ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Διδακτορική Διατριβή

***Επίδοση συστημάτων διαφορισμού MIMO σε
γενικευμένα κανάλια διαλείψεων***

Γεώργιος Ροπόκης

Επιβλέπων Καθηγητής:

Κωνσταντίνος Μπερμπερίδης

Πάτρα, Μάιος 2010

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Διδακτορική Διατριβή

***Επίδοση συστημάτων διαφορισμού ΜΙΜΟ σε γενικευμένα
κανάλια διαλείψεων***

Γεώργιος Ροπόκης

Επιβλέπων Καθηγητής :
Κωνσταντίνος Μπερμπερίδης, ΤΜΗΥΠ

Τριμελής Συμβουλευτική επιτροπή:

Κωνσταντίνος Μπερμπερίδης, Καθηγητής ΤΜΗΥΠ
Αθανάσιος Ροντογιάννης, Ερευνητής Γ', Εθνικό Αστεροσκοπείο Αθηνών
Εμμανουήλ Ψαράκης, Επίκουρος Καθηγητής ΤΜΗΥΠ

Επταμελής Εξεταστική Επιτροπή:

Εμμανουήλ Βαρβαρίγος, Καθηγητής ΤΜΗΥΠ
Σταύρος Κωτσόπουλος, Καθηγητής Τμήματος Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και
Τεχνολογίας υπολογιστών
Καθηγητής Παναγιώτης Μαθιόπουλος, Διευθυντής Ερευνών, Εθνικό
Αστεροσκοπείο Αθηνών
Κωνσταντίνος Μπερμπερίδης, Καθηγητής ΤΜΗΥΠ
Αθανάσιος Ροντογιάννης Ερευνητής Γ', Εθνικό Αστεροσκοπείο Αθηνών
Δημήτρης-Αλέξανδρος Τουμπακάρης, Επίκουρος Καθηγητής Τμήματος
Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών
Εμμανουήλ Ψαράκης, Επίκουρος Καθηγητής ΤΜΗΥΠ

Η παρούσα διατριβή αποτέλεσε τμήμα του έργου '03ΕΔ838:
Ανάπτυξη και Μελέτη επίδοσης Αποδοτικών Τεχνικών Χωροχρονικής
Επεξεργασίας για Ασύρματα Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα Πολλών Εισόδων
– Πολλών Εξόδων' που υλοποιείται στα πλαίσια του Προγράμματος
Ενίσχυσης Ερευνητικού Δυναμικού (ΠΕΝΕΔ 2003), και συγχρηματοδοτείται
από εθνικούς, κοινοτικούς και ιδιωτικούς πόρους (ως προς τη δημόσια
δαπάνη κατά 75% από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο, και κατά 25% από
το Υπουργείο Ανάπτυξης, Γενική Γραμματεία Έρευνας και Τεχνολογίας) στο
πλαίσιο του Μέτρου 8,3 του Ε.Π. Ανταγωνιστικότητα- Γ' Κοινοτικό Πλαίσιο
Στήριξης

I do not know what I may appear to the world; but to myself I seem to have been only like a boy playing on the seashore, and diverting myself in now and then finding a smoother pebble or a prettier shell than ordinary, whilst the great ocean of truth lay all undiscovered before me.

Sir Isaac Newton

Περίληψη-Abstract

Περίληψη

Η ολοένα και αυξανόμενη χρήση συστημάτων ασύρματων επικοινωνιών αναδεικνύει την ανάγκη ανάπτυξης εργαλείων για τη μελέτη της επίδοσής τους. Η προσέγγιση που χρησιμοποιείται για το σκοπό αυτό βασίζεται στη χρήση κατάλληλων στοχαστικών μοντέλων για τη μελέτη της επίδρασης του καναλιού στην ισχύ του εκπεμπόμενου σήματος. Τα μοντέλα αυτά ονομάζονται μοντέλα καναλιών διαλείψεων. Στη βιβλιογραφία μπορούν να βρεθούν μοντέλα που χρησιμοποιούνται για διάφορες κατηγορίες ασύρματων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων (π.χ. δορυφορικά ή επίγεια κινητά συστήματα επικοινωνιών). Με τη βοήθεια των μοντέλων καθίσταται δυνατή η εκτίμηση της επίδρασης του καναλιού στην ποιότητα της επικοινωνίας χρησιμοποιώντας διάφορες μετρικές επίδοσης όπως είναι η χωρητικότητα του τηλεπικοινωνιακού συστήματος, η πιθανότητα σφαλμάτων κατά τη μετάδοση και η πιθανότητα διακοπής της επικοινωνίας. Οι μετρικές αυτές αποτελούν συνάρτηση της ισχύος του σήματος που λαμβάνει ο ασύρματος δέκτης και ο υπολογισμός τους γίνεται με χρήση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (ΣΠΠ) και της αθροιστικής συνάρτησης κατανομής (ΑΣΚ) των διαλείψεων. Συνεπώς, η διαδικασία της μελέτης επίδοσης διαφοροποιείται ανάλογα με το υιοθετούμενο μοντέλο για το ασύρματο κανάλι. Μέσα από την ανάλυση της επίδοσης τηλεπικοινωνιακών συστημάτων σε κανάλια διαλείψεων γίνεται εμφανής η σημαντική υποβάθμιση που προκαλεί το ασύρματο κανάλι στην ποιότητα της επικοινωνίας. Η υποβάθμιση αυτή αντιμετωπίζεται με τη χρήση συστημάτων διαφορισμού. Βασική ιδέα των συστημάτων αυτών είναι η χρήση περισσότερων του ενός καναλιών για τη μετάδοση του ίδιου σήματος από τον πομπό στο δέκτη. Η πιο διαδεδομένη κατηγορία συστημάτων διαφορισμού είναι τα συστήματα διαφορισμού πολλαπλών κεραιών εκπομπής - πολλαπλών κεραιών λήψης (multiple-input multiple-output, MIMO) στα οποία τα κανάλια μετάδοσης προκύπτουν χρησιμοποιώντας πολλαπλές κεραίες στον πομπό ή/και στον δέκτη. Η πιο χαρακτηριστική κατηγορία τέτοιων συστημάτων είναι αυτά που χρησιμοποιούν ορθογώνιους χωροχρονικούς πλοκαδικούς κώδικες (Orthogonal Space Time Block Codes, OSTBC). Ως ειδική περίπτωση συστημάτων διαφορισμού MIMO μπορούν να θεωρηθούν και οι δέκτες διαφορισμού

(diversity receivers), όπως ο δέκτης συνδυασμού μεγίστου λόγου (Maximum Ratio Combining, MRC), αλλά και τα συστήματα συνεργατικού διαφορισμού (cooperative diversity) στα οποία τα πολλαπλά κανάλια μετάδοσης της πληροφορίας προκύπτουν από τη συνεργασία χρηστών του ασύρματου δικτύου. Η ανάλυση ως προς την επίδοση των συστημάτων διαφορισμού MIMO επιτρέπει την ποσοτικοποίηση των κερδών που επιτυγχάνονται από τη χρήση των συστημάτων αυτών, ενώ επιπλέον, διευκολύνει τη διαδικασία σχεδίασης και επιλογής των παραμέτρων του συστήματος. Στο πλαίσιο της διατριβής μελετάται η επίδοση συστημάτων διαφορισμού MIMO σε γενικευμένα κανάλια διαλείψεων. Αρχικά, εξετάζεται η επίδοση των OSTBC σε περιβάλλοντα διαλείψεων Hoyt. Αποδεικνύεται ότι, στην περίπτωση τέτοιων συστημάτων, ο σηματοθορυβικός λόγος (signal to noise ratio, SNR) εκφράζεται ως μία τετραγωνική μορφή κανονικών τυχαίων μεταβλητών και γίνεται χρήση της ΣΠΠ και της ΑΣΚ αυτής της μορφής για τον υπολογισμό των μετρικών επίδοσης. Επιπλέον, μελετάται η σύγκλιση των σειρών που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των δύο αυτών συναρτήσεων και κατασκευάζονται νέα άνω φράγματα για το σφάλμα αποκοπής των σειρών. Τα φράγματα αυτά είναι σαφώς πιο αυστηρά από τα ήδη γνωστά από τη βιβλιογραφία. Στη συνέχεια, εισάγεται ένα γενικευμένο μοντέλο διαλείψεων για την ανάλυση επίδοσης των OSTBC και των δεκτών MRC και υπολογίζονται όλες οι μετρικές επίδοσης των δύο συστημάτων για το συγκεκριμένο μοντέλο διαλείψεων. Το μοντέλο αυτό περιλαμβάνει ως ειδικές περιπτώσεις τα πλέον διαδεδομένα μοντέλα καναλιών διαλείψεων, ενώ επιπλέον, επιτρέπει την ανάλυση επίδοσης σε μικτά περιβάλλοντα διαλείψεων όπου τα πολλαπλά κανάλια μπορούν να ακολουθούν διαφορετικές κατανομές. Στη συνέχεια, μελετάται η επίδοση συστημάτων συνεργατικού διαφορισμού με χρήση αναμεταδοτών ανίχνευσης και προώθησης (Detect and Forward, DaF) σε περιβάλλοντα διαλείψεων Rayleigh. Εξετάζονται τρεις διαφορετικοί δέκτες και υπολογίζεται η πιθανότητα σφάλματος ανά bit γι' αυτούς. Τέλος προτείνεται ένας νέος δέκτης για συνεργατικά συστήματα DaF και αποδεικνύεται η ανωτερότητά του σε σύγκριση με τους υπόλοιπους μελετώμενους δέκτες.

Όλα τα θεωρητικά αποτελέσματα που παρουσιάζονται στο πλαίσιο της διατριβής συγκρίνονται με αποτελέσματα προσομοιώσεων Monte Carlo που αποδεικνύουν την ορθότητα της ανάλυσης.

Abstract

Due to the growing use of wireless communications systems, the development of analytical tools for studying the performance of such systems has become crucial. The approach used for the performance analysis of wireless networks is based on utilizing fading channel models, i.e. statistical models for the effects of the wireless channel on the transmitted signal power. In the technical literature there exists a wide variety of fading channel models for several cases of wireless communications systems, such as satellite communications or mobile communications systems. Based on these models, the effect of the wireless channel on the transmitted signal can be quantified using performance metrics such as the outage probability, the ergodic capacity and the bit or symbol error probability. All these metrics depend on the channel fading statistics. Therefore, for their calculation the probability density function (PDF) and the cumulative distribution function (CDF) of the fading process are required. With the aid of the aforementioned performance metrics is easy to see that the wireless fading channel severely degrades the performance of wireless communications systems. Therefore, the need for techniques that mitigate the effects of fading is required. Such techniques are known as diversity techniques. The main principle of diversity is the use of more than one channels for the transmission of the same information. The most popular diversity systems are multiple-input multiple-output diversity systems, where the multiple channels used for communication are created by employing more than one antennas at the transmitter and/or the receiver. Perhaps the most favorable MIMO diversity systems are Orthogonal Space Time Block Codes (OSTBC). In addition, diversity receivers and cooperative diversity systems can also be considered as special cases of MIMO diversity systems. In the case of diversity receivers, the multiple channels that are used for the transmission correspond to multiple antennas only at the receiver, while, for cooperative diversity, the multiple channels correspond to users of the wireless network that receive signals and forward them to their final destination. The performance analysis of MIMO diversity systems allows for quantifying the achievable gains of these systems on the performance of wireless networks. Additionally, such an analysis is crucial for the optimal design of practical systems. This thesis studies the performance of MIMO diversity systems in generalized fading channels. First, we examine the performance of OSTBC in Hoyt fading channels. It is proven that, for this fading model, and when an OSTBC is employed, the signal-to-noise ratio (SNR) of the OSTBC can be expressed as a quadratic form in normal random variables. Therefore, the performance analysis for OSTBC over Hoyt fading channels is performed using the PDF and the CDF of such quadratic forms. In the statistical literature, these functions are expressed in terms of infinite series. The convergence of the series is thoroughly studied and new expressions for the truncation error bound of

these series are proposed. The proposed bounds are much tighter than the bounds that can be found in the literature. The expressions for the PDF and the CDF are then used for the performance analysis of OSTBC over Hoyt fading and several performance metrics are calculated. Then, a generalized fading model for the performance analysis of OSTBC and MRC is proposed and the theoretical performance analysis of both MRC and OSTBC is carried out. The main advantage of this model is the fact that it includes as special cases most of the widely used fading models. Furthermore, the performance of cooperative diversity systems employing Detect and Forward (DaF) relays is studied for Rayleigh fading channels. More specifically, three low complexity detection algorithms for these channels are examined and closed-form expressions of the bit error probability (BEP) for these receivers are derived. Finally, a new low complexity receiver for cooperative systems with DaF relays is proposed. Using Monte Carlo Simulations it is shown that this receiver outperforms the three receivers that have been studied.

For the systems studied in the thesis, the performance analysis results that have been derived theoretically are compared with Monte Carlo simulations that prove the validity of the analysis.

Ευχαριστίες

Η συγκεκριμένη διατριβή είναι το αποτέλεσμα μίας προσπάθειας τεσσάρων ετών που δεν θα μπορούσε να ολοκληρωθεί χωρίς τη σημαντική συμβολή πολλών ανθρώπων. Γι' αυτό αισθάνομαι την ανάγκη να τους ευχαριστήσω. Κατ' αρχάς θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους και συναδέλφους στο Ινστιτούτο Διαστημικών Εφαρμογών και Τηλεπισκόπησης για την άριστη επικοινωνία που είχαμε και την ανταλλαγή απόψεων και γνώσεων όλα αυτά τα χρόνια. Ειδικότερα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους Δρ. Κώστα Τζιότζιου, Κώστα Θεμελή και Δρ. Πέτρο Μπίθα. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον Dr. Ingmar Sandberg για τη φιλική συμπαράσταση και την βοήθειά του κατά την εκπόνηση της διατριβής όσο και για τα ευχάριστα διαλείμματα από την έρευνα στις τηλεπικοινωνίες και τη μύηση στο χώρο της φυσικής.

Σημαντικότερη όλων για την ολοκλήρωση της διατριβής ήταν η συμβολή του Καθηγητή Κωνσταντίνου Μπερμπεριδίου και του Ερευνητή Θανάση Ροντογιάννη που μου έδωσαν την ευκαιρία να ασχοληθώ ουσιαστικά με την έρευνα τόσο με την καθοδήγησή και την παρότρυνσή τους όσο και με την ευκαιρία που μου προσέφεραν να εργασθώ σε ποιοτικά ερευνητικά προγράμματα. Θα ήθελα ωστόσο να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον Ερευνητή Θανάση Ροντογιάννη για την στήριξη, την κατανόηση και την βοήθειά του κάθε φορά που χρειάστηκε. Ευχαριστώ επίσης τον Καθηγητή Τάκη Μαθιόπουλο για τις πάντοτε χρήσιμες και ουσιαστικές συμβουλές και παρατηρήσεις τους και για την οικονομική στήριξη που μου εξασφάλισε μέσω της συμμετοχής μου σε υψηλού κύρους ερευνητικά προγράμματα. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω το μέλος της τριμελούς μου επιτροπής, Επίκουρο Καθηγητή Εμμανουήλ Ψαράκη για το ενδιαφέρον που έδειξε για την δουλειά μου και τα ενθαρρυντικά του σχόλια αλλά και τις σημαντικές επισημάνσεις του, καθώς και όλα τα μέλη της επταμελούς εξεταστικής επιτροπής η παρουσία των οποίων με τιμά.

Ευχαριστώ επίσης τους γονείς μου Αχιλλέα και Δήμητρα και την αδερφή μου Αμαλία για τη συμπαράσταση και τη στήριξη που διαρκώς μου δείχνουν και τους φίλους και παλιούς συμφοιτητές Νίκο Αναστόπουλο, Κώστα Μανουσάκη, Κωστή Μιχμίζο, Βασίλη Σούρλα και Δημήτρη Χατζούλη που χρόνια τώρα πορευόμαστε παρέα. Ξεχωριστή θέση στις ευχαριστίες, θα ήθελα να δώσω στην σύντροφό μου Μαρίνα για την απέραντη αγάπη της.

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	1
1.1	Μελέτη επίδοσης συστημάτων διαφορισμού MIMO	1
1.2	Δομή και συνεισφορά της διατριβής	3
2	Ασύρματα κανάλια διαλείψεων	7
2.1	Εισαγωγή	7
2.2	Το ασύρματο κανάλι	7
2.3	Απώλειες διαδρομής	9
2.4	Διαλείψεις μεγάλης κλίμακας	12
2.5	Διαλείψεις μικρής κλίμακας	14
2.5.1	Πολυδιόδευση	14
2.5.2	Το φαινόμενο Doppler	21
2.6	Στοχαστική μοντελοποίηση του ασύρματου καναλιού	24
2.6.1	Το μοντέλο του ασύρματου καναλιού	24
2.7	Στοχαστικό μοντέλο συχνοτικής επίπεδων αργών διαλείψεων	28
2.7.1	Στοχαστικά μοντέλα διαλείψεων μικρής κλίμακας	30
2.7.2	Στοχαστικά μοντέλα διαλείψεων μεγάλης κλίμακας	34
2.7.3	Στοχαστικά μοντέλα σύνθετων διαλείψεων	35
2.8	Επίδοση τηλεπικοινωνιακών συστημάτων σε περιβάλλοντα δια- λείψεων	37
2.9	Σύνοψη	42
3	Συστήματα Διαφορισμού	43
3.1	Εισαγωγή	43
3.2	Τεχνικές διαφορισμού	44
3.3	Δέκτες διαφορισμού	48
3.3.1	Δέκτης συνδυασμού μεγίστου λόγου	49
3.3.2	Δέκτης συνδυασμού ίσης απολαβής	50
3.3.3	Δέκτης συνδυασμού επιλογής	52
3.4	Συστήματα πολλαπλών κεραιών εκπομπής πολλαπλών κεραιών λήψης	52
3.4.1	Ορθογώνιοι χωροχρονικοί πλοκαδικοί κώδικες	58
3.5	Επίδοση συστημάτων διαφορισμού σε περιβάλλοντα διαλείψεων	63

3.5.1	Ανάλυση επίδοσης δέκτη συνδυασμού μεγίστου λογου . .	63
3.5.2	Ανάλυση επίδοσης OSTBC	68
3.6	Συνεργατικός διαφορισμός	68
3.7	Σύνοψη	76
4	Τετραγωνικές μορφές και μελέτη επίδοσης OSTBC	77
4.1	Εισαγωγή	77
4.2	Τετραγωνικές μορφές κανονικών τυχαίων μεταβλητών	79
4.3	Στοχαστικές ιδιότητες τετραγωνικών μορφών	81
4.3.1	Σφάλμα αποκοπής για την κατανομή τετραγωνικών μορ- φών	83
4.4	OSTBC και τετραγωνικές μορφές	89
4.5	Ανάλυση της επίδοσης OSTBC σε κανάλια Hoyt	92
4.5.1	Υπολογισμός ASEP και ABEP	92
4.5.2	Υπολογισμός πιθανότητας διακοπής πληροφορίας και εργοδικής χωρητικότητας	98
4.5.3	Εργοδική χωρητικότητα	99
4.6	Αριθμητικά αποτελέσματα	100
4.7	Εναλλακτικός υπολογισμός της πιθανότητας διακοπής πληρο- φορίας	105
4.7.1	Στοχαστικώς ανεξάρτητες και πανομοιότυπα κατανεμη- μένες διαλείψεις	107
4.7.2	Μη πανομοιότυπα κατανεμημένες διαλείψεις	110
4.7.3	Αριθμητικά αποτελέσματα	111
4.8	Σύνοψη	112
5	Επίδοση MRC/OSTBC σε γενικεύμενα περιβάλλοντα διαλείψεων	115
5.1	Εισαγωγή	115
5.2	Αθροίσματα τετραγώνων τυχαίων μεταβλητών	118
5.3	Στοχαστικές ιδιότητες του αθροίσματος τετραγώνων τυχαίων μεταβλητών	119
5.4	Ανάλυση επίδοσης σε γενικευμένα κανάλια διαλείψεων	123
5.4.1	Υπολογισμός πιθανότητας διακοπής πληροφορίας και εργοδικής χωρητικότητας	123
5.4.2	Υπολογισμός ASEP και ABEP	125
5.5	Εφαρμογές της ανάλυσης επίδοσης	127
5.5.1	Ανάλυση επίδοσης δέκτη MRC σε περιβάλλον σκιασμέ- νων διαλείψεων Rice	127
5.5.2	Ανάλυση επίδοσης OSTBC σε περιβάλλον μεικτών δια- λείψεων Nakagami- m /Rice	130
5.6	Αριθμητικά αποτελέσματα	133
5.7	Σύνοψη	140

6	Επίδοση συστημάτων συνεργατικού διαφορισμού	141
6.1	Εισαγωγή	141
6.2	Πρωτόκολλο επικοινωνίας για αναμεταδότες DaF	142
6.3	Υπολογισμός ABEP για συστήματα συνεργατικού διαφορισμού	145
6.4	Δέκτης ελαχιστοποίησης BEP	149
6.5	Αριθμητικά αποτελέσματα	151
6.6	Σύνοψη	151
7	Συμπεράσματα και μελλοντικές κατευθύνσεις	155
7.1	Εισαγωγή	155
7.2	Συμπεράσματα	155
7.3	Μελλοντικές κατευθύνσεις	157
Α'	Εκφράσεις της BEP και SEP για διάφορα είδη διαμόρφωσης	159
Α'.1	Εκφράσεις υπολογισμού SEP	159
Α'.2	Εκφράσεις υπολογισμού BEP	160
	Βιβλιογραφία	161

Κατάλογος σχημάτων

2.1	Παράδειγμα επίδρασης του φαινομένου Doppler.	22
2.2	Χαρακτηρισμός διαλείψεων μικρής κλίμακας με βάση: (α') τη χρονική διάρκεια T_S του μεταδιδόμενου συμβόλου (β') το εύρος ζώνης B_S του μεταδιδόμενου σήματος	25
2.3	Το μοντέλο του ασύρματου καναλιού.	25
2.4	Μέση πιθανότητα σφάλματος bit για διαμόρφωση BPSK σε κανάλι AWGN και σε κανάλι διαλείψεων Rayleigh.	41
3.1	Βασική δομή ενός δέκτη διαφορισμού	48
3.2	Βασική δομή του πομπού ενός MIMO συστήματος.	53
3.3	Βασική δομή του δέκτη ενός MIMO συστήματος.	54
3.4	Βασική δομή ενός συστήματος συνεργατικού διαφορισμού	69
3.5	Σχηματικό διάγραμμα συστήματος συνεργατικού διαφορισμού με έναν αναμεταδότη	72
4.1	Σύγκριση του προτεινόμενου άνω φράγματος στο σφάλμα αποκοπής με το ήδη γνωστό από την βιβλιογραφία.	102
4.2	Θεωρητική και πειραματική ASEP για OSTBC σε κανάλια διαλείψεων Hoyt για διάφορες τεχνικές διαμόρφωσης.	102
4.3	Σφάλμα αποκοπής ASEP για διαμόρφωση 4-PAM και για διάφορες τιμές του N	103
4.4	Σφάλμα αποκοπής ASEP για διάφορες τεχνικές διαμόρφωσης και $N = 25$	104
4.5	Θεωρητική και πειραματική ABEP για OSTBC σε κανάλια διαλείψεων Hoyt για διάφορες τεχνικές διαμόρφωσης για $N = 20$ . .	104
4.6	Σφάλμα αποκοπής ABEP για διάφορες τεχνικές διαμόρφωσης και $N = 20$	105
4.7	Πιθανότητα διακοπής πληροφορίας για ρυθμό μετάδοσης $C = 3\text{bits/sec/Hz}$ και $N=25$	106
4.8	Εργοδική χωρητικότητα για OSTBC σε κανάλια διαλείψεων Hoyt $N = 30$	106
4.9	Πιθανότητα διακοπής πληροφορίας για διάφορους ρυθμούς μετάδοσης C_0	112

4.10	Πιθανότητα διακοπής πληροφορίας για $C_0 = 2\text{bits/sec/Hz}$	113
4.11	Υποστηριζόμενη χωρητικότητα για το 95% του χρόνου μετάδοσης.	113
5.1	Εργοδική χωρητικότητα για το Σύστημα 1 για $n = 3$ και διάφορες τιμές του N	135
5.2	Εργοδική χωρητικότητα για τα δύο συστήματα για διάφορες τιμές του SNR	135
5.3	Πιθανότητα διακοπής πληροφορίας για τα δύο συστήματα για $C_0 = 1\text{bit/sec/Hz}$ και διάφορες τιμές του SNR	136
5.4	ASEP για διάφορες τιμές του SNR για το Σύστημα 1 με $n = 2$	136
5.5	ASEP για διάφορες τιμές του SNR για το Σύστημα 1 με $n = 3$	137
5.6	ASEP για διάφορες τιμές του SNR για το Σύστημα 2.	137
5.7	ABEP για διάφορες τιμές του SNR ανά bit για το Σύστημα 1 με $n = 2$	138
5.8	ABEP για διάφορες τιμές του SNR ανά bit για το Σύστημα 1 με $n = 3$	138
5.9	ABEP για διάφορες τιμές του SNR ανά bit για το Σύστημα 2.	139
6.1	Δομή πρωτοκόλλου συνεργατικού διαφορισμού με έναν αναμεταδότη	142
6.2	Επίδοση απλού, κατωφλιωμένου και προσαρμοστικού δέκτη MRC.	152
6.3	Σύγκριση επίδοσης του προτεινόμενου δέκτη με τον κατωφλιωμένο και τον προσαρμοστικό δέκτη MRC.	152

Δεσμευμένα σύμβολα

Σύμβολα συναρτήσεων

$\cos(\cdot)$	Συνάρτηση συνημιτόνου
$\exp(\cdot)$	Εκθετική συνάρτηση
$\log_b(\cdot)$	Λογάριθμος με βάση το b
$\ln(\cdot)$	Φυσικός λογάριθμος
$\sin(\cdot)$	Συνάρτηση ημιτόνου
$\tan(\cdot)$	Συνάρτηση εφαπτομένης

Σύμβολα βαθμωτών

j	$j = \sqrt{-1}$
π	$\pi = 3.1415 \dots$
e	Ο νεπέριος αριθμός ($e = 2.71 \dots$)
$n!$	$n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$ όπου n θετικός ακέραιος
$\binom{n}{k}$	$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ $k < n$, k θετικός ακέραιος
$ \cdot $	Απόλυτη τιμή ή μέτρο μιγαδικής ποσότητας
a^*	Συζυγής μιγαδικού αριθμού
$\operatorname{Re}\{\cdot\}$	Πραγματικό μέρος μιγαδικού αριθμού
$\operatorname{Im}\{\cdot\}$	Φαντατικό μέρος μιγαδικού αριθμού
$[\cdot]$	Τελεστής στρογγυλοποίησης προς τα άνω
$\lfloor \cdot \rfloor$	Τελεστής στρογγυλοποίησης προς τα κάτω
$*$	Τελεστής συνέλιξης

$\mathcal{L}\{\cdot\}$	Μετασχηματισμός Laplace
$\mathcal{L}^{-1}\{\cdot\}$	Αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace
$E[\cdot]$	Μέση τιμή τυχαίας μεταβλητής

Σύμβολα διανυσμάτων και πινάκων

$\mathbf{a}$	Διάνυσμα
$\mathbf{a}(i)$	i -οστό στοιχείο διανύσματος
$\mathbf{A}$	Πίνακας
$a_{i,j}$	Το στοιχείο της γραμμής i και της στήλης j του πίνακα $\mathbf{A}$
$\mathbf{A}_{m \times n}$	Πίνακας διαστάσεων $m \times n$
$\mathbf{I}$	Ο μοναδιαίος πίνακας
$\mathbf{A}^T$	Ανάστροφος πίνακας
$\mathbf{A}^H$	Συζυγής ανάστροφος πίνακας
$tr(\mathbf{A})$	Ίχνος πίνακα
$\ \mathbf{A}\ _F$	Νόρμα Frobenius πίνακα
$\mathbf{A}^{1/2}$	Συμμετρική τετραγωνική ρίζα πίνακα
$\mathbf{A}^{-1}$	Αντίστροφος πίνακας
$Cov(\cdot)$	Πίνακας συνδιασποράς διανύσματος τυχαίων μεταβλητών

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται μία σύντομη εισαγωγή στο αντικείμενο της διατριβής. Εξετάζονται συνοπτικά οι βασικές έννοιες που συναντώνται στη διατριβή. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται η δομή που ακολουθείται στα επόμενα κεφάλαια, αλλά και η συνεισφορά της διατριβής

1.1 Μελέτη επίδοσης συστημάτων διαφορισμού MIMO

Οι ασύρματες τηλεπικοινωνίες έχουν εισχωρήσει σε μεγάλο βαθμό στη ζωή μας βρίσκοντας εφαρμογή σε μία ευρύτατη κατηγορία συστημάτων. Χαρακτηριστικά παραδείγματα χρήσης ασύρματης επικοινωνίας είναι τα συστήματα αεροπλοΐας, ναυσιπλοΐας, τηλεμετρίας και τηλεπισκόπησης, ενώ εξετάζεται πλέον η χρήση ασυρμάτων τεχνολογιών για ιατρικούς και διαγνωστικούς σκοπούς. Πέραν τούτου δεν θα πρέπει να ξεχνάει κανείς την επίδραση των ασυρμάτων τηλεπικοινωνιών στην καθημερινότητά μας μέσω των ασύρματων και κινητών δικτύων τηλεφωνίας και δεδομένων, αλλά και των δορυφορικών συστημάτων που προσφέρουν την δυνατότητα επικοινωνίας ακόμη και σε απομακρυσμένες περιοχές.

Σημαντικό ζήτημα για την επιτυχή λειτουργία όλων αυτών των συστημάτων είναι η δυνατότητα παροχής αξιόπιστων υπηρεσιών σε όσο το δυνατόν μεγαλύτερες γεωγραφικές περιοχές. Για την επίτευξη του στόχου αυτού απαιτείται η αντιμετώπιση της επίδρασης του ασύρματου καναλιού στην ισχύ του μεταδιδόμενου σήματος. Λαμβάνοντας υπόψη ότι η επίδραση του καναλιού εξαρτάται από τη μορφολογία του περιβάλλοντος στο οποίο λειτουργεί το ασύρματο δίκτυο και την πιθανώς μεταβαλλόμενη θέση του δέκτη, η ακριβής γνώση της δεν είναι εφικτή. Για το λόγο αυτό, στην πράξη, η επίδραση του καναλιού μοντελοποιείται με χρήση στοχαστικών μοντέλων που χαρακτηρίζουν την επιρροή του καναλιού στην ισχύ του σήματος που φτάνει στον δέκτη. Με τη βοήθεια των μοντέλων αυτών εκφράζονται οι στοχαστικές ιδιότητες των αυξομειώσεων της ισχύος που προκαλεί το ασύρματο κανάλι στο εκπεμπό-

μενο σήμα. Τα μοντέλα αυτά αποκαλούνται μοντέλα καναλιών διαλείψεων και, λόγω των ποικίλων εφαρμογών ασυρμάτων τηλεπικοινωνιών, διαφέρουν ανάλογα με το είδος του τηλεπικοινωνιακού συστήματος (π.χ. δορυφορικό ή επίγειο σύστημα).

Αποτέλεσμα των διαλείψεων είναι η υποβάθμιση της ποιότητας της επικοινωνίας ή ακόμη και η πλήρης διακοπή της. Συνεπώς, καθίσταται ιδιαίτερα σημαντική η εύρεση τεχνικών αντιμετώπισης της επίδρασης των διαλείψεων. Οι τεχνικές αυτές είναι γνωστές ως τεχνικές διαφορισμού και βασίζονται στη χρήση πολλαπλών καναλιών για τη μετάδοση του ίδιου σήματος. Η σημαντικότερη, ίσως, κατηγορία τέτοιων τεχνικών είναι τα συστήματα διαφορισμού πολλαπλών εισόδων- πολλαπλών εξόδων (multiple input - multiple output, MIMO) που βασίζονται στη χρήση πολλών κεραιών εκπομπής και λήψης. Χαρακτηριστική κατηγορία τέτοιων συστημάτων είναι οι ορθογώνιοι χωρο-χρονικοί πλοκαδικοί κώδικες (Orthogonal Space Time Block Codes, OSTBC), ενώ ειδικές περιπτώσεις συστημάτων διαφορισμού MIMO μπορούν να θεωρηθούν οι δέκτες διαφορισμού (diversity receivers), αλλά και τα συστήματα συνεργατικού διαφορισμού (cooperative diversity) στα οποία τα πολλαπλά κανάλια μετάδοσης της πληροφορίας προκύπτουν από τη συνεργασία χρηστών του ασύρματου δικτύου. Μεταξύ των συστημάτων συνεργατικού διαφορισμού, ιδιαίτερο ενδιαφέρον εμφανίζει η περίπτωση συστημάτων που χρησιμοποιούν αναμεταδότες ανίχνευσης και προώθησης.

Ένα σημαντικό ζήτημα που προκύπτει από τη χρήση των συστημάτων διαφορισμού MIMO είναι η αξιολόγηση των ωφελών που προσφέρουν στην ποιότητα επικοινωνίας. Η αξιολόγηση αυτή γίνεται με χρήση κατάλληλων μετρικών που ποσοτικοποιούν την επίδοση του τηλεπικοινωνιακού συστήματος. Τέτοιες μετρικές είναι η πιθανότητα διακοπής επικοινωνίας, η πιθανότητα διακοπής πληροφορίας, η χωρητικότητα του συστήματος, αλλά και η πιθανότητα σφαλμάτων κατά τη μετάδοση.

Λόγω της βελτίωσης της ποιότητας επικοινωνίας που υπόσχεται η χρήση των συστημάτων διαφορισμού MIMO, τα τελευταία χρόνια έχουν εμφανιστεί πολλές εργασίες στην τεχνική βιβλιογραφία που εξετάζουν την επίδοση τέτοιων συστημάτων για πολλά μοντέλα καναλιών διαλείψεων. Ενδεικτικά, στην εργασία [1] εξετάζεται η επίδοση των OSTBC σε περιβάλλοντα διαλείψεων Rayleigh, ενώ στις εργασίες [2] και [3] μελετάται η περίπτωση καναλιών Nakagami- m . Ένα ακόμη κανάλι διαλείψεων που έχει συγκεντρώσει ιδιαίτερο ενδιαφέρον είναι το κανάλι διαλείψεων Hoyt. Στην εργασία [4] χρησιμοποιείται το συγκεκριμένο μοντέλο για τον υπολογισμό της πιθανότητας διακοπής επικοινωνίας σε κινητά δίκτυα επικοινωνιών. Στην εργασία [5] εξετάζεται η χωρητικότητα τηλεπικοινωνιακών συστημάτων σε περιβάλλοντα διαλείψεων Hoyt, ενώ στην εργασία [6] δίνονται εκφράσεις για την πιθανότητα σφάλματος κατά τη μετάδοση για το συγκεκριμένο μοντέλο διαλείψεων σε συστήματα που δεν χρησιμοποιούν τεχνικές διαφορισμού. Ωστόσο στην βιβλιογραφία εμφανίζονται ελάχιστα αποτελέσματα σχετικά με τη μελέτη επίδοσης των OSTBC και

των δεκτών MRC σε περιβάλλον διαλείψεων Hoyt.

Ένα ακόμη ενδιαφέρον θέμα είναι η μελέτη επίδοσης στην περίπτωση μικτών διαλείψεων, στην περίπτωση, δηλαδή, που τα πολλαπλά κανάλια του συστήματος διαφορισμού δεν ακολουθούν όλα το ίδιο μοντέλο καναλιού διαλείψεων. Η συγκεκριμένη περίπτωση διαλείψεων εξετάζεται στην εργασία [7] όπου, με τη βοήθεια μίας αριθμητικής μεθόδου αντιστροφής του μετασχηματισμού Laplace της ΑΣΚ του SNR, υπολογίζεται η πιθανότητα διακοπής επικοινωνίας δεκτών MRC. Επιπλέον, στην εργασία [8] εξετάζεται η πιθανότητα διακοπής πληροφορίας των OSTBC για ένα παρόμοιο γενικευμένο μοντέλο διαλείψεων και προτείνεται η χρήση ενός απλού και αποδοτικού αριθμητικού αλγορίθμου αντιστροφής του μετασχηματισμού Laplace της ΑΣΚ. Παρόλ' αυτά, στη βιβλιογραφία δεν υπάρχει κάποια ολοκληρωμένη μελέτη για συστήματα διαφορισμού MIMO, όπως είναι οι OSTBC και οι δέκτες MRC σε τέτοια κανάλια διαλείψεων.

Τέλος, αν και τα συστήματα συνεργατικού διαφορισμού με αναμεταδότες ανίχνευσης και προώθησης έχουν συγκεντρώσει μεγάλο ενδιαφέρον τα τελευταία χρόνια και έχουν προταθεί διάφοροι δέκτες για τα συστήματα αυτά (βλ. [9], [10]), η μελέτη της επίδοσής τους είναι ακόμη ένα ανοιχτό ζήτημα. Σημαντικό πρόβλημα των συστημάτων αυτών είναι το ενδεχόμενο σφαλμάτων στους αναμεταδότες. Το ενδεχόμενο αυτό καθιστά δύσκολη τη διαδικασία μελέτης επίδοσης. Για το λόγο αυτό, στη βιβλιογραφία υπάρχουν ελάχιστες εργασίες σχετικά με την ακριβή μελέτη επίδοσης αυτών των συστημάτων.

1.2 Δομή και συνεισφορά της διατριβής

Ορμώμενοι από τα παραπάνω, στο πλαίσιο της διατριβής μελετήσαμε την επίδοση των συστημάτων διαφορισμού MIMO για διάφορα κανάλια διαλείψεων. Αναλυτικότερα, εξετάστηκε η επίδοση των OSTBC σε περιβάλλοντα διαλείψεων Hoyt ενώ, στη συνέχεια, προτάθηκε ένα γενικευμένο μοντέλο διαλείψεων και μελετήθηκε η επίδοση των OSTBC και των δεκτών MRC γι' αυτό το μοντέλο. Τέλος, δόθηκαν εκφράσεις για την πιθανότητα σφάλματος ανά bit τριών δεκτών συστημάτων συνεργατικού διαφορισμού με αναμεταδότες ανίχνευσης και προώθησης σε περιβάλλοντα διαλείψεων Rayleigh. Τα ερευνητικά αποτελέσματα που προέκυψαν από την εκπόνηση της διατριβής παρουσιάζονται στα επόμενα κεφάλαια. Αναλυτικότερα, στο Κεφάλαιο 2 αναλύεται η φύση του ασύρματου καναλιού και η διαδικασία της μοντελοποίησής του. Εισάγεται η έννοια των διαλείψεων και παρουσιάζονται διάφορα στοχαστικά μοντέλα γι' αυτές. Στη συνέχεια ορίζονται οι βασικές μετρικές που χρησιμοποιούνται για τη μελέτη επίδοσης ασύρματων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων.

Στο Κεφάλαιο 3 το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στη μελέτη συστημάτων διαφορισμού MIMO. Παρουσιάζονται οι διάφορες κατηγορίες τέτοιων συστημάτων. Η έμφαση δίνεται σε δέκτες διαφορισμού και, ειδικότερα, στο δέκτη

συνδυασμού μέγιστου λόγου (maximum ratio combining, MRC), στους ορθογώνιους χωροχρονικούς πλοκαδικούς κώδικες (Orthogonal Space Time Block Codes, OSTBC) και στα συστήματα συνεργατικού διαφορισμού.

Στη συνέχεια, στο Κεφάλαιο 4 εξετάζεται η επίδοση των OSTBC σε περιβάλλοντα διαλείψεων Hoyt και εξάγονται νέες εκφράσεις για τις διάφορες μετρικές επίδοσης για το συγκεκριμένο μοντέλο διαλείψεων. Οι εκφράσεις αυτές αποτελούν πρωτότυπα ερευνητικά αποτελέσματα, καθώς στο παρελθόν δεν έχει μελετηθεί η επίδοση συστημάτων OSTBC σε κανάλια διαλείψεων Hoyt. Για το σκοπό αυτό γίνεται χρήση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (ΣΠΠ) και της αθροιστικής συνάρτησης κατανομής (ΑΣΚ) τετραγωνικών μορφών κανονικά κατανεμμένων τυχαίων μεταβλητών. Η σύγκλιση και το σφάλμα αποκοπής των σειρών που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των δύο αυτών συναρτήσεων εξετάζονται σε βάθος και δίνονται νέα αυστηρά άνω φράγματα για το σφάλμα αποκοπής των σειρών. Με τη βοήθεια των φραγμάτων αυτών δίνονται εκτιμήσεις του σφάλματος αποκοπής της ΣΠΠ και της ΑΣΚ οι οποίες είναι πολύ πιο ακριβείς από τις ήδη γνωστές στη στατιστική βιβλιογραφία. Επιπλέον, με τη χρήση των φραγμάτων γίνεται η αξιολόγηση της ακρίβειας υπολογισμού των διάφορων μετρικών επίδοσης των OSTBC σε περιβάλλοντα διαλείψεων Hoyt. Επιπρόσθετα, παρουσιάζεται μία εναλλακτική διαδικασία υπολογισμού της πιθανότητας διακοπής πληροφορίας. Τα διάφορα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στο κεφάλαιο αυτό, έχουν δημοσιευθεί στις εργασίες [11], [12] και [13].

Στο Κεφάλαιο 5 προτείνεται ένα γενικευμένο μοντέλο διαλείψεων και γίνεται η μελέτη επίδοσης των συστημάτων διαφορισμού MRC και OSTBC για το συγκεκριμένο μοντέλο. Χαρακτηριστικό του προτεινόμενου μοντέλου είναι ότι περιλαμβάνει ως ειδικές περιπτώσεις μία πληθώρα μοντέλων διαλείψεων, ενώ μπορεί, επίσης, να χρησιμοποιηθεί για τη μοντελοποίηση μικτών καναλιών διαλείψεων όπου τα κανάλια του συστήματος MIMO ακολουθούν διαφορετικές κατανομές. Με χρήση του μοντέλου γίνεται η μελέτη επίδοσης των OSTBC και των δεκτών MRC σε γενικευμένα κανάλια διαλείψεων. Οι εκφράσεις που δίνονται για τις διάφορες μετρικές μπορούν να χρησιμοποιηθούν για αρκετά από τα κανάλια διαλείψεων που έχουν μελετηθεί, αλλά, κυρίως, και πιο σημαντικά, για κανάλια διαλείψεων για τα οποία δεν έχει γίνει έως τώρα η ανάλυση επίδοσης. Ένα από τα κανάλια αυτά είναι το κανάλι σκιασμένων διαλείψεων Rice. Για το συγκεκριμένο κανάλι μελετάται η επίδοση των δεκτών MRC χρησιμοποιώντας τις εκφράσεις των μετρικών για το γενικευμένο μοντέλο διαλείψεων. Κατόπιν, παρουσιάζεται μία ακόμη εφαρμογή του γενικευμένου μοντέλου διαλείψεων στη μελέτη επίδοσης των OSTBC σε μικτά κανάλια διαλείψεων. Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στο Κεφάλαιο 5 έχουν δημοσιευθεί στις εργασίες [14] και [15].

Στο Κεφάλαιο 6 μελετάται η επίδοση συστημάτων συνεργατικού διαφορισμού με αναμεταδότες ανίχνευσης και προώθησης. Παρουσιάζονται τρεις δέκτες χαμηλής πολυπλοκότητας για συστήματα αυτής της μορφής και δι-

νονται ακριβείς εκφράσεις για την πιθανότητα σφάλματος των δεκτών αυτών για δυαδική διαμόρφωση μετατόπισης φάσης (binary phase shift keying, BPSK). Οι εκφράσεις αυτές λαμβάνουν υπόψη την πιθανότητα σφάλματος στους αναμεταδότες και αποτελούν πρωτότυπα αποτελέσματα. Επιπλέον, προτείνεται μία νέα δομή δέκτη χαμηλής πολυπλοκότητας για συστήματα συνεργατικού διαφορισμού. Κριτήριο της ανίχνευσης για τον δέκτη αυτό είναι η ελαχιστοποίηση της πιθανότητας σφάλματος δοθέντος του σηματοθορυβικού λόγου (signal to noise ratio, SNR) στο κανάλι ανάμεσα στον πομπό και στον αναμεταδότη. Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στην εργασία 6 αναμένεται να υποβληθούν σύντομα προς δημοσίευση.

Τέλος, στο Κεφάλαιο 7 δίνεται μία περίληψη των αποτελεσμάτων της διατριβής και περιγράφονται συνοπτικά κάποιες μελλοντικές ερευνητικές κατευθύνσεις που σχετίζονται με τη διατριβή.

Κεφάλαιο 2

Ασύρματα κανάλια διαλείψεων

2.1 Εισαγωγή

Σκοπός του παρόντος κεφαλαίου είναι η εισαγωγή του αναγνώστη σε θέματα που άπτονται της μοντελοποίησης του ασύρματου καναλιού και της μελέτης επίδοσης τηλεπικοινωνιακών συστημάτων σε ασύρματα κανάλια μετάδοσης. Ειδικότερα, στην Ενότητα 2.2 εξετάζονται οι φυσικοί μηχανισμοί που λαμβάνουν χώρα κατά τη διάδοση ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος σε ένα περιβάλλον ασυρμάτων και κινητών τηλεπικοινωνιών. Οι μηχανισμοί αυτοί οδηγούν στη δημιουργία τριών διαφορετικών φαινομένων κατά τη μετάδοση ενός τηλεπικοινωνιακού σήματος. i) Στην *απώλεια διαδρομής (path loss)*, η οποία αναλύεται στην Ενότητα 2.3 όπου παρουσιάζονται διάφορες τεχνικές για τη μοντελοποίησή της, ii) τις *διαλείψεις μεγάλης κλίμακας (large scale fading)* που αναλύονται στην ενότητα 2.4 και iii) τις *διαλείψεις μικρής κλίμακας (small scale fading)* που εξετάζονται στην Ενότητα 2.5. Στην Ενότητα 2.6 παρουσιάζεται η βασική δομή ενός στοχαστικού μοντέλου για το ασύρματο κανάλι, ενώ στην Ενότητα 2.7 εξετάζονται πιο διεξοδικά οι τεχνικές στοχαστικής μοντελοποίησης διαλείψεων μικρής και μεγάλης κλίμακας. Τέλος, στην Ενότητα 2.8 παρουσιάζονται οι διάφορες μετρικές επίδοσης τηλεπικοινωνιακών συστημάτων που λειτουργούν σε ασύρματα κανάλια διαλείψεων.

2.2 Το ασύρματο κανάλι

Ένα από τα θεμελιώδη ζητήματα που προκύπτουν κατά τη σχεδίαση ενός ασύρματου ή κινητού τηλεπικοινωνιακού συστήματος είναι η μοντελοποίηση της επίδρασης του ασύρματου καναλιού στην ποιότητα της λήψης. Για την κατανόηση και τη μοντελοποίηση αυτής της επίδρασης είναι απαραίτητη η μελέτη των φυσικών μηχανισμών που λαμβάνουν χώρα κατά τη διάδοση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Οι μηχανισμοί αυτοί είναι [16]:

- Η *ανάκλαση*. Το φαινόμενο της ανάκλασης εμφανίζεται όταν το ηλε-

κτρομαγνητικό κύμα προσκρούει σε κάποιο σώμα με χαρακτηριστικό μέγεθος πολύ μεγαλύτερο του μήκους λ του ηλεκτρομαγνητικού κύματος, με ηλεκτρικές ιδιότητες διαφορετικές του μέσου μετάδοσης. Κατά την ανάκλαση, ένα μέρος της ενέργειας του προσπίπτοντος κύματος μεταδίδεται στο νέο σώμα και ένα δεύτερο ανακλάται στο αρχικό μέσο μετάδοσης. Χαρακτηριστικά παραδείγματα όπου παρουσιάζεται η ανάκλαση είναι όταν το ηλεκτρομαγνητικό κύμα προσκρούει στην επιφάνεια της γης, σε κτίρια ή σε τοίχους.

- Η *περίθλαση*, η οποία εμφανίζεται όταν η διαδρομή του ηλεκτρομαγνητικού κύματος ανάμεσα στον πομπό και στο δέκτη παρεμποδίζεται από αντικείμενα με απότομες ακμές (π.χ. γωνίες κτιρίων). Η ύπαρξη των ακμών αυτών προκαλεί τη δημιουργία δευτερευόντων κυμάτων τα οποία μεταδίδονται όπισθεν του παρεμποδίζοντος αντικειμένου προς τις περιοχές, δηλαδή, οι οποίες, λόγω της ύπαρξης του αντικειμένου δεν έχουν *οπτική επαφή* (*line of sight*) με τον πομπό.
- Η *σκέδαση*, η οποία εμφανίζεται όταν το ηλεκτρομαγνητικό κύμα προσκρούει σε επιφάνειες μεγέθους της τάξης του μήκους του κύματος ή ακόμη μικρότερου. Αποτέλεσμα της σκέδασης είναι η δημιουργία δευτερευόντων κυμάτων τα οποία διαχέονται στο χώρο προς διάφορες κατευθύνσεις. Σε ασύρματα τηλεπικοινωνιακά συστήματα, φαινόμενα σκέδασης εμφανίζονται όταν ηλεκτρομαγνητικά κύματα προσπίπτουν σε αντικείμενα όπως είναι τα σήματα κυκλοφορίας, οι φανοστάτες στους δρόμους και τα δέντρα.

Οι παραπάνω μηχανισμοί ευθύνονται για τη δημιουργία πολλαπλών “αντιγράφων” του μεταδιδόμενου κύματος τα οποία, με αφετηρία τα σημεία στα οποία λαμβάνουν χώρα οι μηχανισμοί, μεταδίδονται προς διάφορες κατευθύνσεις. Με τον τρόπο αυτό, εξασφαλίζεται η διάχυση της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας σε μια ευρεία γεωγραφική περιοχή και, συνεπώς, η δυνατότητα για επικοινωνία μέσω ασύρματων δικτύων. Από την άλλη, οι μηχανισμοί αυτοί αλλοιώνουν τόσο το πλάτος όσο και τη φάση του μεταδιδόμενου σήματος, εξασθενίζοντάς το. Επομένως, σε ένα ασύρματο ή κινητό τηλεπικοινωνιακό σύστημα, το σήμα το οποίο φτάνει στο δέκτη προκύπτει, ουσιαστικά, από το διανυσματικό άθροισμα πολλών αντιγράφων του μεταδοθέντος κύματος. Τα αντίγραφα αυτά καταφθάνουν στο δέκτη έχοντας ακολουθήσει διαφορετικές διαδρομές μετάδοσης και έχοντας υποστεί διαφορετικές τυχαίες εξασθενήσεις πλάτους και αλλοιώσεις φάσης. Η τυχειότητα είναι αποτέλεσμα της πιθανώς μεταβαλλόμενης θέσης του δέκτη και, συνεπώς, των διαφορετικών διαδρομών που έχει ακολουθήσει το ηλεκτρομαγνητικό κύμα. Επιπλέον, στην τυχειότητα αυτή συμβάλλουν και οι τυχαίες μεταβολές των διαδρομών μετάδοσης του κύματος λόγω της παρουσίας μη στατικών σωμάτων (π.χ. αυτοκίνητα, περαστικοί κ.τ.λ.). Ο συνδυασμός των εξασθενημένων αντιγράφων στο δέκτη κάποιες φορές μπορεί να οδηγήσει σε ένα σήμα υψηλής ισχύος, ενώ κάποιες

άλλες σε σήμα χαμηλής ισχύος. Σημαντικοί παράγοντες που επηρεάζουν την τελική ισχύ είναι το πλήθος των αντιγράφων που φτάνουν στο δέκτη, οι εξασθενήσεις πλάτους και οι αλλοιώσεις φάσης που έχουν υποστεί τα αντίγραφα αυτά. Επομένως, το πλάτος και η φάση του λαμβανόμενου σήματος είναι αποτέλεσμα μιας τυχαίας διαδικασίας που εξαρτάται από τη μορφολογία του περιβάλλοντος στο οποίο είναι εγκατεστημένο το ασύρματο δίκτυο. Αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας είναι η εμφάνιση μεγάλων αυξομειώσεων στη λαμβανόμενη ισχύ καθώς μεταβάλλεται η θέση του δέκτη. Στη συνέχεια της ανάλυσης, οι αυξομειώσεις αυτές θα αναφέρονται ως *διαλείψεις (fading)* και το κανάλι που είναι υπεύθυνο γι' αυτές θα ονομάζεται *κανάλι διαλείψεων (fading channel)*.

