7: Διάδοση ρωγμής σε εναλλασσόμενα φορτία (α) με υπερφόρτιση και (β) χωρίς υπερφόρτιση	36
Σχήμα 3.1: Διάγραμμα ροής μεθοδολογίας υπερ-στοιχείων.....	40
Σχήμα 3.2: Σύνδεση ελασμάτων ενισχυμένη με νεύρωση.....	41
Σχήμα 3.3: Διαφορετικοί τύποι υπερ-στοιχείων, απαραίτητοι για τη μοντελοποίηση της βασικής γεωμετρίας τυπικών ηλωτών συνδέσμων με πολλαπλή βλάβη	42
Σχήμα 3.4: Γεωμετρικά μεγέθη υπερ-στοιχείων	43
Σχήμα 3.5: Στοιχεία κελύφους με (α) τέσσερις ή (β) οκτώ κόμβους	44

Σχήμα 3.6: Ιδιόμορφο τριγωνικό στοιχείο.....	44
Σχήμα 3.7: Μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων διαφορετικών τύπων υπερ-στοιχείων.	45
Σχήμα 3.8: Διακριτοποίηση στην περιοχή της ρωγμής	46
Σχήμα 3.9: Κύριοι βαθμοί ελευθερίας στην κορυφή ρωγμής.....	47
Σχήμα 3.10: Ορισμός υπερ-στοιχείων, κύριων και βοηθητικών βαθμών ελευθερίας. (α) Υπο-περιοχή, (β) πλήρης διακριτοποίηση υπο-περιοχής και (γ) υπερ-στοιχείο....	47
Σχήμα 3.11: Τοπικό καρτεσιανό και κυλινδρικό σύστημα στην κορυφή της ρωγμής.	50
Σχήμα 3.12: Κόμβοι στην κορυφή της ρωγμής.....	51
Σχήμα 3.13: Γεωμετρία πλάκας.....	52
Σχήμα 3.14: Μοντέλο ΠΣ ρηγματωμένης πλάκας: (α) Κλασική μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων και (β) μέθοδος υπερ-στοιχείων.....	53
Σχήμα 3.15: Αποτελεσματικότητα της μεθόδου όσον αφορά στο συνολικό αριθμό κόμβων σε συνάρτηση με το μέγεθος του εξεταζόμενου προβλήματος	55
Σχήμα 3.16: Αποτελεσματικότητα της μεθοδολογίας όσον αφορά το απαραίτητο για την επίλυση υπολογιστικό χρόνο	56
Σχήμα 3.17: Κατασκευή αποτελούμενη από δύο πλάκες συνδεδεμένες μεταξύ τους με ηλωτούς συνδέσμους (όλες οι διαστάσεις είναι σε mm)	58
Σχήμα 3.18: Τοπολογία ρωγμών στην πλάκα 1 της ηλωτής κατασκευής (διαστάσεις σε mm).....	59
Σχήμα 3.19: Μοντέλο υπερ-στοιχείων για την περιοχή των οπών ρηγματωμένης ηλωτής σύνδεσης.....	59
Σχήμα 3.20: Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων πλάκας 1.	60
Σχήμα 3.21: Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων πλάκας 2 ηλωτού συνδέσμου.	61

Σχήμα 3.22: Υπερ-στοιχείο της πλάκας 2.	62
Σχήμα 3.23: Ολικό μοντέλο ρηγματωμένης ηλωτής σύνδεσης	62
Σχήμα 3.24: Τυπική ενισχυμένη σύνδεση σε άτρακτο αεροσκάφους	63
Σχήμα 3.25: Τύποι υπερ-στοιχείων απαραίτητοι για τη μοντελοποίηση ενισχυμένων δομών	63
Σχήμα 3.26: Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων για τον υπολογισμό των μητρώων ενός "ενισχυμένου" υπερ-στοιχείου	64
Σχήμα 3.27: Μοντέλο ενός τυπικού ρηγματωμένου συνδέσμου με ενίσχυση	64
Σχήμα 3.28: (α) Στοιχεία στα πλάγια των οπών, (β) Κύριοι κόμβοι υπερ-στοιχείου ..	66
Σχήμα 3.29: Μοντέλο ολόκληρης της πλάκας	66
Σχήμα 4.1: Παραλληλόγραμμο δοκίμιο με κεντρική οπή	73
Σχήμα 4.2: Κατανομή συντελεστή συγκέντρωσης τάσεων σε απλό δοκίμιο με οπή ..	74
Σχήμα 4.3: Διασπορά του αριθμού κύκλων εμφάνισης ρωγμής σε κυκλική οπή	75
Σχήμα 4.4: Πειραματικά αποτελέσματα εμφάνισης ρωγμών σε απλά δοκίμια	76
Σχήμα 4.5: Μέση τιμή και τυπική διασπορά των κύκλων φόρτισης για εμφάνιση ρωγμής 1 mm	76
Σχήμα 4.6: Επίδραση της τοπικά εφαρμοζόμενης τάσης στην κατανομή των κύκλων για ανάπτυξη ρωγμής 1 mm.	77
Σχήμα 4.7: Πιθανές καμπύλες "εμφάνισης ρωγμής"	78
Σχήμα 4.8: Χρήση τυχαίας μεταβλητής στη διασπορά των κύκλων εμφάνισης ρωγμής	79
Σχήμα 4.9: Μοντέλο Tanaka και Mura	81