Από τα παραπάνω, γίνεται σαφές ότι η ακριβής επίδραση του ασύρματου καναλιού στο πλάτος και, συνεπώς, στην ισχύ και στη φάση του μεταδιδόμενου σήματος είναι αδύνατο να είναι γνωστή στην πράξη. Από την άλλη, η ύπαρξη κάποιας γνώσης για την επίδραση του καναλιού στο μεταδιδόμενο σήμα είναι σημαντική για τον καθορισμό των παραμέτρων του συστήματος (π.χ. ισχύς εκπομπής) και των δυνατοτήτων του (π.χ. εφικτοί ρυθμοί μετάδοσης). Προκειμένου να ληφθεί υπόψη η επίδραση αυτή κατά τη σχεδίαση και μελέτη ενός ασύρματου τηλεπικοινωνιακού συστήματος, απαιτείται η χρήση κάποιας τεχνικής μοντελοποίησης του καναλιού. Οι τεχνικές μοντελοποίησης βασίζονται στη χρήση *αναλυτικών, εμπειρικών και στοχαστικών* μοντέλων. Βάσει των μοντέλων αυτών, τα διάφορα φαινόμενα τα οποία εμφανίζονται κατά τη μετάδοση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος και επηρεάζουν την ισχύ και τη φάση του μεταδιδόμενου σήματος, εντάσσονται στις ακόλουθες κατηγορίες:

- Απώλειες διαδρομής
- Διαλείψεις μεγάλης κλίμακας
- Διαλείψεις μικρής κλίμακας.

Τα φαινόμενα αυτά θα εξεταστούν αναλυτικότερα στις επόμενες ενότητες.

2.3 Απώλειες διαδρομής

Η απόσταση ανάμεσα σε έναν ασύρματο πομπό και ένα δέκτη επηρεάζει σημαντικά την ισχύ του σήματος που φτάνει στο δεύτερο. Στην απλούστερη περίπτωση όπου ο πομπός και ο δέκτης έχουν οπτική επαφή, η σχέση ανάμεσα στην εκπεμπόμενη ισχύ P_t και τη λαμβανόμενη P_r δίνεται από τον νόμο του Friis που περιγράφεται από την εξίσωση [16]

$$P_r(d) = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2}{(4\pi d)^2 L}, \quad (2.1)$$

όπου d είναι η απόσταση ανάμεσα στον πομπό και στο δέκτη σε μέτρα, G_t και G_r είναι τα κέρδη των κεραιών εκπομπής και λήψης, αντίστοιχα, λ είναι το μήκος του ηλεκτρομαγνητικού κύματος και $L \geq 1$ είναι μία σταθερά που σχετίζεται με το τηλεπικοινωνιακό σύστημα. Ειδικότερα, η σταθερά αυτή λαμβάνει υπόψη τις απώλειες που προκύπτουν από τις ατέλειες του τηλεπικοινωνιακού εξοπλισμού (π.χ. απώλειες οφειλόμενες σε φίλτρα ή στις κεραίες του συστήματος).

Ένας εναλλακτικός τρόπος για την περιγραφή της σχέσης ανάμεσα στη μεταδιδόμενη και τη λαμβανόμενη ισχύ είναι μέσω της *απώλειας ισχύος λόγω διαδρομής*, η οποία συμβολίζεται με $PL(d)$ και ορίζεται ως

$$PL(d) = \frac{P_r(d)}{P_t}. \quad (2.2)$$

Ο νόμος του Friis βασίζεται στην υπόθεση ότι η επικοινωνία ανάμεσα στον πομπό και στο δέκτη πραγματοποιείται μέσω ενός μοναδικού μονοπατιού μετάδοσης, του *μονοπατιού οπτικής επαφής*. Αγνοεί, δηλαδή, την ύπαρξη άλλων μονοπατιών, (μέσω ανακλάσεων, περιθλάσεων και σκεδάσεων) που μπορεί να ακολουθήσει το ηλεκτρομαγνητικό κύμα και που επίσης επηρεάζουν την επικοινωνία. Συνεπώς, το μοντέλο αυτό δεν είναι επαρκές για την πρόβλεψη των απωλειών ισχύος που παρουσιάζονται σε ένα ασύρματο τηλεπικοινωνιακό σύστημα. Για το λόγο αυτό έχουν αναπτυχθεί διάφορα μοντέλα για την πρόβλεψη των απωλειών διαδρομής σε τέτοια συστήματα.

Σε μεγάλο βαθμό, τα μοντέλα αυτά προκύπτουν από τη χρήση αναλυτικών τεχνικών. Προκύπτουν, δηλαδή, από τη θεώρηση ενός απλουστευμένου φυσικού μοντέλου για το περιβάλλον μετάδοσης και την εξαγωγή αναλυτικών εκφράσεων για τη λαμβανόμενη ισχύ ως συνάρτηση των παραμέτρων του μοντέλου. Αντιπροσωπευτικό παράδειγμα είναι το *μοντέλο ανάκλασης από τη γη*, στο οποίο ο δέκτης, πέραν της λήψης μέσω οπτικής επαφής, λαμβάνει και ένα αντίγραφο του μεταδιδόμενου σήματος που έχει προκύψει από ανάκλαση από το έδαφος. Βάσει του μοντέλου, η σχέση ανάμεσα στην εκπεμπόμενη και τη λαμβανόμενη ισχύ, περιγράφεται από την εξίσωση [16]

$$P_r(d) = \frac{P_t G_t G_r h_t^2 h_r^2}{d^4}, \quad (2.3)$$

όπου h_t και h_r είναι τα ύψη στα οποία είναι τοποθετημένες οι κεραίες εκπομπής και λήψης, αντίστοιχα.

Μία ακόμη κατηγορία μοντέλων είναι τα εμπειρικά μοντέλα τα οποία βασίζονται στη χρήση παραμετρικών αναλυτικών εκφράσεων. Η επιλογή των τιμών για τις παραμέτρους των μοντέλων γίνεται έτσι ώστε οι αναλυτικές εκφράσεις να συμφωνούν στο μέγιστο δυνατό βαθμό με πραγματικές μετρήσεις της σχέσης μεταξύ μεταδιδόμενης και λαμβανόμενης ισχύος. Μία δημοφιλής κλάση εμπειρικών μοντέλων είναι τα μοντέλα εξασθένισης, όπου η λαμβανόμενη ισχύς είναι αντιστρόφως ανάλογη της απόστασης πομπού και δέκτη

υψωμένη σε κάποια δύναμη. Η περιγραφή των μοντέλων αυτών μπορεί να γίνει ευκολότερα με χρήση της απώλειας ισχύος λόγω διαδρομής. Στην περίπτωση τέτοιων μοντέλων, η απώλεια ισχύος δίνεται από μία σχέση της μορφής [16]

$$PL(d) \propto \left(\frac{d}{d_0}\right)^n \quad (2.4)$$

ή, ισοδύναμα, χρησιμοποιώντας λογαριθμική κλίμακα, από μία σχέση της μορφής

$$PL(d) [dB] = PL(d_0) [dB] + 10n \log_{10} \left(\frac{d}{d_0}\right), \quad (2.5)$$

όπου d_0 είναι μία κατάλληλα επιλεγμένη απόσταση αναφοράς, για την οποία η απώλεια ισχύος λόγω διαδρομής έχει υπολογιστεί μέσω μετρήσεων. Στην πράξη, η τιμή του εκθέτη n σχετίζεται με το περιβάλλον στο οποίο είναι εγκατεστημένο το ασύρματο δίκτυο. Για ένα ενδοκυτταρικό (indoor) ασύρματο δίκτυο οι ενδεδειγμένες τιμές του n βρίσκονται στο διάστημα [1.6, 1.8] ενώ για μία κυψέλη (cell) ενός κινητού δικτύου σε αστική περιοχή, οι ενδεδειγμένες τιμές του n βρίσκονται στο διάστημα [2.7, 3.5]. Αναλυτικότερα στοιχεία σχετικά τόσο με τα μοντέλα αυτά όσο και με την επιλογή της τιμής της δύναμης n μπορούν να βρεθούν στην αναφορά [16].

Ένα ακόμη δημοφιλές μοντέλο όπου η λαμβανόμενη ισχύς μειώνεται ανάλογα με κάποια δύναμη της απόστασης πομπού και δέκτη είναι το μοντέλο των Okumura και Hata [17] που χρησιμοποιείται σε κινητά δίκτυα τηλεπικοινωνιών. Στο μοντέλο αυτό, υπεισέρχονται ως επιπρόσθετες παράμετροι η φέρουσα συχνότητα (carrier frequency) του μεταδιδόμενου σήματος f_c , το ύψος h_m , σε μέτρα, στο οποίο είναι τοποθετημένη η κεραία του σταθμού βάσης (base station) και το ύψος h_b , επίσης σε μέτρα, στο οποίο βρίσκεται η κεραία του κινητού δέκτη. Βάσει του μοντέλου αυτού, η απώλεια διαδρομής δίνεται από τη σχέση [18]

$$PL(d) [dB] = \begin{cases} A + B \log_{10}(d), & \text{για αστικές περιοχές} \\ A + B \log_{10}(d) - C, & \text{για προαστιακές περιοχές} \\ A + B \log_{10}(d) - D, & \text{για υπαίθριες περιοχές,} \end{cases} \quad (2.6)$$

όπου

$$\begin{aligned} A &= 69.55 + 26.16 \log_{10}(f_c) - 13.82 \log_{10}(h_b) - a(h_m) \\ B &= 44.9 - 6.55 \log_{10}(h_b) \\ C &= 5.4 + 2 [\log_{10}(f_c/28)]^2 \\ D &= 40.94 + 4.78 [\log_{10}(f_c)]^2 - 18.33 \log_{10}(f_c) \end{aligned} \quad (2.7)$$

και $a(h_m)$ είναι μία συνάρτηση σχετιζόμενη τόσο με το ύψος στο οποίο βρίσκεται η κεραία του κινητού δέκτη όσο και με τη φέρουσα συχνότητα αλλά και το περιβάλλον μετάδοσης (μικρή ή μεγάλη πόλη).

Με αφετηρία τα προαναφερθέντα μοντέλα είναι δυνατή μία πρώτη προσέγγιση της εξασθένισης ισχύος που προκαλεί το ασύρματο κανάλι κατά

τη μετάδοση δεδομένων. Ωστόσο, σε μία σύγκριση των προβλέψεων που δίνουν τα μοντέλα με πειραματικές μετρήσεις, διαπιστώνει κανείς την ύπαρξη σημαντικών διακυμάνσεων της τιμής της απώλειας διαδρομής, όπως αυτή προκύπτει βάσει των μετρήσεων, γύρω από την τιμή που προβλέπεται μέσω των μοντέλων [18]. Οι διακυμάνσεις αυτές αποδίδονται στα δύο άλλα φαινόμενα που αναφέρθηκαν, δηλαδή στις διαλείψεις μεγάλης και μικρής κλίμακας. Αιτία των διακυμάνσεων είναι η αδυναμία των θεωρητικών μοντέλων απωλειών διαδρομής να λάβουν υπόψη τους τη συγκεκριμένη γεωμετρία του περιβάλλοντος μετάδοσης λόγω της ύπαρξης φυσικών εμποδίων (π.χ. κτίρια και λόφοι στην περίπτωση ενός δικτύου *εξωτερικού χώρου (outdoor)* ή τοίχοι και έπιπλα στην περίπτωση ενός ενδοκιριακού δικτύου) που επηρεάζει τη σχέση μεταδιδόμενης και λαμβανόμενης ισχύος. Καθώς, όμως, οι διακυμάνσεις αυτές οφείλονται στο ακριβές περιβάλλον μετάδοσης είναι δύσκολο να ληφθούν υπόψη από οποιοδήποτε θεωρητικό μοντέλο. Για το λόγο αυτό, οι διακυμάνσεις που οφείλονται στις διαλείψεις μεγάλης και μικρής κλίμακας μοντελοποιούνται στην πράξη με πιθανοτικές τεχνικές και στοχαστικά μοντέλα. Στη συνέχεια μελετώνται ειδικότερα τα αίτια των διακυμάνσεων, αλλά και γενικότερα ο τρόπος με τον οποίο οι διαλείψεις μικρής και μεγάλης κλίμακας επηρεάζουν το μεταδιδόμενο τηλεπικοινωνιακό σήμα.

2.4 Διαλείψεις μεγάλης κλίμακας

Εκτός από τις απώλειες διαδρομής, ένα δεύτερο φαινόμενο που εμφανίζεται κατά την ασύρματη μετάδοση και επηρεάζει την ισχύ του σήματος στο δέκτη είναι οι διαλείψεις μεγάλης κλίμακας. Για την κατανόηση του φαινομένου αυτού απαιτείται μία πιο προσεκτική μελέτη της διαδικασίας μοντελοποίησης του ασύρματου καναλιού και της σημασίας που έχουν οι μετρήσεις στη διαδικασία.

Εστιάζοντας σε μία περιοχή μικρών διαστάσεων που καλύπτεται από ένα ασύρματο δίκτυο, μπορεί κανείς να θεωρήσει ότι όλα της τα σημεία ισαπέχουν κατά d από την κεραία εκπομπής. Τότε, χρησιμοποιώντας πραγματικές μετρήσεις ισχύος μπορεί να εξαγάγει μία εκτίμηση για τη μέση απώλεια ισχύος που αντιστοιχεί στην περιοχή αυτή. Η εκτίμηση αυτή ονομάζεται *τοπική μέση τιμή (local mean) της απώλειας* [18]. Από την άλλη, εστιάζοντας σε μία άλλη περιοχή η οποία επίσης ισαπέχει κατά d από την κεραία εκπομπής μπορεί κανείς να εκτιμήσει μία νέα, διαφορετική τοπική μέση τιμή της απώλειας. Η διαδικασία αυτή μπορεί να επαναληφθεί για ένα μεγάλο πλήθος περιοχών απόστασης d από την κεραία εκπομπής. Με χρήση των τοπικών μέσων τιμών της απώλειας που προκύπτουν, μπορεί να γίνει μία εκτίμηση της μέσης απώλειας ισχύος για τη μετάδοση του σήματος σε περιοχές απόστασης d . Η εκτίμηση αυτή ονομάζεται *χωρική μέση τιμή (area mean)* και σχετίζεται άμεσα με τις απώλειες διαδρομής και τα διάφορα μοντέλα που αναφέρθηκαν προηγουμένως [18]. Πιο συγκεκριμένα, στην περίπτωση απουσίας μετρήσεων, η

χωρική μέση τιμή προσεγγίζεται από την απώλεια διαδρομής που προβλέπεται από κάποιο μοντέλο κατάλληλα επιλεγμένο για το περιβάλλον μετάδοσης όπου λειτουργεί το ασύρματο δίκτυο.

Έχοντας καθορίσει είτε μέσω μετρήσεων είτε με κάποιο μοντέλο απωλειών διαδρομής τη χωρική μέση τιμή απώλειας ισχύος, το ενδιαφέρον στρέφεται στις διακυμάνσεις που εμφανίζουν οι τοπικές μέσες τιμές γύρω από αυτήν. Οι διακυμάνσεις αυτές συνιστούν το φαινόμενο των διαλείψεων μεγάλης κλίμακας και είναι αποτέλεσμα της σκίασης (*shadowing*) που προκαλείται από την ύπαρξη μεγάλων αντικειμένων (π.χ. κτίρια, ανάγλυφο του εδάφους) ανάμεσα στην κεραία εκπομπής και τον ασύρματο δέκτη. Το φαινόμενο της σκίασης εξαρτάται πλήρως από τη γεωμετρία του μονοπατιού επικοινωνίας (π.χ. ύψος ή και αριθμός κτιρίων) ανάμεσα στην κεραία εκπομπής και το δέκτη. Συνεπώς, ακόμη και αν η απόσταση των δύο παραμένει σταθερή, η επίδραση της σκίασης στην ισχύ του λαμβανόμενου σήματος μεταβάλλεται ανάλογα με τη θέση του δέκτη, με αποτέλεσμα να μην είναι εφικτή η ακριβής μοντελοποίησή της. Για το λόγο αυτό, η μοντελοποίηση των διαλείψεων μεγάλης κλίμακας γίνεται με τη χρήση στοχαστικών μοντέλων και την υπόθεση ότι η τοπική μέση τιμή της απώλειας ισχύος είναι μία τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί κάποια κατανομή. Η πλέον διαδεδομένη κατανομή που χρησιμοποιείται για το σκοπό αυτό είναι η *λογοκανονική* (*lognormal*). Υιοθετώντας τη λογοκανονική κατανομή, η *Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας* (ΣΠΠ) της τοπικής μέσης τιμής της απώλειας s έχει τη μορφή [18]

$$p_s(s) = \frac{1}{s\sigma\xi\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(10\log_{10}s - \mu_s)^2}{2\sigma^2}\right), s \geq 0, \quad (2.8)$$

όπου $\xi = \ln 10/10$. Με μ_s συμβολίζεται η χωρική μέση τιμή της απώλειας ισχύος σε dB που υπολογίζεται με χρήση των μοντέλων απωλειών διαδρομής που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη ενότητα, ενώ με σ συμβολίζεται η τυπική απόκλιση της τοπικής μέσης απώλειας ισχύος όταν αυτή μετράται σε dB. Σε πρακτικό επίπεδο, η τιμή της διασποράς εξαρτάται από τη συχνότητα λειτουργίας του ασύρματου δικτύου αλλά και από τη γεωμετρία του περιβάλλοντος μετάδοσης. Ενδεικτικά, μέσω μετρήσεων έχει διαπιστωθεί ότι στην περίπτωση μίας *μακροκυψέλης* (*macrocell*) ενός κινητού δικτύου οι τιμές της τυπικής απόκλισης σ κυμαίνονται στο διάστημα [5, 12] dB, ενώ στην περίπτωση μίας *μικροκυψέλης* (*microcell*), στο διάστημα [4, 13] dB [18].

Χρησιμοποιώντας τη λογοκανονική κατανομή και γνωρίζοντας την κατά προσέγγιση απόσταση d πομπού και δέκτη είναι δυνατή η εκτίμηση της σχέσης ανάμεσα στην εκπεμπόμενη και λαμβανόμενη ισχύ λαμβάνοντας υπόψη τόσο την απώλεια διαδρομής όσο και την επίδραση της σκίασης. Ισοδύναμα, μπορεί κανείς να μελετήσει την επίδραση των δύο αυτών φαινομένων ξεχωριστά. Στην περίπτωση αυτή, η ολική εξασθένιση ισχύος που προκαλείται από τα δύο φαινόμενα μπορεί να γραφτεί στη μορφή

$$s = PL(d)\mathcal{A}, \quad (2.9)$$

όπου $PL(d)$ είναι η απώλεια ισχύος λόγω διαδρομής για τη δεδομένη απόσταση d και $\mathcal{A}$ είναι μία τυχαία μεταβλητή που μοντελοποιεί τις απώλειες ισχύος λόγω των διαλείψεων μεγάλης κλίμακας. Η ΣΠΠ της τυχαίας μεταβλητής $\mathcal{A}$ είναι τότε αυτή που καθορίζει τη ΣΠΠ του συνδυασμού των απωλειών διαδρομής και των διαλείψεων μεγάλης κλίμακας. Επομένως, αν η τυχαία μεταβλητή $\mathcal{A}$ ανήκει σε μία συγκεκριμένη οικογένεια κατανομών, στην ίδια οικογένεια κατανομών ανήκει και η τυχαία μεταβλητή s . Αν, δηλαδή, η ποσότητα $\mathcal{A}$ ακολουθεί μία λογοκανονική κατανομή, τότε η τοπική μέση απώλεια ισχύος s θα ακολουθεί κι αυτή λογοκανονική κατανομή και η ΣΠΠ της θα έχει τη μορφή (2.8).

Χαρακτηριστικό της σκίασης είναι ότι προκαλείται από την ύπαρξη μεγάλων σωμάτων στη διαδρομή του σήματος από την κεραία εκπομπής στο δέκτη. Καθώς η παρουσία των σωμάτων αυτών επηρεάζει τη λήψη σε σχετικά ευρείες περιοχές, η επίδραση της σκίασης στην τοπική μέση τιμή της απώλειας ισχύος παραμένει σχεδόν αμετάβλητη για μικρές μεταβολές της θέσης του δέκτη. Για το λόγο αυτό, οι διαλείψεις μεγάλης κλίμακας παρουσιάζουν μεγάλη συσχέτιση για μικρές μεταβολές της θέσης του δέκτη και η τιμή τους μεταβάλλεται αργά με το χρόνο [16].

2.5 Διαλείψεις μικρής κλίμακας

Ως διαλείψεις μικρής κλίμακας ορίζονται οι διάφορες παραμορφώσεις που εισάγονται από το ασύρματο κανάλι η επίδραση των οποίων μεταβάλλεται σημαντικά ακόμη και για μικρές μεταβολές της θέσης του ασύρματου δέκτη [16]. Οι παραμορφώσεις αυτές προκαλούν μεγάλες μεταβολές της λαμβανόμενης ισχύος σε μικρό χρονικό διάστημα ή για μικρές μεταβολές της θέσης του δέκτη. Ωστόσο, σε αντίθεση με την απώλεια διαδρομής και τις διαλείψεις μεγάλης κλίμακας, οι διαλείψεις μικρής κλίμακας δεν επιδρούν μόνο στην ισχύ του σήματος, αλλά προκαλούν γενικότερα μία σειρά αλλοιώσεων στο σήμα. Οι αλλοιώσεις είναι αποτέλεσμα δύο σημαντικών φαινομένων. Της *πολυδιόδευσης (multipath)* και του *φαινομένου Doppler*. Τα δύο φαινόμενα αναλύονται διεξοδικά στις επόμενες υποενότητες, ενώ εξετάζεται επίσης και η επίδραση που έχουν στο μεταδιδόμενο σήμα.

2.5.1 Πολυδιόδευση

Η πολυδιόδευση σχετίζεται άμεσα με τους μηχανισμούς μετάδοσης του σήματος σε ένα περιβάλλον ασυρμάτων τηλεπικοινωνιών. Όπως αναφέρθηκε κατά την περιγραφή των μηχανισμών αυτών, η σημαντικότερή τους επίδραση είναι το ότι δημιουργούν πολλαπλά αντίγραφα του μεταδιδόμενου κύματος. Τα αντίγραφα αυτά μεταδίδονται στο χώρο προς διάφορες κατευθύνσεις. Επομένως, το κύμα που φτάνει σε οποιοδήποτε σημείο της περιοχής κάλυψης του δικτύου, είναι το διανυσματικό άθροισμα αντιγράφων που έχουν

ακολουθήσει διαφορετικά μονοπάτια μετάδοσης και έχουν υποστεί τυχαίες εξασθενήσεις και αλλοιώσεις φάσης. Επιπλέον, καθώς τα διάφορα μονοπάτια μετάδοσης αντιστοιχούν σε διαδρομές διαφορετικού μήκους, τα αντίγραφα που φτάνουν στο δέκτη έχουν υποστεί διαφορετικές χρονικές καθυστερήσεις. Οι τυχαίες εξασθενήσεις πλάτους και οι αλλοιώσεις φάσης, σε συνδυασμό με τους διαφορετικούς χρόνους άφιξης των αντιγράφων του μεταδιδόμενου σήματος στο δέκτη συνιστούν το κανάλι πολυδιόδευσης που επηρεάζει με διάφορους τρόπους την επικοινωνία.

Καθώς τα διάφορα κύματα που προκύπτουν από τους μηχανισμούς μετάδοσης αθροίζονται διανυσματικά, το κανάλι πολυδιόδευσης οδηγεί στη λήψη ενός σήματος που είναι γραμμικός συνδυασμός καθυστερημένων αντιγράφων του μεταδιδόμενου σήματος. Συνεπώς εύκολα προκύπτει ότι το κανάλι πολυδιόδευσης μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ένα γραμμικό φίλτρο. Έτσι η περιγραφή του μπορεί να γίνει με χρήση της κρουστικής απόκρισης του φίλτρου. Καθώς, όμως, ο δέκτης κινείται στο χώρο, οι εξασθενήσεις πλάτους, οι αλλοιώσεις φάσης αλλά και οι χρονικές καθυστερήσεις των αντιγράφων του κύματος που φτάνουν σε αυτόν, μεταβάλλονται ανάλογα με τη θέση του. Επομένως, επειδή η θέση του δέκτη μεταβάλλεται συναρτήσει του χρόνου, το κανάλι πολυδιόδευσης μοντελοποιείται εν τέλει ως ένα γραμμικό, χρονικά μεταβαλλόμενο φίλτρο. Συνεπώς, η κρουστική απόκριση του καναλιού πολυδιόδευσης θα είναι μία συνάρτηση δύο μεταβλητών $h(t, \tau)$. Με τη μεταβλητή t αναπαρίστανται οι μεταβολές της κρουστικής απόκρισης του καναλιού ως προς το χρόνο, λόγω της κίνησης του δέκτη. Από την άλλη, θεωρώντας τη μεταβλητή t σταθερή, η συνάρτηση $h(t, \tau)$ προσδιορίζει την κρουστική απόκριση του καναλιού για τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή και άρα για τη θέση του δέκτη τη δεδομένη στιγμή. Ισοδύναμα, στην περίπτωση αυτή, υποθέτοντας ότι η πρώτη εκδοχή του εκπεμπόμενου σήματος φτάνει στο δέκτη με μηδενική καθυστέρηση ($\tau = 0$), για κάθε τιμή της μεταβλητής τ , η $h(t, \tau)$ προσδιορίζει την αλλοίωση που έχει υποστεί το αντίγραφο του σήματος που καταφθάνει με καθυστέρηση τ .

Χρησιμοποιώντας την κρουστική απόκριση $h(t, \tau)$ του καναλιού, η σχέση ανάμεσα στο εκπεμπόμενο ζωνοπερατό (*bandpass*) σήμα $x(t)$ και το λαμβανόμενο ζωνοπερατό σήμα $y(t)$, αγνοώντας το θόρυβο, παίρνει τη μορφή [16]

$$y(t) = x(t) * h(t, \tau) = \int_{-\infty}^t x(\tau) h(t, t - \tau) d\tau, \quad (2.10)$$

όπου το σύμβολο $*$ υποδηλώνει συνέλιξη. Στην πράξη, για την περιγραφή του καναλιού πολυδιόδευσης δε χρησιμοποιείται η ίδια η κρουστική απόκριση, αλλά η ισοδύναμη με αυτήν κρουστική απόκριση βασικής ζώνης (*baseband*) $h_b(t, \tau)$. Η σχέση ανάμεσα στις δύο συναρτήσεις δίνεται από την έκφραση [16]

$$h(t, \tau) = \text{Re} \{ h_b(t, \tau) \exp(j2\pi f_c t) \}, \quad (2.11)$$

όπου f_c είναι η φέρουσα συχνότητα του τηλεπικοινωνιακού συστήματος. Ουσιαστικά, η συνάρτηση $h_b(t, \tau)$ περιγράφει την επίδραση του καναλιού πο-

λυδιόδευσης στο μιγαδικό σήμα βασικής ζώνης $s(t)$ από το οποίο προκύπτει το $\chi(t)$. Τα δύο αυτά σήματα συνδέονται μέσω της σχέσης

$$\chi(t) = \text{Re} \{s(t) \exp(j2\pi f_c t)\}. \quad (2.12)$$

Έτσι, συμβολίζοντας με $r(t)$ το μιγαδικό σήμα βασικής ζώνης που αντιστοιχεί στο ζωνοπερατό σήμα $y(t)$, και που ορίζεται μέσω της σχέσης

$$y(t) = \text{Re} \{r(t) \exp(j2\pi f_c t)\} \quad (2.13)$$

είναι εύκολο να δειχθεί ότι η συνάρτηση $h_b(t, \tau)$ ικανοποιεί τη σχέση [16]

$$r(t) = s(t) * \frac{1}{2} h_b(t, \tau). \quad (2.14)$$

Σε πραγματικές συνθήκες μετάδοσης η συνάρτηση $h_b(t, \tau)$ είναι συνεχής ως προς τη μεταβλητή τ σε κάποιο διάστημα της μορφής $[0, \tau_{max}]$. Το γεγονός αυτό καθιστά τη μοντελοποίηση και τη μελέτη της επίδρασης του καναλιού ιδιαίτερα πολύπλοκη. Για τη διευκόλυνση της μοντελοποίησης του καναλιού, αλλά και της δημιουργίας αλγορίθμων αντιμετώπισης των αλλοιώσεων που προκαλεί (π.χ. αλγόριθμοι ισοστάθμισης) απαιτείται η υιοθέτηση ενός απλούστερου μοντέλου. Το μοντέλο αυτό κατασκευάζεται από τη διακριτοποίηση ως προς τ της κρουστικής απόκρισης. Η διακριτοποίηση προκύπτει ομαδοποιώντας αντίγραφα του μεταδιδόμενου σήματος τα οποία καταφτάνουν στο δέκτη με μικρές χρονικές διαφορές. Κατά τη διακριτοποίηση, ο άξονας των καθυστερήσεων πολυδιόδευσης τ της κρουστικής απόκρισης χωρίζεται σε ισομεγέθη χρονικά διαστήματα, τα οποία ονομάζονται *κλάσεις υπερβάλλουσας καθυστέρησης* (*excess delay bins*). Στη συνέχεια, γίνεται η υπόθεση ότι, λόγω της μικρής διαφοράς στους χρόνους άφιξης, όλα τα αντίγραφα που φτάνουν στο δέκτη με χρονικές καθυστερήσεις που ανήκουν στην ίδια κλάση, καταφτάνουν ταυτόχρονα. Έτσι, υποθέτοντας ένα διακριτοποιημένο μοντέλο με N κλάσεις υπερβάλλουσας καθυστέρησης, όπου η κάθε μία έχει διάρκεια $\Delta\tau$, οι δυνατές καθυστερήσεις με τις οποίες φτάνουν τα σήματα στο δέκτη γράφονται στη μορφή $\tau_i = i\Delta\tau$ όπου $i = 0, 1, \dots, N-1$. Επιπλέον, όλα τα μονοπάτια μετάδοσης που αντιστοιχούν σε χρονικές καθυστερήσεις που ανήκουν στην i -οστή κλάση υπερβάλλουσας καθυστέρησης μοντελοποιούνται από ένα μόνο μονοπάτι μετάδοσης μέσω του οποίου το σήμα φτάνει στο δέκτη με καθυστέρηση τ_i .

Με χρήση της διαδικασίας διακριτοποίησης, η συνάρτηση $h_b(t, \tau)$ μπορεί τελικά να γραφεί στη μορφή [19]

$$h_b(t, \tau) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i(t) \exp(-j\theta_i(t)) \delta(\tau - \tau_i) \quad (2.15)$$

όπου $\delta(\cdot)$ είναι η συνάρτηση δέλτα. Στην παραπάνω έκφραση, οι ποσότητες $a_i(t)$ και $\theta_i(t)$ συμβολίζουν αντίστοιχα τις παραμορφώσεις πλάτους και φάσης

που αντιστοιχούν στο συνδυασμό των αντιγράφων του σήματος που ανήκουν στην i -οστή κλάση υπερβάλλουσας καθυστέρησης. Για το λόγο αυτό, ανάλογα με τις εξασθενήσεις πλάτους και τις αλλοιώσεις φάσης που έχουν υποστεί τα αντίγραφα της κλάσης αυτής, παρατηρούνται μεγάλες αυξομειώσεις στην τιμή της ποσότητας $a_i(t)$, που οδηγούν άλλες φορές στην ενίσχυση και άλλες φορές στην εξασθένηση του αντιγράφου που προκύπτει από το συνδυασμό τους. Για την καλύτερη κατανόηση των προαναφερθέντων, μπορεί κανείς να θεωρήσει το απλουστευμένο παράδειγμα όπου η i -οστή κλάση καθυστέρησης αποτελείται από δύο αντίγραφα που φτάνουν στο δέκτη με την ίδια καθυστέρηση. Αν το πρώτο από αυτά έχει υποστεί εξασθένηση πλάτους $a_{i_1}(t)$ και αλλοίωση φάσης $\theta_{i_1}(t)$, ενώ το δεύτερο εξασθένηση πλάτους $a_{i_2}(t)$ και αλλοίωση φάσης $\theta_{i_2}(t)$, επειδή τα πεδία που προκαλούν αυτά τα δύο αντίγραφα αθροίζονται διανυσματικά η εξασθένηση πλάτους που έχει υποστεί η συνιστώσα του σήματος που ανήκει στην i -οστή κλάση καθυστέρησης θα δίνεται από τον τύπο

$$a_i(t) = |a_{i_1}(t) \exp(-j\theta_{i_1}(t)) + a_{i_2}(t) \exp(-j\theta_{i_2}(t))| \quad (2.16)$$

ή, ισοδύναμα, από τον τύπο

$$a_i(t) = \sqrt{a_{i_1}^2(t) + a_{i_2}^2(t) + 2a_{i_1}a_{i_2} \cos(\theta_{i_1} - \theta_{i_2})}. \quad (2.17)$$

Από την τελευταία έκφραση είναι εμφανές ότι η ποσότητα $a_i(t)$ δεν εξαρτάται μόνο από τις εξασθενήσεις πλάτους που έχουν υποστεί οι διάφορες συνιστώσες που συμβάλλουν σε αυτή, αλλά και από τις αντίστοιχες αλλοιώσεις φάσης. Έτσι, λοιπόν, όσο μικρότερες είναι οι εξασθενήσεις (όσο δηλαδή μεγαλώνει η τιμή των a_{i_1} και a_{i_2}) και όσο πιο όμοιες είναι οι αλλοιώσεις φάσης που έχουν υποστεί τα αντίγραφα αυτά, τόσο αυξάνει η ισχύς που συνεισφέρει η συγκεκριμένη κλάση καθυστέρησης. Καθώς, όμως, τα μονοπάτια μετάδοσης εξαρτώνται από τη θέση του δέκτη, τόσο η τιμή της ποσότητας $a_i(t)$ όσο και η τιμή της ποσότητας $\theta_i(t)$ είναι συναρτήσεις της θέσης. Συνεπώς, επειδή η θέση του δέκτη μεταβάλλεται με το χρόνο, οι ποσότητες $a_i(t)$ και $\theta_i(t)$ είναι κι αυτές συναρτήσεις του χρόνου.

Λόγω της μεταβλητότητας των ποσοτήτων $a_i(t)$ και $\theta_i(t)$, δεν είναι εφικτή η νομοτελειακή μελέτη της απόκρισης του καναλιού. Συνεπώς, το ενδιαφέρον στρέφεται στο στοχαστικό χαρακτηρισμό της απόκρισης του καναλιού βάσει μετρήσεων για την $h_b(t, \tau)$, σε πραγματικά περιβάλλοντα μετάδοσης. Για το σκοπό αυτό, το ενδιαφέρον εστιάζεται σε μία περιοχή μεγέθους τέτοιου ώστε η επίδραση των διαλείψεων μεγάλης κλίμακας να μπορεί να θεωρηθεί σταθερή. Χρησιμοποιώντας μετρήσεις για τη συνάρτηση $h_b(t, \tau)$ σε μία τέτοια περιοχή, είναι δυνατός ο προσδιορισμός μίας πολύ σημαντικής για το χαρακτηρισμό του καναλιού συνάρτησης, του *προφίλ ισχύος καθυστέρησης* (*power delay profile*) $P(\tau)$. Η συνάρτηση αυτή, προκύπτει παίρνοντας τη μέση τιμή της $|h_b(t, \tau)|^2$ για διάφορες θέσεις του δέκτη, ή ισοδύναμα, για διάφορες

χρονικές στιγμές [16]. Για το λόγο αυτό, είναι ανεξάρτητη του χρόνου. Ουσιαστικά, το προφίλ ισχύος καθυστέρησης προσδιορίζει την επίδραση που έχει κατά μέσο όρο η πολυδιόδευση στην ισχύ κάθε μίας από τις υπερβάλλουσες κλάσεις καθυστέρησης για τη συγκεκριμένη περιοχή.

Με αφετηρία το προφίλ ισχύος καθυστέρησης μπορεί να υπολογιστεί μία σειρά παραμέτρων που χαρακτηρίζουν το κανάλι διαλείψεων μικρής κλίμακας και την επίδρασή του στο μεταδιδόμενο σήμα. Οι σημαντικότερες από αυτές είναι η μέση υπερβάλλουσα καθυστέρηση (*mean excess delay*) $\bar{\tau}$, που ορίζεται μέσω της σχέσης [16]

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} P(i\Delta\tau) i\Delta\tau}{\sum_{i=0}^{N-1} P(i\Delta\tau)}, \quad (2.18)$$

και η ενεργός εξάπλωση καθυστέρησης (*rms delay spread*) σ_τ , που ορίζεται ως

$$\sigma_\tau = \sqrt{\bar{\tau}^2 - \bar{\tau}^2}, \quad (2.19)$$

όπου

$$\bar{\tau}^2 = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} P(i\Delta\tau) (i\Delta\tau)^2}{\sum_{i=0}^{N-1} P(i\Delta\tau)}. \quad (2.20)$$

Μία ακόμη σημαντική παράμετρος του καναλιού διαλείψεων μικρής κλίμακας είναι το ζωνικό εύρος συμφωνίας (*coherence bandwidth*). Με τον όρο αυτό χαρακτηρίζεται το εύρος ζώνης συχνοτήτων για το οποίο εμφανίζεται υψηλή συσχέτιση στο μέτρο της απόκρισης συχνότητας του καναλιού. Έτσι, αν δύο συχνότητες που ανήκουν στο εύρος ζώνης του καναλιού απέχουν απόσταση μεγαλύτερη από το ζωνικό εύρος συμφωνίας τότε θεωρείται ότι το κανάλι επηρεάζει διαφορετικά τις συχνότητες αυτές. Αντίθετα, για τις συχνότητες που απέχουν απόσταση μικρότερη του ζωνικού εύρους συμφωνίας υπάρχει ισχυρή πιθανότητα το κανάλι να προκαλεί παρόμοια παραμόρφωση πλάτους σε αυτές. Για τον πρακτικό υπολογισμό του ζωνικού εύρους συμφωνίας μπορούν να βρεθούν διάφορες προσεγγιστικές εκφράσεις στη βιβλιογραφία ανάλογα με το κατώφλι που τίθεται προκειμένου να χαρακτηριστεί κάποια τιμή συσχέτισης υψηλή ή όχι. Ένας από τους ορισμούς του ζωνικού εύρους συμφωνίας που χρησιμοποιείται στην πράξη είναι αυτός του εύρους συχνοτήτων για το οποίο το μέτρο της απόκρισης συχνότητας του καναλιού παρουσιάζει συσχέτιση μεγαλύτερη από 0.9. Βάσει αυτού, το ζωνικό εύρος συμφωνίας μπορεί να προσεγγιστεί από τη σχέση [20]

$$B_c \approx \frac{1}{50\sigma_\tau}. \quad (2.21)$$

Το ζωνικό εύρος συμφωνίας και η ενεργός εξάπλωση είναι ίσως οι σημαντικότερες παράμετροι του καναλιού πολυδιόδευσης, καθώς βάσει αυτών γίνεται η μοντελοποίηση της επίδρασης του καναλιού πολυδιόδευσης στο μεταδιδόμενο σήμα. Πιο συγκεκριμένα, βάσει των τιμών των δύο αυτών παραμέτρων το κανάλι πολυδιόδευσης κατατάσσεται σε μία από τις δύο ακόλουθες κατηγορίες.

Συχνοτικώς επίπεδα κανάλια διαλείψεων

Στα *συχνοτικώς επίπεδα κανάλια διαλείψεων*, οι διαφορές στο χρόνο άφιξης των αντιγράφων του μεταδιδόμενου σήματος είναι αμελητέες σε σύγκριση με το χρόνο που αντιστοιχεί στη μετάδοση ενός συμβόλου δεδομένων από το τηλεπικοινωνιακό σύστημα. Μία ακόμα περίπτωση συχνοτικώς επίπεδων καναλιών πολυδιόδευσης συναντάται στην περίπτωση που το προφίλ ισχύος καθυστέρησης έχει τέτοια μορφή που η συνεισφορά των κλάσεων υπερβάλλουσας καθυστέρησης $\tau_i = i\Delta t, i = 1, 2, \dots, N-1$ μπορεί να αγνοηθεί. Και στις δύο αυτές περιπτώσεις, γίνεται η θεώρηση ότι τα αντίγραφα του μεταδιδόμενου σήματος που συνεισφέρουν στη λαμβανόμενη ισχύ, φτάνουν στο δέκτη ταυτόχρονα. Θεωρώντας ένα κανάλι αυτής της μορφής, η συνάρτηση $h_b(t, \tau)$ γράφεται ως

$$h_b(t, \tau) = a(t) \exp(-j\theta(t)). \quad (2.22)$$

Συνεπώς, το κανάλι επηρεάζει με τον ίδιο τρόπο όλο το εύρος ζώνης του σήματος, επιδρώντας πολλαπλασιαστικά στο πλάτος και την φάση του μεταδιδόμενου σήματος. Έτσι, το ψηφιακό σήμα που φτάνει στο δέκτη δεν έχει υποστεί συχνοτικές αλλοιώσεις που προκαλούν το φαινόμενο της *διασυμβολικής παρεμβολής*. Επιπλέον, η επίδραση αυτή είναι συνάρτηση της θέσης του ασύρματου δέκτη ή, ισοδύναμα, του χρόνου.

Καθώς σε ένα συχνοτικά επίπεδο κανάλι διαλείψεων θεωρείται ότι όλα τα αντίγραφα του σήματος φτάνουν ταυτόχρονα στο δέκτη και ότι η απόκριση συχνότητας του καναλιού είναι επίπεδη σε όλο το εύρος ζώνης του, οι τιμές του ζωνικού εύρους συμφωνίας και της ενεργούς εξάπλωσης του καναλιού θα πρέπει να είναι τέτοιες ώστε να υποστηρίζουν τη θεώρηση αυτή. Ειδικότερα, ένα ασύρματο κανάλι χαρακτηρίζεται ως συχνοτικώς επίπεδο αν [16]

$$B_S \ll B_C \quad (2.23)$$

και

$$T_S \gg \sigma_\tau, \quad (2.24)$$

όπου με T_S συμβολίζεται το χρονικό διάστημα που χρησιμοποιείται για τη μετάδοση ενός συμβόλου δεδομένων και με B_S το εύρος ζώνης καναλιού του ψηφιακού συστήματος μετάδοσης.

Η ακριβής επίδραση των συχνοτικώς επίπεδων καναλιών διαλείψεων μπορεί να γίνει αντιληπτή με τη βοήθεια μετρήσεων. Εστιάζοντας, λοιπόν, σε μια

περιοχή μεγέθους τέτοιου ώστε η απώλεια διαδρομής και οι διαλείψεις μεγάλης κλίμακας να μπορούν να θεωρηθούν σταθερές, βάσει μετρήσεων της απώλειας ισχύος για διάφορα σημεία της περιοχής μπορούμε να υπολογίσουμε την τοπική μέση απώλεια ισχύος που αντιστοιχεί σε αυτήν. Οι διακυμάνσεις των μετρήσεων γύρω από αυτήν την εκτιμώμενη τοπική μέση απώλεια ισχύος αποτελούν την επίδραση του συχνοτικώς επίπεδου καναλιού διαλείψεων πολυδιάσχυσης. Στην πράξη μοντελοποιούνται χρησιμοποιώντας στατιστικές κατανομές. Ειδικότερα, τόσο η ποσότητα $a(t)$ όσο και η ποσότητα $\theta(t)$ μοντελοποιούνται ως τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν συγκεκριμένες κατανομές.

Συχνοτικώς επιλεκτικά κανάλια διαλείψεων

Στα *συχνοτικώς επιλεκτικά κανάλια* η απόκριση συχνότητας του ασύρματου καναλιού δεν είναι σταθερή για όλο το εύρος ζώνης του μεταδιδόμενου σήματος, με αποτέλεσμα το κανάλι να επιδρά με διαφορετικό τρόπο στις διάφορες συχνότητες του σήματος. Παρατηρώντας την απόκριση συχνότητας του καναλιού, το κέρδος για τις συχνότητες του εύρους ζώνης του σήματος θα παίρνει διαφορετικές τιμές. Το γεγονός αυτό προκαλείται από τη σημαντική συνεισφορά περισσότερων από μία κλάσεων υπερβάλλουσας καθυστέρησης στο λαμβανόμενο σήμα. Ειδικότερα, τα συχνοτικώς επιλεκτικά κανάλια συναντώνται στην περίπτωση όπου η χρονική διαφορά ανάμεσα στις υπερβάλλουσες κλάσεις καθυστέρησης τ_0 και τ_{N-1} προσεγγίζει ή είναι μεγαλύτερη από τη χρονική διάρκεια T_S που αντιστοιχεί στη μετάδοση ενός συμβόλου. Στην περίπτωση αυτή, το ασύρματο κανάλι προκαλεί σημαντικές αλλοιώσεις, καθώς το σήμα που φτάνει στο δέκτη στο χρονικό διάστημα που αντιστοιχεί σε ένα συγκεκριμένο σύμβολο, αποτελείται τόσο από αντίγραφα του σήματος που αντιστοιχούν σε αυτό το σύμβολο όσο και από καθυστερημένα αντίγραφα του σήματος που αντιστοιχούν στη μετάδοση προηγούμενων συμβόλων. Η επίδραση αυτών των καναλιών στο μεταδιδόμενο σήμα γίνεται όλο και πιο έντονη καθώς αυξάνεται ο αριθμός των κλάσεων υπερβάλλουσας καθυστέρησης που συμβάλλουν στο ληφθέν σήμα. Εξίσου, όμως, σημαντικός παράγοντας είναι και η μέγιστη δυνατή καθυστέρηση με την οποία αντίγραφα του μεταδιδόμενου σήματος φτάνουν στο δέκτη. Συνεπώς, όσο αυξάνεται το χρονικό διάστημα που χωρίζει τις κλάσεις υπερβάλλουσας καθυστέρησης τ_0 και τ_{N-1} τόσο μεγαλώνει η υποβάθμιση που προκαλείται στο μεταδιδόμενο σήμα λόγω της αυξημένης παρουσίας της διασυμβολικής παρεμβολής.

Επειδή στα συχνοτικώς επιλεκτικά κανάλια η απόκριση συχνότητας δεν παραμένει σταθερή σε όλο το εύρος μετάδοσης, είναι προφανές ότι το ζωνικό εύρος συμφωνίας τους θα είναι μικρότερο από το εύρος ζώνης του μεταδιδόμενου σήματος. Επομένως, στην περίπτωση των συχνοτικώς επιλεκτικών καναλιών ισχύει ότι [16]

$$B_S > B_C. \quad (2.25)$$

Μία επιπλέον συνθήκη που θα πρέπει να ακολουθεί το κανάλι πολυδιόδευσης προκειμένου να χαρακτηριστεί ως συχνοτικώς επιλεκτικό είναι η ακόλουθη [16]

$$T_S < \sigma_\tau. \quad (2.26)$$

Η συνθήκη αυτή σχετίζει την ενεργό εξάπλωση του καναλιού με το χρονικό διάστημα που χρησιμοποιείται για τη μετάδοση ενός συμβόλου.

Η μοντελοποίηση των συχνοτικώς επιλεκτικών καναλιών είναι πιο δύσκολη σε σχέση με τη μοντελοποίηση των συχνοτικώς επίπεδων καναλιών. Αφετηρία για τη διαδικασία αυτή είναι η υιοθέτηση του μοντέλου του γραμμικού χρονικώς μεταβαλλόμενου φίλτρου για το κανάλι και η χρήση της Έκφρασης (2.15) για την κρουστική απόκριση $h_b(t, \tau)$. Κατόπιν, εστιάζοντας σε μία περιοχή αρκετά μικρή ώστε η απώλεια διαδρομής και οι διαλείψεις μεγάλης κλίμακας να μπορούν να θεωρηθούν σταθερές, με χρήση πραγματικών μετρήσεων, γίνεται ο στοχαστικός χαρακτηρισμός του καναλιού. Ειδικότερα, βάσει της συνεισφοράς των κλάσεων υπερβάλλουσας καθυστέρησης όπως προκύπτει από τις μετρήσεις, για κάποιες από τις κλάσεις υπερβάλλουσας καθυστέρησης οι συντελεστές $a_i(t)$, $\theta_i(t)$ τίθενται ίσοι με το μηδέν, ενώ για τις υπόλοιπες κλάσεις υπερβάλλουσας καθυστέρησης οι ποσότητες $a_i(t)$ και $\theta_i(t)$ μοντελοποιούνται ως τυχαίες μεταβλητές.

Ολοκληρώνοντας την παρουσίαση των μοντέλων για το κανάλι πολυδιόδευσης, θα πρέπει κανείς να επισημάνει ότι βάσει των συνθηκών (2.23), (2.24), (2.25) και (2.26) ένα μεγάλο εύρος καναλιών πολυδιόδευσης δεν κατηγοριοποιείται σε κάποιο από τα δύο είδη καναλιών. Σε αυτές τις περιπτώσεις, για τον τελικό χαρακτηρισμό θα πρέπει να ληφθούν υπόψη επιπλέον χαρακτηριστικά του συστήματος μετάδοσης, όπως η τεχνική διαμόρφωσης που χρησιμοποιείται.

2.5.2 Το φαινόμενο Doppler

Η κρουστική απόκριση του καναλιού πολυδιόδευσης μεταβάλλεται στο χρόνο καθώς ο δέκτης κινείται στο χώρο. Συνέπεια της κίνησης είναι το φαινόμενο Doppler που επηρεάζει το μεταδιδόμενο σήμα, προκαλώντας μετατοπίσεις στο φασματικό του περιεχόμενο. Ειδικότερα, η μετατόπιση του συχνοτικού περιεχομένου εξαρτάται από την κατεύθυνση και την ταχύτητα της κίνησης. Έτσι, αν μία κεραία εκπομπής μεταδίδει ένα ημιτονοειδές κύμα με φέρουσα συχνότητα f_c , το σήμα το οποίο φτάνει σε έναν κινούμενο δέκτη είναι μετατοπισμένο στη συχνότητα κατά [16]

$$f_d = \frac{v}{\lambda} \cos \theta, \quad (2.27)$$

όπου v είναι η ταχύτητα του κινούμενου δέκτη, λ το μήκος του ημιτονοειδούς κύματος, και θ η γωνία που σχηματίζει η κατεύθυνση κίνησης του δέκτη με την κατεύθυνση άφιξης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος όπως φαίνεται

Σχήμα 2.1: Παράδειγμα επίδρασης του φαινομένου Doppler.

στο Σχήμα 2.1. Όπως φαίνεται από την Εξίσωση (2.27), η μέγιστη δυνατή μετατόπιση Doppler προκύπτει όταν $|\cos \theta| = 1$ και ισούται με $f_m = v/\lambda$. Ένα επιπλέον στοιχείο που θα πρέπει να σημειωθεί είναι ότι για $\theta \leq \pi/2$ η μετατόπιση Doppler είναι θετική ενώ για $\theta \geq \pi/2$ είναι αρνητική. Ισοδύναμα, καθώς ο δέκτης πλησιάζει στην κεραία εκπομπής η μετατόπιση λόγω Doppler είναι θετική, ενώ όταν απομακρύνεται από αυτήν γίνεται αρνητική.

Η μετατόπιση Doppler f_d συνδέει την κίνηση του δέκτη με την κατεύθυνση άφιξης σε αυτόν του μεταδιδόμενου κύματος. Ωστόσο, σε ένα ασύρματο δίκτυο ο δέκτης λαμβάνει πολλά αντίγραφα του μεταδιδόμενου κύματος που φτάνουν από διάφορες κατευθύνσεις. Συνεπώς, λόγω της διαφορετικής κατεύθυνσης άφιξης των αντιγράφων και άρα της διαφορετικής συχνοτικής μετατόπισής τους, προκαλείται η εμφάνιση πολλών, διαφορετικών συχνοτικών μετατοπίσεων. Ισοδύναμα, το φαινόμενο Doppler ευθύνεται για την εξάπλωση του εύρους ζώνης του μεταδιδόμενου σήματος και για την αλλοίωση του συχνοτικού του περιεχομένου. Μία σχετική με το φαινόμενο παράμετρος είναι η *εξάπλωση Doppler (Doppler spread)* B_D που ορίζεται ως το εύρος συχνοτήτων στο οποίο εμφανίζονται συχνοτικές μετατοπίσεις μη μηδενικής ισχύος.

Στην έως τώρα ανάλυση μελετήθηκε η επίδραση του φαινομένου Doppler στο πεδίο της συχνότητας. Ωστόσο, εξίσου σημαντική είναι και η μελέτη της επίδρασής του στο πεδίο του χρόνου. Καθώς ο δέκτης κινείται, οι διαδρομές μέσω των οποίων αντίγραφα του μεταδιδόμενου σήματος φτάνουν σε αυτόν μεταβάλλονται και, συνεπώς, η κρουστική απόκριση του καναλιού πολυδιάσπαστης μεταβάλλεται. Η χρονική αυτή μεταβολή του καναλιού αποτελεί την αιτία για την εξάπλωση του εύρους συχνοτήτων του σήματος. Όσο μεγαλύτερος είναι ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται η απόκριση του καναλιού τόσο μεγαλύτερη είναι και η εξάπλωση Doppler. Μία μετρική σχετική με το ρυθμό μεταβολής της απόκρισης του καναλιού είναι ο *χρόνος συμφωνίας*

(coherence time) T_C που είναι ένα μέτρο του χρονικού διαστήματος για το οποίο η απόκριση του καναλιού δεν αλλάζει σημαντικά. Ένας πιο αυστηρός ορισμός που χρησιμοποιείται στην πράξη, είναι το χρονικό διάστημα για το οποίο η συσχέτιση της απόκρισης του καναλιού παραμένει μεγαλύτερη από 0.5. Με βάση τον ορισμό αυτό, μπορεί να εκτιμήσει κανείς το χρόνο συμφωνίας μέσω της έκφρασης [21]

$$T_C \approx \frac{9}{16\pi f_m}. \quad (2.28)$$

Με χρήση του χρόνου συμφωνίας, T_C και της εξάπλωσης Doppler B_D είναι δυνατή η περαιτέρω κατηγοριοποίηση των καναλιών διαλείψεων μικρής κλίμακας σε μια από τις ακόλουθες κατηγορίες.

Κανάλια γρήγορων διαλείψεων

Στην περίπτωση των *καναλιών γρήγορων διαλείψεων* (fast fading channels) η κρουστική απόκριση μεταβάλλεται με υψηλούς ρυθμούς και η τιμή της παρουσιάζει σημαντική αλλαγή κατά τη χρονική διάρκεια T_S που αντιστοιχεί στη μετάδοση ενός συμβόλου. Συνεπώς, ο χρόνος συμφωνίας του καναλιού είναι μικρότερος της χρονικής διάρκειας T_S και, λόγω του φαινομένου Doppler, εμφανίζονται σημαντικές αλλοιώσεις στο φάσμα του μεταδιδόμενου σήματος. Απαραίτητες συνθήκες για το χαρακτηρισμό ενός καναλιού ως καναλιού γρήγορων διαλείψεων είναι οι ακόλουθες [16]

$$T_S > T_C \quad (2.29)$$

και

$$B_S < B_D. \quad (2.30)$$

Τα κανάλια γρήγορων διαλείψεων δεν είναι υπεύθυνα μόνο για τις συχνοτικές αλλοιώσεις. Ένα επιπλέον ζήτημα που προκύπτει είναι η ανάγκη για συχνότερη εκτίμηση του καναλιού μετάδοσης, λόγω του υψηλού ρυθμού μεταβολής της απόκρισης. Το γεγονός αυτό καθιστά δύσκολη τη βέλτιστη αξιοποίηση του διαθέσιμου εύρους ζώνης, καθώς μέρος του υποστηριζόμενου ρυθμού μετάδοσης χρησιμοποιείται για τη μετάδοση ακολουθιών συμβόλων εκμάθησης.

Κανάλια αργών διαλείψεων

Στα *κανάλια αργών διαλείψεων* (slow fading channels) η κρουστική απόκριση μεταβάλλεται με ρυθμό σαφώς μικρότερο σε σχέση με το σήμα δεδομένων βασικής ζώνης $s(t)$. Για το λόγο αυτό, γίνεται η υπόθεση ότι η κρουστική απόκριση του καναλιού παραμένει σταθερή στο χρονικό διάστημα T_S που αντιστοιχεί στη μετάδοση ενός συμβόλου. Εξετάζοντας το κανάλι αργών διαλείψεων στο πεδίο της συχνότητας, ο αργός ρυθμός μεταβολής συνεπάγεται

ότι η εξάπλωση Doppler είναι σαφώς μικρότερη του εύρους του μεταδιδόμενου σήματος στη βασική ζώνη. Επομένως, ένα κανάλι χαρακτηρίζεται ως κανάλι αργών διαλείψεων όταν ισχύουν οι συνθήκες [16]

$$T_S \ll T_C \quad (2.31)$$

και

$$B_S \gg B_D. \quad (2.32)$$

Έχοντας παρουσιάσει την κατηγοριοποίηση των καναλιών διαλείψεων ως προς το φαινόμενο Doppler θα πρέπει να τονιστεί ότι ο χαρακτηρισμός του καναλιού ως προς την επίδραση του φαινομένου Doppler ως κανάλι γρήγορων ή αργών διαλείψεων, δε σχετίζεται με το χαρακτηρισμό του ως συχνοτικός επιλεκτικό ή επίπεδο. Έτσι, ένα κανάλι αργών διαλείψεων μπορεί να είναι είτε συχνοτικός επίπεδο, είτε συχνοτικός επιλεκτικό, ενώ το ίδιο ισχύει και για ένα κανάλι γρήγορων διαλείψεων. Το γεγονός αυτό απεικονίζεται στο Σχήμα 2.2 όπου παρουσιάζονται συνδυαστικά τα διάφορα κριτήρια για το χαρακτηρισμό του καναλιού τόσο ως προς το φαινόμενο Doppler όσο και ως προς το φαινόμενο της πολυδιόδευσης.

Ολοκληρώνοντας την παρουσίαση των φαινομένων που εμφανίζονται κατά την ασύρματη μετάδοση, στην επόμενη ενότητα περιγράφονται διάφορα μοντέλα για τη στοχαστική μοντελοποίηση της επίδρασης αυτής.

2.6 Στοχαστική μοντελοποίηση του ασύρματου καναλιού

Κατά την παρουσίαση των διαλείψεων μεγάλης και μικρής κλίμακας έγινε εμφανής ο σημαντικός ρόλος των στοχαστικών μοντέλων. Για το λόγο αυτό, στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται εκτενέστερα το μοντέλο του ασύρματου καναλιού, που εξετάζεται στο πλαίσιο της διατριβής, ενώ στη συνέχεια παραθέτονται διάφορα στοχαστικά μοντέλα για τις διαλείψεις μικρής και μεγάλης κλίμακας.

2.6.1 Το μοντέλο του ασύρματου καναλιού

Στο Σχήμα 2.3 απεικονίζεται η δομή του ασύρματου καναλιού διαλείψεων. Το μοντέλο αυτό προκύπτει από την ανάλυση που παρουσιάζεται στην αναφορά [22] και είναι σε πλήρη συμφωνία με την περιγραφή της επίδρασης του καναλιού όπως αυτή παρουσιάστηκε στην προηγούμενη ενότητα. Έτσι, οι απώλειες διαδρομής δρουν πολλαπλασιαστικά στο μεταδιδόμενο σήμα, επιδρώντας πάνω στην ισχύ του, ενώ το ίδιο ισχύει και για τις διαλείψεις μεγάλης κλίμακας. Η συνδυαστική επίδραση των δύο αυτών φαινομένων στην ισχύ του μεταδιδόμενου σήματος μοντελοποιείται από μία τυχαία μεταβλητή s , όπως αναφέρθηκε στην Ενότητα 2.4. Πέραν των απωλειών διαδρομής και

Σχήμα 2.2: Χαρακτηρισμός διαλείψεων μικρής κλίμακας με βάση: (α') τη χρονική διάρκεια T_s του μεταδιδόμενου συμβόλου (β') το εύρος ζώνης B_s του μεταδιδόμενου σήματος

Σχήμα 2.3: Το μοντέλο του ασύρματου καναλιού.

των διαλείψεων μεγάλης κλίμακας, το σήμα που φτάνει στον ασύρματο δέκτη έχει υποστεί περαιτέρω αλλοιώσεις λόγω των διαλείψεων μικρής κλίμακας. Η επίδραση αυτή εξαρτάται όπως φάνηκε στην Ενότητα 2.5 από τα χαρακτηριστικά του καναλιού αλλά και του μεταδιδόμενου σήματος. Για το λόγο αυτό το μοντέλο του καναλιού μελετάται και παρουσιάζεται στη συνέχεια ξεχωριστά ανάλογα με το είδος του καναλιού πολυδιάδευσης.

Μοντέλο καναλιού για συχνοτικώς επίπεδα κανάλια διαλείψεων

Επειδή στην περίπτωση των συχνοτικώς επίπεδων καναλιών το κανάλι δρα πολλαπλασιαστικά στο μεταδιδόμενο σήμα, η απόκριση του καναλιού στη βασική ζώνη, η οποία στη συνέχεια της διατριβής θα συμβολίζεται με $h(t)$, μπορεί να γραφεί ως

$$h(t) = \sqrt{PL(d)} \mathcal{A}(t) a(t) \exp(-j\theta(t)), \quad (2.33)$$

όπου με $PL(d)$ συμβολίζεται η απώλεια διαδρομής λόγω της απόστασης ανάμεσα στον πομπό και στο δέκτη, με $\mathcal{A}(t)$ η τυχαία μεταβλητή που αντιστοιχεί στην απώλεια ισχύος λόγω διαλείψεων μεγάλης κλίμακας, με $a(t)$ η τυχαία μεταβλητή που αντιστοιχεί στην επίδραση των διαλείψεων μικρής κλίμακας στο πλάτος του μεταδιδόμενου σήματος και με $\theta(t)$ η επίδραση των διαλείψεων μικρής κλίμακας στη φάση του μεταδιδόμενου σήματος. Ουσιαστικά, με την παρουσία της μεταβλητής $a(t)$ επιχειρείται η μοντελοποίηση των διακυμάνσεων που εμφανίζουν οι μετρήσεις ισχύος για κάποια συγκεκριμένη μικρή περιοχή, γύρω από την τοπική μέση απώλεια ισχύος που αντιστοιχεί σε αυτήν την περιοχή. Στις επόμενες υποενότητες παρουσιάζονται διάφορες κατανομές που χρησιμοποιούνται για τη μοντελοποίηση των τυχαίων μεταβλητών $\mathcal{A}(t)$ και $a(t)$. Σε ό,τι αφορά στην τυχαία μεταβλητή $\theta(t)$, συνήθως γίνεται η υπόθεση ότι είναι ομοιόμορφα (uniform) κατανεμημένη στο διάστημα $[0, 2\pi)$.

Με βάση το μοντέλο του Σχήματος 2.3 είναι δυνατή η πρόβλεψη των διαλείψεων μικρής και μεγάλης κλίμακας για μία συγκεκριμένη απόσταση d ανάμεσα στον πομπό και στο δέκτη. Στην περίπτωση, λοιπόν, του μοντέλου αυτού η σχέση μεταδιδόμενου και λαμβανόμενου σήματος περιγράφεται από μία έκφραση της μορφής

$$r(t) = h(t) \sqrt{E_S} s(t) + w(t), \quad (2.34)$$

όπου με $s(t)$ συμβολίζεται το προς μετάδοση σήμα δεδομένων βασικής ζώνης και με $w(t)$ ο λευκός προσθετικός γκαουσιανός θόρυβος (*Additive White Gaussian Noise, AWGN*) φασματικής πυκνότητας ισχύος N_0 . Πιο συγκεκριμένα ο θόρυβος $w(t)$ είναι ουσιαστικά μία μιγαδική γκαουσιανή τυχαία μεταβλητή με το πραγματικό και το φανταστικό μέρος της να είναι ασυσχέτιστες γκαουσιανές τυχαίες μεταβλητές, μηδενικής μέσης τιμής και διασποράς $N_0/2$. Στη συνέχεια της διατριβής γίνεται η υπόθεση ότι τα σύμβολα $s(t)$ προέρχονται από ένα αλφάβητο συμβόλων καταλλήλως κανονικοποιημένο, έτσι

ώστε η μέση ενέργειά τους να είναι ίση με τη μονάδα. Στην περίπτωση αυτή, η μέση μεταδιδόμενη ενέργεια ανά σύμβολο θα είναι ίση με E_S .

Μοντέλο καναλιού για συχνοτικώς επιλεκτικά κανάλια διαλείψεων

Η απόκριση βασικής ζώνης $h(t)$ για τα συχνοτικώς επιλεκτικά κανάλια διαλείψεων για δεδομένη απόσταση d πομπού και δέκτη, μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$h(t) = \sqrt{PL(d)} \mathcal{A}(t) \sum_{i=0}^{N-1} a_i(t) \exp(-j\theta_i(t)) \delta(\tau - \tau_i) \quad (2.35)$$

και η σχέση μεταξύ του εκπεμπόμενου και λαμβανόμενου σήματος στη μορφή

$$r(t) = h(t) * \sqrt{E_S} s(t) + w(t). \quad (2.36)$$

Στην περίπτωση αυτού του μοντέλου με $a_i(t)$ συμβολίζεται η τυχαία μεταβλητή που αντιστοιχεί στην επίδραση των διαλείψεων μικρής κλίμακας στο πλάτος της i -οστής κλάσης υπερβάλλουσας καθυστέρησης του λαμβανόμενου σήματος και με $\theta_i(t)$ η τυχαία μεταβλητή που αντιστοιχεί στην επίδραση των διαλείψεων μικρής κλίμακας στη φάση της ίδιας κλάσης υπερβάλλουσας καθυστέρησης.

Μοντέλο καναλιού γρήγορων διαλείψεων

Το φαινόμενο Doppler διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στη μοντελοποίηση των καναλιών γρήγορων διαλείψεων, ανεξαρτήτως της συχνοτικώς επιλεκτικής ή επίπεδης μορφής της απόκρισης του καναλιού. Ειδικότερα, οι μεταβολές της απόκρισης του καναλιού κατά τη διάρκεια μετάδοσης ενός συμβόλου επηρεάζουν σημαντικά την επίδοση του τηλεπικοινωνιακού συστήματος και θα πρέπει να ληφθούν υπόψη. Για το λόγο αυτό, στη βιβλιογραφία μπορούν να βρεθούν διάφορες τεχνικές μοντελοποίησης της απόκρισης καναλιού γρήγορων διαλείψεων με σημαντικότερη και πλέον διαδεδομένη την τεχνική που παρουσιάζεται στην αναφορά [23].

Μοντέλο καναλιού αργών διαλείψεων

Στην περίπτωση των καναλιών αργών διαλείψεων, καθώς το κανάλι δεν παρουσιάζει καμία μεταβολή κατά τη διάρκεια ενός συμβόλου, το φαινόμενο Doppler δεν έχει καμία επίδραση στην ποιότητα της επικοινωνίας. Έτσι λοιπόν, η επίδοση του συστήματος εξαρτάται μόνο από την ίδια την απόκριση του καναλιού και τη στατιστική κατανομή των διαλείψεων μεγάλης και μικρής κλίμακας.

Μελετώντας καλύτερα τις Εξισώσεις (2.34) και (2.36) είναι εμφανής η εξάρτηση και των διαλείψεων μεγάλης κλίμακας από το χρόνο. Ένα μοντέλο

για τη σχέση αυτή παρουσιάζεται στην αναφορά [24]. Στην πράξη, όμως, καθώς οι διαλείψεις μεγάλης κλίμακας επιδρούν με το ίδιο τρόπο σε μεγάλες γεωγραφικές περιοχές και άρα για χρονικό διάστημα πολλαπλάσιο της διάρκειας που αντιστοιχεί στη μετάδοση ενός συμβόλου, η σχέση αυτή δεν επηρεάζει την επίδοση του συστήματος. Συνεπώς, η επίδοση του συστήματος θα εξαρτάται μόνο από τη στατιστική κατανομή των διαλείψεων μεγάλης κλίμακας.

Στη συνέχεια της διατριβής το ενδιαφέρον θα επικεντρωθεί στα συχνοτικά επίπεδα κανάλια αργών διαλείψεων. Για το λόγο αυτό στην επόμενη ενότητα παρουσιάζονται διάφορα στοχαστικά μοντέλα για τις διαλείψεις μικρής και μεγάλης κλίμακας για τα κανάλια αυτά. Η συνηθέστερη υπόθεση που γίνεται είναι ότι η επίδραση των διαλείψεων μικρής κλίμακας στη φάση του μεταδιδόμενου σήματος είναι γνωστή και, συνεπώς, μπορεί να αποκατασταθεί πλήρως. Με την υπόθεση αυτή, οι διάφορες τεχνικές σύγχρονης αποδιαμόρφωσης (*coherent detection*) που χρησιμοποιούνται σε τηλεπικοινωνιακά συστήματα δεν επηρεάζονται από τις διαλείψεις φάσης. Επομένως, η επίδοση των δεκτών που χρησιμοποιούν τέτοιες τεχνικές αποδιαμόρφωσης εξαρτάται μόνο από το πλάτος του λαμβανόμενου σήματος. Το ίδιο ασφαλώς ισχύει και για την επίδοση δεκτών που χρησιμοποιούν τεχνικές ασύγχρονης αποδιαμόρφωσης (*noncoherent detection*) μιας και οι τελευταίες δεν απαιτούν γνώση της φάσης του λαμβανόμενου σήματος.

2.7 Στοχαστικό μοντέλο συχνοτικώς επίπεδων αργών διαλείψεων

Σε ένα περιβάλλον συχνοτικώς επίπεδων αργών διαλείψεων, όπως αναφέρθηκε στα προηγούμενα, η επίδραση του καναλιού είναι πολλαπλασιαστική. Έτσι, καθώς το κανάλι παραμένει σταθερό στο χρόνο που αντιστοιχεί στη μετάδοση ενός συμβόλου, μπορούμε να αγνοήσουμε την παρουσία του χρόνου στην εξίσωση (2.34) και να γράψουμε τη σχέση των σημάτων εισόδου και εξόδου στη μορφή

$$r = h\sqrt{E_S}s + w, \quad \text{όπου } h = \alpha \exp(-j\theta). \quad (2.37)$$

Στην εξίσωση αυτή με α συμβολίζεται η τυχαία διάλειψη πλάτους λόγω του καναλιού, με θ η τυχαία επίδραση του καναλιού στη φάση του εκπεμπόμενου σήματος, με s το μεταδιδόμενο σύμβολο και με w ο AWGN, μηδενικής μέσης τιμής και φασματικής πυκνότητας N_0 . Δοθείσης της μεταβλητής r , ο δέκτης καλείται να λάβει απόφαση για το ποιο ήταν το σύμβολο που μεταδόθηκε από τον πομπό. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται ένας *ανιχνευτής μεγίστης πιθανοφάνειας* (*maximum likelihood detector*) ο οποίος αποφαίνεται υπέρ του συμβόλου $\hat{s}$ για το οποίο ισχύει ότι

$$\hat{s} = \arg \min_{s \in S} |r - h\sqrt{E_S}s|^2 \quad (2.38)$$

όπου $\mathcal{S}$ το σύνολο των συμβόλων της τεχνικής διαμόρφωσης. Προφανώς, η πιθανότητα με την οποία η χρήση του ανιχνευτή αυτού οδηγεί σε λανθασμένες αποφάσεις εξαρτάται από το λόγο της ισχύος του μεταδιδόμενου σήματος προς την ισχύ του θορύβου. Όσο αυξάνεται η ισχύς του σήματος που φτάνει στο δέκτη, ή, ισοδύναμα, όσο μεγαλύτερο είναι το πλάτος α της απόκρισης h του καναλιού τόσο μειώνεται η πιθανότητα σφάλματος δοθείσης της ισχύος μετάδοσης και της φασματικής πυκνότητας θορύβου N_0 . Δύο ποσότητες που εκφράζουν τη σχέση της λαμβανόμενης ισχύος του σήματος προς την ισχύ του θορύβου είναι ο *στιγμιαίος σηματοθορυβικός λόγος* (*Signal to Noise Ratio SNR*) *ανά bit* και ο *στιγμιαίος SNR ανά σύμβολο*. Στη συνέχεια, για τη διευκόλυνση της ανάλυσης, ο SNR ανά σύμβολο θα αποκαλείται και απλά SNR.

Με βάση το παραπάνω μοντέλο, μπορούμε να ορίσουμε το στιγμιαίο SNR ανά bit, το στιγμιαίο δηλαδή λόγο ενέργειας ανά bit προς τη φασματική πυκνότητα του θορύβου ως την τυχαία μεταβλητή

$$\gamma_b = \alpha^2 \frac{E_b}{N_0}, \quad (2.39)$$

όπου με E_b συμβολίζουμε τη μέση ενέργεια εκπομπής ανά μεταδιδόμενο bit, και το στιγμιαίο SNR ανά σύμβολο, ως την τυχαία μεταβλητή

$$\gamma_S = \alpha^2 \frac{E_S}{N_0}, \quad (2.40)$$

όπου με E_S συμβολίζουμε τη μέση ενέργεια εκπομπής ανά μεταδιδόμενο σύμβολο. Οι μέσες τιμές των δύο αυτών τυχαίων μεταβλητών, μπορούν εύκολα να υπολογιστούν και να συσχετιστούν με τη μέση τιμή $\Omega = E[\alpha^2]$ της μεταβλητής α^2 . Μπορούμε επομένως να ορίσουμε το μέσο SNR ανά σύμβολο και το μέσο SNR ανά bit μέσω των σχέσεων

$$\bar{\gamma}_b = \Omega \frac{E_b}{N_0} \text{ και } \bar{\gamma}_S = \Omega \frac{E_S}{N_0}, \quad (2.41)$$

αντίστοιχα. Σημαντικότερη των μέσων τιμών των δύο αυτών τυχαίων μεταβλητών, είναι η κατανομή την οποία ακολουθούν. Στις επόμενες ενότητες θα παρουσιαστούν διάφορα στοχαστικά μοντέλα για το κανάλι διαλείψεων και, συνεπώς, για το SNR. Αυτά προκύπτουν μοντελοποιώντας την επίδραση των διαλείψεων μικρής ή μεγάλης κλίμακας ή και το συνδυασμό των δύο φαινομένων στο SNR. Για τα διάφορα μοντέλα, δίνονται εκφράσεις τόσο για τη ΣΠΠ $p_{\gamma_S}(\cdot)$ όσο και για τη *Ροπογεννήτρια Συνάρτηση (ΡΓΣ)* η οποία ορίζεται ως [25]

$$M_{\gamma_S}(s) = \int_0^\infty p_{\gamma_S}(\gamma_S) \exp(s\gamma_S) d\gamma_S. \quad (2.42)$$

Αντικαθιστώντας τις μεταβλητές γ_S και $\bar{\gamma}_S$ με τις μεταβλητές γ_b και $\bar{\gamma}_b$ στις εκφράσεις που δίνονται, μπορεί κανείς να εκφράσει τη ΣΠΠ και τη ΡΓΣ του SNR ανά bit.

2.7.1 Στοχαστικά μοντέλα διαλείψεων μικρής κλίμακας

Σε αρκετές περιπτώσεις, η επίδραση των διαλείψεων μικρής κλίμακας είναι τόσο καθοριστική για την ποιότητα του λαμβανόμενου σήματος που επιβάλλεται να μελετηθεί ξεχωριστά. Θεωρώντας σταθερές τις απώλειες διαδρομής και τις διαλείψεις μεγάλης κλίμακας μπορούν να βρεθούν διάφορα μοντέλα για τις διακυμάνσεις του SNR ανά σύμβολο. Τα μοντέλα αυτά εξαρτώνται από τη στατιστική κατανομή της ποσότητας α .

Μοντέλο διαλείψεων Rayleigh

Το μοντέλο διαλείψεων Rayleigh είναι από τα πλέον διαδεδομένα μοντέλα διαλείψεων και χρησιμοποιείται όταν η διακύμανση του μέτρου α λόγω των διαλείψεων μικρής κλίμακας ακολουθεί την κατανομή Rayleigh. Στην περίπτωση αυτή, η ΣΠΠ του SNR ανά σύμβολο γράφεται στη μορφή [26]

$$p_{\gamma_S}(\gamma_S) = \frac{1}{\bar{\gamma}_S} \exp\left(-\frac{\gamma_S}{\bar{\gamma}_S}\right), \quad \text{όπου } \gamma_S \geq 0, \quad (2.43)$$

ενώ η ΡΓΣ εκφράζεται ως

$$M_{\gamma_S}(s) = \frac{1}{1 - s\bar{\gamma}_S}. \quad (2.44)$$

Το μοντέλο καναλιού Rayleigh βρίσκει πεδίο εφαρμογής στα δίκτυα κινητών τηλεπικοινωνιών, στην περίπτωση που δεν υπάρχει μονοπάτι οπτικής επαφής ανάμεσα στον πομπό και στο δέκτη. Σε ένα τέτοιο περιβάλλον μετάδοσης, η προβλεπόμενη από το μοντέλο Rayleigh ΣΠΠ του SNR επιβεβαιώνεται σε μεγάλο βαθμό από πραγματικές μετρήσεις διαλείψεων μικρής κλίμακας [18]. Το κανάλι Rayleigh εμφανίζεται στην πράξη όταν τόσο το πραγματικό όσο και το φανταστικό μέρος της απόκρισης του καναλιού είναι ανεξάρτητες γκαουσιανές τυχαίες μεταβλητές μηδενικής μέσης τιμής και ίδιας διασποράς. Στην περίπτωση αυτή, η ΣΠΠ της διάλειψης πλάτους α ακολουθεί κατανομή Rayleigh, ενώ η φάση θ είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη στο διάστημα $[0, 2\pi)$.

Μοντέλο διαλείψεων Rice

Μία γενίκευση του καναλιού Rayleigh είναι το μοντέλο διαλείψεων Rice. Στην περίπτωση αυτού του μοντέλου, η κρουστική απόκριση h του καναλιού γράφεται στη μορφή

$$h = g_I + jg_Q, \quad (2.45)$$

όπου οι g_I και g_Q είναι ανεξάρτητες, γκαουσιανές τυχαίες μεταβλητές, με διαφορετικές μη μηδενικές μέσες τιμές μ_I και μ_Q , αντίστοιχα και ίδια διασπορά σ_R^2 . Η επιλογή των μη μηδενικών μέσων τιμών για το πραγματικό

και το φανταστικό μέρος της μιγαδικής αναπαράστασης του καναλιού σχετίζεται με την ύπαρξη ενός ισχυρού μονοπατιού οπτικής επαφής ανάμεσα στον πομπό και το δέκτη. Καθώς το σήμα που φέρει αυτό το μονοπάτι δεν έχει υποστεί διαλείψεις, αποτελεί μια σταθερή, νομοτελειακή συνιστώσα. Το πραγματικό και φανταστικό μέρος της συνεισφοράς του μονοπατιού αυτού στην απόκριση του καναλιού, μοντελοποιείται με τη χρήση των μέσων τιμών μ_I και μ_Q . Από την άλλη, το πραγματικό και το φανταστικό μέρος της συνεισφοράς των υπολοίπων μονοπατιών μετάδοσης στην απόκριση του καναλιού, κατ' αντιστοιχία με την περίπτωση του καναλιού Rayleigh, μοντελοποιούνται με τη χρήση δύο ανεξαρτήτων γκαουσιανών τυχαίων μεταβλητών μηδενικής μέσης τιμής. Έτσι προκύπτει η Έκφραση (2.45) για τη μοντελοποίηση της κρουστικής απόκρισης.

Σε ένα κανάλι Rice, η διάλειαση πλάτους α ακολουθεί την ομώνυμη κατανομή, με αποτέλεσμα η ΣΠΠ του SNR ανά σύμβολο να παίρνει τη μορφή [26]

$$p_{\gamma_S}(\gamma_S) = \frac{(1+K) \exp(-K)}{\bar{\gamma}_S} \exp\left(-\frac{(1+K)\gamma_S}{\bar{\gamma}_S}\right) I_0\left(2\sqrt{\frac{K(1+K)\gamma_S}{\bar{\gamma}_S}}\right), \quad (2.46)$$

για $\gamma_S \geq 0$, όπου με $I_0(\cdot)$ συμβολίζεται η τροποποιημένη συνάρτηση Bessel μηδενικής τάξης και πρώτου είδους [27, σελ. 375 σχ. (9.6.10)].

Η ποσότητα K είναι μία παράμετρος του καναλιού Rice που παίρνει τιμές στο διάστημα $[0, \infty)$ και σχετίζεται με το λόγο της ισχύος που φέρει το μονοπάτι οπτικής επαφής προς την ισχύ που φέρουν τα μονοπάτια πολυδιόδευσης [26]. Λαμβάνοντας υπόψη το γεγονός ότι οι διαλείψεις ισχύος που έχει υποστεί το σήμα που μεταδίδεται μέσω του μονοπατιού οπτικής επαφής είναι ίσες με

$$p_{LoS} = \mu_I^2 + \mu_Q^2, \quad (2.47)$$

ενώ οι διαλείψεις ισχύος της συνεισφοράς λόγω πολυδιόδευσης εκφράζονται ως

$$p_{mul} = 2\sigma_R^2, \quad (2.48)$$

η παράμετρος K ορίζεται ως

$$K = \frac{p_{LoS}}{p_{mul}}. \quad (2.49)$$

Με χρήση της παραμέτρου K είναι δυνατή η προσαρμογή του καναλιού Rice σε διαφορετικές συνθήκες μετάδοσης. Η επιλογή της κατώτερης δυνατής τιμής $K = 0$ αντιστοιχεί στην περίπτωση του καναλιού Rayleigh, ενώ όσο η τιμή του K αυξάνεται τόσο περισσότερο ισχυροποιείται το μονοπάτι οπτικής επαφής σε σύγκριση με τη συνεισφορά λόγω πολυδιόδευσης. Συνεπώς, στην περίπτωση που η παράμετρος K παίρνει τη μέγιστη τιμή της, $K = \infty$, το κανάλι μετατρέπεται σε ένα πλήρως νομοτελειακό κανάλι της μορφής

$$h = \mu_I + j\mu_Q \quad (2.50)$$

που δεν υφίσταται διαλείψεις.

Η παρουσία του νομοτελειακού μονοπατιού οπτικής επαφής στο μοντέλο Rice, το καθιστά ιδιαίτερα χρήσιμο για τη μοντελοποίηση δορυφορικών καναλιών που συχνά χαρακτηρίζονται από την ύπαρξη τέτοιων μονοπατιών [28]. Ολοκληρώνοντας την παρουσίαση του καναλιού Rice, η ΡΓΣ του SNR ανά σύμβολο εκφράζεται στη μορφή

$$M_{\gamma_S}(s) = \frac{1}{1 - \frac{\bar{\gamma}_S}{1+K}} \exp\left(\frac{Ks\bar{\gamma}_S}{1 - s\frac{\bar{\gamma}_S}{1+K}}\right). \quad (2.51)$$

Μοντέλο διαλείψεων Nakagami- q (Hoyt)

Ένα ακόμη μοντέλο που βασίζεται στη χρήση γκαουσιανών τυχαίων μεταβλητών για την κρουστική απόκριση του καναλιού είναι το μοντέλο καναλιού Nakagami- q (γνωστό και ως Hoyt) που συναντάται όταν το πλάτος α των διαλείψεων μικρής κλίμακας ακολουθεί κατανομή Hoyt. Στο μοντέλο αυτό, η κρουστική απόκριση του καναλιού εκφράζεται και πάλι σύμφωνα με την (2.45) όπου, αυτή τη φορά, οι τυχαίες μεταβλητές g_I και g_Q είναι ανεξάρτητες, γκαουσιανά κατανομημένες, με μηδενικές μέσες τιμές και εν γένει διαφορετικές διασπορές σ_I^2 και σ_Q^2 , αντίστοιχα. Με αφετηρία αυτή τη μορφή για την κρουστική απόκριση του καναλιού, η ΣΠΠ του SNR ανά σύμβολο γράφεται ως εξής [26]

$$p_{\gamma_S}(\gamma_S) = \frac{1+q^2}{2q\bar{\gamma}_S} \exp\left(-\frac{(1+q^2)^2\gamma_S}{4q^2\bar{\gamma}_S}\right) I_0\left(\frac{(1-q^4)\gamma_S}{4q^2\bar{\gamma}_S}\right), \quad \gamma_S \geq 0, \quad (2.52)$$

ενώ η ΡΓΣ ως

$$M_{\gamma_S}(s) = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{2\bar{\gamma}_Sq^2}{1+q^2}s\right)\left(1 - \frac{2\bar{\gamma}_S}{1+q^2}s\right)}}, \quad \bar{\gamma}_S \geq 0, \quad (2.53)$$

όπου q , ($0 \leq q \leq 1$) είναι μία παράμετρος σχετιζόμενη με τις διασπορές του πραγματικού και του φανταστικού μέρους του καναλιού αλλά και τη μέση ισχύ Ω των διαλείψεων μέσω των εκφράσεων

$$\sigma_I^2 = \frac{\Omega}{1+q^2} \quad \text{και} \quad \sigma_Q^2 = \frac{\Omega q^2}{1+q^2}. \quad (2.54)$$

Στην περίπτωση που η παράμετρος q είναι ίση με τη μονάδα, το μοντέλο Nakagami- q εκπίπτει στο μοντέλο Rayleigh, καθώς οι διασπορές των δύο γκαουσιανών τυχαίων μεταβλητών g_I και g_Q εξισώνονται. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι το μοντέλο διαλείψεων Nakagami- q συναντάται κυρίως σε δορυφορικά τηλεπικοινωνιακά κανάλια όταν εμφανίζεται έντονα το φαινόμενο του ιονοσφαιρικού σπινθηρισμού [29].

Μοντέλο διαλείψεων Nakagami- m

Ένα μοντέλο καναλιού που χρησιμοποιείται συχνά στην πράξη είναι το μοντέλο Nakagami- m που συναντάται όταν η διάλειψη πλάτους α ακολουθεί την ομώνυμη κατανομή. Στην περίπτωση αυτού του μοντέλου η ΣΠΠ του SNR ανά σύμβολο γράφεται στη μορφή [26] [30]

$$p_{\gamma_S}(\gamma_S) = \frac{m^m \bar{\gamma}_S^{m-1}}{\bar{\gamma}_S^m \Gamma(m)} \exp\left(-\frac{m\gamma_S}{\bar{\gamma}_S}\right), \quad \gamma_S \geq 0, \quad (2.55)$$

όπου με $\Gamma(\cdot)$ συμβολίζεται η συνάρτηση Γάμμα οριζόμενη ως [27, σελ. 255, εξ. (6.1.1)]

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty z^{x-1} \exp(-z) dz, \quad (2.56)$$

ενώ η ποσότητα m αποτελεί παράμετρο του καναλιού Nakagami- m με πεδίο τιμών το διάστημα $[1/2, \infty)$. Η ΡΓΣ του SNR ανά σύμβολο στην περίπτωση του καναλιού Nakagami- m εκφράζεται στη μορφή

$$M_{\gamma_S}(s) = \frac{1}{(1 - s \frac{\bar{\gamma}_S}{m})^m}. \quad (2.57)$$

Η χρήση της παραμέτρου m επιτρέπει τη μεταβολή του μοντέλου έτσι ώστε να είναι δυνατή η προσαρμογή του σε διαφορετικά περιβάλλοντα διαλείψεων. Όπως φαίνεται από τις σχέσεις (2.55) και (2.57), στην περίπτωση όπου $m = 1$ το μοντέλο Nakagami εκπίπτει στο μοντέλο Rayleigh, ενώ στην περίπτωση όπου η παράμετρος m τείνει στο άπειρο, παίρνοντας τη μέγιστη δυνατή τιμή της, το κανάλι μετατρέπεται σε ένα μη διαλειπτικό κανάλι AWGN. Ένα ακόμη στοιχείο που αποδεικνύει την προσαρμοστικότητα του μοντέλου Nakagami- m σε διάφορα περιβάλλοντα διαλείψεων, είναι η ικανότητά του να προσεγγίζει ικανοποιητικά τόσο το μοντέλο Nakagami- q όσο και το μοντέλο Rice. Ειδικότερα, μπορεί κανείς να προσεγγίσει τη ΣΠΠ του SNR ανά σύμβολο ενός καναλιού Hoyt με μέση ισχύ $\bar{\gamma}_S$ και παράμετρο q , χρησιμοποιώντας τη ΣΠΠ του SNR ανά σύμβολο ενός καναλιού Nakagami- m με την ίδια μέση ισχύ $\bar{\gamma}_S$ επιλέγοντας ως τιμή της παραμέτρου m την [26]

$$m = \frac{(1 + q^2)^2}{2(1 + 2q^4)}. \quad (2.58)$$

Από την άλλη, ένα κανάλι Rice μέσης ισχύος $\bar{\gamma}_S$ και παραμέτρου K προσεγγίζεται ικανοποιητικά από ένα κανάλι Nakagami- m της ίδιας ισχύος και με τιμή της παραμέτρου m την [26]

$$m = \frac{(1 + K)^2}{1 + 2K}. \quad (2.59)$$

Αποτέλεσμα της μεγάλης προσαρμοστικότητας του καναλιού Nakagami- m είναι το γεγονός ότι συχνά το μοντέλο αυτό συμφωνεί με διάφορες μετρήσεις διαλείψεων μικρής κλίμακας όπως μετρήσεις για επίγεια κινητά δίκτυα αλλά και μετρήσεις εσωτερικού χώρου για κινητά δίκτυα.

Μοντέλο διαλείψεων Beckmann

Το μοντέλο διαλείψεων Beckmann αποτελεί το πιο γενικευμένο μοντέλο καναλιού που βασίζεται στη χρήση γκαουσσικών τυχαίων μεταβλητών για τη μοντελοποίηση της κρουστικής απόκρισης του καναλιού. Στο μοντέλο αυτό, η κρουστική απόκριση του καναλιού γράφεται και πάλι στη μορφή (2.45), [26], όπου αυτή τη φορά οι τυχαίες μεταβλητές g_I και g_Q είναι ανεξάρτητες, γκαουσσικά κατανομημένες, με διαφορετικές μέσες τιμές μ_I και μ_Q αντίστοιχα, αλλά και διαφορετικές διασπορές σ_I^2 και σ_Q^2 . Η έκφραση της ΣΠΠ για το SNR ανά σύμβολο αυτού του μοντέλου είναι αρκετά σύνθετη και για το λόγο αυτό δε θα δοθεί. Ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στις αναφορές [26], [31]. Η ΡΓΣ του SNR ανά σύμβολο μπορεί εύκολα να γραφεί στη μορφή

$$M_{\gamma_S}(s) = \frac{\exp \left[\frac{K \left(\frac{r^2}{1+r^2} \right) (1+q^2) \bar{\gamma}_S s}{(1+q^2)(1+K) - 2q^2 \bar{\gamma}_S s} + \frac{K \left(\frac{1}{1+r^2} \right) (1+q^2) \bar{\gamma}_S s}{(1+q^2)(1+K) - 2\bar{\gamma}_S s} \right]}{\sqrt{\left(1 - \frac{2q^2 \bar{\gamma}_S s}{(1+q^2)(1+K)} \right) \left(1 - \frac{2\bar{\gamma}_S s}{(1+q^2)(1+K)} \right)}}, \quad (2.60)$$

όπου οι παράμετροι q, r, K δίνονται από τις εκφράσεις

$$q^2 = \frac{\sigma_I^2}{\sigma_Q^2}, \quad r^2 = \frac{\mu_I^2}{\mu_Q^2}, \quad K = \frac{\mu_I^2 + \mu_Q^2}{\sigma_I^2 + \sigma_Q^2}. \quad (2.61)$$

2.7.2 Στοχαστικά μοντέλα διαλείψεων μεγάλης κλίμακας

Σε αρκετές περιπτώσεις ασυρμάτων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων οι διαλείψεις μεγάλης κλίμακας είναι ο κύριος παράγοντας που επηρεάζει την ποιότητα της επικοινωνίας πομπού και δέκτη. Τέτοιες περιπτώσεις εμφανίζονται κυρίως όταν, με τη χρήση κατάλληλων τεχνικών, όπως είναι οι τεχνικές διαφορισμού που θα παρουσιασθούν σε επόμενο κεφάλαιο, οι διαλείψεις μικρής κλίμακας έχουν αντιμετωπιστεί επαρκώς ώστε να θεωρείται ότι δεν επηρεάζουν την ποιότητα της επικοινωνίας. Υπό αυτές τις συνθήκες, ισχύει $\alpha = \sqrt{s}$. Συνεπώς το SNR ανά σύμβολο είναι συνάρτηση μόνο των διαλείψεων μεγάλης κλίμακας και γράφεται στη μορφή

$$\gamma_S = s \frac{E_S}{N_0}. \quad (2.62)$$

Λόγω της πλήρους εξάρτησης του SNR ανά σύμβολο από τις διαλείψεις μεγάλης κλίμακας, χρησιμοποιώντας τη λογοκανονική κατανομή που παρουσιάστηκε νωρίτερα για τη μοντελοποίηση των διαλείψεων αυτών, προκύπτει η ακόλουθη ΣΠΠ για το SNR ανά σύμβολο [26]

$$p_{\gamma_S}(\gamma_S) = \frac{1}{\gamma_S \sigma_\xi \sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{(10 \log_{10} \gamma_S - \mu)^2}{2\sigma^2} \right), \quad (2.63)$$

όπου και πάλι η ποσότητα ξ ορίζεται ως $\xi = \ln 10/10$, ενώ με μ και σ^2 συμβολίζονται αντίστοιχα η μέση τιμή και η διασπορά της ποσότητας $10 \log_{10} \gamma_S$.

Αν και στην πράξη έχει επιβεβαιωθεί η δυνατότητα της λογοκανονικής κατανομής να μοντελοποιεί επαρκώς τις διαλείψεις μεγάλης κλίμακας [32], [33], μία ακόμη εναλλακτική επιλογή που έχει προταθεί στη βιβλιογραφία είναι η χρήση της κατανομής Γάμμα αντί της λογοκανονικής [34]. Σημαντικό πλεονέκτημα της επιλογής αυτής είναι ότι επιτρέπει τη δημιουργία *σύνθετων μοντέλων διαλείψεων* (*composite multipath/shadowing fading models*) μοντέλων, δηλαδή, που λαμβάνουν υπόψη τις διαλείψεις μικρής αλλά και μεγάλης κλίμακας, με πιο απλές μορφές για τη ΣΠΠ απ' ότι η λογοκανονική κατανομή.

2.7.3 Στοχαστικά μοντέλα σύνθετων διαλείψεων

Παρόλο που αρκετές φορές η μεμονωμένη εξέταση του φαινομένου των διαλείψεων μικρής ή μεγάλης κλίμακας είναι ιδιαίτερα χρήσιμη, εμφανίζονται περιπτώσεις όπου δεν είναι επαρκής. Στις περιπτώσεις αυτές, απαιτείται η από κοινού μελέτη και των δύο φαινομένων, που οδηγεί σε σύνθετα μοντέλα διαλείψεων. Προς την κατεύθυνση αυτή μπορούν να ακολουθηθούν δύο διαφορετικές προσεγγίσεις. Αφετηρία της πρώτης προσέγγισης αποτελεί η υιοθέτηση του μοντέλου του Σχήματος 2.3 και της Έκφρασης (2.33) για την κρουστική απόκριση του καναλιού. Στην περίπτωση που υιοθετείται η προσέγγιση αυτή, επιλέγεται ένα από τα προηγούμενα στοχαστικά μοντέλα για το SNR ανά σύμβολο ως συνάρτηση των διαλείψεων μικρής κλίμακας και γίνεται η υπόθεση ότι η τοπική μέση τιμή απώλειας ισχύος ακολουθεί λογοκανονική κατανομή ή κατανομή Γάμμα. Η ΣΠΠ του SNR ανά σύμβολο λαμβάνοντας υπόψη και τα δύο είδη διαλείψεων μπορεί κατόπιν να υπολογιστεί εύκολα. Για το σκοπό αυτό, μπορεί κανείς να ξεκινήσει ορίζοντας το στιγμιαίο SNR στη μορφή

$$\gamma_S = s a^2 \frac{E_S}{N_0} \quad (2.64)$$

και την υπό συνθήκη μέση τιμή του SNR, δοθεισών των διαλείψεων μεγάλης κλίμακας, στη μορφή

$$\bar{\gamma}_{S|s} = E[\gamma_S|s] = s E[a^2] \frac{E_S}{N_0}. \quad (2.65)$$

Χρησιμοποιώντας αυτούς τους ορισμούς και αντικαθιστώντας στις εκφράσεις για την κατανομή του SNR ανά σύμβολο για την περίπτωση των διαλείψεων μικρής κλίμακας, την ποσότητα $\bar{\gamma}_S$ με την τοπική μέση απώλεια, $\bar{\gamma}_{S|s}$ μπορεί κανείς να δημιουργήσει τη ΣΠΠ $p_{\gamma_S}(\gamma_S|s)$ των διαλείψεων μικρής κλίμακας δοθείσης νομοτελειακής διάλειψης μεγάλης κλίμακας s . Έτσι, αν οι διαλείψεις μεγάλης κλίμακας είναι κι αυτές στοχαστικές και ακολουθούν είτε λογοκανονική κατανομή είτε κατανομή Γάμμα, μπορεί κανείς τελικά να υπολογίσει

τη ΣΠΠ του SNR ανά σύμβολο λαμβάνοντας υπόψη τις διαλείψεις μεγάλης και μικρής κλίμακας μέσω της έκφρασης

$$p_{\gamma_S}(\gamma_S) = \int_0^\infty p_{\gamma_S}(\gamma_S|s) p_s(s) ds \quad (2.66)$$

όπου με $p_s(s)$ αναπαρίσταται η ΣΠΠ των διαλείψεων μεγάλης κλίμακας s .

Η παραπάνω μέθοδος για τη μοντελοποίηση των σύνθετων διαλείψεων συχνά οδηγεί σε μορφές για τη ΣΠΠ του SNR ανά σύμβολο που είναι δύσκολο να χρησιμοποιηθούν στην πράξη. Για το λόγο αυτό, έχει αναπτυχθεί μία δεύτερη προσέγγιση για την εξαγωγή σύνθετων μοντέλων διαλείψεων. Η προσέγγιση αυτή βασίζεται στη χρήση σχετικά απλουστευμένων μοντέλων για το ασύρματο κανάλι που δεν υπάγονται στο μοντέλο του Σχήματος 2.3. Ένα ιδιαίτερα σημαντικό μοντέλο της κατηγορίας αυτής που αποτελεί αντικείμενο της διατριβής είναι το μοντέλο σκιασμένων διαλείψεων Rice που παρουσιάζεται στη συνέχεια.

Μοντέλο σκιασμένων διαλείψεων Rice

Το μοντέλο των σκιασμένων διαλείψεων Rice αποτελεί μία παραλλαγή του μοντέλου Rice όπου το μονοπάτι οπτικής επαφής δε θεωρείται πλέον νομοτελειακό. Αντιθέτως, γίνεται η υπόθεση ότι στο μονοπάτι αυτό επιδρά το φαινόμενο της σκίασης. Ειδικότερα, η κρουστική απόκριση του καναλιού μοντελοποιείται από μία έκφραση της μορφής [35]

$$h = a_R \exp(-j\theta) + a_N \exp(-j\phi), \quad (2.67)$$

όπου a_R είναι μία τυχαία μεταβλητή κατανομής Rayleigh με μέση ισχύ $2b$, θ είναι μία τυχαία μεταβλητή ομοιόμορφα κατανεμημένη στο διάστημα $[0, 2\pi)$, a_N είναι μια τυχαία μεταβλητή Nakagami- m με μέση ισχύ Ω και παράμετρο m και ϕ μία νομοτελειακή φάση στο διάστημα $[0, 2\pi)$. Στην εξίσωση αυτή, με χρήση της ποσότητας $a_R \exp(-j\theta)$ μοντελοποιείται η επίδραση των διαλείψεων μικρής κλίμακας στο μεταδιδόμενο σήμα, ενώ η ποσότητα $a_N \exp(-j\phi)$ χρησιμοποιείται για τη μοντελοποίηση του φαινομένου της σκίασης στο μονοπάτι οπτικής επαφής.

Βάσει του παραπάνω μοντέλου για την κρουστική απόκριση του καναλιού, οι διαλείψεις πλάτους α ακολουθούν τη σκιασμένη κατανομή Rice και η ΣΠΠ του SNR ανά σύμβολο δίνεται από τη σχέση [26]

$$p_{\gamma_S}(\gamma_S) = \left(\frac{2bm}{2bm + \Omega} \right)^m \frac{1}{2b} \exp\left(-\frac{\gamma_S}{2b}\right) {}_1F_1\left(m, 1; \frac{\Omega\gamma_S}{2b(2bm + \Omega)}\right), \gamma_S \geq 0, \quad (2.68)$$

όπου με ${}_1F_1(\cdot, \cdot; \cdot)$ συμβολίζεται η συρρέουσα υπεργεωμετρική συνάρτηση (confluent hypergeometric function), που ορίζεται μέσω της έκφρασης [36, εξ.

(07.20.02.0001.01)]

$${}_1F_1(a, b; z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(a)_k z^k}{(b)_k k!}. \quad (2.69)$$

Στην έκφραση αυτή με $(a)_k$ συμβολίζεται το σύμβολο Pochhammer που ορίζεται ως

$$(a)_k = \frac{\Gamma(a+k)}{\Gamma(a)}. \quad (2.70)$$

Συμπληρωματικά, η ΡΓΣ του SNR για την περίπτωση του σκιασμένου καναλιού διαλείψεων Rice γράφεται στη μορφή [26]

$$M_{\gamma_S}(s) = \frac{(1-2bs)^{m-1}}{\left(1 - \left(2b + \frac{\Omega}{m}\right)s\right)^{m-1}}. \quad (2.71)$$

Έχοντας ολοκληρώσει την παρουσίαση του μοντέλου του ασύρματου καναλιού και των στοχαστικών μεθόδων που χρησιμοποιούνται για το σκοπό αυτό, στην επόμενη ενότητα το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στη μελέτη της επίδοσης των ψηφιακών τηλεπικοινωνιακών συστημάτων σε περιβάλλοντα διαλείψεων.

2.8 Επίδοση τηλεπικοινωνιακών συστημάτων σε περιβάλλοντα διαλείψεων

Ο σημαντικότερος ίσως παράγοντας που επηρεάζει την επίδοση των τηλεπικοινωνιακών συστημάτων είναι το SNR. Το γεγονός αυτό καθιστά ιδιαίτερα χρήσιμα τα στοχαστικά μοντέλα που παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη ενότητα, καθώς με τη βοήθειά τους είναι δυνατός ο προσδιορισμός σημαντικών παραμέτρων του συστήματος, όπως είναι η ισχύς εκπομπής ή η τεχνική διαμόρφωσης που θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί έτσι ώστε η ασύρματη επικοινωνία να είναι σε θέση να πληρεί κάποιες προϋποθέσεις ποιότητας. Έννοιες που σχετίζονται με την ποιότητα της επικοινωνίας είναι η διαθεσιμότητα, η χωρητικότητα αλλά και η αξιοπιστία του τηλεπικοινωνιακού συστήματος. Για την περίπτωση της επικοινωνίας σε περιβάλλοντα διαλείψεων οι έννοιες αυτές ποσοτικοποιούνται με τη χρήση των μετρικών επίδοσης που ακολουθούν.