Σχήμα 4.10: Μικροφωτογραφία συσσώρευσης καταναγκασμών στα όρια κόκκων (Sheffield University TEM Library).....	83
Σχήμα 4.11: Ζώνες ρωγμής, ολίσθησης και ορίου στο μοντέλο των Navarro και Rios [72].....	84
Σχήμα 4.12: Ζώνες ολίσθησης σε κράμα αλουμινίου +4% χαλκός [76]. Η κλίμακα αντιπροσωπεύει 10μm.	87
Σχήμα 4.13: Πειραματική κατανομή διαμέτρου κόκκων για Al 2024 T3 [77].....	87
Σχήμα 4.14: Σύγκριση της διασποράς πειραματικά μετρημένων και θεωρητικά υπολογισμένων κύκλων φόρτισης για την εμφάνιση ρωγμών μήκους 1mm σε απλά δοκίμια με οπή.....	89
Σχήμα 5.1: Πλάκα με τυπική πολλαπλή βλάβη	92
Σχήμα 5.2: Τυπικό διάγραμμα φορτίου-μετατόπισης πλάκας με πολλαπλή βλάβη και συνένωση ρωγμών.....	93
Σχήμα 5.3: Καμπύλες τάσης-παραμόρφωσης κράματος αλουμινίου 2024-T3 [55]....	96
Σχήμα 5.4: Δισδιάστατο 8-κομβο στοιχείο PLANE183	98
Σχήμα 5.5: (α) Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων ρηγματωμένης πλάκας με πολλαπλή βλάβη και (β) λεπτομέρεια πυκνότητας διακριτοποίησης στην περιοχή του συνδέσμου μεταξύ δύο ρωγμών.....	99
Σχήμα 5.6: Λεπτομέρεια της περιοχής του συνδέσμου πριν και μετά την αστοχία του συνδέσμου	99
Σχήμα 5.7: <i>Αύξηση ολικής "ειδικής" ενέργειας παραμόρφωσης Δu_{tot} σαν συνάρτηση της αύξησης της πλαστικής "ειδικής" ενέργειας παραμόρφωσης Δu_{pl} για τα πειράματα WSU.</i>	102
Σχήμα 5.8: "Ειδικές" ενέργειες παραμόρφωσης για αυξανόμενο εφαρμοζόμενο φορτίο για τα πειράματα NIST01 (α) & NIST03 (β)	104

Σχήμα 5.9: Πλαστικές ζώνες γειτονικών ρωγμών, (α) σε απόσταση μεταξύ τους και (β) σε επαφή.	105
Σχήμα 5.10: Παραμορφωμένη κατάσταση δοκιμίου στην περιοχή ανάμεσα στην κύρια και στην επόμενη ρωγμή.	106
Σχήμα 5.11: (α) Κατανομή πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης κατά μήκος του συνδέσμου (β) Λεπτομέρεια κοντά στην κορυφή της κεντρικής ρωγμής.....	108
Σχήμα 5.12: “Χαρακτηριστικές γραμμές συνένωσης ρωγμών” πειραμάτων NIST και WSU	110
Σχήμα 5.13: Υπολογισμός δεύτερης συνένωσης ρωγμών με χρήση της “χαρακτηριστικής γραμμής συνένωσης ρωγμών” πειραμάτων WSU.....	112
Σχήμα 5.14: Υπολογισμός δεύτερης συνένωσης ρωγμών με χρήση της “χαρακτηριστικής γραμμής συνένωσης ρωγμών” πειραμάτων NIST	113
Σχήμα 6.1: Διάγραμμα ροής ολοκληρωμένης μεθοδολογίας υπολογισμού εξέλιξης βλάβης.....	116
Σχήμα 6.2: Κάτοψη και τομή ρηγματωμένου ηλωτού συνδέσμου (με γκρι χρώμα εμφανίζεται η καθαρή διατομή).....	118
Σχήμα 6.3: Γεωμετρία δοκιμίου ήλωσης I (διαστάσεις σε mm).....	120
Σχήμα 6.4: Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων για ήλωση τύπου I	121
Σχήμα 6.5: Αριθμητικά αποτελέσματα και πειραματικές μετρήσεις για το δοκίμιο τύπου I	124
Σχήμα 6.6: Γεωμετρία δοκιμίου ήλωσης II (διαστάσεις σε mm)	125
Σχήμα 6.7: Μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων για δοκίμιο τύπου II	127
Σχήμα 6.8: Υπερ-στοιχείο της πίσω πλάκας ήλωσης τύπου II. Στο κάτω μέρος του μοντέλου εμφανίζονται οι συνοριακές συνθήκες που προσομοιώνουν τη συμμετρία της κατασκευής.....	127

Σχήμα 6.9: Αριθμητικά αποτελέσματα και πειραματικές μετρήσεις για το δοκίμιο τύπου II.....	129
--	-----