Πιθανότητα διακοπής επικοινωνίας

Η *πιθανότητα διακοπής επικοινωνίας (outage probability)* $P_{out}(\gamma_0)$ ορίζεται ως η πιθανότητα το στιγμιαίο SNR ανά σύμβολο να είναι μικρότερο ενός προκαθορισμένου κατωφλίου γ_0 που οριοθετεί την ελάχιστη δυνατή τιμή SNR για την εξασφάλιση μίας ανεκτής, ως προς το ρυθμό σφαλμάτων, ποιότητας

επικοινωνίας. Στην πράξη, η πιθανότητα αυτή υπολογίζεται μέσω της έκφρασης [26]

$$P_{out}(\gamma_0) = \int_0^{\gamma_0} p_{\gamma_S}(\gamma_S) d\gamma_S = P_{\gamma_S}(\gamma_0), \quad (2.72)$$

όπου με $P_{\gamma_S}(\cdot)$ συμβολίζεται η *Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής (ΑΣΚ)* του SNR.

Πιθανότητα διακοπής πληροφορίας

Η *πιθανότητα διακοπής πληροφορίας (Information Outage Probability, IOP)* σχετίζεται με τη χωρητικότητα του συστήματος. Όπως είναι γνωστό, για την περίπτωση ενός καναλιού AWGN, η *χωρητικότητα (capacity)* ορίζεται ως ο ρυθμός μετάδοσης που μπορεί να υποστηριχθεί με έναν αυθαίρετα μικρό ρυθμό σφαλμάτων δοθέντος του εύρους ζώνης και του SNR του καναλιού. Ένας εναλλακτικός τρόπος ορισμού της χωρητικότητας ενός συστήματος είναι η *κανονικοποιημένη χωρητικότητα (normalized capacity)* που ορίζεται ως ο λόγος της χωρητικότητας προς το εύρος ζώνης του καναλιού. Μονάδα μέτρησης αυτής της ποσότητας είναι ο αριθμός bits ανά δευτερόλεπτο και ανά Hertz που μπορεί να μεταδοθεί με αυθαίρετα μικρή πιθανότητα σφάλματος και υπολογίζεται μέσω της έκφρασης [37]

$$C = \log_2 \left(1 + \frac{E_S}{N_0} \right), \quad \text{bits/sec/Hz.} \quad (2.73)$$

Καθώς σε ένα ασύρματο περιβάλλον μετάδοσης το SNR μεταβάλλεται, η χωρητικότητα του συστήματος θα είναι μία τυχαία μεταβλητή της μορφής

$$C(\gamma) = \log_2(1 + \gamma_S). \quad (2.74)$$

Δοθείσης της τυχαιότητας της χωρητικότητας, η πιθανότητα διακοπής της πληροφορίας ορίζεται ως η πιθανότητα ένας συγκεκριμένος ρυθμός μετάδοσης C_0 να μην μπορεί να υποστηριχθεί χωρίς σφάλματα και υπολογίζεται σύμφωνα με την έκφραση

$$IOP(C_0) = \Pr(C \leq C_0) \quad (2.75)$$

ή, ισοδύναμα, χρησιμοποιώντας την ΑΣΚ του SNR μέσω της έκφρασης

$$IOP(C_0) = P_{\gamma_S}(2^{C_0} - 1). \quad (2.76)$$

Από την παραπάνω έκφραση, είναι εμφανές ότι η πιθανότητα διακοπής πληροφορίας και η πιθανότητα διακοπής επικοινωνίας σχετίζονται άμεσα.

Εργοδική χωρητικότητα

Μία ακόμη μετρική σχετιζόμενη με τη χωρητικότητα ενός τηλεπικοινωνιακού συστήματος σε ένα περιβάλλον διαλείψεων είναι η *μέση ή εργοδική χωρητικότητα του συστήματος (ergodic capacity)*. Χρησιμοποιώντας και πάλι τη ΣΠΠ του SNR ανά σύμβολο και τον ορισμό της κανονικοποιημένης χωρητικότητας για το κανάλι AWGN η εργοδική χωρητικότητα υπολογίζεται μέσω της έκφρασης

$$\bar{C} = \int_0^\infty \log_2(1 + \gamma_S) p_{\gamma_S}(\gamma_S) d\gamma_S \quad (2.77)$$

και αντιστοιχεί στο μέσο ρυθμό μετάδοσης που μπορεί να υποστηριχθεί αξιόπιστα σε ένα περιβάλλον διαλείψεων.

Μέση πιθανότητα σφάλματος ανά σύμβολο

Σε οποιοδήποτε τηλεπικοινωνιακό σύστημα, η *πιθανότητα σφάλματος ανά σύμβολο (Symbol Error Probability, SEP)* είναι μια από τις πιο σημαντικές μετρικές της αξιοπιστίας του μέσου μετάδοσης. Θεωρώντας το SNR ανά σύμβολο γ_S ως μία νομοτελειακή ποσότητα, η SEP εξαιτίας του AWGN δίνεται από μία συνάρτηση, έστω $P_e^s(\gamma_S)$, που καθορίζεται πλήρως από το είδος διαμόρφωσης που χρησιμοποιείται. Η συνάρτηση αυτή προκύπτει αντικαθιστώντας με γ_S την ποσότητα E_S/N_0 στις γνωστές από τη βιβλιογραφία εκφράσεις για το ρυθμό σφαλμάτων ανά σύμβολο για τις διάφορες τεχνικές διαμόρφωσης. Σε αρκετές περιπτώσεις, η συνάρτηση αυτή εκφράζεται ως γραμμικός συνδυασμός όρων της μορφής

$$e_1(\gamma_S) = \mathcal{Q}(a\sqrt{\gamma_S}), \quad (2.78)$$

όπου με $\mathcal{Q}(\cdot)$ συμβολίζουμε τη *γκαουσιανή συνάρτηση* $\mathcal{Q}$ οριζόμενη ως [37, σελ. 40, εξ. (2.1.97)]

$$\mathcal{Q}(x) = \int_x^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy, \quad (2.79)$$

αλλά και της μορφής

$$e_2(\gamma_S) = \mathcal{Q}^2(a\sqrt{\gamma_S}). \quad (2.80)$$

Οι ακριβείς εκφράσεις για τη μορφή της συνάρτησης $P_e^s(\gamma_S)$ για τα διάφορα είδη διαμορφώσεων παρατίθενται στο Παράρτημα Α' για διάφορα είδη διαμορφώσεων.

Σε ένα περιβάλλον διαλείψεων, η μεταβλητότητα που εμφανίζει το SNR ανά σύμβολο, μετατρέπει και το ρυθμό σφαλμάτων σε μια τυχαία μεταβλητή. Για το λόγο αυτό, για τη μελέτη της επίδοσης τηλεπικοινωνιακών συστημάτων ως προς τη SEP, χρησιμοποιείται η *μέση πιθανότητα σφάλματος ανά σύμβολο (Average Symbol Error Probability, ASEP)* που υπολογίζεται με βάση τη σχέση

$$P_e^s = \int_0^\infty P_e^s(\gamma_S) p_{\gamma_S}(\gamma_S) d\gamma_S. \quad (2.81)$$

Η έκφραση αυτή υπολογίζει την πραγματική πιθανότητα σφάλματος ανά σύμβολο κατά τη μετάδοση σε ασύρματα περιβάλλοντα διαλείψεων, λαμβάνοντας υπόψη τη μεταβλητότητα του SNR και, συνεπώς, τη θέση του δέκτη.

Η ASEP είναι ένα σημαντικό εργαλείο για την αξιολόγηση της επίδοσης τηλεπικοινωνιακών συστημάτων. Η λανθασμένη, όμως, ανίχνευση ενός συμβόλου μπορεί να οδηγή άλλες φορές σε λανθασμένη απόφαση για μόλις ένα μεταδιδόμενο bit ενώ άλλες για πολλαπλά. Για το λόγο αυτό, αντί της ASEP, συχνά χρησιμοποιείται η μέση πιθανότητα σφάλματος ανά bit (*Average Bit Error Probability, ABEP*) για τη μελέτη επίδοσης τηλεπικοινωνιακών συστημάτων σε περιβάλλοντα διαλείψεων.

ABEP

Σε πλήρη αντιστοιχία με τη διαδικασία υπολογισμού της ASEP, ο υπολογισμός της ABEP, γίνεται με χρήση της συνάρτησης $P_e^b(\gamma_b)$ που αντιστοιχεί στην πιθανότητα σφάλματος ανά bit (*Bit Error Probability, BEP*) για τη μελετώμενη τεχνική διαμόρφωσης σε ένα κανάλι AWGN για δοθέντα νομοτελειακό SNR γ_b . Παρομοίως με την περίπτωση της SEP, η συνάρτηση $P_e^b(\gamma_b)$ προκύπτει αντικαθιστώντας με γ_b την ποσότητα E_b/N_0 στις γνωστές από τη βιβλιογραφία εκφράσεις για τη BEP για τη μελετώμενη τεχνική διαμόρφωσης και την τεχνική απεικόνισης των προς μετάδοση bits σε σύμβολα σε κανάλι AWGN. Συνεπώς η ABEP εκφράζεται στη μορφή

$$P_e^b = \int_0^\infty P_e^b(\gamma_b) p_{\gamma_b}(\gamma_b) d\gamma_b \quad (2.82)$$

και αντιστοιχεί στην πραγματική πιθανότητα σφάλματος ανά bit σε ασύρματα περιβάλλοντα διαλείψεων. Σχετικά με τη μορφή της $P_e^b(\gamma_b)$ θα πρέπει να τονιστεί ότι για τις περισσότερες τεχνικές διαμόρφωσης περιλαμβάνει όρους της μορφής $e_1(\cdot)$. Αναλυτικές εκφράσεις για την $P_e^b(\gamma_b)$ για διάφορα είδη διαμορφώσεων, για την περίπτωση που η απεικόνιση των bits σε σύμβολα γίνεται χρησιμοποιώντας έναν κώδικα Gray, μπορούν να βρεθούν στο Παράρτημα Α'.

Έχοντας παρουσιάσει τις μετρικές για τη μελέτη επίδοσης σε κανάλια διαλείψεων και τη μεθοδολογία υπολογισμού τους παρατίθεται ένα παράδειγμα χρήσης των μετρικών αυτών για τον υπολογισμό του ρυθμού σφαλμάτων ανά bit για ένα σύστημα που χρησιμοποιεί διαμόρφωση *δυαδικής μετατόπισης φάσης (Binary Phase Shift Keying, BPSK)* σε ένα κανάλι διαλείψεων Rayleigh. Η BEP για ένα τέτοιο σύστημα, αγνοώντας προς στιγμή τις διαλείψεις και θεωρώντας απλώς ένα κανάλι AWGN υπολογίζεται μέσω της έκφρασης

$$P_e^b\left(\frac{E_b}{N_0}\right) = \mathcal{Q}\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right). \quad (2.83)$$

Συνεπώς, η ABEP για την περίπτωση διαλείψεων Rayleigh γράφεται στη

Σχήμα 2.4: Μέση πιθανότητα σφάλματος bit για διαμόρφωση BPSK σε κανάλι AWGN και σε κανάλι διαλείψεων Rayleigh.

μορφή

$$P_e^b = \int_0^\infty \frac{\mathcal{Q}(\sqrt{2\gamma_b}) \exp\left(-\frac{\gamma_b}{\bar{\gamma}_b}\right)}{\bar{\gamma}_b} d\gamma_b. \quad (2.84)$$

Το ολοκλήρωμα της εξίσωσης (2.84) μπορεί εύκολα να γραφεί σε κλειστή μορφή οδηγώντας στην εξής απλή μορφή για την ABEP [26]

$$P_e^b = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_b}{1 + \bar{\gamma}_b}} \right). \quad (2.85)$$

Χρησιμοποιώντας τις εκφράσεις (2.83) και (2.85) μπορεί κανείς να εξαγάγει κάποια συμπεράσματα για το βαθμό στον οποίο το κανάλι διαλείψεων επηρεάζει την επίδοση του συστήματος. Για το σκοπό αυτό, στο Σχήμα 2.4 παρατίθεται η BEP για την περίπτωση του καναλιού AWGN καθώς, επίσης, και η ABEP για την περίπτωση διαλείψεων Rayleigh. Προκειμένου η σύγκριση των δύο συστημάτων να είναι δίκαιη, η μέση ισχύς των διαλείψεων επιλέγεται ίση με τη μονάδα ($E[\alpha^2] = 1$) έτσι ώστε να ισχύει ότι

$$\bar{\gamma}_b = \frac{E_b}{N_0} \quad (2.86)$$

και η μέση λαμβανόμενη ισχύς για τα δύο συστήματα να είναι η ίδια.

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.4, παρά το γεγονός ότι εμφανίζονται περιπτώσεις όπου το κανάλι διαλείψεων ενισχύει το μεταδιδόμενο σήμα, η ύπαρξη των διαλείψεων Rayleigh προκαλεί τελικά σημαντική αύξηση στο

ρυθμό σφαλμάτων ανά bit. Η ύπαρξη της τόσο μεγάλης διαφοράς στην επίδοση οφείλεται προφανώς στις περιόδους όπου το κανάλι εξασθενεί το μεταδιδόμενο σήμα. Όσο αυξάνεται η πιθανότητα το κανάλι να προκαλεί σοβαρή εξασθένηση στο μεταδιδόμενο σήμα, τόσο αυξάνεται και η υποβάθμιση που προκαλεί το ασύρματο κανάλι. Επομένως, όπως άλλωστε φαίνεται και από τις εκφράσεις που παρουσιάστηκαν για τις διάφορες μετρικές επίδοσης, η επίδοση του τηλεπικοινωνιακού συστήματος, εξαρτάται τόσο από τη μορφή της ΣΠΠ του SNR όσο και από τη μέση τιμή του.

2.9 Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό μελετήθηκε η φύση του ασύρματου καναλιού και οι τεχνικές στοχαστικής μοντελοποίησής του. Ειδικότερα, εξετάστηκαν τα φαινόμενα της απώλειας διαδρομής και των διαλείψεων μικρής και μεγάλης κλίμακας. Κατόπιν παρουσιάστηκαν διάφορα στοχαστικά μοντέλα για τις διαλείψεις μεγάλης και μικρής κλίμακας αλλά και για την κοινή τους δράση. Επιπλέον παρουσιάστηκαν οι κυριότερες μετρικές για τη μελέτη της επίδοσης τηλεπικοινωνιακών συστημάτων ψηφιακών δεδομένων που λειτουργούν σε περιβάλλοντα διαλείψεων. Ως παράδειγμα, εξετάστηκε η περίπτωση ενός συστήματος που λειτουργεί σε ένα περιβάλλον διαλείψεων Rayleigh. Μέσα από το παράδειγμα, έγινε σαφές ότι η παρουσία των διαλείψεων επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό την ποιότητα της επικοινωνίας. Για το λόγο αυτό στο επόμενο κεφάλαιο παρουσιάζονται διάφορες τεχνικές για την αντιμετώπιση της υποβάθμισης στην ποιότητα επικοινωνίας που προκαλείται από την παρουσία διαλείψεων. Οι τεχνικές αυτές ονομάζονται τεχνικές διαφορισμού και βασίζονται στη χρήση περισσότερων από ένα καναλιών για τη μετάδοση του σήματος και δεκτών που συνδυάζουν τα λαμβανόμενα από τα διάφορα κανάλια σήματα με κατάλληλους τρόπους.

Κεφάλαιο 3

Συστήματα Διαφορισμού

3.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο εξετάζονται τα *συστήματα διαφορισμού (diversity systems)* που χρησιμοποιούνται για την αντιμετώπιση της δράσης των διαλείψεων. Στην Ενότητα 3.2 παρουσιάζονται διάφορες *τεχνικές διαφορισμού* που βασίζονται σε διαφορετικές μεθόδους για τη δημιουργία πολλαπλών καναλιών επικοινωνίας πομπού-δέκτη. Στη συνέχεια, το ενδιαφέρον στρέφεται σε μία από τις τεχνικές, την *τεχνική διαφορισμού χώρου (spatial diversity)* όπου τα πολλαπλά κανάλια εξασφαλίζονται με χρήση πολλών κεραιών στον πομπό ή/και στο δέκτη. Ειδικότερα, στην Ενότητα 3.3 παρουσιάζονται δέκτες για συστήματα διαφορισμού χώρου με πολλαπλές κεραιές λήψης. Στην Ενότητα 3.4 το ενδιαφέρον στρέφεται σε συστήματα με πολλαπλές κεραιές εκπομπής και πολλαπλές κεραιές λήψης και σε τεχνικές *χωροχρονικής κωδικοποίησης (space time coding)*. Βάσει των τεχνικών χωροχρονικής κωδικοποίησης γίνεται ο διαχωρισμός των συστημάτων *πολλαπλών κεραιών εκπομπής-πολλαπλών κεραιών λήψης* σε συστήματα *χωροχρονικής πολυπλεξίας (spatial multiplexing)* και σε συστήματα *χωροχρονικού διαφορισμού (space-time diversity)*. Κατόπιν, εξετάζεται η πλέον δημοφιλής κατηγορία *χωροχρονικών κωδίκων (space time codes)* για συστήματα χωροχρονικού διαφορισμού ή *διαφορισμού εκπομπής (transmit diversity)*, οι *ορθογώνιοι χωροχρονικοί πλοκαδικοί κώδικες (Orthogonal Space-Time Block Codes, OSTBC)*. Με τη βοήθεια των κωδίκων αυτών, εξασφαλίζεται η παροχή διαφορισμού χώρου σε συστήματα πολλαπλών κεραιών εκπομπής-πολλαπλών κεραιών λήψης. Έχοντας παρουσιάσει τα διάφορα συστήματα διαφορισμού χώρου, στην Ενότητα 3.5 εξετάζεται η μελέτη της επίδοσής τους. Τέλος, στην Ενότητα 3.6 παρουσιάζεται μία ακόμη τεχνική διαφορισμού, ο *συνεργατικός διαφορισμός (cooperative diversity)*.

3.2 Τεχνικές διαφορισμού

Χαρακτηριστικό των τεχνικών διαφορισμού είναι η χρήση περισσότερων από ένα καναλιών για τη μετάδοση της πληροφορίας από τον πομπό στο δέκτη. Για να γίνει αντιληπτό το πώς η χρήση πολλαπλών καναλιών βοηθά στη βελτίωση της ποιότητας της επικοινωνίας, μπορεί κανείς να θεωρήσει ένα απλό παράδειγμα συστήματος που χρησιμοποιεί n_r κανάλια μετάδοσης. Ένας δέκτης για το σύστημα θα μπορούσε για κάθε μεταδιδόμενο σύμβολο να επιλέγει να χρησιμοποιήσει το σήμα από το κανάλι με το μέγιστο στιγμιαίο SNR ανά σύμβολο (όπως θα δούμε στη συνέχεια, ο δέκτης αυτός ονομάζεται *δέκτης διαφορισμού επιλογής*). Σε αυτήν την περίπτωση, αν οι διαλείψεις των n_r καναλιών είναι *πανομοιότυπα κατανεμημένες και στοχαστικά ανεξάρτητες* (*independent and identically distributed, iid*), μπορεί εύκολα να διαπιστώσει κανείς το κέρδος από την ύπαρξη των πολλαπλών καναλιών, με τη βοήθεια των μετρικών επίδοσης. Αν η επικοινωνία ανάμεσα στον πομπό και στο δέκτη εξασφαλιζόταν με τη χρήση ενός μόνο καναλιού από τα n_r , η πιθανότητα διακοπής επικοινωνίας για κατώφλι γ_0 θα ισούτο με

$$P_{out}(\gamma_0) = P_\gamma(\gamma_0), \quad (3.1)$$

όπου με $P_\gamma(\cdot)$ συμβολίζεται η ΑΣΚ του SNR ανά σύμβολο για το κανάλι αυτό. Από την άλλη, με τη χρήση n_r καναλιών και του δέκτη που περιγράφηκε παραπάνω, η πιθανότητα διακοπής επικοινωνίας ισούται με [25]

$$P_{out}(\gamma_0) = \Pr(\gamma_1 \leq \gamma_0, \gamma_2 \leq \gamma_0, \dots, \gamma_{n_r} \leq \gamma_0) = P_\gamma(\gamma_0)^{n_r}, \quad (3.2)$$

όπου με γ_i συμβολίζουμε το στιγμιαίο SNR ανά σύμβολο στο i -οστό κανάλι.

Η Έκφραση (3.2) δείχνει σαφώς ότι η ύπαρξη των πολλαπλών καναλιών οδηγεί σε μείωση της πιθανότητας διακοπής επικοινωνίας, αλλά και ότι, όσο αυξάνεται ο αριθμός των καναλιών μετάδοσης, τόσο αυξάνονται και τα οφέλη για την επίδοση του συστήματος. Μία διαισθητική ερμηνεία για το γεγονός αυτό προκύπτει παρατηρώντας ότι όσο αυξάνει ο αριθμός των καναλιών, τόσο μειώνεται η πιθανότητα το μεταδιδόμενο σήμα να έχει υποστεί μεγάλη εξασθένηση ταυτόχρονα σε όλα τα κανάλια. Συνεπώς, με χρήση κατάλληλων τεχνικών στο δέκτη, μπορεί να κατασκευαστεί ένα σήμα που να έχει υποστεί όσο το δυνατόν μικρότερη εξασθένηση, ή ακόμη και ενίσχυση.

Η προσέγγιση αυτή αναδεικνύει το σημαντικό ρόλο που παίζει η πιθανή ύπαρξη συσχετισμένων διαλείψεων στα κανάλια. Συγκριτικά με την περίπτωση στοχαστικώς ανεξάρτητων διαλείψεων, η ύπαρξη συσχετίσεων ουσιαστικά αυξάνει την πιθανότητα ταυτόχρονης εξασθένησης όλων των καναλιών και μειώνει τις δυνατότητες βελτίωσης της ποιότητας επικοινωνίας που προσφέρονται από τις τεχνικές διαφορισμού. Για το λόγο αυτό, η κατάλληλη επιλογή των παραμέτρων του συστήματος ώστε να μην εμφανίζονται συσχετισμένες διαλείψεις για τα κανάλια μετάδοσης, αποτελεί σημαντικό κομμάτι του σχεδιασμού του συστήματος.

Μερικές από τις πλέον διαδομένες τεχνικές διαφορισμού για ασύρματα τηλεπικοινωνιακά συστήματα περιγράφονται στη συνέχεια [18], [38].

Διαφορισμός χώρου

Σε ένα σύστημα διαφορισμού χώρου, ή εναλλακτικά *διαφορισμού κεραίας* (*antenna diversity*), η παρουσία των επιπλέον καναλιών μετάδοσης επιτυγχάνεται με τη χρήση πολλών κεραιών εκπομπής ή/και λήψης. Σημαντικό πλεονέκτημα αυτής της τεχνικής είναι ότι αποφεύγεται η σπατάλη εύρους ζώνης καθώς τα επιπλέον κανάλια αντιστοιχούν στα δυνατά ζεύγη κεραιών εκπομπής και κεραιών λήψης. Αν n_t είναι ο αριθμός των κεραιών εκπομπής και n_r είναι ο αριθμός των κεραιών λήψης, τότε ο συνολικός αριθμός διαφορετικών καναλιών μετάδοσης θα είναι ίσος με $N = n_t n_r$. Σημαντικό ζήτημα για το διαφορισμό χώρου είναι η απόσταση μεταξύ των κεραιών εκπομπής (αν $n_t > 1$), αλλά και η απόσταση μεταξύ των κεραιών λήψης (αν $n_r > 1$). Όσο μικρότερη είναι η απόσταση μεταξύ των κεραιών εκπομπής(λήψης), τόσο μεγαλύτερη είναι η συσχέτιση μεταξύ των διαλείψεων στα διάφορα κανάλια. Ικανή συνθήκη για την επιλογή της θέσης των κεραιών εκπομπής (λήψης), ώστε να εξασφαλίζεται μηδενική συσχέτιση των διαλείψεων στα κανάλια, είναι η τοποθέτησή τους με τρόπο ώστε η απόσταση μεταξύ δύο οποιωνδήποτε κεραιών εκπομπής (λήψης) να είναι μεγαλύτερη από 0.5λ [18], όπου λ είναι το μήκος του εκπεμπόμενου ηλεκτρομαγνητικού κύματος. Στην περίπτωση κινητών τερματικών όμως, λόγω του μικρού τους μεγέθους, η συνθήκη αυτή είναι δύσκολο να ικανοποιηθεί για μεγάλο αλλά αρκετές φορές και για μικρό αριθμό κεραιών. Επομένως, το μικρό μέγεθος των τερματικών εισάγει περιορισμούς τόσο στον αριθμό των πολλαπλών καναλιών που μπορούν να χρησιμοποιηθούν όσο και στο κέρδος που μπορεί να επιτευχθεί. Εξίσου σημαντικό μειονέκτημα του διαφορισμού χώρου είναι το επιπλέον κόστος που συνεπάγεται η τοποθέτηση πολλαπλών κεραιών.

Διαφορισμός πόλωσης

Στα συστήματα *διαφορισμού πόλωσης* (*polarization diversity*), η ύπαρξη των πολλαπλών καναλιών μετάδοσης εξασφαλίζεται με τη χρήση είτε δύο κεραιών εκπομπής είτε δύο κεραιών λήψης που λειτουργούν με διαφορετική πόλωση (π.χ. η μία από αυτές χρησιμοποιεί οριζόντια πόλωση ενώ η άλλη κατακόρυφη). Σε ένα σύστημα διαφορισμού πόλωσης με δύο κεραίες εκπομπής, οι κεραίες αυτές μεταδίδουν με διαφορετική πόλωση. Ωστόσο, λόγω των διάφορων φυσικών μηχανισμών (π.χ. ανάκλαση), η ισχύς καθενός από τα σήματα που λαμβάνεται στο δέκτη κατανέμεται σχεδόν ισόποσα και στις δύο πολώσεις. Επιπλέον, οι διαλείψεις που έχουν υποστεί τα σήματα των δύο πολώσεων, ανεξαρτήτως της απόστασης των κεραιών εκπομπής, είναι ασυσχέτιστες. Συνεπώς, αν ο δέκτης χρησιμοποιεί μία κεραία προσαρμοσμένη

σε οποιαδήποτε από τις δύο πολώσεις, λαμβάνει ένα σύνθετο σήμα αποτελούμενο από δύο συνιστώσες: ένα αντίγραφο του σήματος που μεταδόθηκε από την κεραία που χρησιμοποιεί την ίδια πόλωση με το δέκτη αλλά και ένα αντίγραφο που προκύπτει από τη "διαρροή" ισχύος από το σήμα που μεταδόθηκε στην αντίθετη πόλωση. Με τον τρόπο αυτό δημιουργούνται δύο διαφορετικά κανάλια. Παρομοίως, στην περίπτωση ενός συστήματος με μία κεραία εκπομπής και δύο κεραίες λήψης, δημιουργούνται δύο κανάλια μετάδοσης αν οι κεραίες στο δέκτη λειτουργούν με διαφορετικές πολώσεις. Σημαντικό μειονέκτημα του διαφορισμού πόλωσης αποτελεί το γεγονός ότι μπορεί να υποστηρίξει μόνο δύο κλάδους διαφορισμού (δηλαδή δύο κανάλια μετάδοσης). Ένα επίσης σημαντικό μειονέκτημα είναι ότι η διαθέσιμη ενέργεια μοιράζεται εξίσου στις δύο κεραίες οδηγώντας έτσι σε απώλεια ισχύος ανά κεραία [38].

Διαφορισμός συχνότητας

Στην περίπτωση του *διαφορισμού συχνότητας* (*frequency diversity*) τα πολλαπλά κανάλια εξασφαλίζονται μεταδίδοντας την ίδια πληροφορία βασικής ζώνης ταυτόχρονα σε διαφορετικές ζώνες συχνοτήτων. Συνεπώς, σε αντίθεση με το διαφορισμό πόλωσης, ο διαφορισμός συχνότητας δε θέτει κάποιον περιορισμό στον αριθμό των κλάδων διαφορισμού που μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Ωστόσο, ένα ζήτημα που χρήζει προσοχής είναι ότι η χρήση πολλών συχνοτικών ζωνών για τη μετάδοση της ίδιας πληροφορίας οδηγεί σε χαμηλή αξιοποίηση του διαθέσιμου εύρους ζώνης ως προς το ρυθμό μετάδοσης [18]. Επιπλέον, η ταυτόχρονη μετάδοση σε πολλές συχνοτικές ζώνες αυξάνει τις ανάγκες κατανάλωσης ισχύος στον πομπό.

Σε ένα σύστημα διαφορισμού συχνότητας, η κατάλληλη επιλογή της απόστασης ανάμεσα στις ζώνες συχνοτήτων που χρησιμοποιούνται, εξασφαλίζει ασυσχέτιστους κλάδους διαφορισμού. Ειδικότερα, αν οι διαδοχικές χρησιμοποιούμενες φέρουσες συχνότητες απέχουν μεταξύ τους διάστημα μεγαλύτερο του ζωνικού εύρους συμφωνίας του καναλιού, τότε οι διαλείψεις των καναλιών μπορούν να θεωρηθούν ασυσχέτιστες.

Διαφορισμός χρόνου

Η τεχνική του *διαφορισμού χρόνου*, (*time diversity*) βασίζεται στη δημιουργία πολλαπλών κλάδων διαφορισμού μέσω της αναμετάδοσης της ίδιας πληροφορίας βασικής ζώνης σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα. Αποτέλεσμα της χρήσης διαφορισμού χρόνου είναι η σπατάλη ωφέλιμου εύρους ζώνης, καθώς ποσοστό του χρησιμοποιείται για την επανάληψη των μεταδόσεων. Για την εξασφάλιση ασυσχέτιστων διαλείψεων σε ένα τέτοιο σύστημα διαφορισμού, το χρονικό διάστημα μεταξύ διαδοχικών αναμεταδόσεων της ίδιας πληροφορίας θα πρέπει να είναι μεγαλύτερο του χρόνου συμφωνίας του καναλιού. Ωστόσο, καθώς το χρονικό διάστημα μεταξύ των αναμεταδόσεων, ή

το πλήθος αυτών αυξάνει, αυξάνει και ο χρόνος που απαιτείται για την ανίχνευση. Συνεπώς, ο δέκτης ενός τέτοιου συστήματος έχει υψηλές απαιτήσεις σε μνήμη. Από την άλλη, σημαντικό πλεονέκτημα της τεχνικής του διαφορισμού χρόνου είναι η απλότητά της, καθώς βασίζεται απολύτως στην επεξεργασία του σήματος βασικής ζώνης και δεν απαιτεί επιπλέον ραδιοσυχνотικό (RF) εξοπλισμό. Ειδική περίπτωση διαφορισμού χρόνου μπορεί να θεωρηθεί και η *κωδικοποίηση καναλιού (channel coding)* καθώς και αυτή αυξάνει το χρόνο που απαιτείται για τη μετάδοση της πληροφορίας [22].

Διαφορισμός κατεύθυνσης

Στην περίπτωση του *διαφορισμού κατεύθυνσης (angle diversity)* ο δέκτης εξασφαλίζει την ύπαρξη πολλαπλών κλάδων με τη χρήση κατευθυντικών κεραιών. Με την κατάλληλη τοποθέτηση μίας συστοιχίας τέτοιων κεραιών, κάθε μία από αυτές λαμβάνει σήματα που φτάνουν από διαφορετικές κατευθύνσεις. Αν η κατευθυντικότητα των κεραιών είναι αρκετά μεγάλη, ή, ισοδύναμα, εαν το εύρος της δέσμης τους είναι αρκετά μικρό, κάθε μία από τις κεραιές μπορεί να λαμβάνει ακόμη και μόνο μία από τις συνιστώσες πολυδιόδευσης. Έτσι, οι αρνητικές επιδράσεις της πολυδιόδευσης μπορούν να αντιμετωπιστούν αν χρησιμοποιείται ένας μεγάλος αριθμός από κατευθυντικές κεραιές πολύ στενού εύρους δέσμης. Εναλλακτικά, μπορεί να χρησιμοποιηθεί μία μόνο κεραία η κατευθυντικότητα της οποίας προσαρμόζεται ώστε να λαμβάνει μόνο τη συνιστώσα πολυδιόδευσης που φέρει την περισσότερη ισχύ. Το σήμα το οποίο λαμβάνεται με τον τρόπο αυτό δεν υπόκειται σε διαλείψεις οφειλόμενες στη συνδυαστική δράση των συνιστωσών της πολυδιόδευσης. Επειδή, όμως, η πολυδιόδευση κάποιες φορές ενισχύει το μεταδιδόμενο σήμα, ένα μειονέκτημα του διαφορισμού κατεύθυνσης είναι ότι αν το εύρος της δέσμης των κεραιών είναι πολύ μικρό, ενδέχεται, λόγω της απώλειας της επίδρασης της πολυδιόδευσης, να προκληθεί μείωση στο στιγμιαίο SNR του συστήματος. Ωστόσο, αν το κέρδος της κεραιάς λόγω κατευθυντικότητας είναι αρκούντως μεγάλο, τότε η πιθανότητα εμφάνισης αυτού του ενδεχομένου είναι πρακτικά αμελητέα.

Στο πλαίσιο της εργασίας το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στα συστήματα διαφορισμού χώρου. Τα συστήματα αυτά μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σε συστήματα *διαφορισμού λήψης*, όταν υπάρχει μόνο μία κεραία εκπομπής και πολλές κεραιές λήψης και σε συστήματα με *διαφορισμό εκπομπής* όταν υπάρχουν πολλές κεραιές εκπομπής και μία ή περισσότερες κεραιές λήψης. Η δομή των δύο αυτών κατηγοριών συστημάτων εξετάζεται στις επόμενες ενότητες.

Σχήμα 3.1: Βασική δομή ενός δέκτη διαφορισμού

3.3 Δέκτες διαφορισμού

Στα συστήματα διαφορισμού λήψης ο δέκτης συνδυάζει τα σήματα τα οποία λαμβάνει από τις n_r κεραίες και σχηματίζει το τελικό σήμα για να αποφασίσει ποια ήταν η ακολουθία συμβόλων που μεταδόθηκε. Εν γένει, διακρίνουμε δύο κατηγορίες δεκτών διαφορισμού (*diversity receivers*). Τους δέκτες στους οποίους ο συνδυασμός των σημάτων από τις κεραίες λήψης γίνεται πριν τη μετατροπή των σημάτων από ζωνοπερατά σε σήματα βασικής ζώνης και τους δέκτες διαφορισμού βασικής ζώνης οι οποίοι συνδυάζουν τα σήματα αφού πρώτα αυτά έχουν μεταφερθεί στη βασική ζώνη [18]. Στη συνέχεια, αναλύεται η δεύτερη κατηγορία δεκτών που αποτελεί αντικείμενο της διατριβής.

Στο Σχήμα 3.1 απεικονίζεται η βασική δομή ενός δέκτη διαφορισμού βασικής ζώνης όπως αυτή παρουσιάζεται στην αναφορά [38]. Ας υποθέσουμε ότι ο πομπός έχει μεταδώσει το σύμβολο s , χρησιμοποιώντας ενέργεια ανά σύμβολο ίση με E_S . Τότε, βάσει του Σχήματος 3.1 ο δέκτης μετατοπίζει το ληφθέν από την i -οστή κεραία ζωνοπερατό σήμα στη βασική ζώνη. Κατόπιν, το σήμα που προκύπτει από τη μετατόπιση, δειγματοληπτείται, για να προκύψει η μεταβλητή

$$r_i = h_i \sqrt{E_S} s + w_i. \quad (3.3)$$

Στην παραπάνω σχέση με h_i συμβολίζεται η διάλειψη που προκαλεί το κανάλι μεταξύ της κεραίας εκπομπής και της i -οστής κεραίας λήψης και με w_i ο AWGN μηδενικής μέσης τιμής και διασποράς N_0 για το κανάλι αυτό. Ο δέκτης διαφορισμού ή συνδυασμού, όπως επίσης ονομάζεται, κατασκευάζει τη μεταβλητή απόφασης r συνδυάζοντας γραμμικά τις μεταβλητές αυτές

$$r = \sum_{i=1}^{n_r} g_i r_i. \quad (3.4)$$

Τα βάρη g_i που εμφανίζονται σε αυτό το γραμμικό συνδυασμό αποτελούν συνάρτηση των στιγμιαίων διαλείψεων h_i και εξαρτώνται από το είδος του

δέκτη συνδυασμού που χρησιμοποιείται. Στη συνέχεια περιγράφονται τα χαρακτηριστικά των πλέον διαδεδομένων δεκτών συνδυασμού.

3.3.1 Δέκτης συνδυασμού μεγίστου λόγου

Στην περίπτωση του δέκτη συνδυασμού μεγίστου λόγου (*Maximal Ratio Combining, MRC*) τα βάρη g_i δίνονται από τις σχέσεις

$$g_i = h_i^*, \quad i = 1, 2, \dots, n_r \quad (3.5)$$

και η μεταβλητή απόφασης r λαμβάνει τη μορφή

$$r = \sum_{i=1}^{n_r} |h_i|^2 \sqrt{E_{Ss}} + \sum_{i=1}^{n_r} h_i^* w_i. \quad (3.6)$$

Βάσει της μορφής αυτής είναι εύκολο να δειχθεί ότι ο στιγμιαίος SNR ανά σύμβολο γ_S στην έξοδο του δέκτη συνδυασμού μεγίστου λόγου ισούται με το άθροισμα των στιγμιαίων SNR κάθε κεραίας [16]

$$\gamma_S = \sum_{i=1}^{n_r} \gamma_{S_i}, \quad (3.7)$$

όπου με γ_{S_i} συμβολίζεται ο στιγμιαίος SNR ανά σύμβολο στην i -οστή κεραία λήψης, υπολογιζόμενος ως

$$\gamma_{S_i} = |h_i|^2 \frac{E_S}{N_0}, \quad i = 1, 2, \dots, n_r. \quad (3.8)$$

Ομοίως, ο στιγμιαίος SNR ανά bit, δίνεται από τη σχέση

$$\gamma_b = \sum_{i=1}^{n_r} \gamma_{b_i}, \quad \text{με} \quad \gamma_{b_i} = |h_i|^2 \frac{E_b}{N_0}. \quad (3.9)$$

Στην περίπτωση τέλει γνώσης του καναλιού και απουσίας άλλων πηγών παρεμβολής πέραν του AWGN, ο δέκτης MRC εξασφαλίζει το μέγιστο δυνατό SNR [38] και επιτυγχάνει την καλύτερη επίδοση σε σύγκριση με τους υπόλοιπους δέκτες διαφορισμού. Διαισθητικά, η ανωτερότητα του δέκτη MRC εξηγείται παρατηρώντας ότι όσο μεγαλύτερο είναι το πλάτος $|h_i|$ σε κάποιο κανάλι και άρα όσο μεγαλύτερο είναι ο αντίστοιχος στιγμιαίος SNR, τόσο περισσότερο λαμβάνεται υπόψη. Αντιθέτως, τα κανάλια με χαμηλό SNR που είναι πιο ευάλωτα στην παρουσία του θορύβου, υποβαθμίζονται ακόμη περισσότερο.

Καθώς σε ένα δέκτη συνδυασμού μεγίστου λόγου ο στιγμιαίος SNR ανά σύμβολο προκύπτει από το άθροισμα των αντιστοίχων SNR ανά κανάλι, αν οι διαλείψεις όλων των καναλιών είναι ανεξάρτητες, η ΣΠΠ $p_{\gamma_S}(\gamma_S)$ του SNR

υπολογίζεται ως η συνέλιξη των ΣΠΠ $p_{\gamma_{S_i}}(\cdot)$ των τυχαίων μεταβλητών γ_{S_i} , $i = 1, 2, \dots, n_r$ από τη σχέση [25]

$$p_{\gamma_S}(\gamma_S) = p_{\gamma_{S_1}}(\gamma_S) * p_{\gamma_{S_2}}(\gamma_S) * \dots * p_{\gamma_{S_{n_r}}}(\gamma_S), \quad (3.10)$$

όπου οι συναρτήσεις $p_{\gamma_{S_i}}(\cdot)$ ακολουθούν κάποια από τις κατανομές που παρουσιάστηκαν στην Ενότητα 2.7. Ο υπολογισμός της ΣΠΠ $p_{\gamma_S}(\cdot)$ από την έκφραση αυτή είναι αρκετά δύσκολος. Για το λόγο αυτό, τις περισσότερες φορές η ΣΠΠ υπολογίζεται με χρήση της ΡΓΣ. Επειδή η συνέλιξη των ΣΠΠ αντιστοιχεί σε πολλαπλασιασμό των ΡΓΣ [25], η ΡΓΣ $M_{\gamma_S}(s)$ του SNR ανά σύμβολο μπορεί να γραφτεί στη μορφή

$$M_{\gamma_S}(s) = \prod_{i=1}^{n_r} M_{\gamma_{S_i}}(s), \quad (3.11)$$

όπου με $M_{\gamma_{S_i}}(\cdot)$ συμβολίζεται η ΡΓΣ του στιγμιαίου SNR γ_{S_i} . Συνεπώς, η εύρεση της συνάρτησης $p_{\gamma_S}(\cdot)$ ανάγεται στην εύρεση της ΣΠΠ που έχει ΡΓΣ της μορφής (3.11).

Αν οι κλάδοι διαφορισμού εμφανίζουν συσχέτιση, ο απευθείας προσδιορισμός της ΣΠΠ του SNR γ_S γίνεται ακόμη πιο πολύπλοκος. Ωστόσο, όμοια με την περίπτωση των ασυσχέτιστων διαλαίψεων, μπορεί να υπολογιστεί κάνοντας χρήση της από κοινού ΡΓΣ $M_{\gamma_{S_1}, \dots, \gamma_{S_{n_r}}}(s_1, \dots, s_{n_r})$ των τυχαίων μεταβλητών $\gamma_{S_1}, \dots, \gamma_{S_{n_r}}$. Η συνάρτηση αυτή ορίζεται στην αναφορά [25] και, με τη χρήση της η ΡΓΣ του SNR, μπορεί να εκφραστεί ως

$$M_{\gamma_S}(s) = M_{\gamma_{S_1}, \dots, \gamma_{S_{n_r}}}(s, \dots, s). \quad (3.12)$$

Συνεπώς, το πρόβλημα ανάγεται και πάλι στην εύρεση της ΣΠΠ για την οποία η ΡΓΣ αποκτά τη μορφή (3.12). Τέλος, θα πρέπει να αναφερθεί ότι παρόμοιες εκφράσεις μπορούν να προκύψουν και για τον υπολογισμό του SNR ανά bit ακολουθώντας την ίδια ακριβώς διαδικασία.

3.3.2 Δέκτης συνδυασμού ίσης απολαβής

Σε ένα δέκτη *συνδυασμού ίσης απολαβής* (*Equal Gain Combining, EGC*) οι συντελεστές g_i επιλέγονται έτσι ώστε να αφαιρείται η επίδραση του καναλιού διαλαίψεων στη φάση των σημάτων. Πιο συγκεκριμένα, το κέρδος με το οποίο πολλαπλασιάζεται το σήμα στην i -οστή κεραία λήψης ισούται με [18]

$$g_i = \frac{h_i^*}{|h_i|}, \quad i = 1, \dots, n_r. \quad (3.13)$$

Με χρήση των συντελεστών αυτών, η μεταβλητή απόφασης γράφεται στη μορφή

$$r = \sum_{i=1}^{n_r} |h_i| \sqrt{E_S s} + \sum_{i=1}^{n_r} \frac{h_i^* w_i}{|h_i|}. \quad (3.14)$$

Παρατηρώντας ότι η λαμβανόμενη ενέργεια ανά σύμβολο βάσει της σχέσης (3.14) είναι ίση με

$$E_{S,r} = \sum_{i=1}^{n_r} |h_i| E_S, \quad (3.15)$$

ενώ η φασματική πυκνότητα του θορύβου στην έξοδο του δέκτη δίνεται από τη σχέση

$$N_{0,r} = \sum_{i=1}^{n_r} \frac{|h_i^*|^2 N_0}{|h_i|^2} = n_r N_0, \quad (3.16)$$

ο SNR ανά σύμβολο στην έξοδο του δέκτη EGC γράφεται ως [18]

$$\gamma_S = \frac{1}{n_r} \left(\sum_{i=1}^{n_r} \sqrt{\gamma_{S_i}} \right)^2. \quad (3.17)$$

Η εύρεση έκφρασης για τη ΣΠΠ και τη ΡΓΣ του SNR ανά σύμβολο για την περίπτωση του δέκτη EGC είναι περίπλοκη σε σχέση με την περίπτωση του δέκτη MRC. Έτσι, για τη στοχαστική περιγραφή του καναλιού, αλλά και για την ανάλυση επίδοσης του δέκτη αυτού, χρησιμοποιείται η ΡΓΣ του στιγμιαίου πλάτους του λαμβανόμενου σήματος που ορίζεται ως

$$\alpha = \sum_{i=1}^n |h_i| \sqrt{E_S}. \quad (3.18)$$

Η ΡΓΣ του α μπορεί να γραφτεί στη μορφή

$$M_\alpha(s) = M_{\alpha_1, \dots, \alpha_{n_r}}(s, \dots, s), \quad (3.19)$$

όπου $\alpha_i = |h_i| \sqrt{E_S}$ είναι το στιγμιαίο πλάτος του λαμβανόμενου σήματος στην i -οστή κεραία λήψης και $M_{\alpha_1, \dots, \alpha_{n_r}}(\cdot, \dots, \cdot)$ είναι η από κοινού ΡΓΣ των πλατών. Προφανώς, στην περίπτωση στοχαστικώς ανεξάρτητων διαλείψεων, η έκφραση (3.19) μπορεί να γραφτεί ως το γινόμενο των ΡΓΣ $M_{\alpha_i}(\cdot)$ των τυχαίων μεταβλητών α_i .

Σημαντικό πλεονέκτημα του δέκτη EGC είναι ότι τα βάρη g_i εξαρτώνται αποκλειστικά από τις διαλείψεις φάσης στα πολλαπλά κανάλια μετάδοσης. Συνεπώς, στην περίπτωση χρήσης διαμορφώσεων φάσης, όπου η ανίχνευση δεν απαιτεί γνώση του πλάτους του καναλιού, ο δέκτης δε χρειάζεται να εκτιμήσει τα πλάτη $|h_i|$ αλλά μόνο τη φάση των καναλιών για να υπολογίσει τα κέρδη g_i [18]. Ωστόσο, το πλεονέκτημα αυτό χάνεται στην περίπτωση διαμορφώσεων πλάτους καθώς η γνώση του πλάτους των διαλείψεων απαιτείται ούτως ή άλλως για την ανίχνευση των μεταδιδόμενων συμβόλων.

3.3.3 Δέκτης συνδυασμού επιλογής

Στην περίπτωση του δέκτη συνδυασμού επιλογής (*Selection Combining SC*), τα βάρη g_i επιλέγονται σύμφωνα με τον κανόνα [18]

$$g_i = \begin{cases} 1, & \text{αν } |h_i| = \max_j \{|h_j|\} \\ 0, & \text{αλλιώς.} \end{cases} \quad (3.20)$$

Συνεπώς, ο δέκτης χρησιμοποιεί το σήμα από την κεραία στην οποία αντιστοιχεί ο μεγαλύτερος στιγμιαίος SNR. Ο SNR ανά σύμβολο στην περίπτωση αυτού του δέκτη προφανώς είναι ίσος με

$$\gamma_S = \max_i \{\gamma_{S_i}\}. \quad (3.21)$$

Χρησιμοποιώντας τη διαδικασία που περιγράψαμε στην Ενότητα 3.2, η ΑΣΚ και η ΣΠΠ του SNR ανά σύμβολο για το δέκτη υπολογίζονται εύκολα. Ξεκινώντας με την ΑΣΚ του SNR και χρησιμοποιώντας το γεγονός ότι

$$\Pr(\gamma_S \leq \gamma) = \Pr(\gamma_{S_1} \leq \gamma, \dots, \gamma_{S_{n_r}} \leq \gamma) \quad (3.22)$$

γίνεται προφανές πώς η ΑΣΚ έχει τη μορφή

$$P_{\gamma_S}(\gamma_S) = P_{\gamma_{S_1}, \dots, \gamma_{S_{n_r}}}(\gamma_S, \dots, \gamma_S), \quad (3.23)$$

όπου $P_{\gamma_{S_1}, \dots, \gamma_{S_{n_r}}}(\cdot, \dots, \cdot)$ είναι η από κοινού ΑΣΚ των SNR ανά σύμβολο για τα διάφορα κανάλια. Κατόπιν, με χρήση της ΑΣΚ $P_{\gamma_S}(\cdot)$ η ΣΠΠ του SNR ανά σύμβολο μπορεί να εξαχθεί με απλή παραγωγή.

Αν και εμφανίζει ελαφρώς απλούστερη δομή από το δέκτη MRC, για την εφαρμογή του, ο δέκτης SC χρειάζεται και αυτός πλήρη γνώση των αποκρίσεων των πολλαπλών καναλιών μετάδοσης. Για το λόγο αυτό, όταν ο δέκτης είναι σε θέση να γνωρίζει ακριβώς τις αποκρίσεις των πολλαπλών καναλιών, η βέλτιστη λύση είναι η χρήση του δέκτη MRC, παρόλο το μικρό πλεονέκτημα ως προς την πολυπλοκότητα του δέκτη SC.

3.4 Συστήματα πολλαπλών κεραιών εκπομπής πολλαπλών κεραιών λήψης

Τα συστήματα πολλαπλών κεραιών εκπομπής και πολλαπλών κεραιών λήψης, γνωστά επίσης και ως συστήματα πολλαπλών εισόδων-πολλαπλών εξόδων (*multiple input- multiple output, MIMO*), αποτελούν μία από τις πλέον ενεργές ερευνητικές περιοχές των ασυρμάτων τηλεπικοινωνιών τα τελευταία χρόνια. Η χρήση τέτοιων συστημάτων υπόσχεται μία σειρά από βελτιώσεις στην παρεχόμενη ποιότητα επικοινωνίας, όπως είναι η αύξηση του ρυθμού μετάδοσης για δεδομένο εύρος ζώνης, αλλά και η υποστήριξη του διαφορισμού [39]. Για την αποκομιδή αυτών των κερδών δεν απαιτείται μόνο η

Σχήμα 3.2: Βασική δομή του πομπού ενός MIMO συστήματος.

παρουσία των πολλαπλών κεραιών, αλλά και η χρήση καταλλήλων αλγορίθμων χωροχρονικής κωδικοποίησης, δηλαδή αλγορίθμων βάσει των οποίων κατασκευάζονται σήματα και λαμβάνονται αποφάσεις σχετικά με το ποια κεραία μετάδοσης και σε ποια χρονική στιγμή θα μεταδώσει κάποιο από τα σήματα αυτά.

Στο Σχήμα 3.2 απεικονίζεται η βασική δομή του πομπού ενός συστήματος MIMO όπως αυτή περιγράφεται στην αναφορά [40]. Είσοδο σε ένα τέτοιο σύστημα αποτελεί η ακολουθία των προς μετάδοση συμβόλων. Τα σύμβολα αυτά χωρίζονται σε ομάδες M συμβόλων από τα οποία κατασκευάζεται η *χωροχρονική κωδικολέξη (space-time codeword)*. Η κωδικολέξη αυτή μεταδίδεται από τις πολλαπλές κεραιές εκπομπής χρησιμοποιώντας N χρονικές περιόδους μετάδοσης. Για τη μετάδοση αυτή, κάθε κεραία εκπομπής χρησιμοποιεί ενέργεια E_t . Η τιμή της ποσότητας E_t επιλέγεται έτσι ώστε η μεταδιδόμενη μέση ενέργεια ανά χρονική περίοδο από τον πομπό να ικανοποιεί κάποιο κριτήριο. Θεωρώντας μία ακολουθία M συμβόλων στη μορφή διανύσματος

$$\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_M]^T \quad (3.24)$$

η διαδικασία της χωροχρονικής κωδικοποίησης εκφράζεται ως μία συνάρτηση $\mathbf{f}(\cdot)$ που με χρήση του διανύσματος $\mathbf{s}$ κατασκευάζει μία χωροχρονική κωδικολέξη, δηλαδή έναν πίνακα $\mathbf{X}$, διαστάσεων $n_t \times N$, της μορφής

$$\mathbf{X} = \mathbf{f}(\mathbf{s}) = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N] \quad (3.25)$$

όπου $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N$ είναι διανύσματα διαστάσεων $n_t \times 1$. Ουσιαστικά, κάθε διάνυσμα $\mathbf{x}_k, k = 1, \dots, N$ αντιστοιχεί στα σήματα βασικής ζώνης που θα μεταδοθούν από τις κεραιές μετάδοσης την k -οστή χρονική περίοδο, ενώ το στοιχείο $\mathbf{x}_k(l), l = 1, \dots, n_t$, αντιστοιχεί στο σήμα βασικής ζώνης που θα μεταδοθεί από την l -οστή κεραία εκπομπής τη χρονική περίοδο k . Κάθε ένα από τα στοιχεία του πίνακα $\mathbf{X}$ διαμορφώνεται με χρήση της φέρουσας f_c του συστήματος και τα προκύπτοντα ζωνοπερατά σήματα μεταδίδονται από τις n_t κεραιές εκπομπής στις N χρονικές στιγμές που αντιστοιχούν σε αυτή την

Σχήμα 3.3: Βασική δομή του δέκτη ενός MIMO συστήματος.

ακολουθία συμβόλων. Μία σημαντική ποσότητα σχετιζόμενη με τη χωροχρονική κωδικοποίηση είναι ο *ρυθμός (rate)* του κώδικα που ορίζεται ως ο λόγος [41]

$$R = M/N \quad (3.26)$$

και ουσιαστικά εκφράζει το πόσο αποδοτική είναι η κωδικοποίηση ως προς την αξιοποίηση του διαθέσιμου εύρους ζώνης.

Ο δέκτης για ένα σύστημα MIMO απεικονίζεται στο Σχήμα 3.3. Η δομή του βασίζεται στην περιγραφή που παρατίθεται στην αναφορά [40]. Πρώτο στάδιο στη διαδικασία της λήψης είναι η αποδιαμόρφωση των λαμβανόμενων από τις πολλές κεραίες λήψης σημάτων για την εξαγωγή της μεταδιδόμενης στη βασική ζώνη πληροφορίας. Η έξοδος της διάταξης αποδιαμόρφωσης μπορεί να γραφεί ως ένας πίνακας διαστάσεων $n_r \times N$ της μορφής [41]

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_N] \quad (3.27)$$

όπου $\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_N$ είναι διανύσματα διαστάσεων $n_r \times 1$. Κάθε διάνυσμα $\mathbf{y}_k$ αντιστοιχεί στο σήμα βασικής ζώνης που εξάγεται από τα ληφθέντα σήματα στην k -οστή περίοδο λήψης, ενώ το στοιχείο $\mathbf{y}_k(l)$ αντιστοιχεί στο σήμα που προκύπτει από την αποδιαμόρφωση του σήματος που λαμβάνει η l -οστή κεραία λήψης τη χρονική περίοδο k .

Σχετικά με την επίδραση του ασύρματου καναλιού, στη διατριβή αυτή θεωρείται ότι το κανάλι ανάμεσα στην j -οστή κεραία εκπομπής και την i -οστή κεραία λήψης είναι ένα συχνοτικώς επίπεδο κανάλι αργών διαλείψεων και η κρουστική απόκριση παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια της μετάδοσης μίας κωδικολέξης. Συνεπώς, το σήμα βασικής ζώνης που εξάγεται από κάθε μία από τις κεραίες στο δέκτη προκύπτει από το συνδυασμό αντιγράφων όλων των σημάτων βασικής ζώνης που μεταδόθηκαν ταυτόχρονα από τις κεραίες εκπομπής. Έτσι, το σήμα που προκύπτει από την αποδιαμόρφωση του ζωνοπερατού σήματος που λαμβάνει η κεραία i τη χρονική στιγμή k

γράφεται στη μορφή

$$\mathbf{y}_k(i) = \sum_{j=1}^{n_t} h_{i,j} \sqrt{E_t} \mathbf{x}_k(j) + \mathbf{w}_k(i). \quad (3.28)$$

Στην έκφραση αυτή $h_{i,j}$ είναι η απόκριση του καναλιού διαλείψεων βασικής ζώνης ανάμεσα στην j -οστή κεραία εκπομπής και την i -οστή κεραία λήψης, οι στατιστικές ιδιότητες της οποίας ακολουθούν το μοντέλο για το ασύρματο κανάλι που παρουσιάστηκε στην Ενότητα 2.7. Από την άλλη, $\mathbf{w}_k(i)$ είναι ο AWGN ο οποίος επιδρά στο σήμα που λαμβάνεται από την i -οστή κεραία λήψης τη χρονική περίοδο k .

Με αφετηρία την έκφραση (3.28) είναι εύκολο να δει κανείς ότι το σήμα βασικής ζώνης που αντιστοιχεί στην κωδικολέξη $\mathbf{X}$ γράφεται με τη βοήθεια πράξεων πινάκων στη μορφή

$$\mathbf{Y} = \sqrt{E_t} \mathbf{H} \mathbf{X} + \mathbf{W}, \quad (3.29)$$

όπου ο πίνακας $\mathbf{H}$, που ονομάζεται *πίνακας καναλιού (channel matrix)*, διαστάσεων $n_r \times n_t$ περιλαμβάνει τις αποκρίσεις των καναλιών ανάμεσα στις κεραίες εκπομπής και στις κεραίες λήψης και είναι της μορφής

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & \cdots & h_{1,n_t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{n_r,1} & \cdots & h_{n_r,n_t} \end{bmatrix}, \quad (3.30)$$

ενώ ο πίνακας $\mathbf{W}$, διαστάσεων $n_r \times N$, περιέχει τον AWGN που προστίθεται στο λαμβανόμενο σήμα. Ειδικότερα, τα στοιχεία του πίνακα αυτού είναι ασυσχέτιστες μιγαδικές γκαουσιανές τυχαίες μεταβλητές μηδενικής μέσης τιμής και φασματικής πυκνότητας N_0 .

Χρησιμοποιώντας τον πίνακα $\mathbf{Y}$ που περιγράφει την έξοδο της διάταξης αποδιαμόρφωσης, ο χωροχρονικός αποκωδικοποιητής λαμβάνει απόφαση για την κωδικολέξη ή, ισοδύναμα, για την ακολουθία συμβόλων η οποία μεταδόθηκε. Ο ακριβής τρόπος λειτουργίας του αποκωδικοποιητή και η απόδοσή του ως προς την πιθανότητα σφάλματος εξαρτάται από το κριτήριο που έχει επιλεγεί για τη διαδικασία της αποκωδικοποίησης. Στην περίπτωση που το κριτήριο αυτό είναι το κριτήριο μέγιστης πιθανοφάνειας, τότε ο χωροχρονικός αποκωδικοποιητής, έχοντας γνώση του πίνακα καναλιού, αποφαίνεται υπέρ της ακολουθίας συμβόλων $\hat{\mathbf{s}}$ που ικανοποιεί τη σχέση

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s} \in \mathcal{S}} \left\| \mathbf{Y} - \sqrt{E_t} \mathbf{H} \mathbf{f}(\mathbf{s}) \right\|_F^2 \quad (3.31)$$

όπου $\mathcal{S}$ είναι το σύνολο όλων των δυνατών συνδυασμών ακολουθιών συμβόλων μήκους M . Με $\|\cdot\|_F$ συμβολίζεται η νόρμα Frobenius, η οποία για έναν

πίνακα $\mathbf{A}$ διαστάσεων $m \times n$ ορίζεται ως [42]

$$\|\mathbf{A}\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |a_{i,j}|^2} \quad (3.32)$$

όπου $a_{i,j}$ είναι το στοιχείο του πίνακα που βρίσκεται στην i -οστή γραμμή και την j -οστή στήλη. Η παραπάνω βασική δομή είναι αρκετή για την περιγραφή της χωροχρονικής κωδικοποίησης και αποκωδικοποίησης για την περίπτωση που ο πίνακας καναλιού $\mathbf{H}$ είναι γνωστός στο δέκτη αλλά όχι στον πομπό. Στην περίπτωση που και ο πομπός έχει γνώση του πίνακα $\mathbf{H}$, μπορούν να βρεθούν χωροχρονικές τεχνικές κωδικοποίησης και αποκωδικοποίησης οι οποίες να εκμεταλλεύονται τη γνώση αυτή. Ωστόσο, στα πλαίσια της διατριβής, το ενδιαφέρον στρέφεται σε τεχνικές χωροχρονικής κωδικοποίησης όπου ο πίνακας $\mathbf{H}$ είναι γνωστός μόνο στο δέκτη.

Για την καλύτερη περιγραφή της διαδικασίας χωροχρονικής κωδικοποίησης και αποκωδικοποίησης απαιτείται η κατηγοριοποίηση των συστημάτων MIMO. Η κατηγοριοποίηση αυτή γίνεται με κριτήριο το σκοπό για τον οποίο χρησιμοποιούνται οι πολλαπλές κεραίες εκπομπής και λήψης. Με βάση το κριτήριο αυτό, μπορεί κανείς να κατηγοριοποιήσει τα συστήματα MIMO σε συστήματα χωροχρονικής πολυπλεξίας και συστήματα χωροχρονικού διαφορισμού.

Συστήματα χωροχρονικής πολυπλεξίας

Σε ένα σύστημα χωροχρονικής πολυπλεξίας, οι πολλαπλές κεραίες εκπομπής χρησιμοποιούνται για τη μετάδοση περισσότερων του ενός συμβόλων την ίδια χρονική στιγμή. Σε κάθε χρονική περίοδο, κάθε κεραία εκπομπής μεταδίδει ένα διαφορετικό σύμβολο οδηγώντας έτσι σε δραστική αύξηση του υποστηριζόμενου ρυθμού μετάδοσης. Δοθείσης μίας ακολουθίας δεδομένων

$$\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_{n_t}]^T \quad (3.33)$$

η i -οστή κεραία στον πομπό μεταδίδει το σύμβολο s_i . Η χρονική διάρκεια μίας κωδικολέξης είναι ίση με μία περίοδο μετάδοσης, ενώ η κωδικολέξη είναι η ίδια η ακολουθία των συμβόλων. Με άλλα λόγια για οποιαδήποτε ακολουθία $\mathbf{s}$ ισχύει ότι $\mathbf{f}(\mathbf{s}) = \mathbf{s}$. Ο δέκτης μέγιστης πιθανοφάνειας σε ένα τέτοιο σύστημα, βάσει της σχέσης (3.31), αποφαινεται υπέρ της ακολουθίας συμβόλων $\hat{\mathbf{s}}$ η οποία ικανοποιεί τη σχέση

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s} \in \mathbf{S}} \left\| \mathbf{Y} - \sqrt{E_t} \mathbf{H} \mathbf{s} \right\|_F^2. \quad (3.34)$$

Ο δέκτης μέγιστης πιθανοφάνειας που μόλις παρουσιάστηκε χαρακτηρίζεται από μεγάλη υπολογιστική πολυπλοκότητα. Ωστόσο, με τη χρήση του

επιτυγχάνεται η μετάδοση n_t συμβόλων σε μία χρονική περίοδο και ο ρυθμός της χωροχρονικής πολυπλεξίας είναι ίσος με $R = n_t$. Πέραν όμως του δέκτη μέγιστης πιθανοφάνειας, στη βιβλιογραφία, μπορούν να βρεθούν διάφορες άλλες μορφές δεκτών για συστήματα χωροχρονικής πολυπλεξίας, οι οποίες είναι απλούστερες ως προς την πολυπλοκότητα. Μειονέκτημα των τεχνικών αυτών είναι η χειρότερη επίδοσή τους σε σχέση με το δέκτη μέγιστης πιθανοφάνειας. Χαρακτηριστικά παραδείγματα δεκτών χαμηλότερης πολυπλοκότητας είναι ο αποκωδικοποιητής σφαίρας (*sphere decoder*) αλλά και ο αποκωδικοποιητής διαδοχικής ακύρωσης παρεμβολής (*successive user interference cancellation*) [40].

Συστήματα χωροχρονικού διαφορισμού

Ως συστήματα χωροχρονικού διαφορισμού χαρακτηρίζονται τα συστήματα διαφορισμού χώρου στα οποία τα πολλαπλά κανάλια μετάδοσης δημιουργούνται με τη χρήση πολλών κεραιών εκπομπής και πιθανώς και λήψης. Χαρακτηριστικό των συστημάτων αυτών αποτελεί το ότι η χρήση τους για την παροχή διαφορισμού οδηγεί σε μείωση του εφικτού ρυθμού μετάδοσης. Από την άλλη, η βελτίωση της απόδοσης που μπορεί να επιτευχθεί μέσω του διαφορισμού αυξάνει την αξιοπιστία του ασύρματου καναλιού. Έτσι, στην περίπτωση που απαιτείται η λήψη δεδομένων χωρίς σφάλματα, ο χωροχρονικός διαφορισμός οδηγεί σε μείωση των αναμεταδόσεων που απαιτούνται για την ορθή λήψη της πληροφορίας, μετριάζοντας την απώλεια ως προς τον ωφέλιμο ρυθμό μετάδοσης. Ο χωροχρονικός διαφορισμός επιτυγχάνεται και πάλι με τη χρήση κατάλληλων χωροχρονικών κωδίκων. Η πιο σημαντική κατηγορία τέτοιων κωδίκων είναι οι *χωροχρονικοί πλοκαδικοί κώδικες* (*Space-Time Block Codes, STBC*). Στην κατηγορία αυτών των κωδίκων ανήκουν τόσο γραμμικοί κώδικες, οι οποίοι προκύπτουν εφαρμόζοντας γραμμικές πράξεις για την κατασκευή κωδικολέξεων από τις ακολουθίες των συμβόλων, όσο και μη γραμμικοί. Από τα δύο αυτά είδη κωδίκων, οι πλέον διαδεδομένοι, είναι οι γραμμικοί. Στην περίπτωση ενός γραμμικού κώδικα η μεταδιδόμενη κωδικολέξη για την ακολουθία συμβόλων $\mathbf{s}$ γράφεται στη μορφή [41]

$$\mathbf{X} = \sum_{n=1}^M (\text{Re}\{s_n\} \mathbf{A}_n + j\text{Im}\{s_n\} \mathbf{B}_n), \quad (3.35)$$

όπου $\mathbf{A}_n$ και $\mathbf{B}_n$ είναι πίνακες διαστάσεων $n_t \times N$ που εξαρτώνται από το συγκεκριμένο σχήμα χωροχρονικής κωδικοποίησης. Στην πράξη, μπορούν να βρεθούν πολλοί STBC που εκφράζονται σε αυτή τη μορφή και εξασφαλίζουν διάφορες τιμές για το ρυθμό μετάδοσης R . Ο δέκτης μέγιστης πιθανοφάνειας για αυτές τις κωδικοποιήσεις έχει τη μορφή (3.31) και εμφανίζει αρκετά υψηλή πολυπλοκότητα. Ωστόσο, αν περιοριστεί κανείς σε STBC με ρυθμό μετάδοσης μικρότερο ή ίσο της μονάδας, μπορεί να εντοπίσει μια σημαντικότερη κλάση κωδίκων, τους *ορθογώνιους χωροχρονικούς πλοκαδικούς κώδι-*

κες (*Orthogonal Space-Time Block Codes, OSTBC*). Οι κώδικες αυτοί είναι από κατασκευής προσανατολισμένοι στην παροχή του μέγιστου δυνατού διαφορισμού και γι' αυτό αποτελούν την πλέον διαδεδομένη τεχνική διαφορισμού εκπομπής. Μεγάλο πλεονέκτημα των OSTBC είναι ότι η ανίχνευση μέγιστης πιθανοφάνειας γι' αυτούς δεν απαιτεί υψηλή πολυπλοκότητα. Οι κώδικες αυτοί αποτελούν αντικείμενο της διατριβής και παρουσιάζονται εκτενέστερα στην επόμενη ενότητα.

3.4.1 Ορθογώνιοι χωροχρονικοί πλοκαδικοί κώδικες

Το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό ενός OSTBC είναι ότι για οποιαδήποτε κωδικολέξη $\mathbf{X}$ που παράγεται μέσω αυτού, οι γραμμές της είναι μεταξύ τους ορθοκανονικές. Δηλαδή ισχύει ότι [41]

$$\mathbf{X}\mathbf{X}^H = \sum_{n=1}^M |s_n|^2 \mathbf{I}, \quad (3.36)$$

όπου $s_1, \dots, s_M$ είναι τα σύμβολα από τα οποία έχει παραχθεί η κωδικολέξη και $\mathbf{I}$ είναι ο μοναδιαίος πίνακας. Η ιδιότητα αυτή είναι αποτέλεσμα της επιλογής των πινάκων $\mathbf{A}_n$ και $\mathbf{B}_n$ στην (3.35). Πιο συγκεκριμένα, στην περίπτωση των OSTBC οι πίνακες ικανοποιούν το ακόλουθο σύνολο ιδιοτήτων [41]

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_n \mathbf{A}_n^H &= \mathbf{I}, \quad \mathbf{B}_n \mathbf{B}_n^H = \mathbf{I} \\ \mathbf{A}_n \mathbf{A}_p^H &= -\mathbf{A}_p \mathbf{A}_n^H, \quad \mathbf{B}_n \mathbf{B}_p^H = -\mathbf{B}_p \mathbf{B}_n^H, \quad n \neq p \\ \mathbf{A}_n \mathbf{B}_p^H &= \mathbf{B}_p \mathbf{A}_n^H \end{aligned} \quad (3.37)$$

όπου $n = 1, \dots, M, p = 1, \dots, M$.

Στην περίπτωση ενός γενικού χωροχρονικού κώδικα (πλοκαδικού ή μη) που κωδικοποιεί M σύμβολα ανά κωδικολέξη, ο ανιχνευτής μέγιστης πιθανοφάνειας (3.31) απαιτεί τον υπολογισμό της ποσότητας

$$\left\| \mathbf{Y} - \sqrt{E_t} \mathbf{H} \mathbf{X} \right\|_F^2 \quad (3.38)$$

για όλες τις κωδικολέξεις $\mathbf{X}$ που προκύπτουν από τις c^M πιθανές ακολουθίες συμβόλων διάστασης M , όπου c είναι το πλήθος όλων των δυνατών συμβόλων. Ωστόσο, στην περίπτωση των OSTBC, χάρη στην ιδιότητα (3.36), η διαδικασία της ανίχνευσης απαιτεί πολύ μικρότερη πολυπλοκότητα. Το γεγονός αυτό προκύπτει εύκολα ξεκινώντας από τη σχέση (3.38) και χρησιμοποιώντας τον εναλλακτικό ορισμό της νόρμας Frobenius ενός μιγαδικού πίνακα $\mathbf{A}$ [42]

$$\|\mathbf{A}\|_F^2 = \text{tr}(\mathbf{A} \mathbf{A}^H), \quad (3.39)$$

όπου με $\text{tr}(\mathbf{A})$ συμβολίζεται το ίχνος του πίνακα $\mathbf{A}$. Με βάση αυτόν τον ορισμό, η μετρική που χρησιμοποιεί ο ανιχνευτής μέγιστης πιθανοφάνειας

ξαναγράφεται ως

$$\left\| \mathbf{Y} - \sqrt{E_t} \mathbf{H} \mathbf{X} \right\|_F^2 = \|\mathbf{Y}\|_F^2 - 2\sqrt{E_t} \operatorname{Re} \{ \operatorname{tr} (\mathbf{Y}^H \mathbf{H} \mathbf{X}) \} + E_t \|\mathbf{H} \mathbf{X}\|_F^2. \quad (3.40)$$

Κάνοντας χρήση της ιδιότητας (3.36) και του ορισμού (3.39) προκύπτει η σχέση

$$\|\mathbf{H} \mathbf{X}\|_F^2 = \|\mathbf{H}\|_F^2 \sum_{n=1}^M |s_n|^2, \quad (3.41)$$

όπου s_n , $n = 1, \dots, M$ είναι τα σύμβολα που αντιστοιχούν στην κωδικολέξη $\mathbf{X}$. Συνεπώς η εξίσωση (3.40) να μπορεί να γραφτεί στη μορφή

$$\begin{aligned} \left\| \mathbf{Y} - \sqrt{E_t} \mathbf{H} \mathbf{X} \right\|_F^2 &= \sum_{n=1}^M \left(-2\sqrt{E_t} \operatorname{Re} \{ \operatorname{tr} \{ \mathbf{Y}^H \mathbf{H} \mathbf{A}_n \} \} \operatorname{Re} \{ s_n \} \right. \\ &\quad \left. + 2\sqrt{E_t} \operatorname{Im} \{ \operatorname{tr} \{ \mathbf{Y}^H \mathbf{H} \mathbf{B}_n \} \} \operatorname{Im} \{ s_n \} + E_t |s_n|^2 \|\mathbf{H}\|_F^2 \right) \\ &\quad + \|\mathbf{Y}\|_F^2. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Συνεπώς, η μετρική μέγιστης πιθανοφάνειας μπορεί να εκφραστεί στη μορφή [41]

$$\begin{aligned} \left\| \mathbf{Y} - \sqrt{E_t} \mathbf{H} \mathbf{X} \right\|_F^2 &= E_t \|\mathbf{H}\|_F^2 \sum_{n=1}^M \left| s_n - \frac{\operatorname{Re} \{ \operatorname{tr} (\mathbf{Y}^H \mathbf{H} \mathbf{A}_n) \} - j \operatorname{Im} \{ \operatorname{tr} (\mathbf{Y}^H \mathbf{H} \mathbf{B}_n) \}}{E_t \|\mathbf{H}\|_F^2} \right|^2, \\ &\quad + C \end{aligned} \quad (3.43)$$

όπου C είναι μία σταθερά ανεξάρτητη της κωδικολέξης $\mathbf{X}$ και, συνεπώς, της ακολουθίας συμβόλων $\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_M]^T$ για την οποία υπολογίζεται η μετρική. Από την (3.43) διαπιστώνει κανείς ότι η μετρική μέγιστης πιθανοφάνειας περιλαμβάνει μία σταθερά και το άθροισμα M τετραγωνικών όρων όπου ο n -οστός όρος, $n = 1, \dots, M$ εξαρτάται μόνο από το σύμβολο s_n . Επομένως, η ανίχνευση μέγιστης πιθανοφάνειας απαιτεί την ελαχιστοποίηση καθενός από τους M τετραγωνικούς όρους και άρα την ξεχωριστή ανίχνευση του συμβόλου s_n που ελαχιστοποιεί την ποσότητα

$$\left| s_n - \frac{\operatorname{Re} \{ \operatorname{tr} (\mathbf{Y}^H \mathbf{H} \mathbf{A}_n) \} - j \operatorname{Im} \{ \operatorname{tr} (\mathbf{Y}^H \mathbf{H} \mathbf{B}_n) \}}{E \|\mathbf{H}\|_F^2} \right|^2. \quad (3.44)$$

Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι η ανίχνευση μέγιστης πιθανοφάνειας ενός OSTBC ανάγεται στην επίλυση M προβλημάτων ανίχνευσης συμβόλων με χρήση μέγιστης πιθανοφάνειας. Επομένως, η ανίχνευση μέγιστης πιθανοφάνειας απαιτεί ένα πλήθος της τάξης των Mc υπολογισμών τετραγώνων αντί

της τάξης c^M που απαιτούνται στη γενική ανίχνευση μέγιστης πιθανοφάνειας ενός χωροχρονικού κώδικα.

Σχετικά με την ενέργεια E_t που θα πρέπει να χρησιμοποιεί κάθε κεραία εκπομπής, η τιμή της προκύπτει διαιρώντας την ενέργεια ανά σύμβολο E_S που θα χρησιμοποιούσε το σύστημα αν ήταν εξοπλισμένο με μία μόνο κεραία, με τον αριθμό των κεραιών εκπομπής. Πρακτικά αυτό σημαίνει ότι η ενέργεια ανά σύμβολο E_S μοιράζεται ισόποσα σε όλες τις κεραιές ώστε το σύστημα να έχει την ίδια ακριβώς κατανάλωση ενέργειας με ένα σύστημα μίας κεραιάς εκπομπής. Το γεγονός αυτό αποτελεί το σημαντικότερο μειονέκτημα των συστημάτων χωροχρονικού διαφορισμού σε σύγκριση με τις τεχνικές διαφορισμού λήψης.

Στη συνέχεια, παρατίθεται ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα OSTBC, το οποίο είναι γνωστό ως σχήμα Alamouti.

Το σχήμα Alamouti

Το πλέον διαδεδομένο παράδειγμα OSTBC είναι το σχήμα Alamouti που προτάθηκε στην εργασία [43]. Σε αυτό το σχήμα, χρησιμοποιούνται δύο κεραιές για τη μετάδοση δύο συμβόλων σε ισάριθμες χρονικές στιγμές. Συνεπώς, ο ρυθμός του κώδικα είναι ίσος με τη μονάδα. Στην περίπτωση του σχήματος Alamouti, οι πίνακες $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2$ λαμβάνουν τη μορφή [41]

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, & \mathbf{A}_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B}_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, & \mathbf{B}_2 &= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.45)$$

με αποτέλεσμα οι κωδικολέξεις που παράγονται με το σχήμα αυτό να γράφονται ως

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2^* \\ s_2 & -s_1^* \end{bmatrix}. \quad (3.46)$$

Η ιδιαίτερα βολική δομή των πινάκων $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2$ επιτρέπει την επαναδιατύπωση της ανίχνευσης μέγιστης πιθανοφάνειας σε μορφή απλούστερης της σχέσης (3.43) στην περίπτωση που ο αριθμός των κεραιών λήψης είναι μικρός. Για παράδειγμα, σε ένα σύστημα με μία κεραία λήψης, αν y_1 είναι το σήμα που λαμβάνει η κεραία αυτή στην πρώτη χρονική περίοδο που αντιστοιχεί σε μία κωδικολέξη και y_2 το σήμα που λαμβάνει η κεραία αυτή στη δεύτερη χρονική περίοδο που αντιστοιχεί στην ίδια κωδικολέξη, τότε τα δύο αυτά σήματα μπορούν να γραφούν στη μορφή

$$\begin{aligned} y_1 &= h_1 \sqrt{E_t} s_1 + h_2 s_2 + w_1, \\ y_2 &= h_1 \sqrt{E_t} s_2^* - h_2 s_1^* + w_2, \end{aligned} \quad (3.47)$$

όπου h_i είναι η απόκριση του καναλιού βασικής ζώνης ανάμεσα στην i -οστή κεραία εκπομπής και στην κεραία λήψης, $i = 1, 2$, ενώ οι ποσότητες w_1, w_2

αντιστοιχούν στο θόρυβο. Με βάση τη μορφή των μεταβλητών y_1 και y_2 αλλά και τη δομή των πινάκων $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2$, ο δέκτης ανιχνεύει το σύμβολο s_1 υπολογίζοντας την ποσότητα

$$r_1 = h_1^* y_1 - h_2 y_2^* \quad (3.48)$$

η οποία είναι εύκολο να δειχθεί ότι είναι ίση με

$$r_1 = \left(|h_1|^2 + |h_2|^2 \right) \sqrt{E_t} s_1 + h_1^* w_1 - h_2 w_2^*. \quad (3.49)$$

Με παρόμοιο τρόπο, η ανίχνευση του συμβόλου s_2 γίνεται με χρήση της μεταβλητής

$$r_2 = h_2^* y_1 + h_1 y_2^* = \left(|h_1|^2 + |h_2|^2 \right) \sqrt{E_t} s_2 + h_2^* w_1 + h_1 w_2^*. \quad (3.50)$$

Παρατηρώντας τις ποσότητες r_1 και r_2 , είναι εύκολο να διακρίνει κανείς ότι τα δείγματα του θορύβου που εμφανίζονται σε αυτές είναι στοχαστικώς ανεξάρτητα. Άρα η ανίχνευση των συμβόλων s_1 και s_2 , όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, μπορεί να γίνει ξεχωριστά, ενώ το ενδεχόμενο λανθασμένης ανίχνευσης σε κάποιο από τα δύο σύμβολα, δοθέντος του πίνακα καναλιού, είναι ανεξάρτητο του ενδεχομένου λανθασμένης ανίχνευσης του άλλου συμβόλου. Έτσι ο δέκτης αποφαινεται υπέρ των συμβόλων [43]

$$\tilde{s}_1 = \arg \min_{s \in \mathcal{S}} \left| r_1 - \left(|h_1|^2 + |h_2|^2 \right) \sqrt{E_t} s \right|^2 \quad (3.51)$$

και

$$\tilde{s}_2 = \arg \min_{s \in \mathcal{S}} \left| r_2 - \left(|h_1|^2 + |h_2|^2 \right) \sqrt{E_t} s \right|^2, \quad (3.52)$$

αντίστοιχα, όπου $\mathcal{S}$ είναι το σύνολο των συμβόλων της τεχνικής διαμόρφωσης που χρησιμοποιείται.

Ένα ιδιαίτερο χαρακτηριστικό που προκύπτει από την περιγραφή του σχήματος Alamouti είναι ότι ο SNR είναι ανάλογος του τετραγώνου της νόρμας Frobenius του καναλιού. Για να το διαπιστώσει κανείς αυτό, αρκεί να παρατηρήσει ότι η ενέργεια ανά σύμβολο στο λαμβανόμενο σήμα στο δέκτη θα είναι πολλαπλασιασμένη με έναν παράγοντα διαλείψεων

$$\alpha = \left(|h_1|^2 + |h_2|^2 \right)^2, \quad (3.53)$$

ενώ η φασματική πυκνότητα του θορύβου για κάθε μία από τις ποσότητες r_1, r_2 θα είναι ίση με

$$\sigma_r^2 = \left(|h_1|^2 + |h_2|^2 \right) N_0. \quad (3.54)$$

Η εξάρτηση ανάμεσα στον SNR και τη νόρμα Frobenius του πίνακα καναλιού δεν περιορίζεται μόνο στο σχήμα Alamouti αλλά ισχύει για όλους τους

OSTBC. Ειδικότερα, δοθέντος OSTBC με n_t κεραίες εκπομπής και ρυθμό R , ο SNR ανά σύμβολο γράφεται στη μορφή [41]

$$\gamma_S = \frac{\|\mathbf{H}\|_F^2 E_S}{R n_t N_0}. \quad (3.55)$$

Η έκφραση αυτή προκύπτει αν λάβει κανείς υπόψη ότι η διαθέσιμη ενέργεια E_S θα πρέπει να διαμοιραστεί στις κεραίες εκπομπής αλλά και το γεγονός ότι, όταν χρησιμοποιείται ένας OSTBC, σε N χρονικές στιγμές μεταδίδονται $M \leq N$ σύμβολα. Άρα, αν κάθε χρονική στιγμή η μεταδιδόμενη ενέργεια είναι ίση με E_S , το γεγονός ότι το κανάλι χρησιμοποιείται για παραπάνω χρονικές στιγμές από τις απαραίτητες για τη μετάδοση, οδηγεί σε μία αύξηση του SNR ο οποίος πλέον πολλαπλασιάζεται με την ποσότητα $1/R$. Έτσι ο SNR ανά σύμβολο γράφεται τελικά στη μορφή (3.55). Αντικαθιστώντας στην εξίσωση αυτή τη μεταβλητή γ_S με την γ_b και την ποσότητα E_S/N_0 με την ποσότητα E_b/N_0 μπορεί να βρεθεί μία παρόμοια έκφραση για το SNR ανά bit. Θα πρέπει, επίσης, να τονιστεί ότι, όπως και στην περίπτωση του σχήματος Alamouti, σε οποιονδήποτε OSTBC τα δείγματα του θορύβου σε κάθε μια από τις μετρικές των συμβόλων είναι ασυσχέτιστα οδηγώντας, έτσι, σε στοχαστικώς ανεξάρτητες αποφάσεις. Συνεπώς, ένας OSTBC μετατρέπεται το κανάλι MIMO σε ένα ισοδύναμο κανάλι μίας κεραίας εκπομπής και μίας κεραίας λήψης όπου το SNR είναι της μορφής (3.55).

Επιπλέον, στους OSTBC, η δομή των πινάκων $\mathbf{A}_n$ και $\mathbf{B}_n$, $n = 1, \dots, M$ είναι τέτοια ώστε τελικά η διαδικασία της αποκωδικοποίησης, για την περίπτωση μικρού αριθμού κεραιών λήψης, να μπορεί να γραφτεί σε απλή μορφή χωρίς τη χρήση πολύπλοκων εκφράσεων. Η δομή αυτή των πινάκων μπορεί εύκολα να εξαχθεί δοθείσης της μορφής της κωδικολέξης $\mathbf{X}$. Στη συνέχεια, παρατίθεται η δομή για δύο δημοφιλείς κώδικες με τρεις και τέσσερις κεραίες εκπομπής αντίστοιχα.

- Ένας OSTBC για συστήματα με τρεις κεραίες εκπομπής περιγράφεται στην αναφορά [41]. Ο κώδικας αυτός έχει ρυθμό $3/4$ καθώς μεταδίδει τρία σύμβολα χρησιμοποιώντας τέσσερις χρονικές περιόδους μετάδοσης. Αν s_1, s_2, s_3 είναι τα προς μετάδοση σύμβολα, η χωροχρονική κωδικολέξη του κώδικα έχει τη μορφή

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & s_2 & -s_3 \\ 0 & s_1 & s_3^* & s_2^* \\ -s_2^* & -s_3 & s_1^* & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.56)$$

- Ένας ακόμη κώδικας ρυθμού $3/4$ μπορεί να βρεθεί για την περίπτωση συστημάτων με τέσσερις κεραίες εκπομπής. Η κωδικολέξη για τον κώ-

δικα αυτόν είναι της μορφής [41]

$$X = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & s_2 & -s_3 \\ 0 & s_1 & s_3^* & s_2^* \\ -s_2^* & -s_3 & s_1^* & 0 \\ s_3^* & -s_2 & 0 & s_1^* \end{bmatrix}. \quad (3.57)$$

Ολοκληρώνοντας την παρουσίαση των OSTBC, θα πρέπει να επισημανθεί ότι η εύρεση ακολουθιών πινάκων $\mathbf{A}_n$ και $\mathbf{B}_n$ για την κατασκευή τέτοιων κωδίκων δεν είναι εύκολη υπόθεση. Ειδικά για την περίπτωση όπου το αλφάβητο των συμβόλων είναι μιγαδικό, η κατασκευή OSTBC με ρυθμό μετάδοσης ίσο με τη μονάδα είναι ανέφικτη για συστήματα με περισσότερες από δυο κεραίες εκπομπής. Περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με υπάρχοντες OSTBC αλλά και με τη διαδικασία κατασκευής τους, μπορούν να βρεθούν στην αναφορά [41].

3.5 Επίδοση συστημάτων διαφορισμού σε περιβάλλοντα διαλείψεων

Στην παρούσα ενότητα το ενδιαφέρον στρέφεται στην ανάλυση της επίδοσης συστημάτων διαφορισμού σε περιβάλλοντα διαλείψεων. Η ανάλυση αυτή είναι ιδιαίτερα χρήσιμη καθώς επιτρέπει την ποσοτικοποίηση του κέρδους, ως προς την ποιότητα επικοινωνίας, από τη χρήση πολλών κεραιών εκπομπής ή/και λήψης. Επιπλέον, με τη βοήθεια της ανάλυσης επίδοσης συστημάτων διαφορισμού, είναι δυνατός ο προσδιορισμός των παραμέτρων του συστήματος διαφορισμού (π.χ. αριθμός κεραιών εκπομπής/λήψης ή η απόσταση κεραιών εκπομπής/λήψης), αλλά και ο προσδιορισμός πιο βασικών παραμέτρων του τηλεπικοινωνιακού συστήματος (π.χ. ρυθμός και ισχύς μετάδοσης, συνιστώμενη τεχνική διαμόρφωσης), έτσι ώστε το τηλεπικοινωνιακό σύστημα να είναι σε θέση να πληρεί κάποιες προδιαγραφές ποιότητας. Ελλείπει θεωρητικών εκφράσεων για τις διάφορες μετρικές επίδοσης, η εύρεση των συσχετίσεων ανάμεσα στις παραμέτρους του τηλεπικοινωνιακού συστήματος και τις μετρικές επίδοσης θα απαιτούσε χρονοβόρες προσομοιώσεις. Ωστόσο, με τη βοήθεια της ανάλυσης επίδοσης και των θεωρητικών εκφράσεων που προκύπτουν μέσα από αυτήν, η εύρεση των συσχετίσεων αυτών απλοποιείται στο μέγιστο δυνατό βαθμό.

Στη συνέχεια της ενότητας περιγράφονται τα βασικά βήματα για τη μελέτη επίδοσης δύο διαφορετικών μεθόδων διαφορισμού. Των OSTBC αλλά και του δέκτη MRC, καθώς οι τεχνικές αυτές αποτελούν αντικείμενο της διατριβής.

3.5.1 Ανάλυση επίδοσης δέκτη συνδυασμού μεγίστου λογού

Ο δέκτης MRC αποτελεί ίσως την πιο σημαντική περίπτωση δέκτη διαφορισμού καθώς προσφέρει τη μέγιστη δυνατή βελτίωση της ποιότητας επικοινωνίας.

ωνίας χωρίς να απαιτεί ιδιαίτερα αυξημένη πολυπλοκότητα υλοποίησης σε σύγκριση με τους υπόλοιπους δέκτες διαφορισμού. Επιπλέον, όπως θα φανεί και στη συνέχεια, η επίδοση ενός δέκτη MRC είναι ισοδύναμη με την επίδοση ενός OSTBC με κατάλληλα επιλεγμένες τιμές για τις παραμέτρους (αριθμός κεραίων εκπομπής-λήψης, ισχύς μετάδοσης κτλ). Για το λόγο αυτό στην παρούσα διατριβή εξετάζεται η επίδοση και αυτής της κατηγορίας διαφορικών δεκτών σε περιβάλλοντα διαλείψεων.

Όπως αναφέρθηκε στην Ενότητα 3.3.1, στην περίπτωση του δέκτη MRC, το SNR ανά σύμβολο (bit) μπορεί να γραφεί ως το άθροισμα των SNR ανά σύμβολο (bit) των καναλιών που σχηματίζονται ανάμεσα στην κεραία εκπομπής και σε κάθε μία από τις κεραίες λήψης. Άρα, χρησιμοποιώντας τη ΣΠΠ του SNR ανά σύμβολο (bit), είναι τελικά δυνατός ο υπολογισμός των διαφορών μετρικών επίδοσης με τον ίδιο τρόπο όπως στην Ενότητα 2.8.

Σε πολλές περιπτώσεις, η εύρεση της ΣΠΠ του αθροίσματος των SNR των διάφορων καναλιών και, συνεπώς, του SNR του δέκτη MRC, αποτελεί σύνθετη διαδικασία. Για το λόγο αυτό έχει αναπτυχθεί μία εναλλακτική προσέγγιση υπολογισμού των μετρικών επίδοσης με χρήση της ΡΓΣ η οποία σε πολλές περιπτώσεις μπορεί να βρεθεί εύκολα. Για παράδειγμα, στην περίπτωση ανεξάρτητων διαλείψεων, η ΡΓΣ του SNR μπορεί να γραφεί απευθείας στη μορφή (3.11) Στα πλαίσια της προσέγγισης αυτής, οι διάφορες μετρικές επίδοσης υπολογίζονται μετασχηματίζοντας τις εκφράσεις που παρουσιάστηκαν στην Ενότητα 2.8 και εκφράζοντάς τις με χρήση της ΡΓΣ του συνολικού SNR. Με χρήση της προσέγγισης αυτής είναι δυνατή η έκφραση των διάφορων μετρικών επίδοσης στις ακόλουθες μορφές.

Πιθανότητα διακοπής επικοινωνίας

Με βάση απλούς χειρισμούς αλλά και τη σχέση μετασχηματισμού Laplace και ΡΓΣ, η πιθανότητα διακοπής επικοινωνίας $P_{out}(\gamma_0)$ μπορεί να γραφτεί στη μορφή [26]

$$P_{out}(\gamma_0) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\rho-j\infty}^{\rho+j\infty} \frac{M_{\gamma_S}(-s)}{s} \exp(s\gamma_0) ds, \quad (3.58)$$

όπου ρ είναι μία πραγματική τιμή που ανήκει στο πεδίο σύγκλισης της ΡΓΣ του SNR. Η έκφραση αυτή βασίζεται στο γεγονός ότι ο μετασχηματισμός Laplace της ΑΣΚ έχει τη μορφή [26]

$$\mathcal{L}\{P_{\gamma_S}(\gamma_S)\} = \frac{M_{\gamma_S}(-s)}{s}, \quad (3.59)$$

όπου $\mathcal{L}\{\cdot\}$ είναι ο μετασχηματισμός Laplace. Έτσι, η ΑΣΚ του SNR και άρα και η πιθανότητα διακοπής επικοινωνίας, μπορεί να γραφεί ως ο αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace της έκφρασης (3.59) στη μορφή (3.58). Στην πράξη, η συγκεκριμένη διαδικασία υπολογισμού της ΑΣΚ του SNR χρησιμοποιείται

όταν η μορφή της ΡΓΣ είναι αρκετά σύνθετη. Τότε, η εύρεση της ΣΠΠ είναι δύσκολη, ενώ εξίσου δύσκολη είναι και η εύρεση εκφράσεων κλειστής μορφής για το ολοκλήρωμα της έκφρασης (3.58). Ωστόσο, στη βιβλιογραφία μπορούν να βρεθούν διάφοροι αλγόριθμοι για τον αριθμητικό υπολογισμό του αντίστροφου μετασχηματισμού Laplace και, συνεπώς, για τον υπολογισμό του ολοκληρώματος (3.58). Τέλος, θα πρέπει να αναφερθεί ότι, χρησιμοποιώντας την ισοδυναμία που υπάρχει ανάμεσα στην πιθανότητα διακοπής επικοινωνίας και την πιθανότητα διακοπής πληροφορίας, είναι εύκολο να δει κανείς ότι με παρόμοιο τρόπο μπορεί να εκφραστεί και η πιθανότητα διακοπής πληροφορίας.

Εργοδική χωρητικότητα

Το ολοκλήρωμα της έκφρασης (2.77) μπορεί ισοδύναμα να υπολογιστεί από τον τύπο [8]

$$\bar{C} = \frac{1}{\ln 2} \int_0^\infty \frac{1 - P_{\gamma_S}(\gamma_S)}{1 + \gamma_S} d\gamma_S. \quad (3.60)$$

Έτσι, αν κανείς γνωρίζει μόνο τη ΡΓΣ, τότε, χρησιμοποιώντας κάποιον αριθμητικό αλγόριθμο για τον υπολογισμό της ΑΣΚ $P_{\gamma_S}(\gamma_S)$ και κάποιον κατάλληλο αριθμητικό αλγόριθμο για την επίλυση του ολοκληρώματος (3.60), μπορεί να υπολογίσει την εργοδική χωρητικότητα.

ASEP

Για τον υπολογισμό της ASEP δοθείσης της ΡΓΣ καθίσταται ιδιαίτερα χρήσιμος ο ακόλουθος εναλλακτικός ορισμός της γκαουσιανής συνάρτησης $\mathcal{Q}$

$$\mathcal{Q}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \exp\left(-\frac{x^2}{2 \sin^2 \theta}\right) d\theta \quad (3.61)$$

αλλά και η ιδιότητα

$$\mathcal{Q}^2(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/4} \exp\left(-\frac{x^2}{2 \sin^2 \theta}\right) d\theta \quad (3.62)$$

που παρουσιάζονται στην αναφορά [26]. Με τη βοήθεια των εκφράσεων αυτών υπολογίζεται η ASEP για την περίπτωση M -αδικών διαμορφώσεων πλάτους παλμού, (*Pulse Amplitude Modulation, PAM*) και M -αδικών ορθογωνικών διαμορφώσεων πλάτους παλμού (*Quadrature Amplitude Modulation, QAM*). Οι εκφράσεις της SEP δοθέντος του SNR για τις διαμορφώσεις αυτές περιέχουν όρους της μορφής $e_1(\gamma_S)$ και $e_2(\gamma_S)$ που παρουσιάστηκαν στην Ενότητα 2.8. Επιπλέον, στην περίπτωση M -αδικής διαμόρφωσης μετατόπισης φάσης (*Phase Shift Keying PSK*), όπως φαίνεται και στο Παράρτημα Α',

η SEP για δοθέντα SNR μπορεί να γραφτεί ως [26]

$$P_e^s(\gamma_S) = \frac{1}{\pi} \int_0^{(M-1)\pi/M} \exp\left(-\gamma_S \log_2 M \frac{g_{PSK}}{\sin^2 \theta}\right) d\theta, \quad (3.63)$$

όπου $g_{PSK} = \sin^2(\pi/M)$.

Συνεπώς, για οποιαδήποτε από τις τρεις τεχνικές διαμόρφωσης, ο υπολογισμός της ASEP απαιτεί την επίλυση ολοκληρωμάτων της μορφής

$$\mathcal{M} = \int_0^\infty p_{\gamma_S}(\gamma_S) \int_0^\xi \exp\left(-\frac{a\gamma_S}{\sin^2 \theta}\right) d\theta d\gamma_S, \quad (3.64)$$

όπου ξ και a είναι πεπερασμένες θετικές ποσότητες. Αλλάζοντας τη σειρά ολοκλήρωσης και χρησιμοποιώντας τον ορισμό της ΡΓΣ του SNR το ολοκλήρωμα $\mathcal{M}$ μπορεί να γραφτεί στη μορφή

$$\mathcal{M} = \int_0^\xi M_{\gamma_S} \left(-\frac{a}{\sin^2 \theta}\right) d\theta. \quad (3.65)$$

Και πάλι, στην περίπτωση που η ΣΠΠ είναι δύσκολο να εξαχθεί αναλυτικά, η μορφή της ΡΓΣ είναι συνήθως τέτοια ώστε το ολοκλήρωμα (3.65) να επιλύεται μόνο αριθμητικά.

ABEP

Ο υπολογισμός της ABEP με χρήση της ΡΓΣ μπορεί να γίνει με τρόπο παρόμοιο με την περίπτωση της ASEP. Όπως φαίνεται και στο Παράρτημα Α', επειδή οι εκφράσεις για τη συνάρτηση $P_e^b(\gamma_b)$, αποτελούν γραμμικούς συνδυασμούς όρων της μορφής $e_1(\gamma_b)$ μπορούν να βρεθούν εκφράσεις για την ABEP με χρήση ολοκληρωμάτων της μορφής (3.65).

Παρόλο που η ΡΓΣ είναι ένα χρήσιμο εργαλείο στην περίπτωση που η γνώση της ΣΠΠ δεν είναι εφικτή, η χρήση της για την ανάλυση επίδοσης σε περιβάλλοντα διαλείψεων εμφανίζει σημαντικά μειονεκτήματα. Τα σημαντικότερα από αυτά περιγράφονται στη συνέχεια.

- Όπως φάνηκε από τα παραπάνω, με τη βοήθεια της ΡΓΣ, είναι δυνατός ο υπολογισμός των διαφορών μετρικών όταν είναι δύσκολο να υπολογιστεί η ΣΠΠ του SNR. Ωστόσο, αν ο υπολογισμός της ΣΠΠ είναι όντως δύσκολος, οι εκφράσεις για τις διάφορες μετρικές επίδοσης που προκύπτουν με χρήση της ΡΓΣ, δεν οδηγούν σε αναλυτικές μορφές. Τότε ο υπολογισμός τους απαιτεί τη χρήση αριθμητικών τεχνικών (π.χ. τεχνικές αριθμητικής ολοκλήρωσης) που επηρεάζουν την ακρίβεια στον υπολογισμό των διαφορών μετρικών χωρίς, τις περισσότερες φορές, να είναι δυνατή η εύρεση κάποιας σχέσης για την απώλεια ακρίβειας που προκαλεί η χρήση των τεχνικών αυτών. Από την άλλη, στην πλειονότητα

των περιπτώσεων είναι δυνατή η εύρεση αναλυτικών εκφράσεων για τη ΣΠΠ με κατάλληλους χειρισμούς που οδηγούν τις περισσότερες φορές σε αναλυτικές επίσης εκφράσεις για τις διάφορες μετρικές επίδοσης.

- Πέραν των μετρικών της Ενότητας 2.8, μπορεί να βρεθεί μία πληθώρα σημαντικών μετρικών επίδοσης ο υπολογισμός των οποίων απαιτεί τη γνώση της ΣΠΠ του SNR στην έξοδο του δέκτη MRC. Στην πλειονότητά τους οι μετρικές αυτές σχετίζονται με τη χωρητικότητα του συστήματος, για σχήματα μετάδοσης όπου η απόκριση των καναλιών είναι γνωστή τόσο στον πομπό όσο και στο δέκτη. Στην περίπτωση τέτοιων συστημάτων ο πομπός προσαρμόζει τον τρόπο με τον οποίο μεταδίδει ανάλογα με τις συνθήκες που επικρατούν στο ασύρματο κανάλι. Δύο στρατηγικές προσαρμογής είναι η μετάδοση βέλτιστης προσαρμογής ισχύος και ρυθμού μετάδοσης και η μετάδοση με αντιστροφή καναλιού και σταθερό ρυθμό μετάδοσης [44], [45]. Επειδή τα συστήματα αυτά δεν αποτελούν αντικείμενο της διατριβής, ο τρόπος λειτουργίας τους δε θα μελετηθεί περαιτέρω. Θα πρέπει, όμως, να έχει κανείς υπόψη του ότι η μελέτη επίδοσης σε τέτοια συστήματα καθιστά απαραίτητη τη γνώση της ΣΠΠ του SNR.
- Πέραν της ανάλυσης επίδοσης δεκτών διαφορισμού σε περιβάλλοντα διαλείψεων, τυχάες μεταβλητές της μορφής

$$\eta = \sum_{i=1}^K \eta_i \quad (3.66)$$

όπου οι μεταβλητές η_i ακολουθούν κατανομές όπως αυτές που παρουσιάστηκαν στην Ενότητα 2.7 για τον SNR, εμφανίζονται και στη μελέτη επίδοσης άλλων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων. Ειδικότερα, σε αρκετές περιπτώσεις ασυρμάτων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων, ο κυριότερος παράγοντας υποβάθμισης, εκτός των διαλείψεων, δεν είναι ο θόρυβος, αλλά η παρεμβολή που προκαλείται από την παρουσία άλλων χρηστών που χρησιμοποιούν το ίδιο εύρος ζώνης. Σε ένα τέτοιο σύστημα, αν K είναι ο συνολικός αριθμός των παρεμβολέων, καθώς το σήμα του i -οστού παρεμβολέα θα έχει υποστεί διαλείψεις, η στιγμιαία ισχύς του σήματός του θα είναι της μορφής η_i . Συνεπώς, η στιγμιαία ισχύς η της συνολικής παρεμβολής θα δίνεται από την έκφραση (3.66). Σε τέτοια συστήματα, η γνώση της ΣΠΠ της μεταβλητής η είναι απαραίτητη για την ανάλυση επίδοσης. Περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τον τρόπο με τον οποίο μπορεί να γίνει η ανάλυση επίδοσης αυτών των συστημάτων μπορούν να βρεθούν στην αναφορά [44], όπου, εκτός άλλων, μελετάται η επίδοση συστημάτων παρουσία παρεμβολών που ακολουθούν κατανομή Nakagami- m .

3.5.2 Ανάλυση επίδοσης OSTBC

Κατά την παρουσίαση των OSTBC έγινε φανερό ότι με τη χρήση της συγκεκριμένης τεχνικής κωδικοποίησης, το κανάλι MIMO μετατρέπεται σε ένα ισοδύναμο κανάλι μίας κεραίας εκπομπής και μίας κεραίας λήψης ο SNR του οποίου δίνεται από την έκφραση (3.55). Από την έκφραση αυτή είναι προφανές ότι η μελέτη επίδοσης ενός συστήματος MIMO με n_t κεραίες εκπομπής και n_r κεραίες λήψης που χρησιμοποιεί έναν OSTBC μπορεί να γίνει με τρόπο παρόμοιο με την περίπτωση του δέκτη MRC. Ειδικότερα, ορίζοντας τον SNR ανά σύμβολο για το κανάλι ανάμεσα στην j -οστή κεραία εκπομπής και την i -οστή κεραία λήψης ως

$$\gamma_{S_{i,j}} = \frac{|h_{i,j}|^2 E_S}{R n_t N_0} \quad (3.67)$$

προκύπτει εύκολα ότι ο SNR ανά σύμβολο για το σύστημα έχει τη μορφή αθροίσματος των SNR ανά σύμβολο των επιμέρους καναλιών, ενώ το ίδιο ισχύει και για τον SNR ανά bit γ_b . Συνεπώς, οι διάφορες μετρικές επίδοσης υπολογίζονται εφαρμόζοντας μία ανάλυση παρόμοια με την περίπτωση του δέκτη MRC.

Σχετικά με την ισοδυναμία ανάμεσα στο δέκτη MRC και στους OSTBC, κάνοντας την αντικατάσταση $\gamma_{S_l}^{eq} = \gamma_{S_{i,j}}$, όπου $l = (i-1)n_t + j$, μπορεί κανείς να γράψει τον SNR ανά σύμβολο στη μορφή

$$\gamma_S = \sum_{l=1}^{n_t n_r} \gamma_{S_l}^{eq}. \quad (3.68)$$

Συνεπώς, η επίδοση ενός OSTBC είναι ισοδύναμη με την επίδοση ενός δέκτη MRC με $n_t n_r$ κεραίες λήψης και μεταδιδόμενη ενέργεια ανά bit ίση με $E_S^{eq} = E_S / (R n_t)$. Η μοναδική μετρική από αυτές που παρουσιάστηκαν στην Ενότητα 2.8 που εξαιρείται από την ισοδυναμία είναι η χωρητικότητα του συστήματος, καθώς για τους OSTBC η χωρητικότητα δίνεται από τη σχέση [41]

$$C = R \log_2 (1 + \gamma_S). \quad (3.69)$$

Η έκφραση αυτή προκύπτει γιατί στους OSTBC δε μεταδίδεται ένα σύμβολο ανά χρονική περίοδο μετάδοσης αλλά, ουσιαστικά, $R \leq 1$.

3.6 Συνεργατικός διαφορισμός

Στα σχήματα διαφορισμού που παρουσιάστηκαν, η βασική ιδέα ήταν η χρήση πολλών κεραιών στον πομπό ή και στο δέκτη. Ωστόσο, η ύπαρξη πολλών κεραιών σε μία διάταξη εκπομπής ή λήψης δεν είναι πάντοτε εφικτή. Για παράδειγμα, σε ένα σύστημα κινητών τηλεπικοινωνιών, η χρήση πολλών κεραιών στο τερματικό δεν είναι πάντοτε δυνατή λόγω του μεγέθους του.

Σχήμα 3.4: Βασική δομή ενός συστήματος συνεργατικού διαφορισμού

Σε ένα τέτοιο σύστημα τα προσδοκώμενα οφέλη λόγω διαφορισμού περιορίζονται περαιτέρω εξαιτίας της συσχέτισης των διαλείψεων μικρής κλίμακας που συνεπάγονται οι μικρές αποστάσεις των κεραιών. Επιπλέον, παράλληλα με τις διαλείψεις μικρής κλίμακας, το μεταδιδόμενο σήμα υπόκειται και σε διαλείψεις μεγάλης κλίμακας, η επίδραση των οποίων δεν μπορεί να αντιμετωπιστεί ικανοποιητικά με χρήση πολλών κεραιών στο τερματικό. Συνεπώς, είναι απαραίτητη η εύρεση νέων τεχνικών διαφορισμού που δεν απαιτούν την ύπαρξη πολλών κεραιών στον πομπό ή στο δέκτη. Μία τέτοια προσέγγιση είναι ο συνεργατικός διαφορισμός.

Η δομή ενός συστήματος συνεργατικού διαφορισμού απεικονίζεται στο Σχήμα 3.4. Στο σύστημα αυτό, η επικοινωνία μεταξύ του ασύρματου πομπού $\mathbf{S}$ (source) και του δέκτη $\mathbf{D}$ (destination) επωφελείται από την ύπαρξη των χρηστών $\mathbf{R}_i$, $i = 1, \dots, N$ που ονομάζονται αναμεταδότες (relays). Οι γεωγραφικές θέσεις των αναμεταδοτών είναι τέτοιες ώστε να μπορούν να επικοινωνούν τόσο με τον πομπό $\mathbf{S}$ όσο και με το δέκτη $\mathbf{D}$ και να συνεργάζονται μαζί τους. Η συνεργασία αυτή επιτυγχάνεται με πολλούς τρόπους. Ένας τρόπος συνεργασίας προκύπτει αν οι αναμεταδότες λαμβάνουν το σήμα το οποίο στέλνει ο πομπός $\mathbf{S}$ στο δέκτη $\mathbf{D}$ και κατόπιν το προωθούν και αυτοί στο δέκτη σε επόμενες χρονικές στιγμές. Μέσα από αυτή τη διαδικασία, ο δέκτης λαμβάνει $N + 1$ αντίγραφα του μεταδιδόμενου σήματος κάθε ένα από τα οποία έχει υποστεί διαφορετικές διαλείψεις. Ένας εναλλακτικός τρόπος συνεργασίας προκύπτει αν ο πομπός $\mathbf{S}$, μεταδίδοντας πρώτα στους αναμεταδότες την πληροφορία που θέλει να αποστείλει στο δέκτη $\mathbf{D}$, υλοποιεί με τη βοήθειά τους ένα είδος κατανεμημένου συστήματος MIMO. Στην περίπτωση αυτή, αν χρησιμοποιούνται N αναμεταδότες με μία κεραία εκπομπής ο καθένας, τότε, αν και ο πομπός $\mathbf{S}$ είναι επίσης εξοπλισμένος με μία κεραία εκπομπής, μέσω της συνεργασίας σχηματίζουν ένα κατανεμημένο σύστημα MIMO με $N + 1$ κεραίες εκπομπής. Σε ένα τέτοιο σύστημα, αν οι αναμεταδότες συνεργάζονται

με τον πομπό για την υλοποίηση ενός κατανεμημένου OSTBC, τότε σε κάθε έναν αντιστοιχίζεται μία γραμμή της κωδικολέξης του κώδικα και μεταδίδεται από αυτόν ταυτόχρονα με τον πομπό **S** αλλά και με τους υπόλοιπους αναμεταδότες. Ένα σαφές πλεονέκτημα των δύο αυτών μορφών συνεργατικού διαφορισμού είναι το ότι λόγω των διαφορετικών θέσεων των αναμεταδοτών, η συσχέτιση των διαλείψεων μικρής αλλά και μεγάλης κλίμακας των λαμβανόμενων σημάτων θα είναι μικρότερη σε σύγκριση με ένα συμβατικό σύστημα με πολλές κεραίες εκπομπής ή και λήψης.

Η διαδικασία που ακολουθείται για την επικοινωνία ανάμεσα στον πομπό και τους αναμεταδότες, αλλά και ανάμεσα στους αναμεταδότες και τον τελικό δέκτη, ονομάζεται *πρωτόκολλο επικοινωνίας* του συστήματος. Βάσει του πρωτοκόλλου, για κάθε χρονική περίοδο μετάδοσης, καθορίζεται ο σκοπός για τον οποίον χρησιμοποιείται η συγκεκριμένη περίοδος. Συνεπώς, μία χρονική περίοδος χαρακτηρίζεται ως περίοδος αποστολής δεδομένων από τον πομπό προς κάποιον από τους αναμεταδότες ή προς όλους τους αναμεταδότες ή προς όλους τους αναμεταδότες αλλά και το δέκτη **D** κ.ο.κ. Ομοίως, με τη βοήθεια του πρωτοκόλλου, καθορίζεται αν κάποια χρονική στιγμή ένας συγκεκριμένος αναμεταδότης μπορεί να αποστείλει δεδομένα στο δέκτη **D** και αν την ίδια χρονική στιγμή έχουν δικαίωμα μετάδοσης και άλλοι αναμεταδότες.

Σημαντικό ρόλο στη δομή του πρωτοκόλλου έχει ο τρόπος λειτουργίας των αναμεταδοτών και, ειδικότερα, ο τρόπος με τον οποίο οι αναμεταδότες επεξεργάζονται την πληροφορία που λαμβάνουν από τον πομπό **S**. Με βάση την επεξεργασία αυτή, ένας αναμεταδότης κατατάσσεται σε μία από τις ακόλουθες κατηγορίες.

Αναμεταδότης ενίσχυσης και προώθησης

Ο αναμεταδότης *ενίσχυσης και προώθησης* (*amplify and forward, AF*), σε πρώτη φάση λαμβάνει και αποθηκεύει το μεταδιδόμενο από τον πομπό σήμα που αντιστοιχεί στη μετάδοση μίας ακολουθίας συμβόλων $\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_\nu]$. Κατόπιν, απλώς ενισχύει το σήμα αυτό και το αναμεταδίδει στο δέκτη. Η συγκεκριμένη δομή αναμεταδότη απαιτεί την ύπαρξη κατάλληλου υλικού (hardware) για τη δειγματοληψία και την αποθήκευση του λαμβανόμενου σήματος, την ενίσχυση του προκύπτοντος σήματος συνεχών τιμών και την επαναμετάδοσή του. Ωστόσο, η δυνατότητα υποστήριξης αυτών των λειτουργιών από ένα τερματικό έχει υψηλό κόστος και δεν είναι εύκολα υλοποιήσιμη [46].

Αναμεταδότης αποκωδικοποίησης και προώθησης

Σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα το μεταδιδόμενο σήμα προκύπτει από την κωδικοποίηση μίας ακολουθίας συμβόλων πληροφορίας. Επομένως, αν ο κώδικας διόρθωσης σφαλμάτων που χρησιμοποιείται έχει ρυθμό $r = \kappa/\nu$, ο

πομπός $\mathbf{S}$ για κάθε μία ακολουθία συμβόλων πληροφορίας $\mathbf{s}^u = [s_1^u, \dots, s_\kappa^u]^T$ κατασκευάζει μία κωδικολέξη, δηλαδή μία νέα ακολουθία συμβόλων, την ακολουθία $\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_\nu]^T$ την οποία και τελικά μεταδίδει. Ο i -οστός αναμεταδότης, λαμβάνοντας το σήμα που αντιστοιχεί στην κωδικολέξη, αποφαινεται υπέρ μίας ακολουθίας δεδομένων $\tilde{\mathbf{s}}^{u,i} = [\tilde{s}_1^{u,i}, \dots, \tilde{s}_\kappa^{u,i}]^T$, με τη βοήθεια ενός αποκωδικοποιητή του κώδικα διόρθωσης σφαλμάτων. Σε επόμενη φάση, ο αναμεταδότης, χρησιμοποιώντας έναν κωδικοποιητή για τον κώδικα διόρθωσης σφαλμάτων του συστήματος, κατασκευάζει την κωδικολέξη $\tilde{\mathbf{s}}$ που αντιστοιχεί στην ακολουθία $\tilde{\mathbf{s}}^u$ την οποία και μεταδίδει στο δέκτη $\mathbf{D}$ χρησιμοποιώντας την ισχύ που διαθέτει [47].

Σε αντίθεση με τον αναμεταδότη AF, ο αναμεταδότης *αποκωδικοποίησης και προώθησης* (*decode and forward, DF*) δεν απαιτεί τη χρήση ειδικού υλικού για την επεξεργασία αναλογικών σημάτων. Ωστόσο, η διαδικασία της αποκωδικοποίησης και της κωδικοποίησης που χρησιμοποιείται, αυξάνει τον υπολογιστικό φόρτο για τον αναμεταδότη. Το γεγονός αυτό μεταφράζεται σε σημαντική αύξηση της κατανάλωσης ισχύος και αποτελεί πρόβλημα, ειδικά στην περίπτωση δικτύων κινητών τηλεπικοινωνιών όπου ως αναμεταδότες χρησιμοποιούνται τεμαχικά χρηστών καθώς η ισχύς που διαθέτουν είναι περιορισμένη. Για το λόγο αυτό μεγάλο ερευνητικό ενδιαφέρον συγκεντρώνει μια υποκατηγορία των αναμεταδοτών DF, οι αναμεταδότες *ανίχνευσης και προώθησης* (*detect and forward, DaF*), που αποφεύγουν τη χρήση κωδίκων διόρθωσης σφαλμάτων. Οι αναμεταδότες αυτοί αναλύονται στη συνέχεια.

Αναμεταδότης ανίχνευσης και προώθησης

Ο αναμεταδότης DaF εξετάζει ξεχωριστά τα σήματα που αντιστοιχούν σε διαφορετικά σύμβολα της ακολουθίας $\mathbf{s}$. Συνεπώς, απομονώνοντας το σήμα που αντιστοιχεί στο k -οστό σύμβολο s_k , $k = 1, \dots, \nu$, ο i -οστός αναμεταδότης, χρησιμοποιώντας μία διάταξη απόφασης, αποφαινεται υπέρ ενός συμβόλου $\tilde{s}_k$ ως το μεταδοθέν σύμβολο. Με τον τρόπο αυτό, κατασκευάζει μια νέα ακολουθία συμβόλων $\tilde{\mathbf{s}}$ την οποία, σε δεύτερη φάση, αναμεταδίδει στο δέκτη [47].

Το σημαντικότερο πλεονέκτημα του αναμεταδοτή DaF είναι ότι σε σύγκριση με τον αναμεταδότη DF, έχει πολύ απλούστερη δομή και απαιτεί πολύ λιγότερη επεξεργασία του λαμβανόμενου σήματος. Από την άλλη όμως, συγκριτικά και πάλι με έναν αναμεταδότη DF, η πιθανότητα σφάλματος κατά την ανίχνευση ενός συμβόλου είναι αυξημένη. Το γεγονός αυτό επηρεάζει σαφώς την επίδοση του συστήματος.

Έχοντας παρουσιάσει τις διάφορες μορφές αναμεταδοτών, το ενδιαφέρον θα επικεντρωθεί σε πρωτόκολλα συνεργατικού διαφορισμού για αυτούς τους αναμεταδότες και ειδικά για την περίπτωση συστημάτων με έναν αναμεταδότη. Η βασική δομή ενός τέτοιου συστήματος παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.5 όπου με h_{SR} συμβολίζεται η απόκριση του καναλιού $\mathbf{S} \rightarrow \mathbf{R}$ ανάμεσα στον

Σχήμα 3.5: Σχηματικό διάγραμμα συστήματος συνεργατικού διαφορισμού με έναν αναμεταδότη

πομπό και τον αναμεταδότη, με h_{RD} η απόκριση του καναλιού $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{D}$ ανάμεσα στον αναμεταδότη και το δέκτη και με h_{SD} η απόκριση του καναλιού $\mathbf{S} \rightarrow \mathbf{D}$ ανάμεσα στον πομπό και στο δέκτη. Στη συνέχεια της ανάλυσης, γίνεται η υπόθεση ότι αυτές οι αποκρίσεις καναλιών παραμένουν σταθερές κατά τη διάρκεια μετάδοσης μία ακολουθίας δεδομενων.

Πρωτόκολλο διαφορισμού για αναμεταδότες AF

Ένα από τα πιο δημοφιλή πρωτόκολλα που μπορούν να βρεθούν στη βιβλιογραφία [48] για την περίπτωση αναμεταδοτών AF βασίζεται στη χρήση ενός δέκτη MRC στο δέκτη $\mathbf{D}$. Στο πρωτόκολλο αυτό, σε πρώτη φάση, ο πομπός $\mathbf{S}$ μεταδίδει την ακολουθία $\mathbf{s}$ χρησιμοποιώντας μέση μεταδιδόμενη ενέργεια ανά σύμβολο ίση με E_S . Τόσο ο δέκτης όσο και ο αναμεταδότης λαμβάνουν το σήμα. Συνεπώς, το σήμα στο δέκτη γράφεται στη μορφή

$$\mathbf{y}_{SD} = h_{SD}\sqrt{E_S}\mathbf{s} + \mathbf{n}_{SD}, \quad (3.70)$$

όπου $\mathbf{n}_{SD}$ είναι το διάνυσμα μιγαδικού AWGN μηδενικής μέσης τιμής και διασποράς N_0 . Ομοίως, το σήμα που φτάνει στον αναμεταδότη δίνεται από τον τύπο

$$\mathbf{y}_{SR} = h_{SR}\sqrt{E_S}\mathbf{s} + \mathbf{n}_{SR}, \quad (3.71)$$

όπου $\mathbf{n}_{SR}$ είναι το διάνυσμα AWGN. Υποθέτοντας ότι τόσο στον αναμεταδότη όσο και στο δέκτη ο θόρυβος έχει τα ίδια στατιστικά χαρακτηριστικά, ο θόρυβος $\mathbf{n}_{SR}$ θα είναι και αυτός μηδενικής μέσης τιμής και διασποράς N_0 .

Στη δεύτερη φάση της μετάδοσης, ο αναμεταδότης ενισχύει το σήμα που έλαβε πολλαπλασιάζοντάς το με ένα κέρδος g που υπολογίζεται βάσει της έκφρασης

$$g = \sqrt{\frac{E_R}{E_S |h_{SR}|^2 + N_0}}. \quad (3.72)$$

Η χρήση του κέρδους εξασφαλίζει ότι η μεταδιδόμενη μέση ενέργεια ανά σύμβολο από τον αναμεταδότη θα ισούται με E_R [48]. Το σήμα που προκύπτει

προωθείται στο δέκτη. Συνεπώς, το σήμα που φτάνει στο δέκτη στη δεύτερη φάση γράφεται στη μορφή

$$\mathbf{y}_{RD} = h_{RD}g(h_{SR}\mathbf{s} + \mathbf{n}_{SR}) + \mathbf{n}_{RD} = gh_{RD}h_{SR}\mathbf{s} + \mathbf{n}_D, \quad (3.73)$$

όπου $\mathbf{n}_D$ είναι η συνολική συνεισφορά του θορύβου λαμβάνοντας υπόψη και το θόρυβο $\mathbf{n}_{RD}$ μηδενικής μέσης τιμής και διασποράς N_0 στο δέκτη. Χρησιμοποιώντας ένα δέκτη MRC, η μεταβλητή που θα χρησιμοποιηθεί για την ανίχνευση του k -στού συμβόλου της ακολουθίας $\mathbf{s}$, $\mathbf{s}(k)$ δίνεται από τη σχέση

$$\mathbf{y}(k) = h_{SD}^* \sqrt{E_S} \mathbf{y}_{SD}(k) + gh_{SR}^* h_{RD}^* \mathbf{y}_{RD}(k). \quad (3.74)$$

Συνεπώς, ο ανιχνευτής μέγιστης πιθανοφάνειας για το πρωτόκολλο αποφαινεται υπέρ του συμβόλου $\hat{\mathbf{s}}(k)$ το οποίο ικανοποιεί τη σχέση

$$\hat{\mathbf{s}}(k) = \arg \min_{\mathbf{s} \in \mathcal{S}} |\mathbf{y}(k) - (|h_{SD}|^2 E_S + |gh_{RD}|^2) \hat{\mathbf{s}}(k)|^2 \quad (3.75)$$

όπου $\mathcal{S}$ είναι το σύνολο των συμβόλων της τεχνικής διαμόρφωσης που χρησιμοποιείται. Από τη μορφή του ανιχνευτή εύκολα συμπεραίνει κανείς ότι για την επίδοση αυτού του πρωτοκόλλου κυρίαρχος παράγοντας είναι και πάλι ο SNR. Βάσει της έκφρασης (3.74) είναι εύκολο ναδειχθεί ότι ο SNR ανά σύμβολο για το σχήμα αυτό θα δίνεται από τη σχέση [48]

$$\gamma_S = \gamma_{SD} + \frac{\gamma_{SR}\gamma_{RD}}{1 + \gamma_{SR} + \gamma_{RD}}. \quad (3.76)$$

Στην έκφραση (3.76) οι ποσότητες $\gamma_{SD} = |h_{SD}|^2 E_S / N_0$, $\gamma_{SR} = |h_{SR}|^2 E_S / N_0$ και $\gamma_{RD} = |h_{RD}|^2 E_R / N_0$ συμβολίζουν τους SNR ανά σύμβολο στα κανάλια $\mathbf{S} \rightarrow \mathbf{D}$, $\mathbf{S} \rightarrow \mathbf{R}$ και $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{D}$ αντίστοιχα. Η έκφραση (3.76) υποδηλώνει ότι λόγω του αναμεταδότη αυξάνεται ο στιγμιαίος SNR ανά σύμβολο κατά μία ποσότητα ίση με

$$\Delta\gamma_S = \frac{\gamma_{SR}\gamma_{RD}}{1 + \gamma_{SR} + \gamma_{RD}} \quad (3.77)$$

σε σύγκριση με την περίπτωση που η μετάδοση της πληροφορίας γίνεται μόνο μέσω του καναλιού $\mathbf{S} \rightarrow \mathbf{D}$. Στο σημείο αυτό, θα πρέπει να αναφερθεί ότι, αν και όλες οι προηγούμενες σχέσεις αφορούν το SNR ανά σύμβολο του συστήματος, παρόμοιες εκφράσεις μπορούν να εξαχθούν και για το SNR ανά bit αντικαθιστώντας στις προηγούμενες εκφράσεις το SNR ανά σύμβολο όλων των εμπλεκόμενων καναλιών με το SNR ανά bit. Ομοίως με την περίπτωση του δέκτη MRC σε συστήματα πολλών κεραιών λήψης, το κέρδος από την ύπαρξη του αναμεταδότη αυξάνει όσο μειώνεται η συσχέτιση των ποσοτήτων γ_{SD} και $\Delta\gamma_S$. Το γεγονός αυτό οφείλεται στην ελαχιστοποίηση της πιθανότητας και οι δύο αυτοί όροι να παίρνουν ταυτόχρονα πολύ μικρές τιμές, οδηγώντας έτσι σε σοβαρή εξασθένηση του μεταδιδόμενου σήματος. Ισοδύναμα, όσο μικρότερη είναι η συσχέτιση ανάμεσα στην τυχαία μεταβλητή γ_{SD} και οποιαδήποτε από

τις μεταβλητές γ_{SSR} και γ_{SRD} τόσο μεγαλύτερο είναι το κέρδος στην επίδοση του τηλεπικοινωνιακού συστήματος.

Σημαντικό μειονέκτημα του πρωτοκόλλου αποτελεί το ότι, λόγω της μορφής της ποσότητας $\Delta\gamma_S$, το κέρδος ως προς το SNR από τη χρήση του πρωτοκόλλου είναι εξορισμού μικρότερο των SNR γ_{SSR} και γ_{SRD} με αποτέλεσμα να περιορίζονται τα δυνατά οφέλη από τη χρήση αυτού του συστήματος διαφορισμού.

Πρωτόκολλο διαφορισμού για αναμεταδότες DF

Στο πρωτόκολλο αυτό σε πρώτη φάση ο πομπός μεταδίδει την κωδικολέξη $\mathbf{s}$ με αποτέλεσμα ο δέκτης και ο αναμεταδότης να λαμβάνουν τα σήματα (3.70) και (3.71) αντίστοιχα. Ο αναμεταδότης αποφαινεται υπέρ μίας ακολουθίας δεδομένων πληροφορίας $\tilde{\mathbf{s}}^u$, χρησιμοποιώντας έναν αποκωδικοποιητή για τον κώδικα διόρθωσης σφαλμάτων του συστήματος. Συνεπώς, στη δεύτερη φάση του πρωτοκόλλου, ο αναμεταδότης κωδικοποιεί ξανά την ακολουθία $\tilde{\mathbf{s}}^u$ για να κατασκευάσει την ακολουθία $\tilde{\mathbf{s}}$ την οποία μεταδίδει στο δέκτη. Έτσι το σήμα που φτάνει στο δέκτη στο τέλος της δεύτερης φάσης μετάδοσης δίνεται από τη σχέση

$$\mathbf{y}_{RD} = h_{RD}\sqrt{E_R}\tilde{\mathbf{s}} + \mathbf{n}_{RD}, \quad (3.78)$$

όπου με $\mathbf{n}_{RD}$ συμβολίζεται το διάνυσμα AWGN μηδενικής μέσης τιμής και διασποράς N_0 . Σε αυτό το σχήμα μετάδοσης, υποθέτοντας δυαδική τεχνική διαμόρφωσης (π.χ. BPSK) ο δέκτης μέγιστης πιθανοφάνειας, για την ανίχνευση του k -οστού συμβόλου σχηματίζει τη μεταβλητή απόφασης [49]

$$\mathbf{y}(k) = g_{SD}\mathbf{y}_{SD}(k) + g_{RD}f(\mathbf{y}_{RD}(k)), \quad (3.79)$$

όπου $g_{SD} = h_{SD}^*\sqrt{E_S}$, $g_{RD} = h_{RD}^*\sqrt{E_R}$ και

$$f(r) = \ln \left[\frac{\varepsilon + (1 - \varepsilon) \exp(r)}{\varepsilon \exp(r) + (1 - \varepsilon)} \right]. \quad (3.80)$$

Στην έκφραση (3.80) η ποσότητα ε ορίζεται ως η πιθανότητα σφάλματος σε κάποιο bit κατά την αποκωδικοποίηση στον αναμεταδοτή. Χρησιμοποιώντας το πραγματικό μέρος της (3.79) και συγκρίνοντάς το με την τιμή μηδέν, ο δέκτης αποφασίζει για την τιμή του μεταδιδόμενου bit.

Λόγω της καλής επίδοσης των κωδίκων διόρθωσης σφαλμάτων, η τιμή της πιθανότητας σφάλματος ε είναι συχνά πάρα πολύ μικρή. Στις περιπτώσεις αυτές η συνάρτηση $f(r)$ τείνει στην τιμή r και, συνεπώς, ο δέκτης μέγιστης πιθανοφάνειας μετατρέπεται σε έναν απλό δέκτη MRC με SNR

$$\gamma_S = \gamma_{SSD} + \gamma_{SRD}. \quad (3.81)$$

Συνεπώς, όταν η πιθανότητα σφάλματος στον αναμεταδοτή είναι πολύ μικρή, το πρωτόκολλο DF οδηγεί σε μεγαλύτερη αύξηση του SNR συγκριτικά με το πρωτόκολλο για αναμεταδότες ενίσχυσης και προώθησης.

Πρωτόκολλο διαφορισμού για αναμεταδότες DaF

Στην περίπτωση που το συνεργατικό σύστημα του Σχήματος 3.5 χρησιμοποιεί έναν αναμεταδότη DaF, σε πρώτη φάση ο πομπός μεταδίδει μία ακολουθία συμβόλων $\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_\nu]^T$ την οποία λαμβάνει τόσο ο αναμεταδότης όσο και ο δέκτης. Ο αναμεταδότης αποδιαμορφώνει κάθε ένα από τα σύμβολα της ακολουθίας αυτής κατασκευάζοντας μία νέα ακολουθία $\tilde{\mathbf{s}} = [\tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_\nu]^T$ την οποία και μεταδίδει στο δέκτη στη δεύτερη φάση. Το σήμα που λαμβάνει ο δέκτης στην πρώτη φάση μετάδοσης δίνεται από την (3.70) ενώ το σήμα που λαμβάνει στη δεύτερη φάση έχει τη μορφή (3.78). Ο δέκτης μέγιστης πιθανοφάνειας για το πρωτόκολλο αυτό είναι ο δέκτης του πρωτοκόλλου DF. Ωστόσο, επειδή ο αναμεταδότης απλά ανιχνεύει τη μεταδιδόμενη ακολουθία, η ποσότητα ε έχει διαφορετική τιμή για το δέκτη αυτόν και είναι σημαντικά μεγαλύτερη.

Σε σύγκριση με το πρωτόκολλο DF, το πρωτόκολλο DaF έχει το σημαντικό πλεονέκτημα ότι απαιτεί λιγότερο υπολογιστικό φόρτο στη μεριά του αναμεταδότη. Ωστόσο, η ανίχνευση μέγιστης πιθανοφάνειας για το πρωτόκολλο αυτό (όπως άλλωστε και για το πρωτόκολλο αποκωδικοποίησης και προώθησης) απαιτεί αυξημένη πολυπλοκότητα στην περίπτωση πολυεπίπεδων τεχνικών διαμόρφωσης (π.χ. *M*-PAM και *M*-QAM). Έτσι, στην πράξη, έχουν αναπτυχθεί διάφορες απλούστερες τεχνικές μετάδοσης και ανίχνευσης. Χαρακτηριστικό αυτών των τεχνικών μετάδοσης είναι ότι ο αναμεταδότης δε χρησιμοποιεί όλη τη διαθέσιμη ισχύ του P_R αλλά ένα ποσοστό ίσο με wP_R , $0 \leq w \leq 1$, όπου η τιμή του w εξαρτάται από τις αποκρίσεις h_{SR} και h_{RD} . Σε αυτή την τεχνική μετάδοσης, το σήμα που φτάνει στο δέκτη από τον αναμεταδότη δίνεται από τον τύπο

$$y_{RD} = \sqrt{wE_R}h_{RD}s + n_{RD}, \quad (3.82)$$

ενώ ο δέκτης συνδυάζει τα σήματα που λαμβάνει τις δύο χρονικές στιγμές για να κατασκευάσει τη μεταβλητή

$$y = h_{SD}^* \sqrt{E_S} y_{SD} + \sqrt{wE_R} h_{RD}^* y_{RD} \quad (3.83)$$

βάσει της οποίας αποφαινεται για το μεταδιδόμενο σύμβολο ανεξαρτήτως από την τεχνική διαμόρφωσης. Μερικοί από τους πλέον διαδεδομένους αναμεταδότες αυτής της μορφής αναφέρονται στις εργασίες [50], [9], [51], [10]. Στην παρούσα διατριβή το ενδιαφέρον θα επικεντρωθεί στο συγκεκριμένο πρωτόκολλο και στη μελέτη επίδοσης δεκτών ανίχνευσης χαμηλής πολυπλοκότητας. Οι κυριότεροι λόγοι για την επιλογή αυτή εντοπίζονται στο γεγονός ότι με τη βοήθεια αυτής της κατηγορίας δεκτών το συγκεκριμένο πρωτόκολλο εμφανίζει σημαντικά πλεονεκτήματα σε σύγκριση με τα δύο προαναφερθέντα. Το πρωτόκολλο αυτό θα μελετηθεί εκτενέστερα στο Κεφάλαιο 6.

3.7 Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάστηκαν οι σημαντικότερες τεχνικές διαφορισμού και μελετήθηκε ιδιαίτερα η τεχνική διαφορισμού χώρου. Πιο συγκεκριμένα, εξετάστηκαν τα συστήματα διαφορισμού χώρου με πολλαπλές κεραίες λήψης και αναλύθηκαν διάφοροι δέκτες διαφορισμού για τα συστήματα αυτά. Στη συνέχεια το ενδιαφέρον εστιάστηκε στα συστήματα διαφορισμού χώρου με πολλαπλές κεραίες εκπομπής και πιθανώς και λήψης. Παρουσιάστηκαν οι OSTBC που επιτρέπουν την παροχή διαφορισμού σε τέτοια συστήματα και δείχθηκε η ισοδυναμία που υπάρχει ανάμεσα στα συστήματα που κάνουν χρήση αυτής της τεχνικής κωδικοποίησης και στα συστήματα με πολλαπλές κεραίες λήψης και δέκτες MRC. Κατόπιν εξετάστηκε η διαδικασία της ανάλυσης της επίδοσης τόσο του δέκτη MRC όσο και των συστημάτων MIMO, με χρήση OSTBC. Έγινε, επιπλέον, σαφές ότι η χρήση των συστημάτων διαφορισμού χώρου επιτρέπει την ικανοποιητική αντιμετώπιση των διαλείψεων μικρής κλίμακας χωρίς, ωστόσο, να μπορεί να αντιμετωπίσει τις επιδράσεις των διαλείψεων μεγάλης κλίμακας. Στη συνέχεια, παρουσιάστηκε μία ακόμη τεχνική διαφορισμού, ο συνεργατικός διαφορισμός η χρήση της οποίας καθιστά δυνατή την αντιμετώπιση όχι μόνο των διαλείψεων μικρής κλίμακας αλλά, σε κάποιο βαθμό, και των διαλείψεων μεγάλης κλίμακας. Η τεχνική αυτή βασίζεται στη χρήση αναμεταδοτών για την παροχή διαφορισμού. Για το λόγο αυτό παρουσιάστηκαν διάφορες μορφές αναμεταδοτών καθώς επίσης και πρωτόκολλα επικοινωνίας για αυτούς.

Έχοντας, πλέον, παρουσιάσει τα βασικά χαρακτηριστικά του ασύρματου καναλιού, αλλά και τις διάφορες τεχνικές αντιμετώπισης των διαλείψεων με χρήση πολλαπλών κεραιών εκπομπής και λήψης, στα επόμενα κεφάλαια το ενδιαφέρον θα επικεντρωθεί στη μελέτη της επίδοσης των τεχνικών αυτών για διάφορα κανάλια διαλείψεων. Ειδικότερα, θα παρουσιαστούν τα πρωτότυπα ερευνητικά αποτελέσματα που προέκυψαν στα πλαίσια αυτής της διατριβής σχετικά με την ανάλυση επίδοσης συστημάτων διαφορισμού χώρου σε κανάλια διαλείψεων.

Κεφάλαιο 4

Τετραγωνικές μορφές και μελέτη επίδοσης OSTBC

4.1 Εισαγωγή

Στο προηγούμενο κεφάλαιο μελετήθηκαν συστήματα διαφορισμού που βελτιώνουν την ποιότητα επικοινωνίας σε περιβάλλοντα διαλείψεων. Σε μερικά από αυτά, ο SNR του σήματος που προκύπτει στο δέκτη εκφράζεται ως το άθροισμα με βάρη των SNR των καναλιών ανάμεσα στην(ις) κεραία(ες) εκπομπής και στην(ις) κεραία(ες) λήψης. Για συγκεκριμένες κατηγορίες καναλιών διαλείψεων, αυτό οδηγεί στην έκφραση του SNR ως μία τετραγωνική μορφή κανονικώς κατανεμημένων τυχαίων μεταβλητών. Για τη μελέτη επίδοσης αυτών των συστημάτων είναι αναγκαία η γνώση των στοχαστικών ιδιοτήτων τέτοιων μορφών. Κατά την εκπόνηση της διατριβής, μελετήθηκαν ιδιαίτερα οι συγκεκριμένες τετραγωνικές μορφές. Η εύρεση κλειστών αναλυτικών εκφράσεων εύχρηστης μορφής για τη ΣΠΠ και την ΑΣΚ τέτοιων μορφών δεν είναι εφικτή και οι συναρτήσεις αυτές αναπαρίστανται με τη χρήση παραμετρικών απειροσειρών [52]. Η σύγκλιση των σειρών εξαρτάται από τις τιμές που επιλέγονται για τις παραμέτρους. Ένα ζήτημα που προκύπτει από τη χρήση των σειρών είναι η εκτίμηση άνω φραγμάτων για το σφάλμα αποκοπής τους, δηλαδή για το σφάλμα που υπεισέρχεται στους υπολογισμούς όταν χρησιμοποιείται μόνο ένα μέρος των όρων των απειροσειρών. Τέτοια άνω φράγματα παρουσιάζονται στις αναφορές [53], [54] που αποτελούν τις πλέον κλασσικές εργασίες στο αντικείμενο των τετραγωνικών μορφών γκαουσιανών τυχαίων μεταβλητών.

Οι OSTBC είναι από τις πλέον διαδεδομένες τεχνικές διαφορισμού. Λόγω των σημαντικών πλεονεκτημάτων τους, η επίδοσή τους έχει μελετηθεί για διάφορα είδη καναλιών. Στην εργασία [1] εξετάζεται η επίδοση των σχημάτων αυτών σε περιβάλλοντα διαλείψεων Rayleigh, ενώ στις εργασίες [2] και [3] μελετάται η περίπτωση καναλιών Nakagami- m . Επιπλέον, στην εργασία [55] αναλύεται η επίδοση των OSTBC σε περιβάλλοντα διαλείψεων Rice. Πέραν

όμως αυτών των μοντέλων καναλιών, στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάστηκαν διάφορα άλλα μοντέλα, για τα οποία δεν έχει μελετηθεί η επίδοση των OSTBC. Σε αυτά περιλαμβάνεται και το μοντέλο καναλιού Hoyt. Το μοντέλο αυτό παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον καθώς όταν χρησιμοποιείται ένας OSTBC σε περιβάλλον διαλείψεων Hoyt, ο SNR εκφράζεται ως μία τετραγωνική μορφή κανονικών τυχαίων μεταβλητών. Τα τελευταία χρόνια έχουν εμφανιστεί διάφορες εργασίες στη βιβλιογραφία σχετικά με τη μελέτη επίδοσης τηλεπικοινωνιακών συστημάτων σε κανάλια διαλείψεων Hoyt. Στην εργασία [4] χρησιμοποιείται το συγκεκριμένο μοντέλο για τον υπολογισμό της πιθανότητας διακοπής επικοινωνίας σε κινητά δίκτυα επικοινωνιών. Στην εργασία [5] εξετάζεται η χωρητικότητα τηλεπικοινωνιακών συστημάτων σε περιβάλλοντα διαλείψεων Hoyt, ενώ στην εργασία [6] δίνονται εκφράσεις για την πιθανότητα σφάλματος για το συγκεκριμένο μοντέλο διαλείψεων για συστήματα που δε χρησιμοποιούν τεχνικές διαφορισμού. Ωστόσο, στη βιβλιογραφία εμφανίζονται ελάχιστα αποτελέσματα σχετικά με τη μελέτη επίδοσης των OSTBC σε περιβάλλον διαλείψεων Hoyt. Ενδεικτικά, αναφέρεται η εργασία [56] όπου εξετάζεται μόνο η εργοδική χωρητικότητα συστημάτων διαφορισμού σε τέτοια περιβάλλοντα.

Λόγω της απουσίας κάποιας ολοκληρωμένης μελέτης επίδοσης των OSTBC σε περιβάλλοντα διαλείψεων Hoyt, στο πλαίσιο της διατριβής εξετάστηκε η επίδοση τέτοιων συστημάτων. Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζεται μία νέα προσέγγιση για τη μελέτη αυτή. Η προσέγγιση βασίζεται στη χρήση κεντρικών τετραγωνικών μορφών κανονικών τυχαίων μεταβλητών για την αναπαράσταση του SNR των OSTBC. Στην Ενότητα 4.2 ορίζονται οι κεντρικές τετραγωνικές μορφές κανονικών τυχαίων μεταβλητών. Κατόπιν στην Ενότητα 4.3 παρουσιάζεται η μορφή της ΣΠΠ και της ΑΣΚ τέτοιων τετραγωνικών μορφών με τη βοήθεια της απειροσειράς κατανομών χ^2 που εμφανίζεται στην αναφορά [52]. Σημαντικό πλεονέκτημα της συγκεκριμένης αναπαράστασης είναι η απλή μορφή της αλλά και η γρήγορη σύγκλιση που παρουσιάζει. Στην ίδια ενότητα εξάγονται νέα άνω φράγματα για το σφάλμα αποκοπής της ΣΠΠ αλλά και της ΑΣΚ. Τα νέα φράγματα εκφράζονται με τη βοήθεια απλών συναρτήσεων, είναι σαφώς πιο αυστηρά από τα έως τώρα γνωστά που αναφέρονται στις εργασίες [54] και [53] και προκύπτουν ακολουθώντας μία πρωτότυπη διαδικασία. Η χρήση των συγκεκριμένων φραγμάτων επιτρέπει την αξιολόγηση της σύγκλισης των απειροσειρών που αναπαριστούν τη ΣΠΠ και την ΑΣΚ. Πέραν τούτου, με τη βοήθεια των φραγμάτων αποκτά κανείς ρεαλιστικές εκτιμήσεις για το σφάλμα αποκοπής των απειροσειρών.

Έχοντας παρουσιάσει τις στοχαστικές ιδιότητες των τετραγωνικών μορφών κανονικώς κατανεμημένων τυχαίων μεταβλητών, το ενδιαφέρον στρέφεται στη μελέτη επίδοσης των OSTBC σε περιβάλλοντα διαλείψεων Hoyt. Πιο συγκεκριμένα, εκπονείται μία πλήρης μελέτη επίδοσης τέτοιων συστημάτων και υπολογίζονται όλες οι μετρικές που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 2. Εξετάζεται το γενικότερο δυνατό μοντέλο διαλείψεων Hoyt, όπου τα διά-

φορα κανάλια ανάμεσα στις κεραίες εκπομπής και λήψης μπορούν να έχουν διαφορετικές τιμές για τις παραμέτρους Ω και q και να είναι πιθανώς συσχετισμένα. Στο πλαίσιο της ανάλυσης επίδοσης, στην Ενότητα 4.4 αποδεικνύεται ότι, στην περίπτωση χρήσης OSTBC σε περιβάλλον διαλείψεων Hoyt, ο SNR εκφράζεται ως μία κεντρική τετραγωνική μορφή κανονικώς κατανεμημένων τυχαίων μεταβλητών. Στη συνέχεια, στην Ενότητα 4.5, με τη βοήθεια της ανάλυσης της Ενότητας 4.3, υπολογίζονται όλες οι μετρικές επίδοσης που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 2 χρησιμοποιώντας αναλυτικές εκφράσεις. Στην Ενότητα 4.6, με τη βοήθεια προσομοιώσεων, επιβεβαιώνεται η ορθότητα των θεωρητικών αποτελεσμάτων της Ενότητας 4.5.

Αξίζει να επισημανθεί και πάλι ότι όλα τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται σχετικά με τη μελέτη επίδοσης OSTBC σε περιβάλλον διαλείψεων Hoyt, αλλά και το άνω φράγμα στο σφάλμα αποκοπής της ΣΠΠ και της ΑΣΚ, αποτελούν νέα ερευνητικά αποτελέσματα που προέκυψαν από τη συγκεκριμένη διατριβή. Τα αποτελέσματα αυτά έχουν παρουσιαστεί στις εργασίες [12] και [13].

Τέλος, στην Ενότητα 4.7 το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στον υπολογισμό μίας εκ των μετρικών επίδοσης, της πιθανότητας διακοπής πληροφορίας. Για τη μετρική αυτή, αναπτύσσεται μία εναλλακτική τεχνική υπολογισμού. Αρχικά εξετάζεται η περίπτωση iid καναλιών Hoyt, και υπολογίζεται με τη βοήθεια κλειστής έκφρασης η πιθανότητα διακοπής επικοινωνίας. Κατόπιν το ενδιαφέρον εστιάζεται στην περίπτωση μη πανομοιότυπα κατανεμημένων (Non identically distributed, Non-id) καναλιών. Για την περίπτωση αυτή, προτείνεται ο προσεγγιστικός υπολογισμός της πιθανότητας διακοπής επικοινωνίας με τη χρήση σαγματικών σημείων (saddlepoints) [57]. Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στην Ενότητα 4.7 έχουν δημοσιευθεί στην εργασία [11].

4.2 Τετραγωνικές μορφές κανονικών τυχαίων μεταβλητών

Αντικείμενο της ανάλυσης που ακολουθεί αποτελούν οι τετραγωνικές μορφές πραγματικών τυχαίων μεταβλητών και ειδικότερα, γκαουσσικών τυχαίων μεταβλητών. Μία τέτοια μορφή ορίζεται από τη σχέση [52]

$$Q = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}, \quad (4.1)$$

όπου $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]^T$ είναι ένα διάνυσμα γκαουσσικών τυχαίων μεταβλητών και $\mathbf{A}$ ένας συμμετρικός πίνακας διαστάσεων $n \times n$. Στη συνέχεια της ανάλυσης γίνεται η υπόθεση ότι το διάνυσμα $\mathbf{x}$ είναι μηδενικής μέσης τιμής, άρα ισχύει ότι $E[x_i] = 0, i = 1, \dots, n$. Ο θετικώς ορισμένος πίνακας συνδιασποράς $\text{Cov}(\mathbf{x})$ του διανύσματος $\mathbf{x}$ συμβολίζεται με $\mathbf{C}$. Αν $a_{i,j}$ είναι το στοιχείο της i -οστής γραμμής και της j -οστής στήλης του πίνακα $\mathbf{A}$, η τετραγωνική μορφή

γράφεται ισοδύναμα ως

$$Q = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{i,j} x_i x_j. \quad (4.2)$$

Με αφετηρία την εξίσωση (4.2) διαπιστώνει κανείς ότι η απαίτηση συμμετρικού πίνακα $\mathbf{A}$ δεν είναι περιοριστική. Πιο συγκεκριμένα, οποιαδήποτε έκφραση της μορφής (4.2), όπου $\mathbf{A}$ είναι μη συμμετρικός πίνακας, μπορεί τελικά να γραφτεί ως μία τετραγωνική μορφή

$$Q = \mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x}, \quad (4.3)$$

όπου $\mathbf{B}$ είναι ο συμμετρικός πίνακας

$$\mathbf{B} = \frac{\mathbf{A} + \mathbf{A}^T}{2}. \quad (4.4)$$

Με βάση την υπόθεση ότι το διάνυσμα $\mathbf{x}$ είναι μηδενικής μέσης τιμής, η τετραγωνική μορφή Q , ονομάζεται *κεντρική τετραγωνική μορφή γκαουσιανών τυχαίων μεταβλητών*. Μία τέτοια μορφή μπορεί ισοδύναμα να γραφτεί ως ο γραμμικός συνδυασμός τετραγώνων ασυσχέτιστων κανονικών τυχαίων μεταβλητών, δηλαδή γκαουσιανών τυχαίων μεταβλητών μηδενικής μέσης τιμής και μοναδιαίας διασποράς, ανεξαρτήτως από τη δομή των πινάκων $\mathbf{A}$ και $\mathbf{C}$. Η ισοδύναμη αυτή μορφή προκύπτει κάνοντας το μετασχηματισμό [52]

$$\mathbf{z} = \mathbf{C}^{-1/2} \mathbf{x}, \quad (4.5)$$

όπου με $\mathbf{C}^{1/2}$ συμβολίζεται μία συμμετρική τετραγωνική ρίζα του πίνακα $\mathbf{C}$. Το διάνυσμα $\mathbf{z}$ που προκύπτει είναι κι αυτό μηδενικής μέσης τιμής, ενώ για τον πίνακα συνδιασποράς του ισχύει ότι [58]

$$\text{Cov}(\mathbf{z}) = \mathbf{C}^{-1/2} \text{Cov}(\mathbf{x}) \mathbf{C}^{-1/2} = \mathbf{I}. \quad (4.6)$$

Συνεπώς, η εξίσωση (4.1) ξαναγράφεται με τη βοήθεια του διανύσματος κανονικών ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών $\mathbf{z}$ ως

$$Q = \mathbf{z}^T \mathbf{R} \mathbf{z} \quad (4.7)$$

όπου $\mathbf{R} = \mathbf{C}^{1/2} \mathbf{A} \mathbf{C}^{1/2}$. Στη συνέχεια, κάνοντας χρήση της αποδόμησης σε ιδιοτιμές του πίνακα $\mathbf{R}$, ο πίνακας αυτός γράφεται ως

$$\mathbf{R} = \mathbf{U}^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}, \quad (4.8)$$

όπου $\mathbf{U}$ είναι ένας ορθοκανονικός πίνακας, ενώ $\mathbf{\Lambda}$ είναι ένας διαγώνιος πίνακας που περιέχει τις πραγματικές ιδιοτιμές του πίνακα $\mathbf{R}$. Αντικαθιστώντας τον πίνακα $\mathbf{R}$ με αυτή την ισοδύναμη μορφή του στην εξίσωση (4.7) η τετραγωνική μορφή Q γράφεται, τελικά, ως

$$Q = \mathbf{y}^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{y}, \quad (4.9)$$

όπου $\mathbf{y} = \mathbf{U}\mathbf{z}$. Προφανώς, το τυχαίο γκαουσιανό διάνυσμα $\mathbf{y}$ θα είναι και αυτό μηδενικής μέσης τιμής ενώ, επιπλέον, επειδή ο πίνακας $\mathbf{U}$ είναι ορθοκανονικός, θα ισχύει ότι $\text{Cov}(\mathbf{y}) = \mathbf{I}$. Άρα, η τετραγωνική μορφή Q εκφράζεται τελικά ως γραμμικός συνδυασμός τετραγώνων των στοχαστικώς ανεξάρτητων και κανονικώς κατανεμημένων στοιχείων του διανύσματος $\mathbf{y}$ μέσω του τύπου

$$Q = \sum_{i=1}^n \lambda_i y_i^2, \quad (4.10)$$

όπου $\lambda_i, i = 1, \dots, n$, είναι οι ιδιοτιμές του πίνακα $\mathbf{R}$, και y_i είναι το i -οστό στοιχείο του τυχαίου διανύσματος $\mathbf{y}$.

Στην περίπτωση που ο πίνακας $\mathbf{A}$ είναι θετικά ορισμένος, όλες οι ιδιοτιμές $\lambda_i, i = 1, \dots, n$ θα είναι μεγαλύτερες του μηδενός, και η ποσότητα Q θα χαρακτηρίζεται ως κεντρική, θετικά ορισμένη τετραγωνική μορφή [52]. Η περίπτωση αυτών των τετραγωνικών μορφών παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την ανάλυση επίδοσης τηλεπικοινωνιακών συστημάτων σε περιβάλλοντα διαλείψεων. Όπως θα φανεί στη συνέχεια, στην περίπτωση OSTBC σε περιβάλλοντα διαλείψεων Hoyt, ο SNR αναπαρίσταται μέσω μίας κεντρικής θετικά ορισμένης τετραγωνικής μορφής κανονικών τυχαίων μεταβλητών. Για το λόγο αυτό στο πλαίσιο της διατριβής μελετήθηκε η ΣΠΠ και η ΑΣΚ των κεντρικών, θετικά ορισμένων τετραγωνικών μορφών κανονικών τυχαίων μεταβλητών. Οι δύο αυτές συναρτήσεις εκφράζονται με χρήση απειροσειρών γνωστών συναρτήσεων. Μέσα από τη μελέτη των εκφράσεων προέκυψαν πρωτότυπα αποτελέσματα που αφορούν τις ιδιότητες της σύγκλισης αυτών των σειρών και το σφάλμα που προκύπτει από την αποκοπή των σειρών. Τα αποτελέσματα αυτά παρουσιάζονται στην επόμενη ενότητα.

4.3 Στοχαστικές ιδιότητες τετραγωνικών μορφών

Γενικά, η εύρεση αναλυτικής έκφρασης σε απλή μορφή για τη ΣΠΠ και την ΑΣΚ τυχαίων μεταβλητών της μορφής (4.10) δεν είναι δυνατή. Ωστόσο στη βιβλιογραφία μπορούν να βρεθούν διάφορες αναπαραστάσεις των συναρτήσεων αυτών ως απειροσειρές γνωστών συναρτήσεων. Οι σημαντικότερες από αυτές παρουσιάζονται στην αναφορά [52]. Μία από τις πλέον διαδεδομένες αναπαραστάσεις που χρησιμοποιούνται στην πράξη είναι η αναπαράσταση με χρήση απειροσειρών κατανομών χ^2 . Σημαντικό πλεονέκτημα της συγκεκριμένης αναπαράστασης είναι ότι εμφανίζει καλές ιδιότητες καθώς η απειροσειρά έχει γρήγορη σύγκλιση, ενώ επιπλέον βασίζεται στη χρήση απλών, κλασσικών συναρτήσεων. Το γεγονός αυτό καθιστά ιδιαίτερα ελκυστική αυτή την αναπαράσταση για τον υπολογισμό της ΣΠΠ και της ΑΣΚ του SNR των OSTBC σε περιβάλλοντα διαλείψεων Hoyt, καθώς μία τέτοια ανάλυση απαιτεί τον υπολογισμό ολοκληρωμάτων σύνθετης μορφής, που περιλαμβάνουν τις δύο αυτές συναρτήσεις.

Με τη χρήση μίας απειροσειράς κατανομών χ^2 , η ΣΠΠ μιας κεντρικής θετικώς ορισμένης τετραγωνικής μορφής Q δίνεται από τη σχέση [52, σελ. 115-123]

$$p_Q(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k f\left(x, 2\beta, \frac{n}{2} + k\right) \quad (4.11)$$

όπου με $f(\cdot, \cdot, \cdot)$ συμβολίζεται η κατανομή χ^2 [52]

$$f(x, b, l) = \frac{x^{l-1} \exp\left(-\frac{x}{b}\right)}{b^l \Gamma(l)}. \quad (4.12)$$

Βάσει της Έκφρασης (4.11), με μία απλή ολοκλήρωση, η ΑΣΚ εκφράζεται ως

$$P_Q(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k F\left(x, 2\beta, \frac{n}{2} + k\right), \quad (4.13)$$

όπου με $F(\cdot, \cdot, \cdot)$ συμβολίζεται η ΑΣΚ της κατανομής χ^2 που δίνεται από τον τύπο

$$F(x, b, l) = \frac{\gamma\left(l, \frac{x}{b}\right)}{\Gamma(l)}, \quad (4.14)$$

όπου $\gamma(\cdot, \cdot)$ είναι η κάτω ατελής συνάρτηση Γάμμα οριζόμενη ως [27, σελ. 260, εξ. (6.5.2)]

$$\gamma(a, x) = \int_0^x \exp(-t) t^{a-1} dt. \quad (4.15)$$

Η ποσότητα β που εμφανίζεται στις σχέσεις (4.11) και (4.13) είναι μία αυθαίρετη θετική παράμετρος η τιμή της οποίας επηρεάζει τη σύγκλιση των δύο απειροσειρών. Στην αναφορά [54] αποδεικνύεται ότι για οποιαδήποτε τιμή της μεταβλητής β στο διάστημα $[0, \infty)$ εξασφαλίζεται η ομοιόμορφη σύγκλιση των απειροσειρών (4.11) και (4.13) σε οποιοδήποτε διάστημα πεπερασμένων θετικών τιμών της μεταβλητής x . Από την άλλη, στην περίπτωση που η τιμή της παραμέτρου β επιλέγεται στο διάστημα $[0, 2 \min_i \{\lambda_i\})$ εξασφαλίζεται η ομοιόμορφη σύγκλιση των εκφράσεων (4.11) και (4.13) για οποιοδήποτε, πεπερασμένο ή μη, $x > 0$. Από τις τιμές του διαστήματος αυτού, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η επιλογή της τιμής

$$\beta = \frac{2 \max_i \{\lambda_i\} \min_i \{\lambda_i\}}{\max_i \{\lambda_i\} + \min_i \{\lambda_i\}} \quad (4.16)$$

που προτείνεται στην αναφορά [53]. Η συγκεκριμένη τιμή της παραμέτρου β δεν εξασφαλίζει μόνο την ομοιόμορφη σύγκλιση των σειρών (4.11) και (4.13) για οποιοδήποτε $x > 0$, αλλά επιπλέον επιτυγχάνει τη γρήγορη σύγκλισή τους. Για το λόγο αυτό, στους διάφορους πρακτικούς υπολογισμούς θα γίνεται χρήση της συγκεκριμένης τιμής της παραμέτρου β . Ανεξάρτητα από την παράμετρο β , ένας ακόμη σημαντικός παράγοντας που επηρεάζει τη σύγκλιση

των σειρών (4.11) και (4.13) είναι η διασπορά των ιδιοτιμών λ_i ή, ισοδύναμα, η τιμή του λόγου $\max_i \{\lambda_i\} / \min_i \{\lambda_i\}$, με την ταχύτητα της σύγκλισης να αυξάνεται όσο μειώνεται η τιμή του συγκεκριμένου λόγου.

Σχετικά με τους συντελεστές c_k που εμφανίζονται στις εκφράσεις (4.11) και (4.13), η τιμή τους υπολογίζεται αναδρομικά μέσω της σχέσης

$$c_k = \frac{1}{2k} \sum_{l=0}^{k-1} d_{k-l} c_l, \quad \text{για } k > 0, \quad (4.17)$$

όπου

$$c_0 = \prod_{i=1}^n \left(\frac{\beta}{\lambda_i} \right)^{1/2} \quad \text{και} \quad d_k = \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{\beta}{\lambda_i} \right)^k. \quad (4.18)$$

Η χρήση των εκφράσεων (4.17) και (4.18) καθιστά δυνατό το γρήγορο και αποδοτικό υπολογισμό των συντελεστών c_k . Πέραν όμως των εκφράσεων (4.17) και (4.18), ένας εναλλακτικός ορισμός των συντελεστών c_k μπορεί να βρεθεί στην αναφορά [54]. Βάσει αυτού, για οποιοδήποτε k , ο συντελεστής c_k δίνεται από τον τύπο

$$c_k = c_0 \frac{E[Z^k]}{2^k k!} \quad (4.19)$$

που σχετίζει το συγκεκριμένο συντελεστή με την k -οστή ροπή $E[Z^k]$ μίας νέας τετραγωνικής μορφής Z που δίνεται από τη σχέση

$$Z = \sum_{i=1}^n \eta_i y_i^2, \quad \text{όπου } \eta_i = 1 - \frac{\beta}{\lambda_i}. \quad (4.20)$$

Η μορφή (4.19) δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί πρακτικά για τον υπολογισμό των συντελεστών c_k , καθώς ο υπολογισμός των ροπών της τετραγωνικής μορφής Z για μεγάλες τιμές του δείκτη k είναι ιδιαίτερα πολύπλοκος [52]. Ωστόσο, αποδεικνύεται ιδιαίτερα χρήσιμη στην εύρεση νέων φραγμάτων του σφάλματος αποκοπής για τις εκφράσεις (4.11) και (4.13), όπως περιγράφεται στην επόμενη ενότητα.

4.3.1 Σφάλμα αποκοπής για την κατανομή τετραγωνικών μορφών

Επειδή η ΣΠΠ και η ΑΣΚ των κεντρικών θετικά ορισμένων τετραγωνικών μορφών κανονικών τυχαίων μεταβλητών εκφράζονται μέσω των απειροσειρών (4.11) και (4.13), στην πράξη ο υπολογισμός των δύο αυτών συναρτήσεων γίνεται αποκόπτοντας τις σειρές και κρατώντας έναν συγκεκριμένο αριθμό όρων από αυτές. Ένα ζήτημα που προκύπτει στην περίπτωση αυτή είναι η απώλεια ακρίβειας που προκαλείται από την αποκοπή των σειρών. Προκειμένου να εξακριβώσει κανείς την απώλεια ακρίβειας, απαιτείται η εύρεση

φραγμάτων για το σφάλμα αποκοπής των σχέσεων (4.11) και (4.13). Ξεκινώντας με τον υπολογισμό του φράγματος του σφάλματος αποκοπής για τη ΣΠΠ και υποθέτοντας ότι κατά την αποκοπή διατηρούνται οι πρώτοι $N + 1$ όροι της σειράς, το ακριβές σφάλμα αποκοπής δίνεται από την έκφραση

$$\epsilon(x) = \sum_{k=N+1}^{\infty} c_k f\left(x, 2\beta, \frac{n}{2} + k\right). \quad (4.21)$$

Ο απλούστερος τρόπος για την εύρεση ενός άνω φράγματος για το σφάλμα $\epsilon(x)$ είναι η κατασκευή ενός άνω φράγματος για την ποσότητα

$$\epsilon(x) = \sum_{k=N+1}^{\infty} |c_k| f\left(x, 2\beta, \frac{n}{2} + k\right). \quad (4.22)$$

Ωστόσο, η δημιουργία ενός τέτοιου φράγματος απαιτεί να φραχθούν οι απόλυτες τιμές $|c_k|$. Για το σκοπό αυτό, αρκεί κανείς να εκμεταλλευτεί το ότι οι συντελεστές αυτοί σχετίζονται με τις ροπές της τετραγωνικής μορφής Z και να φράξει τις απόλυτες τιμές των ροπών αυτών. Ένα προφανές φράγμα προκύπτει ορίζοντας την τετραγωνική μορφή

$$\mathcal{W} = \sum_{i=1}^n |\eta_i| y_i^2. \quad (4.23)$$

Για τη συγκεκριμένη μορφή, ισχύει ότι $|Z| \leq \mathcal{W}$. Συνεπώς, αποδεικνύεται εύκολα ότι

$$|E[Z^k]| \leq E[\mathcal{W}^k]. \quad (4.24)$$

Η μορφή των ροπών της τυχαίας μεταβλητής $\mathcal{W}$ δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην πράξη για τον υπολογισμό ενός φράγματος βολικής μορφής για τις ποσότητες $|c_k|$ και συνεπώς για την έκφραση (4.22). Κατόπιν τούτου, οι απόλυτες τιμές των ροπών της τετραγωνικής μορφής Z φράσσονται από τις ροπές μίας νέας τετραγωνικής μορφής που κατασκευάζεται έτσι ώστε οι ροπές της να είναι μεγαλύτερες των ροπών της $\mathcal{W}$ και να μπορούν να εκφραστούν σε βολική μορφή. Με αυτούς τους περιορισμούς, στην εργασία [54] προτείνεται η χρήση της τετραγωνικής μορφής

$$V = \max_i \{|\eta_i|\} \sum_{i=1}^n y_i^2, \quad (4.25)$$

με τη βοήθεια της οποίας οι απόλυτες τιμές $|c_k|$ φράσσονται από τη σχέση [54]

$$|c_k| \leq c_0 \left(\max_i |\eta_i| \right)^k \Gamma\left(\frac{n}{2} + k\right) / \left(k! \Gamma\left(\frac{n}{2}\right) \right). \quad (4.26)$$

Με τη βοήθεια προσομοιώσεων, εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι το άνω φράγμα του σφάλματος αποκοπής της (4.11) που προκύπτει από τη χρήση της ανισότητας (4.26) είναι πολύ ασθενές. Συνεπώς, δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην πράξη για να εκτιμηθεί η ακρίβεια των σειρών που προκύπτουν από την αποκοπή της σχέσης (4.11). Για το λόγο αυτό, στη συνέχεια παρουσιάζεται μία καινοτόμος τεχνική για τον υπολογισμό ενός αυστηρού φράγματος για το σφάλμα αποκοπής της έκφρασης (4.11).

Αφετηρία της τεχνικής είναι η παρατήρηση ότι, όπως θα φανεί και στην ενότητα 4.4, για τη μελέτη επίδοσης συστημάτων διαφορισμού εκπομπής σε κανάλια Hoyt, ο SNR ανάγεται σε μία κεντρική, θετικώς ορισμένη τετραγωνική μορφή αποτελούμενη από *άρτιο αριθμό*, έστω n , γκαουσιανών τυχαίων μεταβλητών. Χρησιμοποιώντας το γεγονός αυτό, μπορεί κανείς να κατασκευάσει πιο ακριβή άνω φράγματα για το σφάλμα αποκοπής. Για το σκοπό αυτό θα πρέπει να ξεκινήσει κανείς ξαναγράφοντας την τετραγωνική μορφή $\mathcal{W}$ ως

$$\mathcal{W} = \sum_{i=1}^n \xi_i u_i^2. \quad (4.27)$$

Ο i -οστός όρος της συγκεκριμένης έκφρασης είναι ουσιαστικά κάποιος όρος, έστω ο j -οστός, της έκφρασης (4.23). Ειδικότερα οι ποσότητες ξ_i και u_i προκύπτουν επαναδιατάσσοντας τους όρους $|\eta_i|$ και y_i , αντίστοιχα, έτσι ώστε οι συντελεστές ξ_i να είναι σε φθίνουσα σειρά για $i = 1, \dots, n$, δηλαδή $\xi_1 \geq \xi_2 \geq \dots \geq \xi_n$.

Κεντρική ιδέα της νέας τεχνικής είναι η κατασκευή, με βάση την έκφραση (4.27), μίας νέας τετραγωνικής μορφής $\mathcal{V}$ οι ροπές της οποίας φράσσουν τις ροπές της $\mathcal{W}$. Επιπλέον, οι ροπές της $\mathcal{V}$ θα πρέπει να έχουν μορφή εύκολα υπολογίσιμη, ώστε να μπορούν να χρησιμοποιηθούν στους επιπλέον υπολογισμούς που χρειάζονται για να φράξει κανείς τελικά το σφάλμα αποκοπής της σχέσης (4.11). Με βάση τους περιορισμούς αυτούς, η πλέον ενδεδειγμένη επιλογή είναι η τετραγωνική μορφή

$$\mathcal{V} = \sum_{i=1}^{n/2} \xi_{2i-1} (u_{2i-1}^2 + u_{2i}^2). \quad (4.28)$$

Επειδή ισχύει ότι $\xi_1 \geq \xi_2 \geq \dots \geq \xi_n$, είναι προφανές ότι $\mathcal{W} \leq \mathcal{V}$. Συνεπώς, για οποιαδήποτε τιμή του k θα ισχύει ότι $E[\mathcal{W}^k] \leq E[\mathcal{V}^k]$. Παράλληλα, οι ροπές της $\mathcal{V}$ μπορούν εύκολα να υπολογιστούν με χρήση της ΡΓΣ η οποία ορίζεται ως [25]

$$M_{\mathcal{V}}(s) = \prod_{i=1}^{n/2} \frac{1}{1 - 2\xi_{2i-1}s}. \quad (4.29)$$

Κάνοντας τη λογική υπόθεση ότι όλοι οι συντελεστές ξ_{2i-1} έχουν διαφορετικές μεταξύ τους τιμές (δηλαδή την υπόθεση ότι $\xi_1 \neq \xi_3 \neq \dots \neq \xi_{n-1}$), με τη

βοήθεια μερικών κλασμάτων, η ΡΓΣ της σχέσης (4.29) μπορεί ισοδύναμα να γραφτεί στη μορφή

$$M_{\mathcal{V}}(s) = \sum_{i=1}^{n/2} A_i \frac{1}{1 - 2\xi_{2i-1}s}, \quad (4.30)$$

όπου

$$A_i = \xi_{2i-1}^{n/2-1} \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^{n/2} \frac{1}{\xi_{2i-1} - \xi_{2l-1}}. \quad (4.31)$$

Η εξίσωση (4.30) αντιστοιχεί στη ΡΓΣ μίας τυχαίας μεταβλητής που είναι μίξη τυχαίων μεταβλητών κατανομής Γάμμα. Συνεπώς, οι ροπές της $\mathcal{V}$ δίνονται από τον τύπο [25]

$$E[\mathcal{V}^k] = \sum_{i=1}^{n/2} A_i k! (2\xi_{2i-1})^k. \quad (4.32)$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι $|E[Z^k]| \leq E[\mathcal{W}^k] \leq E[\mathcal{V}^k]$ και χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (4.19) και (4.32), οι απόλυτες τιμές $|c_k|$ φράσσονται τελικά από την ποσότητα

$$|c_k| \leq c_0 \sum_{i=1}^{n/2} \Delta_i \xi_{2i-1}^{n/2+k-1}, \quad \text{όπου} \quad \Delta_i = \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^{n/2} \frac{1}{\xi_{2i-1} - \xi_{2l-1}}. \quad (4.33)$$

Αντικαθιστώντας το φράγμα της εξίσωσης (4.33) στην εξίσωση (4.21) κατασκευάζεται πλέον ένα αυστηρό φράγμα για το σφάλμα αποκοπής της ΣΠΠ μέσω της απειροσειράς

$$e_b(x) = \sum_{k=N+1}^{\infty} \sum_{i=1}^{n/2} \Delta_i c_0 \xi_{2i-1}^{n/2+k-1} f\left(x, 2\beta, \frac{n}{2} + k\right). \quad (4.34)$$

Αν και το φράγμα της έκφρασης (4.34) περιλαμβάνει μία απειροσειρά, μπορεί να γραφτεί σε απλούστερη μορφή. Πιο συγκεκριμένα, ορίζοντας τη συνάρτησή σειρά

$$d(x, a, b) = \sum_{p=0}^{\infty} a^p f(x, b, p+1) \quad (4.35)$$

και λαμβάνοντας υπόψη τον ορισμό της εκθετικής συνάρτησης μέσω δυναμοσειράς, η συνάρτηση αυτή ξαναγράφεται ως

$$d(x, a, b) = \frac{\exp\left[-\frac{(1-a)x}{b}\right]}{b}. \quad (4.36)$$

Επιπλέον, με αφετηρία τη σχέση (4.36) είναι εύκολο να αποδείξει κανείς ότι η απειροσειρά της έκφρασης (4.35) συγκλίνει ομοιόμορφα για οποιοδήποτε $x \geq 0$, πεπερασμένο ή μη, αρκεί να ικανοποιείται η συνθήκη $0 < a < 1$.

Με τη βοήθεια της συνάρτησης $d(\cdot, \cdot, \cdot)$ το άνω φράγμα (4.34) για το σφάλμα αποκοπής της ΣΠΠ γράφεται στη μορφή

$$e_b(x) = c_0 \sum_{i=1}^{n/2} \Delta_i g\left(x, \xi_{2i-1}, 2\beta, N + \frac{n}{2} - 1\right), \quad (4.37)$$

όπου

$$g(x, a, b, m) = d(x, a, b) - \sum_{k=0}^m a^k f(x, b, k+1). \quad (4.38)$$

Επομένως, το φράγμα (4.37) γράφεται σε απλή μορφή και συγκλίνει ομοιόμορφα για οποιοδήποτε πεπερασμένο ή μη, $x > 0$ εφόσον ισχύει ότι $\xi_{2i-1} < 1$ για $i = 1, \dots, n/2$. Στην περίπτωση αυτή επιτυγχάνεται και η ομοιόμορφη σύγκλιση της (4.11) για οποιαδήποτε, πεπερασμένη ή μη, τιμή της μεταβλητής x .

Χρησιμοποιώντας την έκφραση (4.37) είναι πλέον δυνατή η κατασκευή άνω φράγματος και για το σφάλμα αποκοπής της σειράς (4.13). Το φράγμα αυτό προκύπτει ολοκληρώνοντας τη σχέση (4.37) και δίνεται από την έκφραση

$$\varepsilon_b(x) = c_0 \sum_{i=1}^{n/2} \Delta_i G\left(x, \xi_{2i-1}, 2\beta, N + \frac{n}{2} - 1\right), \quad (4.39)$$

όπου

$$G(x, a, b, m) = \int_0^x \left[d(t, a, b) - \sum_{k=0}^m a^k f(t, b, k+1) \right] dt. \quad (4.40)$$

Η συνάρτηση $G(\cdot, \cdot, \cdot, \cdot)$ στην (4.40) εκφράζεται χωρίς τη χρήση ολοκληρωμάτων, με τη βοήθεια της ατελούς συνάρτησης $\gamma(\cdot, \cdot)$, από τη σχέση

$$G(x, a, b, m) = \frac{1 - \exp\left[-\frac{(1-a)x}{b}\right]}{1-a} - \sum_{k=0}^m \frac{a^k \gamma\left(k+1, \frac{x}{b}\right)}{\Gamma(k+1)}. \quad (4.41)$$

Σημαντικό πλεονέκτημα των εκφράσεων (4.37) και (4.39) είναι ότι περιλαμβάνουν μόνο στοιχειώδεις και εύκολα υπολογίσιμες συναρτήσεις. Το γεγονός αυτό, όπως θα φανεί και στις επόμενες ενότητες, είναι ιδιαίτερα σημαντικό για τη μελέτη επίδοσης OSTBC σε περιβάλλοντα διαλείψεων. Θα πρέπει, επίσης, να σημειωθεί ότι οι εξισώσεις (4.37) και (4.39) ισχύουν στην περίπτωση όπου όλες οι τιμές των συντελεστών ξ_{2i-1} είναι διαφορετικές μεταξύ τους. Για λόγους πληρότητας, στη συνέχεια παρατίθενται παρόμοιες εκφράσεις για το φράγμα του σφάλματος αποκοπής της ΣΠΠ για την περίπτωση μη διακριτών συντελεστών ξ_{2i-1} .

Σφάλμα αποκοπής για μη διακριτά ξ_{2i-1}

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζεται η βασική διαδικασία για την εύρεση άνω φράγματος για το σφάλμα αποκοπής της σειράς (4.11) για την περίπτωση που κάποιοι από τους συντελεστές $\xi_{2i-1}, i = 1, \dots, n/2$ είναι όμοιοι μεταξύ τους. Σε αυτή την περίπτωση, αν ορίσει κανείς το σύνολο $S_\zeta = \{\zeta_1, \dots, \zeta_l\}$ των διακριτών στοιχείων του συνόλου $S_\xi = \{\xi_1, \xi_3, \dots, \xi_{n-1}\}$ και τις πολλαπλότητες εμφάνισης $\{p_1, \dots, p_l\}$ των στοιχείων του S_ζ στο S_ξ , η ΡΓΣ της τετραγωνικής μορφής $\mathcal{V}$ γράφεται ως

$$M_{\mathcal{V}}(t) = \prod_{i=1}^l \frac{1}{(1 - 2\zeta_i t)^{p_i}} = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{p_i} \frac{A_{i,j}}{(1 - 2\zeta_i t)^j}, \quad (4.42)$$

όπου οι συντελεστές $A_{i,j}$ μπορούν να βρεθούν στην αναφορά [59]. Βάσει της ΡΓΣ, οι ροπές της τετραγωνικής μορφής δίνονται από τη σχέση

$$E[\mathcal{V}^k] = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{p_i} A_{i,j} \frac{\Gamma(j+k)}{\Gamma(j)} (2\zeta_i)^k. \quad (4.43)$$

Συνεπώς, το άνω φράγμα στο σφάλμα αποκοπής της (4.11) μπορεί να γραφτεί ως

$$e_b(x) = \frac{c_0 \exp\left(-\frac{x}{2\beta}\right)}{2\beta \left(\frac{n}{2} - 1\right)!} \sum_{k=N+1}^{\infty} \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{p_i} \frac{A_{i,j} (j)_k \zeta_i^k}{\left(\frac{n}{2}\right)_k k!} \left(\frac{x}{2\beta}\right)^{n/2+k-1}, \quad (4.44)$$

όπου $(\cdot)_k$ είναι και πάλι το σύμβολο Pochhammer. Με τη βοήθεια του ορισμού της υπεργεωμετρικής συνάρτησης ${}_1F_1(a; b; z)$ [36, εξ. (07.20.02.0001.01)] το φράγμα $e_b(\cdot)$ του σφάλματος αποκοπής γράφεται στη μορφή

$$e_b(x) = \frac{c_0 \exp\left(-\frac{x}{2\beta}\right)}{2\beta \left(\frac{n}{2} - 1\right)!} \times \left[\sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{p_i} A_{i,j} {}_1F_1\left(j; \frac{n}{2}; \frac{\zeta_i x}{2\beta}\right) - \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{p_i} A_{i,j} \sum_{k=0}^N \frac{(j)_k \left(\frac{\zeta_i x}{2\beta}\right)^k}{\left(\frac{n}{2}\right)_k k!} \right]. \quad (4.45)$$

Λεδομένου ότι οι ποσότητες j και $n/2$ είναι ακέραιες αλλά και ότι $j < n/2$, η υπεργεωμετρική συνάρτηση ${}_1F_1(\cdot; \cdot; \cdot)$ που εμφανίζεται στην έκφραση αυτή, μπορεί να γραφεί με χρήση απλών, στοιχειωδών συναρτήσεων, με τη βοήθεια της ιδιότητας [36, εξ. (07.20.03.0024.01)]. Συνεπώς η έκφραση (4.45) απλοποιείται σημαντικά. Επιπλέον, υπολογίζοντας το ολοκλήρωμα της έκφρασης (4.45) μπορεί να υπολογιστεί το άνω φράγμα στο σφάλμα αποκοπής της (4.13) για την περίπτωση μη διακριτών ξ_{2i-1}

Στη συνέχεια της ανάλυσης, γίνεται η υπόθεση ότι στις μελετώμενες τετραγωνικές μορφές, οι συντελεστές $\xi_{2i-1}, i = 1, \dots, n/2$ είναι όλοι διακριτοί και ο υπολογισμός των άνω φραγμάτων στο σφάλμα αποκοπής των εκφράσεων (4.11) και (4.13) γίνεται με τη βοήθεια των σχέσεων (4.37) και (4.39) αντίστοιχα. Με παρόμοιο τρόπο, βασιζόμενοι στην ιδιότητα [36, εξ. (07.20.03.0024.01)] που απλοποιεί την έκφραση (4.45) μπορούν να υπολογιστούν τα άνω φράγματα του σφάλματος αποκοπής για την περίπτωση μη διακριτών $\xi_{2i-1}, i = 1, \dots, n/2$.

4.4 OSTBC και τετραγωνικές μορφές

Έχοντας ορίσει τις τετραγωνικές μορφές, σε αυτή την ενότητα θαδειχθεί η χρησιμότητά τους στην ανάλυση επίδοσης των OSTBC σε περιβάλλοντα διαλείψεων. Για το σκοπό αυτό, αρκεί κανείς να θεωρήσει έναν OSTBC με n_t κεραίες εκπομπής που μεταδίδει δεδομένα μέσω ενός ασύρματου καναλιού διαλείψεων σε ένα δέκτη με n_r κεραίες λήψης. Σε ένα τέτοιο σύστημα ο SNR του σήματος που φτάνει στο δέκτη θα δίνεται από την έκφραση (3.55) ή ισοδύναμα θέτοντας $|h_l^{eq}|^2 = |h_{i,j}|^2$, όπου $l = (i-1)n_t + j$, από μία έκφραση της μορφής

$$\gamma_S = \sum_{l=1}^{n_t n_r} \frac{|h_l^{eq}|^2 E_S}{R n_t N_0}. \quad (4.46)$$

Συνεπώς, ο SNR γράφεται ως ένα άθροισμα με βάρη των τετραγώνων των πλατών των καναλιών που σχηματίζονται ανάμεσα στις κεραίες εκπομπής και στις κεραίες λήψης. Ωστόσο, όπως αναφέρθηκε και στην Ενότητα 2.7, υπάρχουν διάφορα μοντέλα καναλιών διαλείψεων (π.χ. Rayleigh, Rice, Hoyt, Beckmann) στα οποία τόσο το πραγματικό όσο και το φανταστικό μέρος της απόκρισης καναλιού βασικής ζώνης είναι γκαουσσιανές τυχαίες μεταβλητές. Στις περιπτώσεις αυτές, όπως φαίνεται από την εξίσωση (4.46), ο SNR του OSTBC θα είναι ουσιαστικά μία τετραγωνική μορφή γκαουσσιανών τυχαίων μεταβλητών άρτιου πλήθους, ίσου με $2n_t n_r$. Σε αυτό το κεφάλαιο το ενδιαφέρον στρέφεται σε ένα από τα μοντέλα διαλείψεων που σχετίζεται με τις τετραγωνικές μορφές γκαουσσιανών τυχαίων μεταβλητών, το μοντέλο διαλείψεων Hoyt. Ο κύριος λόγος για τον οποίο επιλέχθηκε η μελέτη του συγκεκριμένου μοντέλου καναλιού είναι το γεγονός ότι στη βιβλιογραφία υπάρχουν ελάχιστες εργασίες που μελετούν την επίδοση τηλεπικοινωνιακών συστημάτων για τέτοια κανάλια διαλείψεων. Το γεγονός αυτό σχετίζεται με τη μορφή των ΣΠΠ των SNR των καναλιών. Η μορφή αυτών των συναρτήσεων καθιστά ιδιαίτερα δύσκολη τη χρήση τους για τη μελέτη επίδοσης. Ωστόσο, με τη βοήθεια των τετραγωνικών μορφών κανονικών τυχαίων μεταβλητών και τη ΣΠΠ των μορφών αυτών είναι εφικτή η ανάλυση επίδοσης των OSTBC σε περιβάλλοντα διαλείψεων Hoyt. Πιο συγκεκριμένα, με βάση τα όσα παρουσιάστηκαν στην Ενότητα 2.7, μπορεί ευκολα να υπολογιστεί η ΣΠΠ του SNR

των OSTBC σε περιβάλλοντα διαλείψεων Hoyt, με την βοήθεια της ΣΠΠ μίας τετραγωνικής μορφής κανονικώς κατανεμημένων τυχαίων μεταβλητών.

Όταν κάθε στοιχείο $h_{i,j}$ του πίνακα καναλιού ακολουθεί κατανομή Hoyt, το πραγματικό και το φανταστικό μέρος της απόκρισης $h_{i,j}$ είναι γκαουσιανά κατανεμημένες τυχαίες μεταβλητές με μηδενικές μέσες τιμές και γενικά διαφορετικές διασπορές. Συνεπώς ο SNR όπως αυτός ορίζεται στην έκφραση (4.46) θα είναι μία κεντρική θετικώς ορισμένη τετραγωνική μορφή κανονικά κατανεμημένων τυχαίων μεταβλητών και η ανάλυση επίδοσης μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα της Ενότητας 4.3. Ειδικότερα, η τετραγωνική μορφή (4.46) θα αποτελείται από $2n_t n_r$ κανονικές τυχαίες μεταβλητές. Στην περίπτωση ασυσχέτιστων διαλείψεων, οι συντελεστές λ_i της τετραγωνικής μορφής, θα δίνονται από τη σχέση $\lambda_i = \sigma_i^2 E_S / (N_0 R n_t)$, όπου με σ_i^2 συμβολίζονται οι διασπορές των πραγματικών και φανταστικών συνιστωσών των αποκρίσεων των καναλιών. Ο υπολογισμός των διασπορών σ_i^2 μπορεί να γίνει με χρήση της εξίσωσης (2.54). Στην περίπτωση συσχετισμένων διαλείψεων, επειδή οι συσχετίσεις ανάμεσα στις αποκρίσεις των καναλιών προκαλούνται από την ύπαρξη συσχετίσεων ανάμεσα στις γκαουσιανές τυχαίες μεταβλητές που συνθέτουν τα κανάλια, ακολουθώντας τη διαδικασία που περιγράφηκε στην Ενότητα 4.2 είναι και πάλι δυνατή η αναγωγή του προβλήματος σε μία τετραγωνική μορφή ανεξάρτητων κανονικώς κατανεμημένων τυχαίων μεταβλητών, αλλά και ο υπολογισμός των συντελεστών λ_i . Συνεπώς, η ΣΠΠ και η ΑΣΚ του SNR για OSTBC σε περιβάλλοντα διαλείψεων Hoyt, υπολογίζονται μέσω των εκφράσεων (4.11) και (4.13), αντίστοιχα. Επιπλέον, οι συντελεστές c_k υπολογίζονται με τη βοήθεια των σχέσεων (4.17) και (4.18) ενώ οι συντελεστές λ_i υπολογίζονται με την παραπάνω διαδικασία. Για την καλύτερη κατανόηση της διαδικασίας, παρατίθενται στη συνέχεια δύο παραδείγματα υπολογισμού των συντελεστών λ_i .

Παράδειγμα 1

Σε αυτό το παράδειγμα εξετάζεται η περίπτωση του σχήματος Alamouti για ένα σύστημα MIMO με δύο κεραίες εκπομπής και μία κεραία λήψης. Οι παράμετροι για το κανάλι ανάμεσα στην πρώτη κεραία εκπομπής και στην κεραία λήψης, επιλέγονται ίσες με $(\Omega_{1,1}, q_{1,1}) = (1, 0.5)$, ενώ για το κανάλι ανάμεσα στη δεύτερη κεραία εκπομπής και στην κεραία λήψης ίσες με $(\Omega_{1,2}, q_{1,2}) = (1, 0.4)$. Επιπλέον, γίνεται η υπόθεση ότι οι διαλείψεις των δύο καναλιών είναι ασυσχέτιστες. Ξεκινώντας από το πρώτο κανάλι, αν με σ_1^2 και σ_2^2 συμβολίζονται οι διασπορές του γκαουσιανού πραγματικού μέρους και του γκαουσιανού φανταστικού μέρους του καναλιού, αντίστοιχα, κάνοντας χρήση της εξίσωσης (2.54) αποδεικνύεται εύκολα ότι

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{1 + 0.25} = 0.8 \quad \text{και} \quad \sigma_2^2 = \frac{0.25}{1 + 0.25} = 0.2. \quad (4.47)$$

Ακολουθώντας την ίδια ακριβώς διαδικασία, αν με σ_3^2 και σ_4^2 συμβολίζονται οι διασπορές του πραγματικού και του φανταστικού μέρους του δεύτερου καναλιού, αντίστοιχα, ισχύει ότι

$$\sigma_3^2 = \frac{1}{1 + 0.16} = 0.862 \quad \text{και} \quad \sigma_4^2 = \frac{0.25}{1 + 0.25} = 0.132. \quad (4.48)$$

Συνεπώς, ο SNR για το σύστημα αυτό θα δίνεται από την τετραγωνική μορφή

$$Q = 0.8 \frac{E_S}{2N_0} y_1^2 + 0.2 \frac{E_S}{2N_0} y_2^2 + 0.862 \frac{E_S}{2N_0} y_3^2 + 0.132 \frac{E_S}{2N_0} y_4^2. \quad (4.49)$$

Παράδειγμα 2

Σε αυτό το παράδειγμα εξετάζεται και πάλι η περίπτωση του σχήματος Alamouti για ένα σύστημα MIMO με δύο κεραίες εκπομπής και μία κεραία λήψης. Οι παράμετροι για τα κανάλια ανάμεσα στις κεραίες εκπομπής και στην κεραία λήψης επιλέγονται να είναι ίδιες με το προηγούμενο παράδειγμα. Συνεπώς, οι διασπορές σ_i^2 για τις διάφορες γκαουσσσιανές τυχαίες μεταβλητές θα υπολογίζονται όπως στο προηγούμενο παράδειγμα. Ωστόσο, αυτή τη φορά θεωρείται ότι τα δύο κανάλια είναι συσχετισμένα. Η συσχέτιση αυτή προέρχεται από τη συσχέτιση μεταξύ των γκαουσσσιανών τυχαίων μεταβλητών των δύο καναλιών. Στην περίπτωση αυτή, ο SNR γράφεται στη μορφή

$$Q = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2) \frac{E_S}{2N_0}, \quad (4.50)$$

όπου x_i είναι μία γκαουσσσιανή τυχαία μεταβλητή μηδενικής μέσης τιμής και διασποράς σ_i^2 . Ορίζοντας το διάνυσμα $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ ο πίνακας συνδιασποράς του θα έχει τη μορφή

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \rho_{1,3} & \rho_{1,4} \\ 0 & \sigma_2^2 & \rho_{2,3} & \rho_{2,4} \\ \rho_{1,3} & \rho_{2,3} & \sigma_3^2 & 0 \\ \rho_{1,4} & \rho_{2,4} & 0 & \sigma_4^2 \end{bmatrix}, \quad (4.51)$$

όπου $\rho_{i,j}$ είναι η συνδιασπορά των τυχαίων μεταβλητών x_i και x_j . Συνεπώς, ο SNR γράφεται στη μορφή (4.1) όπου $\mathbf{A} = E_S/(2N_0)\mathbf{I}$. Δοθείσης της μορφής του πίνακα $\mathbf{A}$, η τετραγωνική μορφή Q , και, συνεπώς, και ο SNR, γράφεται, τελικά, στη μορφή

$$Q = \lambda_1 y_1^2 + \lambda_2 y_2^2 + \lambda_3 y_3^2 + \lambda_4 y_4^2, \quad (4.52)$$

όπου $\lambda_1, \dots, \lambda_4$ είναι οι ιδιοτιμές του πίνακα $\mathbf{R} = \mathbf{C}^{1/2} \mathbf{A} \mathbf{C}^{1/2}$.

Στην επόμενη ενότητα παρουσιάζεται η μελέτη επίδοσης OSTBC σε κανάλια διαλείψεων Hoyt με χρήση των εκφράσεων (4.11) και (4.13). Παράλληλα, με τη χρήση των φραγμάτων για το σφάλμα αποκοπής των δύο αυτών εκφράσεων, εκτιμάται η ακρίβεια υπολογισμού των διαφορών μετρικών.

4.5 Ανάλυση της επίδοσης OSTBC σε κανάλια Hoyt

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται ο υπολογισμός των διαφόρων μετρικών για την ανάλυση της επίδοσης OSTBC σε κανάλια Hoyt. Η ανάλυση που ακολουθεί εφαρμόζεται στην περίπτωση τόσο ασυσχέτιστων όσο και συσχετισμένων διαλείψεων. Για το σκοπό αυτό, γίνεται η υπόθεση ότι ο SNR έχει γραφτεί ως μία τετραγωνική μορφή Q σύμφωνα με την έκφραση (4.10) με τους συντελεστές λ_i να υπολογίζονται με τον τρόπο που παρουσιάστηκε στην προηγούμενη ενότητα. Με αφετηρία την υπόθεση αυτή και με χρήση της αναπαράστασης της κατανομής τετραγωνικών μορφών ως απειροσειρά κατανομών χ^2 , εξάγονται νέες μορφές για όλες τις μετρικές επίδοσης. Επιπλέον, με χρήση των φραγμάτων για το σφάλμα αποκοπής της ΣΠΠ και της ΑΣΚ του SNR, εξάγονται εκφράσεις για το σφάλμα αποκοπής των απειροσειρών που χρησιμοποιούνται στον υπολογισμό των μετρικών επίδοσης. Τόσο οι εκφράσεις για τις μετρικές επίδοσης, όσο και τα σφάλματα αποκοπής τους αποτελούν νέα ερευνητικά αποτελέσματα, καθώς στην τεχνική βιβλιογραφία δεν εμφανίζονται ολοκληρωμένες μελέτες για την επίδοση OSTBC σε περιβάλλοντα διαλείψεων Hoyt.

4.5.1 Υπολογισμός ASEP και ABEP

Για τον υπολογισμό της ASEP (ABEP), απαιτείται η χρήση της ΣΠΠ του SNR ανά σύμβολο (bit) $p_Q(\cdot)$. Όπως αναφέρθηκε και στην Ενότητα 2.8, με χρήση της $p_Q(\cdot)$ ο υπολογισμός των ASEP και ABEP ανάγεται στον υπολογισμό ολοκληρωμάτων της μορφής

$$P_e = \int_0^\infty p_Q(\gamma) P_e(\gamma) d\gamma, \quad (4.53)$$

όπου $P_e(\gamma)$ είναι η SEP (BEP) για τη μελετώμενη τεχνική διαμόρφωσης, δοθέντος του SNR ανά σύμβολο (bit). Πέραν της προσέγγισης αυτής, ο υπολογισμός των ASEP (ABEP), όπως αναφέρθηκε και στην Ενότητα 3.5.1 μπορεί να γίνει με τη χρήση της ΡΓΣ. Στην περίπτωση αυτή, λαμβάνοντας υπόψη τη μορφή της ΡΓΣ της κεντρικής τετραγωνικής μορφής Q που παρουσιάζεται στην αναφορά [52], ο υπολογισμός των ASEP (ABEP) απαιτεί την επίλυση ολοκληρωμάτων της μορφής

$$\mathcal{M} = \int_0^\theta \prod_{i=1}^{2n_t n_r} \frac{1}{\left(1 + 2\lambda_i \frac{g}{\sin^2 \phi}\right)^{1/2}} d\phi, \quad (4.54)$$

όπου, όπως και στην Ενότητα 3.5.1, οι ποσότητες θ και g εξαρτώνται από το είδος διαμόρφωσης που χρησιμοποιείται.

Ορισμένες φορές, το ολοκλήρωμα $\mathcal{M}$ της έκφρασης (4.54) μπορεί να γραφτεί εύκολα σε κλειστή μορφή. Το ενδεχόμενο αυτό εμφανίζεται σε κάποιες

περιπτώσεις όπου οι παράμετροι λ_i δεν είναι όλες διαφορετικές μεταξύ τους. Πιο συγκεκριμένα, αν με $S_\lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_\kappa\}$ συμβολίζονται όλες οι διακριτές τιμές των συντελεστών λ_i της τετραγωνικής μορφής Q που αναπαριστά ο SNR, αν ο αριθμός εμφανίσεων κάθε ενός συντελεστή του S_λ στην Q είναι άρτιος τότε το ολοκλήρωμα $\mathcal{M}$ γράφεται ως

$$\mathcal{M} = \int_0^\theta \prod_{\lambda_i \in S_\lambda} \frac{1}{\left(1 + 2\lambda_i \frac{g}{\sin^2 \phi}\right)^{m_i}} d\phi \quad (4.55)$$

όπου οι παράμετροι m_i είναι ακεραίες. Το γεγονός αυτό επιτρέπει την εύρεση κλειστών αναλυτικών μορφών για το ολοκλήρωμα αυτό. Στην περίπτωση, όμως, που οι παράμετροι m_i είναι ακέραιες, με τον κατάλληλο χειρισμό των εκφράσεων (4.11), (4.12), (4.19) και (4.20), η ΣΠΠ της τετραγωνικής μορφής Q γράφεται και αυτή σε κλειστή, εύχρηστη μορφή, χωρίς τη χρήση απειροσειρών. Συνεπώς, στην περίπτωση αυτή η χρήση της ΡΓΣ για τον υπολογισμό της ASEP δεν εμφανίζει κάποιο πλεονέκτημα. Από την άλλη, στη γενική περίπτωση όπου οι συντελεστές λ_i παίρνουν αυθαίρετες και εν γένει διαφορετικές μεταξύ τους τιμές, που είναι και η περίπτωση που μελετάται σε αυτή την ενότητα, το ολοκλήρωμα (4.54) δεν μπορεί να εκφραστεί με συνήθεις αναλυτικές συναρτήσεις. Το πρόβλημα αυτό ξεπερνάται με τη χρήση της ΣΠΠ για τον υπολογισμό των μετρικών επίδοσης που προτείνεται στο πλαίσιο της διατριβής. Σε αυτή την προσέγγιση, αντικαθιστώντας στο ολοκλήρωμα (4.53) τον ορισμό (4.11) για την $p_Q(\cdot)$, αυτό παίρνει τη μορφή

$$P_e = \sum_{k=0}^{\infty} c_k \int_0^{\infty} f\left(\gamma, 2\beta, \frac{n}{2} + k\right) P_e(\gamma) d\gamma. \quad (4.56)$$

Προφανώς, η συγκεκριμένη σχέση ισχύει όταν η παράμετρος β επιλέγεται έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η ομοιόμορφη σύγκλιση της σειράς (4.11) για οποιαδήποτε, πεπερασμένη ή μη, θετική τιμή γ . Τότε, μπορεί κανείς να αλλάξει τη σειρά άθροισης και ολοκλήρωσης και να οδηγηθεί στη μορφή (4.56). Στην περίπτωση που χρησιμοποιείται η έκφραση (4.56) για τον υπολογισμό των ASEP και ABEP, με τη βοήθεια της έκφρασης (4.37) μπορούν να βρεθούν άνω φράγματα για το σφάλμα αποκοπής των απειροσειρών βάσει των οποίων υπολογίζονται οι ASEP και ABEP. Για το σκοπό αυτό, αρκεί κανείς να υπολογίσει το ολοκλήρωμα

$$E = \int_0^{\infty} e_b(\gamma) P_e(\gamma) d\gamma. \quad (4.57)$$

Υπολογισμός ASEP

Στην ανάλυση που ακολουθεί παρουσιάζονται τα πρωτότυπα αποτελέσματα που εξήχθησαν χρησιμοποιώντας την τεχνική που περιγράφεται παραπάνω για τον υπολογισμό της ASEP για διάφορες τεχνικές διαμόρφωσης. Για

την ανάλυση αυτή, στις εξισώσεις (4.56) και (4.57) αντικαθίσταται η συνάρτηση $P_e(\cdot)$ με την αντίστοιχη $P_e^s(\cdot)$ για τη μελετώμενη τεχνική διαμόρφωσης.

M-PAM: Στην περίπτωση χρήσης διαμόρφωσης M-PAM, η συνάρτηση $P_e^s(\gamma)$ δίνεται από την έκφραση (Α'.1). Συνεπώς, η ASEP γράφεται στη μορφή

$$P_{PAM}^s = \delta \sum_{k=0}^{\infty} c_k J\left(a, 2\beta, \frac{n}{2} + k\right), \quad (4.58)$$

όπου οι ποσότητες a και δ δίνονται στην έκφραση (Α'.1) ενώ η συνάρτηση $J(\cdot, \cdot, \cdot)$ ορίζεται ως

$$J(a, b, \nu) = \int_0^{\infty} \frac{\gamma^{\nu-1}}{b^{\nu} \Gamma(\nu)} \exp\left(-\frac{\gamma}{b}\right) \mathcal{Q}(a\sqrt{\gamma}) d\gamma. \quad (4.59)$$

Στη γενική περίπτωση η συνάρτηση $J(\cdot, \cdot, \cdot)$ εκφράζεται με χρήση υπεργεωμετρικών συναρτήσεων. Ωστόσο, όταν η παράμετρος ν είναι ακέραια, η $J(\cdot, \cdot, \cdot)$ μπορεί να γραφτεί σε απλή μορφή μέσω της σχέσης [26, σελ. 127]

$$J(a, b, \nu) = \frac{1}{2} \left[1 - \mu \sum_{l=0}^{\nu-1} \binom{2l}{l} \left(\frac{1-\mu^2}{4} \right)^l \right], \quad \text{όπου} \quad \mu = \sqrt{\frac{a^2 b}{2 + a^2 b}}. \quad (4.60)$$

Η συγκεκριμένη έκφραση μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την απλοποίηση της σχέσης (4.58) αφού για την τετραγωνική μορφή που μελετάται ο αριθμός όρων n είναι άρτιος και ίσος με $2n_t n_r$. Συνεπώς, η ποσότητα $n/2 + k$ θα είναι πάντοτε ακέραια.

Με αφετηρία την έκφραση (4.57) και χρησιμοποιώντας τις εκφράσεις (4.37) και (4.60) το σφάλμα αποκοπής της απειροσειράς (4.58) φράσσεται από την ποσότητα

$$E_{PAM}^s = \delta c_0 \sum_{i=1}^{n/2} \Delta_i \mathcal{J}\left(a, 2\beta, \xi_{2i-1}, N + \frac{n}{2} - 1\right), \quad (4.61)$$

όπου

$$\mathcal{J}(a, b, \rho, \nu) = \frac{J(a, b/(1-\rho), 1)}{1-\rho} - \sum_{l=0}^{\nu} \rho^l J(a, b, l+1). \quad (4.62)$$

Συνεπώς, το άνω φράγμα στο σφάλμα αποκοπής της απειροσειράς (4.58) υπολογίζεται και αυτό εύκολα.

M-QAM: Στην περίπτωση μη τετραγωνικής διαμόρφωσης (rectangular) QAM, αν M_I και M_Q είναι τα επίπεδα που χρησιμοποιούνται στην ομοφασική (inphase) και στην ορθογωνική (quadrature) συνιστώσα του μεταδιδόμενου σήματος αντίστοιχα, τότε, όπως αναφέρεται στο Παράρτημα Α', η συνάρτηση $P_e^s(\cdot)$ γράφεται στη μορφή

$$P_e^s(\gamma) = \delta_I \mathcal{Q}(a_I \sqrt{\gamma}) + \delta_Q \mathcal{Q}(a_Q \sqrt{\gamma}) - \delta_I \delta_Q \mathcal{Q}(a_I \sqrt{\gamma}) \mathcal{Q}(a_Q \sqrt{\gamma}), \quad (4.63)$$

όπου οι ποσότητες δ_I, δ_Q δίνονται από την εξίσωση (Α.5) ενώ οι συντελεστές a_I, a_Q μπορούν να βρεθούν στην αναφορά [60]. Συνεπώς χρησιμοποιώντας την εξίσωση [61, εξ.(4)] η ASEP υπολογίζεται με βάση τον τύπο

$$P_{QAM}^s = \delta_I \sum_{k=0}^{\infty} c_k J\left(a_I, 2\beta, \frac{n}{2} + k\right) + \delta_Q \sum_{k=0}^{\infty} c_k J\left(a_Q, 2\beta, \frac{n}{2} + k\right) - \delta_I \delta_Q \sum_{k=0}^{\infty} c_k H_R\left(a_I, a_Q, 2\beta, \frac{n}{2} + k\right) \quad (4.64)$$

με τη συνάρτηση $H_R(\cdot, \cdot, \cdot, \cdot)$ να δίνεται από τη σχέση

$$H_R(a_I, a_Q, b, \nu) = \frac{1}{4} - [v(a_I, a_Q, b, \nu) + v(a_Q, a_I, b, \nu)], \quad (4.65)$$

όπου

$$v(a_1, a_2, b, \nu) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\nu-1} \frac{2^{n-1} a_1 \sqrt{b} \Gamma(n + 3/2)}{(a_1^2 b + 2)^{n+1/2} n! (1 + 2n)} - \frac{1}{4\pi} \sum_{n=0}^{\nu-1} \frac{b a_1 a_2 2^{n+1}}{(a_1^2 b + 2 + a_2^2 b)^{n+1}} {}_2F_1\left(1, 1 + n; \frac{3}{2}; \frac{a_2^2 b}{a_1^2 b + 2 + a_2^2 b}\right). \quad (4.66)$$

Η συνάρτηση ${}_2F_1(\cdot, \cdot; \cdot; \cdot)$ που εμφανίζεται στην παραπάνω εξίσωση είναι η υπεργεωμετρική συνάρτηση Gauss [36, 07.23.02.0001.01]. Περισσότερες λεπτομέρειες για τη συνάρτηση αυτή θα δοθούν σε επόμενο κεφάλαιο. Στην περίπτωση τετραγωνικής διαμόρφωσης QAM, λαμβάνοντας υπόψη ότι η ποσότητα $n/2 + k$ είναι ακέραια, η έκφραση (4.65) μπορεί να απλοποιηθεί σε μεγάλο βαθμό και να εκφραστεί χωρίς τη χρήση γεωμετρικών σειρών με τη βοήθεια της έκφρασης [26, εξ. (5.30)]. Τέλος, χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις $J(\cdot, \cdot, \cdot)$ και $H_R(\cdot, \cdot, \cdot, \cdot)$ και την έκφραση (4.57), το σφάλμα αποκοπής της σειράς (4.64) γράφεται στη μορφή

$$E_{QAM}^s = c_0 \delta_I \sum_{i=1}^{n/2} \Delta_i \mathcal{J}\left(a_I, 2\beta, \xi_{2i-1}, N + \frac{n}{2} - 1\right) + c_0 \delta_Q \sum_{i=1}^{n/2} \Delta_i \mathcal{J}\left(a_Q, 2\beta, \xi_{2i-1}, N + \frac{n}{2} - 1\right) - c_0 \delta_I \delta_Q \sum_{i=1}^{n/2} \Delta_i \mathcal{H}_R\left(a_I, a_Q, 2\beta, \xi_{2i-1}, N + \frac{n}{2} - 1\right), \quad (4.67)$$

με τη συνάρτηση $\mathcal{H}_R(\cdot, \cdot, \cdot, \cdot)$ να δίνεται από τον τύπο

$$\mathcal{H}_R(a_I, a_Q, b, \rho, \nu) = \frac{H_R(a_I, a_Q, b/(1-\rho), 1)}{1-\rho} - \sum_{l=0}^{\nu} \rho^l H_R(a_I, a_Q, b, l+1). \quad (4.68)$$

M-PSK: Αν το σύστημα μετάδοσης χρησιμοποιεί ένα διαμορφωτή M-PSK, τότε, με αφετηρία τη σχέση (Α.6) που εκφράζει την SEP για τη διαμόρφωση M-PSK, η ASEP παίρνει τη μορφή

$$P_{PSK}^s = \sum_{k=0}^{\infty} c_k U\left(2\beta, \frac{n}{2} + k\right), \quad (4.69)$$

όπου $U(\cdot, \cdot, \cdot)$ είναι το ολοκλήρωμα

$$U(\beta, \nu) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\gamma^{\nu-1}}{\beta^{\nu} \Gamma(\nu)} \exp\left(-\frac{\gamma}{\beta}\right) \int_0^{(M-1)\pi/M} \exp\left(-\gamma \frac{g_{PSK}}{\sin^2 \theta}\right) d\theta d\gamma. \quad (4.70)$$

Το συγκεκριμένο ολοκλήρωμα μπορεί να γραφτεί στη μορφή [62]

$$U(\beta, m) = J(a_{PSK}, \beta, \nu) + W(\beta, \nu) \quad (4.71)$$

με $a_{PSK} = \sqrt{2} \sin(\pi/M)$ και

$$\begin{aligned} W(\beta, \nu) &= \frac{1}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{M}\right) (1 + \sin^2(\pi/M) \beta)^{\nu} \\ &\times F_1\left(\frac{1}{2}, \nu, \frac{1}{2} - \nu; \frac{3}{2}; \frac{\cos^2(\pi/M)}{1 + \sin^2(\pi/M) \beta}, \cos^2(\pi/M)\right). \end{aligned} \quad (4.72)$$

Η συνάρτηση $F_1(\cdot, \cdot, \cdot; \cdot; \cdot)$ που εμφανίζεται στην έκφραση (4.72) είναι η υπεργεωμετρική συνάρτηση Appell F_1 [63] που περιλαμβάνεται στα περισσότερα περιβάλλοντα μαθηματικού προγραμματισμού. Περισσότερες λεπτομέρειες για τη συγκεκριμένη συνάρτηση αλλά και για την υλοποίησή της θα δοθούν σε επόμενο κεφάλαιο.

Η έκφραση (4.72) υπολογίζει τη συνάρτηση $W(\cdot, \cdot)$ για τη γενική περίπτωση όπου η παράμετρος ν είναι ένας πραγματικός θετικός αριθμός. Ωστόσο, περιοριζόμενοι στην περίπτωση που η παράμετρος ν είναι ένας θετικός ακέραιος αριθμός, η συγκεκριμένη συνάρτηση μπορεί να γραφτεί σε απλή μορφή χωρίς τη χρήση υπεργεωμετρικών συναρτήσεων με τη βοήθεια της εξίσωσης [26, εξ. (8.115)]. Η έκφραση αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί και στην (4.69), καθώς η ποσότητα $n/2 + k$ έχει ακέραια τιμή. Τέλος, το σφάλμα αποκοπής της σειράς (4.69) γράφεται στη μορφή

$$E_{PSK}^s = c_0 \sum_{i=1}^{n/2} \Delta_i \frac{U(2\beta/(1 - \xi_{2i-1}), 1)}{1 - \xi_{2i-1}} - c_0 \sum_{i=1}^{n/2} \Delta_i \sum_{l=0}^{N+n/2-1} \xi_{2i-1}^l U(2\beta, l+1). \quad (4.73)$$

Συνεπώς, και πάλι η ASEP αλλά και το άνω φράγμα στο σφάλμα αποκοπής αυτής εκφράζονται με χρήση βασικών συναρτήσεων.

Υπολογισμός ABEP

Για τον υπολογισμό της ABEP απαιτείται σε πρώτη φάση η γνώση της ΣΠΠ του SNR ανά bit. Είναι εύκολο ναδειχθεί ότι η συνάρτηση αυτή είναι και πάλι μία τετραγωνική μορφή του τύπου (4.10) που προκύπτει αντικαθιστώντας την ποσότητα E_S/N_0 με την ποσότητα E_b/N_0 στη διαδικασία που περιγράφηκε στην Ενότητα 4.4. Συνεπώς, η ΣΠΠ του SNR ανά bit θα δίνεται από μία έκφραση της μορφής (4.11) με τους συντελεστές c_k να υπολογίζονται μέσω των σχέσεων (4.17) και (4.18) για τις νέες τιμές των συντελεστών λ_i . Κατόπιν τούτου, ο υπολογισμός της ABEP για τις διάφορες τεχνικές διαμόρφωσης γίνεται με τη βοήθεια των ολοκληρωμάτων (4.56) και (4.57), αντικαθιστώντας σε αυτά τη συνάρτηση $P_e(\cdot)$ με την αντίστοιχη $P_e^b(\cdot)$ για τη μελετώμενη τεχνική διαμόρφωσης.

M-PAM: Για τον υπολογισμό της ABEP για ένα σύστημα διαμόρφωσης M-PAM με χρήση κωδικοποίησης Gray, η συνάρτηση $P_e^b(\cdot)$ δίνεται από την εξίσωση (Α.7) του Παραρτήματος Α'. Άρα, λαμβάνοντας υπόψη τον ορισμό (4.60) της συνάρτησης $J(\cdot, \cdot, \cdot)$ η ABEP γράφεται ως

$$P_{PAM}^b = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c_k}{\log_2 M} \sum_{j=1}^{\log_2 M} P_{bj} \left(2\beta, \frac{n}{2} + k, M \right), \quad (4.74)$$

όπου

$$P_{bj}(2\beta, \nu, M) = \frac{2}{M} \sum_{i=0}^{(1-2^{-j})M-1} \delta_M(i, j) J(a_i, 2\beta, \nu) \quad (4.75)$$

με τους συντελεστές $\delta_M(\cdot, \cdot)$ και a_i να δίνονται από την εξίσωση (Α.9). Επιπλέον, το σφάλμα αποκοπής της σειράς (4.74) παίρνει τη μορφή

$$\begin{aligned} E_{PAM}^b &= \sum_{i=1}^{n/2} \frac{c_0 \Delta_i}{\log_2 M} \sum_{j=1}^{\log_2 M} \frac{P_{bj}(2\beta/(1-\xi_{2i-1}), 1)}{1-\xi_{2i-1}} \\ &\quad - \sum_{i=1}^{n/2} \frac{c_0 \Delta_i}{\log_2 M} \sum_{l=0}^{N+n/2-1} \xi_{2i-1}^l \sum_{j=1}^{\log_2 M} P_{bj}(2\beta, l+1). \end{aligned} \quad (4.76)$$

M-QAM: Για ένα μη τετραγωνικό σχήμα διαμόρφωσης M-QAM με M_I επίπεδα στην ομοφασική και M_Q επίπεδα στην ορθογωνική συνιστώσα του σήματος, η συνάρτηση $P_e^b(\cdot)$ γράφεται με χρήση της έκφρασης (Α.10). Συνεπώς, με τη βοήθεια και πάλι της συνάρτησης $J(\cdot, \cdot, \cdot)$ η ABEP υπολογίζεται ως

$$\begin{aligned} P_{QAM}^b &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c_k}{\log_2 M_I M_Q} \\ &\quad \times \left[\sum_{j=1}^{\log_2 M_I} K_j \left(2\beta, \frac{n}{2} + k, M_I \right) + \sum_{j=1}^{\log_2 M_Q} K_j \left(2\beta, \frac{n}{2} + k, M_Q \right) \right], \end{aligned} \quad (4.77)$$

με τη συνάρτηση $K_j(\cdot, \cdot, \cdot)$ να ορίζεται ως

$$K_j(2\beta, \nu, M_0) = \frac{2}{M_0} \sum_{i=0}^{(1-2^{-j})M_0-1} \delta_{M_0}(i, j) J(a_i, 2\beta, \nu), \quad (4.78)$$

τους συντελεστές a_i να δίνονται από την έκφραση (Α.12) και τους συντελεστές $\delta_{M_0}(\cdot, \cdot)$ να υπολογίζονται με τη διαδικασία που περιγράφεται στο Παράρτημα Α'.

Όσον αφορά στο φράγμα του σφάλματος αποκοπής στην απειροσειρά υπολογισμού της ABEP, αυτό δίνεται από τη σχέση

$$\begin{aligned} E_{QAM}^b &= \frac{c_0}{\log_2 M_I M_Q} \\ &\times \sum_{i=1}^{n/2} \Delta_i \left[\sum_{j=1}^{\log_2 M_I} \mathcal{K}_j \left(2\beta, \xi_{2i-1}, N + \frac{n}{2} - 1, M_I \right) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j=1}^{\log_2 M_I} \mathcal{K}_j \left(2\beta, \xi_{2i-1}, N + \frac{n}{2} - 1, M_Q \right) \right], \end{aligned} \quad (4.79)$$

όπου

$$\mathcal{K}_j(b, \rho, \nu, M_0) = \frac{K_j(b/(1-\rho), l+1, M_0)}{1-\rho} - \sum_{l=0}^{\nu} \rho^l K_j(b, l+1, M_0). \quad (4.80)$$

M-PSK: Η εύρεση κλειστής έκφρασης για τη συνάρτηση $P_e^b(\cdot)$ για την περίπτωση διαμόρφωσης M-PSK είναι ιδιαίτερα δύσκολη. Για το λόγο αυτό η συνάρτηση $P_e^b(\cdot)$ προσεγγίζεται από την έκφραση (Α.13). Με τη βοήθεια αυτής, η ABEP για διαμορφώσεις M-PSK, προσεγγίζεται από την ποσότητα

$$P_{PSK}^b \cong \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2c_k}{\max(\log_2 M, 2)} \sum_{i=1}^{\max(M/4, 1)} J(a_i, 2\beta, \nu) \quad (4.81)$$

με τους συντελεστές a_i να δίνονται από τη σχέση (Α.14).

4.5.2 Υπολογισμός πιθανότητας διακοπής πληροφορίας και εργοδικής χωρητικότητας

Όπως και προηγουμένως, η χρήση της ΡΓΣ για τον υπολογισμό της πιθανότητας διακοπής πληροφορίας και της εργοδικής χωρητικότητας δεν οδηγεί σε κλειστές εκφράσεις. Για το λόγο αυτό ο υπολογισμός των δύο μετρικών γίνεται με χρήση του ορισμού (3.69) και της ΣΠΠ της τετραγωνικής μορφής Q που αντιστοιχεί στο στιγμιαίο SNR ανά σύμβολο. Ειδικότερα, οι δύο μετρικές επίδοσης υπολογίζονται με τον ακόλουθο τρόπο.

Πιθανότητα διακοπής πληροφορίας

Η πιθανότητα διακοπής πληροφορίας ορίζεται ως η πιθανότητα ένας συγκεκριμένος ρυθμός μετάδοσης να μην μπορεί να υποστηριχθεί. Συνεπώς, χρησιμοποιώντας την έκφραση (3.69) αλλά και την ΑΣΚ της τετραγωνικής μορφής Q που αντιστοιχεί στο SNR ανά σύμβολο, η πιθανότητα διακοπής πληροφορίας μπορεί να γραφτεί ως

$$IOP(C_0) = \Pr(Q \leq 2^{C_0/R} - 1) = P_Q(2^{C_0/R} - 1). \quad (4.82)$$

Επιπλέον, χρησιμοποιώντας το σφάλμα αποκοπής (4.39) της $P_Q(\cdot)$, κατασκευάζεται ένα άνω φράγμα για το σφάλμα αποκοπής της σχέσης (4.82) που δίνεται από τον τύπο

$$\varepsilon_{iop}(C_0) = c_0 \sum_{i=1}^{n/2} \Delta_i G\left(2^{C_0/R} - 1, \xi_{2i-1}, 2\beta, N + \frac{n}{2} - 1\right). \quad (4.83)$$

Πέραν της πιθανότητας διακοπής πληροφορίας μπορεί κανείς να υπολογίσει και την πιθανότητα διακοπής επικοινωνίας με χρήση ακριβώς της ίδιας διαδικασίας αλλά και των ίδιων συναρτήσεων.

4.5.3 Εργοδική χωρητικότητα

Με αφετηρία τον ορισμό (3.69) της χωρητικότητας των OSTBC, η εργοδική χωρητικότητα υπολογίζεται μέσω της έκφρασης

$$\bar{C} = R \int_0^\infty p_Q(x) \log_2(1+x) dx. \quad (4.84)$$

Κάνοντας χρήση της μορφής της ΣΠΠ και εναλλάσσοντας τη σειρά άθροισης και ολοκλήρωσης η σχέση (4.84) παίρνει τη μορφή

$$\bar{C} = R \sum_{k=0}^{\infty} c_k \int_0^\infty f\left(x, 2\beta, \frac{n}{2} + k\right) \log_2(1+x) dx. \quad (4.85)$$

Χρησιμοποιώντας την ιδιότητα [64, εξ. (78)]

$$\Psi(b, l) = \frac{1}{(l-1)!} \int_0^\infty x^{l-1} \ln(1+x) \exp\left(-\frac{x}{b}\right) dx = \exp\left(\frac{1}{b}\right) \sum_{i=1}^l b^i \Gamma\left(-l+i, \frac{1}{b}\right) \quad (4.86)$$

που ισχύει για θετικές ακέραιες τιμές της παραμέτρου l , όπου $\Gamma(\cdot, \cdot)$ η άνω ατελής συνάρτηση Γάμμα οριζόμενη ως [65, σελ. 949, εξ. (8.350.2)]

$$\Gamma(a, x) = \int_x^\infty \exp(-t) t^{a-1} dt. \quad (4.87)$$

Το ολοκλήρωμα (4.85) γράφεται τελικά ως

$$\bar{C} = R \log_2(e) \sum_{k=0}^{\infty} c_k \frac{\Psi(2\beta, \frac{n}{2} + k)}{(2\beta)^{n/2+k}}, \quad (4.88)$$

όπου με e συμβολίζεται η νεπέρια σταθερά. Επιπλέον, με χρήση της έκφρασης (4.86) κατασκευάζεται το ακόλουθο άνω φράγμα για το σφάλμα αποκοπής της έκφρασης υπολογισμού της εργοδικής χωρητικότητας

$$E_{\bar{C}} = R \log_2(e) c_0 \times \left[\sum_{i=1}^{n/2} \Delta_i \frac{\Psi(2\beta / (1 - \xi_{2i-1}), 1)}{2\beta} - \sum_{i=1}^{n/2} \Delta_i \sum_{k=0}^{N+n/2-1} \xi_{2i-1}^k \frac{\Psi(2\beta, k+1)}{(2\beta)^{k+1}} \right] \quad (4.89)$$

Με την παρουσίαση των παραπάνω εκφράσεων ολοκληρώνεται η ανάλυση επίδοσης OSTBC σε περιβάλλοντα διαλείψεων Hoyt. Στην επόμενη ενότητα παρουσιάζονται πρακτικοί υπολογισμοί με χρήση των συγκεκριμένων αποτελεσμάτων μαζί με αποτελέσματα προσομοιώσεων που επιβεβαιώνουν την ορθότητα και την ακρίβεια των αναλυτικών εκφράσεων για τις διάφορες μετρικές επίδοσης.

4.6 Αριθμητικά αποτελέσματα

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται αριθμητικά αποτελέσματα για τον υπολογισμό των μετρικών επίδοσης με χρήση των εκφράσεων της προηγούμενης ενότητας. Τα αποτελέσματα αυτά συγκρίνονται με αποτελέσματα προσομοιώσεων Monte Carlo. Ειδικότερα, εξετάζεται η επίδοση ενός συστήματος MIMO 2×2 που χρησιμοποιεί το σχήμα Alamouti. Στο Σχήμα 4.1 παρουσιάζεται το άνω φράγμα (4.37) στο σφάλμα αποκοπής της ΣΠΠ του SNR για δύο διαφορετικές περιπτώσεις διαλείψεων Hoyt. Και στις δύο περιπτώσεις, γίνεται η υπόθεση ότι οι διαλείψεις των διαφόρων καναλιών είναι ασυσχέτιστες. Στην πρώτη περίπτωση, οι τιμές των παραμέτρων των καναλιών επιλέχθηκαν με μικρές αποκλίσεις μεταξύ τους. Πιο συγκεκριμένα, οι παράμετροι επλέχθηκαν ίσες με $(\Omega_{1,1}, q_{1,1}) = (0.25, 0.9)$, $(\Omega_{1,2}, q_{1,2}) = (0.25, 0.8)$, $(\Omega_{2,1}, q_{2,1}) = (0.25, 0.75)$ και $(\Omega_{2,2}, q_{2,2}) = (0.25, 0.7)$, όπου με $\Omega_{i,j}$ και $q_{i,j}$ συμβολίζονται οι τιμές των παραμέτρων Ω και q για το κανάλι ανάμεσα στην j -οστή κεραία εκπομπής και στην i -οστή κεραία λήψης. Η χρήση των συγκεκριμένων τιμών για τις παραμέτρους των καναλιών οδηγεί στην έκφραση του SNR ως μία τετραγωνική μορφή που χαρακτηρίζεται από μικρή διασπορά στις τιμές των συντελεστών λ_i . Στη δεύτερη περίπτωση, οι τιμές των παραμέτρων των καναλιών επιλέχθηκαν ώστε η διασπορά των συντελεστών λ_i να είναι σημαντικά μεγαλύτερη. Πιο συγκεκριμένα, επιλέχθηκαν οι τιμές $(\Omega_{1,1}, q_{1,1}) = (0.4, 0.4)$, $(\Omega_{1,2}, q_{1,2}) = (0.3, 0.5)$, $(\Omega_{2,1}, q_{2,1}) = (0.2, 0.6)$ και

$(\Omega_{2,2}, q_{2,2}) = (0.1, 0.8)$. Και για τις δύο περιπτώσεις η τιμή της παραμέτρου β καθορίστηκε σύμφωνα με τη σχέση (4.16) ώστε να εξασφαλίζεται η γρήγορη σύγκλιση των απειροσειρών. Στην πρώτη περίπτωση η αποκοπή της σειράς έγινε μετά τους πρώτους 16 όρους, δηλαδή η τιμή του N επιλέχθηκε ίση με $N = 15$, ενώ στη δεύτερη η τιμή του N επιλέχθηκε ίση με $N = 20$. Το γεγονός αυτό σχετίζεται με τη μεγαλύτερη διασπορά που εμφανίζουν οι συντελεστές λ_i στη δεύτερη περίπτωση που οδηγεί σε πιο αργή σύγκλιση. Με βάση το Σχήμα 4.1 εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι και για τα δύο συστήματα το άνω φράγμα (4.37) είναι ένα αρκετά ρεαλιστικό φράγμα και πολύ πιο αυστηρό από το φράγμα που παρουσιάζεται στην αναφορά [54]. Ειδικότερα, από το Σχήμα 4.1 συμπεραίνει κανείς ότι το φράγμα της αναφοράς [54] για τη δεύτερη περίπτωση δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εύρεση ρεαλιστικών εκτιμήσεων για το φράγμα του σφάλματος αποκοπής. Αντιθέτως το άνω φράγμα (4.37) και για τις δύο περιπτώσεις διαλείψεων δίνει εκτιμήσεις για το σφάλμα αποκοπής που είναι αρκετές τάξεις μεγέθους μικρότερες από τις αντίστοιχες του φράγματος της αναφοράς [54]. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται αποτελέσματα που αφορούν στις διάφορες μετρικές επίδοσης για το δεύτερο σενάριο διαλείψεων.

Στο Σχήμα 4.2 παρουσιάζεται η ASEP, όπως υπολογίζεται με τη βοήθεια θεωρητικών εκφράσεων, για διάφορα σχήματα διαμόρφωσης και συγκρίνεται με την ASEP, όπως αυτή προκύπτει μέσω προσομοιώσεων. Τα θεωρητικά αποτελέσματα βασίζονται στη χρήση των εκφράσεων (4.58), (4.64) και (4.69) για διάφορες τιμές του M . Με τη βοήθεια των εκφράσεων για το άνω σφάλμα αποκοπής, η τιμή του N επιλέχθηκε ίση με $N=25$, έτσι ώστε να εξασφαλίζεται ότι το σφάλμα αποκοπής είναι τουλάχιστον μία τάξη μεγέθους μικρότερο της τιμής της ASEP. Η συγκεκριμένη επιλογή για τη σχέση ανάμεσα στη τιμή της ASEP και στο σφάλμα αποκοπής αποτελεί μια πολύ καλή επιλογή, καθώς, μέσω προσομοιώσεων, απεδείχθη ότι οδηγεί σε αρκετά αυστηρά φράγματα του σφάλματος αποκοπής χωρίς να απαιτεί τη διατήρηση μεγάλου αριθμού όρων των απειροσειρών. Από το σχήμα αυτό διαπιστώνεται η σχεδόν απόλυτη ταύτιση των θεωρητικών αποτελεσμάτων με τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων Monte Carlo. Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνει την ορθότητα των θεωρητικών αποτελεσμάτων, αλλά και τη γρήγορη σύγκλιση των σειρών.

Για την καλύτερη αξιολόγηση των άνω φραγμάτων, στο Σχήμα 4.3 παρουσιάζεται το φράγμα του σφάλματος αποκοπής της ASEP για τη διαμόρφωση 4-PAM για διάφορες τιμές του N . Το φράγμα αυτό υπολογίζεται κάνοντας χρήση της εξίσωσης (4.61). Από το σχήμα γίνεται εμφανές ότι, ακόμη και για μικρές αυξήσεις του αριθμού των όρων που χρησιμοποιούνται στους υπολογισμούς, το νέο προτεινόμενο φράγμα μειώνεται δραστικά. Επιπλέον, για υψηλές τιμές του SNR, η τιμή του φράγματος γίνεται σχεδόν αμελητέα. Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνεται και με τη βοήθεια του Σχήματος 4.4 όπου παρουσιάζεται το φράγμα των σφαλμάτων αποκοπής για $N = 25$ για διάφορα σχήματα διαμόρφωσης. Το σχήμα αυτό παράχθηκε με χρήση των εξισώσεων

Σχήμα 4.1: Σύγκριση του προτεινόμενου άνω φράγματος στο σφάλμα αποκοπής με το ήδη γνωστό από την βιβλιογραφία.

Σχήμα 4.2: Θεωρητική και πειραματική ASEP για OSTBC σε κανάλια διαλείψεων Hoyt για διάφορες τεχνικές διαμόρφωσης.

Σχήμα 4.3: Σφάλμα αποκοπής ASEP για διαμόρφωση 4-PAM και για διάφορες τιμές του N .

(4.61), (4.67) και (4.73). Στο συγκεκριμένο σχήμα, διαπιστώνει κανείς πως όσο η τιμή του SNR μεγαλώνει, η επιλογή $N = 25$ οδηγεί σε τιμές του φράγματος για το σφάλμα αποκοπής που είναι αρκετές τάξεις μεγέθους μικρότερες από την υπολογιζόμενη ποσότητα. Συνεπώς, για υψηλές τιμές του SNR, απαιτείται μικρός αριθμός όρων για τον υπολογισμό της ASEP. Η διαπίστωση αυτή ισχύει και για τις υπόλοιπες υπολογιζόμενες μετρικές.

Στο Σχήμα 4.5 συγκρίνονται τα θεωρητικά αποτελέσματα για την ABEP για διάφορες διαμορφώσεις με αποτελέσματα προσομοιώσεων Monte Carlo. Για τα θεωρητικά αποτελέσματα έγινε χρήση των εκφράσεων (4.74), (4.77) και (4.81), ενώ η τιμή του N επιλέχθηκε ίση με $N = 20$. Για μία ακόμη φορά, διαπιστώνεται η ταύτιση των θεωρητικών αποτελεσμάτων με αυτά των προσομοιώσεων. Επιπλέον, στο Σχήμα 4.6 παρουσιάζονται τα φράγματα στο σφάλμα αποκοπής, που υπολογίζονται βάσει των εκφράσεων (4.76) και (4.79) για $N = 20$ και διάφορες περιπτώσεις διαμορφώσεων PAM και QAM. Με τη βοήθεια του σχήματος διαπιστώνει κανείς ότι τα φράγματα που προτείνονται είναι αξιόπιστα. Ειδικότερα, αποδεικνύεται ότι σε πολλές περιπτώσεις τα προτεινόμενα φράγματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν πρακτικά ώστε να υπολογιστεί ο αριθμός όρων που απαιτείται για την εξασφάλιση κάποιας δεδομένης ακρίβειας. Αξίζει, επίσης, να επισημανθεί ότι, όπως προκύπτει από τη σύγκριση των διαφόρων σχημάτων, λόγω των διαφορετικών εκφράσεων των διαφόρων μετρικών επίδοσης, η σύγκλιση για κάποιες από αυτές απαιτεί λιγότερους όρους απ' ό,τι για άλλες. Έχοντας παρουσιάσει διάφορα αποτελέσματα για την ASEP και την ABEP, στη συνέχεια δίνονται αποτελέσματα σχετικά με τη χωρητικότητα του συστήματος. Στο Σχήμα

Σχήμα 4.4: Σφάλμα αποκοπής ASEP για διάφορες τεχνικές διαμόρφωσης και $N = 25$.

Σχήμα 4.5: Θεωρητική και πειραματική ABEP για OSTBC σε κανάλια διαλείψεων Hoyt για διάφορες τεχνικές διαμόρφωσης για $N = 20$.

Σχήμα 4.6: Σφάλμα αποκοπής ABER για διάφορες τεχνικές διαμόρφωσης και $N = 20$.

4.7 σχεδιάζεται η πιθανότητα διακοπής επικοινωνίας $IOP(C_0)$ για $C_0 = 3$ bits/sec/Hz για την περίπτωση $N = 25$. Τα θεωρητικά αποτελέσματα που εμφανίζονται στο σχήμα για την πιθανότητα διακοπής πληροφορίας και για το σφάλμα αποκοπής κατά τον υπολογισμό της, προκύπτουν με χρήση των εξισώσεων (4.82) και (4.83). Για μία ακόμη φορά, διαπιστώνεται η ταύτιση των θεωρητικών αποτελεσμάτων με τα αποτελέσματα προσομοιώσεων. Επιπλέον, μέσω του άνω φράγματος, είναι εμφανές ότι, χρησιμοποιώντας ένα σχετικά μικρό αριθμό όρων της απειροσειράς, είναι δυνατός ο αξιόπιστος υπολογισμός των μετρικών. Τέλος, στο Σχήμα 4.8 παρουσιάζονται θεωρητικά και προσομοιωμένα αποτελέσματα που αφορούν τη χωρητικότητα του συστήματος για $N = 30$. Τα θεωρητικά αποτελέσματα προέκυψαν χρησιμοποιώντας την εξίσωση (4.88). Και πάλι η ταύτιση θεωρητικών και προσομοιωμένων αποτελεσμάτων είναι εμφανής. Στο ίδιο σχήμα φαίνεται επίσης το σφάλμα αποκοπής στον υπολογισμό της χωρητικότητας για τη δεδομένη τιμή του N που υπολογίζεται από την εξίσωση (4.89).

4.7 Εναλλακτικός υπολογισμός της πιθανότητας διακοπής πληροφορίας

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζεται μία εναλλακτική μέθοδος για τον υπολογισμό της πιθανότητας διακοπής πληροφορίας των OSTBC σε περιβάλλοντα διαλείψεων Hoyt. Στα πλαίσια της μεθόδου, μελετάται πρώτα η περίπτωση των iid καναλιών Hoyt και στη συνέχεια, η περίπτωση των μη πανομοιότυπων (Non-id) κατανομμένων καναλιών.

Σχήμα 4.7: Πιθανότητα διακοπής πληροφορίας για ρυθμό μετάδοσης $C = 3\text{bits/sec/Hz}$ και $N=25$.

Σχήμα 4.8: Εργοδική χωρητικότητα για OSTBC σε κανάλια διαλείψεων Hoyt $N = 30$.

4.7.1 Στοχαστικώς ανεξάρτητες και πανομοιότυπα κατανοημένες διαλείψεις

Στην περίπτωση αυτή, ο υπολογισμός της πιθανότητας διακοπής πληροφορίας μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας μία πιο απλή μορφή από την (4.13) για την ΑΣΚ του SNR. Ειδικότερα, λαμβάνοντας υπόψη την έκφραση (2.57) για τη ΡΓΣ του SNR καθενός από τα κανάλια που σχηματίζονται ανάμεσα στις κεραίες εκπομπής και στις κεραίες λήψης, με βάση την έκφραση (3.55) η ΡΓΣ του SNR ενός OSTBC θα δίνεται από τη σχέση

$$M_{\gamma_S}(s) = \left(\frac{1+q^2}{2\bar{\gamma}_0 q} \right) \frac{1}{\left(s - \frac{1+q^2}{2\bar{\gamma}_0 q} \right)^{\frac{\kappa}{2}} \left(s - \frac{1+q^2}{2\bar{\gamma}_0} \right)^{\frac{\kappa}{2}}}, \quad (4.90)$$

όπου $\kappa = n_t n_r$ είναι το πλήθος των καναλιών, q είναι η κοινή για όλα τα κανάλια παράμετρος του καναλιού Hoyt και η ποσότητα $\bar{\gamma}_0$ δίνεται από τη σχέση

$$\bar{\gamma}_0 = \frac{\Omega E_S}{R n_t N_0}. \quad (4.91)$$

Στην εργασία [66] αποδεικνύεται ότι η ΡΓΣ (4.90) αντιστοιχεί στη ΣΠΠ

$$p_{\gamma_S}(\gamma_S) = a \gamma_S^{\frac{\kappa-1}{2}} \exp(-b\gamma_S) I_{\frac{\kappa-1}{2}}(c\gamma_S), \quad (4.92)$$

όπου

$$a = \left(\frac{1+q^2}{2\bar{\gamma}_0 q} \right)^{\frac{\kappa+1}{2}} \frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(\frac{\kappa}{2})} \left(\frac{q}{1-q^2} \right)^{\frac{\kappa-1}{2}}, \quad b = \frac{(1+q^2)^2}{4\Omega q^2}, \quad \text{και} \quad c = \frac{1-q^4}{4\Omega q^2}. \quad (4.93)$$

Στη σχέση (4.92) με $I_p(\cdot)$ συμβολίζεται η τροποποιημένη συνάρτηση Bessel πρώτου είδους και p -οστής τάξης [27, σελ. 375 σχ. (9.6.10)]. Η συγκεκριμένη ΣΠΠ έχει όμοια μορφή με τη ΣΠΠ McKay [67]. Επιπλέον, εμφανίζεται στις αναφορές [66] και [68] ως η ΣΠΠ μίας τυχαίας μεταβλητής που ακολουθεί κανατονομή $\eta - \mu$ ή $\lambda - \mu$. Βάσει της έκφρασης (4.92), η ΑΣΚ του SNR ενός OSTBC, δίνεται από την έκφραση

$$P_{\gamma_S}(\gamma_S) = \int_0^{\gamma_S} a r^{\frac{\kappa-1}{2}} \exp(-br) I_{\frac{\kappa-1}{2}}(cr) dr. \quad (4.94)$$

Παρόλο που κατανομές της μορφής (4.92) έχουν εμφανιστεί στις εργασίες που αναφέρθηκαν παραπάνω, δεν έχει βρεθεί έκφραση κλειστής μορφής χωρίς τη χρήση απειροσειρών για την ΑΣΚ τους. Στα πλαίσια της διατριβής, η συνάρτηση αυτή εκφράστηκε σε κλειστή μορφή. Αυτό επετεύχθη εξετάζοντας ξεχωριστά τις περιπτώσεις που το πλήθος κ των καναλιών είναι άρτιο και τις περιπτώσεις που το πλήθος των καναλιών είναι περιττό.

Αθροιστική συνάρτηση κατανομής για άρτιο κ

Στην περίπτωση που το πλήθος των καναλιών είναι άρτιο, χρησιμοποιώντας ιδιότητες της τροποποιημένης συνάρτησης Bessel πρώτου είδους και τάξης $(\kappa - 1)/2$ [65] για κ άρτιο, η έκφραση (4.94) γράφεται στη μορφή

$$P_{\gamma_S}(\gamma_S) = \frac{a}{\sqrt{2\pi c}} \sum_{k=0}^{\frac{\kappa}{2}-1} u_k \int_0^{\gamma_S} r^{\frac{\kappa}{2}-k-1} \exp(-(b-c)r) dr \\ + \frac{a}{\sqrt{2\pi c}} \sum_{k=0}^{\frac{\kappa}{2}-1} v_k \int_0^{\gamma_S} r^{\frac{\kappa}{2}-k-1} \exp(-(b+c)r) dr, \quad (4.95)$$

όπου

$$u_k = \frac{(-1)^k \left(\frac{\kappa}{2} - 1 + k\right)!}{k! \left(\frac{\kappa}{2} - 1 - k\right)! (2c)^k}, \quad \text{και} \quad v_k = \frac{(-1)^{\frac{\kappa}{2}} \left(\frac{\kappa}{2} - 1 + k\right)!}{k! \left(\frac{\kappa}{2} - 1 - k\right)! (2c)^k}. \quad (4.96)$$

Με αφετηρία την εξίσωση (4.95) αποδεικνύεται εύκολα ότι η ΑΣΚ $P_{\gamma_S}(\cdot)$ γράφεται τελικά στη μορφή

$$P_{\gamma_S}(\gamma_S) = \sum_{k=0}^{\frac{\kappa}{2}-1} d_k \gamma \left(\frac{\kappa}{2} - k, \frac{1+q^2}{2\bar{\gamma}_0} \gamma_S \right) + \sum_{k=0}^{\frac{\kappa}{2}-1} g_k \gamma \left(\frac{\kappa}{2} - k, \frac{1+q^2}{2\bar{\gamma}_0 q^2} \gamma_S \right), \quad (4.97)$$

όπου

$$d_k = (-1)^k \frac{\left(\frac{\kappa}{2} - 1 + k\right)! q^{2k}}{k! \left(\frac{\kappa}{2} - 1 - k\right)! \Gamma\left(\frac{\kappa}{2}\right) (1-q^2)^{\frac{\kappa}{2}+k}} \quad (4.98)$$

και

$$g_k = (-1)^{\frac{\kappa}{2}} \frac{\left(\frac{\kappa}{2} - 1 + k\right)! q^n}{k! \left(\frac{\kappa}{2} - 1 - k\right)! \Gamma\left(\frac{\kappa}{2}\right) (1-q^2)^{\frac{\kappa}{2}+k}}. \quad (4.99)$$

Συνεπώς, η πιθανότητα διακοπής πληροφορίας δίνεται από τον τύπο

$$IOP(C_0) = \sum_{k=0}^{\frac{\kappa}{2}-1} d_k \gamma \left(\frac{\kappa}{2} - k, \frac{1+q^2}{2\bar{\gamma}_0} \left(2^{\frac{C_0}{R}} - 1 \right) \right) \\ + \sum_{k=0}^{\frac{\kappa}{2}-1} g_k \gamma \left(\frac{\kappa}{2} - k, \frac{1+q^2}{2\bar{\gamma}_0 q^2} \left(2^{\frac{C_0}{R}} - 1 \right) \right). \quad (4.100)$$

Αθροιστική συνάρτηση κατανομής για περιττό κ

Στην περίπτωση που το πλήθος κ των καναλιών είναι περιττό, η χρήση ιδιοτήτων της συνάρτησης Bessel δεν οδηγεί στην εύρεση κλειστής μορφής για

το ολοκλήρωμα (4.95). Ωστόσο, χρησιμοποιώντας ιδιότητες ολοκληρωμάτων του τύπου

$$\mathcal{Z}_m(u, x) = \int_0^x z^m \exp(-uz) I_m(z) dz \quad (4.101)$$

καθίσταται δυνατός ο ακριβής υπολογισμός της πιθανότητας διακοπής πληροφορίας. Ειδικότερα, με τη βοήθεια των σχέσεων [27, εξ. (11.3.4)] και [27, εξ. (11.3.5)] το ολοκλήρωμα $\mathcal{Z}_m(u, x)$ γράφεται ως

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}_m(u, x) = & -\frac{u}{u^2-1} \exp(-ux) x^m I_m(x) - \frac{1}{u^2-1} \exp(-ux) x^m I_{m-1}(x) \\ & + \frac{2m-1}{u^2-1} \mathcal{Z}_{m-1}(u, x). \end{aligned} \quad (4.102)$$

Για m θετικό ακέραιο, η αναδρομική χρήση του τύπου (4.102) οδηγεί στην έκφραση

$$\mathcal{Z}_m(u, x) = \sum_{k=1}^m \delta_k x^k \exp(-ux) I_k(x) + \sum_{k=1}^m \zeta_k x^k \exp(-ux) I_{k-1}(x) + \varepsilon \mathcal{Z}_0(u, x), \quad (4.103)$$

όπου

$$\delta_k = -\frac{u}{(u^2-1)^{m-k+1}} \frac{\prod_{i=1}^m (2i-1)}{\prod_{j=1}^k (2j-1)}, \quad \zeta_k = -\frac{1}{(u^2-1)^{m-k+1}} \frac{\prod_{i=1}^m (2i-1)}{\prod_{j=1}^k (2j-1)} \quad (4.104)$$

και

$$\varepsilon = \frac{\prod_{i=1}^m (2i-1)}{(u^2-1)^m}. \quad (4.105)$$

Σχετικά με τον υπολογισμό του ολοκληρώματος $\mathcal{Z}_0(u, x)$ είναι εύκολο να δείξει κανείς ότι ισχύει η ισότητα

$$\mathcal{Z}_0(u, x) = \frac{1}{u} \mathcal{I}_e\left(\frac{1}{u}, ux\right), \quad (4.106)$$

όπου με $\mathcal{I}_e(\cdot)$ συμβολίζεται η $\mathcal{I}_e$ συνάρτηση Rice [69]. Συνεπώς, η έκφραση (4.103) ξαναγράφεται ως

$$\mathcal{Z}_m(u, x) = \sum_{k=1}^m \delta_k x^k \exp(-ux) I_k(x) + \sum_{k=1}^m \zeta_k x^k \exp(-ux) I_{k-1}(x) + \frac{\varepsilon}{u} \mathcal{I}_e\left(\frac{1}{u}, ux\right) \quad (4.107)$$

και η πιθανότητα διακοπής πληροφορίας παίρνει τη μορφή

$$IOP(C_0) = \frac{a}{c^{\frac{\kappa+1}{2}}} \mathcal{Z}_{\frac{\kappa-1}{2}}\left(\frac{b}{c}, c\left(2^{\frac{C_0}{R}} - 1\right)\right). \quad (4.108)$$

Ο υπολογισμός της συνάρτησης $\mathcal{I}_e$ που απαιτείται για τον καθορισμό της πιθανότητας διακοπής πληροφορίας, μπορεί να γίνει με χρήση της σχέσης της με τη συνάρτηση Marcum-Q $\mathcal{Q}_m(\cdot, \cdot)$, [26, σελ. 100, εξ. (4.59)], που δίνεται από την εξίσωση [70]

$$2\mathcal{Q}_m(\sqrt{U+W}, \sqrt{U-W}) = 1 + \frac{W}{U} \mathcal{I}_e\left(\frac{V}{U}, U\right) + \exp(-U) I_0(V), \quad (4.109)$$

όπου $W = \sqrt{U^2 - V^2}$ με $U \leq |V|$. Η συνάρτηση αυτή, σε αντίθεση με τη συνάρτηση $\mathcal{I}_e$, περιλαμβάνεται στα περισσότερα περιβάλλοντα μαθηματικού προγραμματισμού. Η ιδιότητα (4.109) μπορεί να χρησιμοποιηθεί κατά τον υπολογισμό της πιθανότητας διακοπής πληροφορίας, καθώς ισχύει ότι $c \leq b$.

4.7.2 Μη πανομοιότυπα κατανεμημένες διαλείψεις

Στην περίπτωση που οι διαλείψεις Hoyt στα κανάλια ανάμεσα στις κεραίες εκπομπής και στις κεραίες λήψης δεν είναι i.i.d, ο ακριβής υπολογισμός της πιθανότητας διακοπής πληροφορίας γίνεται με τη διαδικασία που περιγράφηκε στην Ενότητα 4.5. Στην παρούσα ενότητα, παρουσιάζεται μία εναλλακτική μέθοδος για τον υπολογισμό της πιθανότητας διακοπής πληροφορίας. Ειδικότερα, παρουσιάζεται μία προσεγγιστική τεχνική με χρήση σαγματικών σημείων. Στη συνέχεια της ανάλυσης, αυτή η προσέγγιση θα αποκαλείται μέθοδος σαγματικού σημείου. Η συγκεκριμένη μέθοδος χρησιμοποιείται γενικά για την προσέγγιση της ΑΣΚ μίας τυχαίας μεταβλητής στην περίπτωση που υπάρχει γνώση μόνο της ΡΓΣ της μεταβλητής. Για την περίπτωση υπολογισμού της πιθανότητας διακοπής επικοινωνίας, η συγκεκριμένη μέθοδος εφαρμόζεται για την προσέγγιση της ΑΣΚ της τετραγωνικής μορφής Q που αναπαριστά το SNR. Παρόλο που η μέθοδος σαγματικού σημείου παρουσιάστηκε πριν από τουλάχιστον πενήντα χρόνια, η χρήση της για την προσέγγιση της ΑΣΚ τετραγωνικών μορφών προτάθηκε σχετικά πρόσφατα στην εργασία [71]. Με τη βοήθεια αυτής της μεθόδου, η ΑΣΚ μίας τυχαίας μεταβλητής μπορεί να προσεγγιστεί χρησιμοποιώντας είτε την έκφραση Lugannani-Rice [72] είτε την έκφραση Barndorff-Nielsen [73]. Αν και οι δύο εκφράσεις οδηγούν σε παρόμοιας ακρίβειας αποτελέσματα, στα πλαίσια της διατριβής χρησιμοποιήθηκε η έκφραση Barndorff-Nielsen. Με τη βοήθειά της, η ΑΣΚ της τετραγωνικής μορφής Q που αναπαριστά τον SNR προσεγγίζεται από την ποσότητα

$$P_Q(x) = \Phi\left\{u + \frac{1}{u} \log \frac{v}{u}\right\} \quad (4.110)$$

όπου $\Phi(\cdot)$ είναι η ΑΣΚ μίας κανονικά κατανεμημένης τυχαίας μεταβλητής [25, σελ. 74, εξ. (4.28)], ενώ οι ποσότητες u και v ορίζονται ως

$$u = -\text{sign}(s_0) \sqrt{2(s_0 x - \psi(s_0))} \quad \text{και} \quad v = \sqrt{\psi^{(2)}(s_0)}. \quad (4.111)$$

Στην εξίσωση (4.111) με $\psi(\cdot)$ συμβολίζεται η γεννήτρια συνάρτηση αθροιστικών (Cumulant Generating Function) [57] της τετραγωνικής μορφής Q , ενώ με $\psi^{(i)}(\cdot)$ η i -οστή παράγωγός της. Επιπλέον, με s_0 συμβολίζεται το σαγματικό σημείο, δηλαδή η ρίζα της εξίσωσης

$$\psi^{(1)}(s_0) = x. \quad (4.112)$$

Στην περίπτωση της τετραγωνικής μορφής Q , χρησιμοποιώντας την αναπαράσταση (4.10) η γεννήτρια συνάρτηση αθροιστικών ισούται με [71]

$$\psi(s) = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{2\kappa} \log(1 - 2s\lambda_k) \quad (4.113)$$

και το σαγματικό σημείο θα είναι η ρίζα της εξίσωσης

$$\sum_{k=1}^{2\kappa} \frac{\lambda_k}{1 - 2\lambda_k s_0} = x. \quad (4.114)$$

Προφανώς, η εξίσωση (4.114) θα έχει περισσότερες από μία ρίζες. Ωστόσο, μόνο μία από αυτές θα ανήκει στο πεδίο σύγκλισης της γεννήτριας συνάρτησης αθροιστικών. Η ρίζα αυτή θα είναι το σαγματικό σημείο s_0 . Ειδικότερα, για το s_0 θα ισχύει ότι $s_0 < \left(1/2 \max_i \{\lambda_i\}\right)$ [71]. Περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με την ύπαρξη και τη μοναδικότητα του σαγματικού σημείου μπορούν να βρεθούν στην αναφορά [57].

Χρησιμοποιώντας την παραπάνω διαδικασία, ο υπολογισμός της πιθανότητας διακοπής πληροφορίας μπορεί να γίνει θέτοντας $x = (2^{C_0/R} - 1)$ στην εξίσωση (4.114) για την εύρεση του σαγματικού σημείου s_0 . Στη συνέχεια, η τιμή του s_0 αντικαθίσταται στην εξίσωση (4.111) για τον υπολογισμό των παραμέτρων u και v που χρησιμοποιούνται τελικά στην εξίσωση (4.110).

4.7.3 Αριθμητικά αποτελέσματα

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται αποτελέσματα που παρήχθησαν με τη χρήση των εκφράσεων (4.108) και (4.110) και συγκρίνονται με αποτελέσματα προσομοιώσεων Monte Carlo. Στο Σχήμα 4.9 παρουσιάζεται η πιθανότητα διακοπής πληροφορίας για διάφορες τιμές της παραμέτρου C_0 για ένα σύστημα MIMO 3×1 , αλλά και για ένα σύστημα MIMO 2×2 . Για το σύστημα 3×1 , γίνεται η υπόθεση ότι οι διαλείψεις είναι i.i.d.. Ειδικότερα, οι παράμετροι Ω και q για όλα τα επιμέρους κανάλια είναι ίσες με $(\Omega, q) = (1, 0.2)$. Επιπλέον, γίνεται χρήση του OSTBC ρυθμού $R = 3/4$ που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 3 και ο λόγος E_S/N_0 επιλέγεται ίσος με 15dB. Στην περίπτωση του συστήματος 2×2 χρησιμοποιείται το σχήμα Alamouti και οι διαλείψεις επιλέγονται έτσι ώστε να είναι μεν ανεξάρτητες, αλλά όχι πανομοιότυπα κατανοημένες (Non-id). Πιο συγκεκριμένα, οι παράμετροι των καναλιών είναι ίσες με

Σχήμα 4.9: Πιθανότητα διακοπής πληροφορίας για διάφορους ρυθμούς μετάδοσης C_0 .

$(\Omega_{1,1}, q_{1,1}) = (1.22, 0.59)$, $(\Omega_{1,2}, q_{1,2}) = (0.79, 0.94)$, $(\Omega_{2,1}, q_{2,1}) = (1.21, 0.78)$ και $(\Omega_{2,2}, q_{2,2}) = (0.78, 0.54)$. Και πάλι, ο λόγος E_S/N_0 επιλέγεται ίσος με 15dB. Εύκολα διαπιστώνει κανείς την ταύτιση των θεωρητικών αποτελεσμάτων με τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων Monte Carlo. Στο Σχήμα 4.10 παρουσιάζεται η πιθανότητα διακοπής πληροφορίας ως συνάρτηση του SNR για δύο περιπτώσεις διαλείψεων Non-id. Ειδικότερα, τα αποτελέσματα αφορούν το σύστημα 2×2 με τις παραμέτρους καναλιών που αναφέρθηκαν παραπάνω και ένα σύστημα MIMO 3×1 με τις παραμέτρους των καναλιών να είναι ίσες με $(\Omega_{1,1}, q_{1,1}) = (0.90, 0.49)$, $(\Omega_{2,1}, q_{2,1}) = (0.84, 0.89)$, και $(\Omega_{3,1}, q_{3,1}) = (1.26, 0.92)$. Για τον υπολογισμό των συγκεκριμένων αποτελεσμάτων η ποσότητα C_0 επιλέχθηκε ίση με 2 bits/sec/Hz. Από το Σχήμα 4.10 διαπιστώνει κανείς ότι η προσεγγιστική μέθοδος σαγματικού σημείου οδηγεί σε αποτελέσματα πάρα πολύ καλής ακρίβειας, καθώς αυτά σχεδόν ταυτίζονται με τα προσομοιωμένα αποτελέσματα. Τέλος στο Σχήμα 4.11, παρουσιάζεται η θεωρικά υπολογιζόμενη χωρητικότητα που υποστηρίζεται για το 95% του χρόνου μετάδοσης (η χωρητικότητα αυτή καλείται και 5% Outage Capacity).

4.8 Σύνοψη

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάστηκε μία νέα προσέγγιση στο πρόβλημα της μελέτης επίδοσης των OSTBC σε κανάλια διαλείψεων Hoyt. Στην περίπτωση που οι διαλείψεις των καναλιών ακολουθούν το συγκεκριμένο μοντέλο, αποδεικνύεται ότι ο SNR του λαμβανόμενου σήματος εκφράζεται ως μία κεντρική, θετικώς ορισμένη τετραγωνική μορφή κανονικά κατανοημένων

Σχήμα 4.10: Πιθανότητα διακοπής πληροφορίας για $C_0 = 2\text{bits/sec/Hz}$.

Σχήμα 4.11: Υποστηριζόμενη χωρητικότητα για το 95% του χρόνου μετάδοσης.

τυχαίων μεταβλητών. Για το λόγο αυτό μελετήθηκαν οι στοχαστικές ιδιότητες αυτών των μορφών και ιδιαίτερα η τεχνική αναπαράστασης της ΣΠΠ και της ΑΣΚ των μορφών αυτών με τη χρήση απειροσειρών κατανομών χ^2 . Για τη συγκεκριμένη αναπαράσταση μελετήθηκε η σύγκλιση των απειροσειρών και κατασκευάστηκαν νέα άνω φράγματα για το σφάλμα αποκοπής τους, πολύ μεγαλύτερης ακρίβειας από τα ήδη γνωστά φράγματα. Κατόπιν, με τη βοήθεια της ΣΠΠ των κεντρικών, θετικώς ορισμένων τετραγωνικών μορφών, αναλύθηκε η επίδοση των OSTBC σε περιβάλλοντα Hoyt. Ειδικότερα, εξήχθησαν κλειστές εκφράσεις για τις διάφορες μετρικές επίδοσης. Η ορθότητα των εκφράσεων αυτών επιβεβαιώθηκε με τη βοήθεια προσομοιώσεων Monte Carlo. Επιπλέον, χρησιμοποιώντας τα νέα άνω φράγματα για το σφάλμα αποκοπής της ΣΠΠ και της ΑΣΚ των κεντρικών, θετικώς ορισμένων τετραγωνικών μορφών μελετήθηκε η ακρίβεια των σειρών με τις οποίες υπολογίζονται οι μετρικές επίδοσης και βρέθηκαν άνω φράγματα του σφάλματος αποκοπής των σειρών αυτών. Με τη βοήθεια προσομοιώσεων, έγινε εμφανές ότι τα άνω φράγματα στο σφάλμα περικοπής των μετρικών επίδοσης είναι αρκετά αυστηρά και μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε πρακτικό επίπεδο για τον υπολογισμό του αριθμού των όρων των απειροσειρών που απαιτούνται για τον υπολογισμό των διάφορων μετρικών με κάποια προεπιλεγμένη ακρίβεια.

Τέλος, εξετάστηκε μία εναλλακτική προσέγγιση για τον υπολογισμό της πιθανότητας διακοπής πληροφορίας για OSTBC σε περιβάλλοντα διαλείψεων Hoyt. Πιο συγκεκριμένα, μελετήθηκε η πιθανότητα διακοπής πληροφορίας για την περίπτωση διαλείψεων i.i.d. και εκφράστηκε σε απλή κλειστη μορφή χωρίς τη χρήση απειροσειρών. Η ορθότητα της έκφρασης για την πιθανότητα διακοπής πληροφορίας επαληθεύθηκε με τη βοήθεια προσομοιώσεων. Επιπλέον, για τη γενικότερη περίπτωση των μη παναμοιότυπα ή/και ανεξάρτητα κατανομημένων διαλείψεων, προτάθηκε η χρήση της μεθόδου σαγματικού σημείου για τον προσεγγιστικό υπολογισμό της πιθανότητας διακοπής επικοινωνίας. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη χρήση της συγκεκριμένης προσεγγιστικής μεθόδου συγκρίθηκαν με αποτελέσματα προσομοιώσεων και απεδείχθη ότι η συγκεκριμένη προσεγγιστική μέθοδος, παρά την απλότητά της, παράγει αποτελέσματα υψηλής ακρίβειας.

Κεφάλαιο 5

Επίδοση MRC/OSTBC σε γενικευμένα περιβάλλοντα διαλείψεων

5.1 Εισαγωγή

Αντικείμενο του παρόντος κεφαλαίου είναι η μελέτη της επίδοσης των OSTBC και των δεκτών MRC σε γενικευμένα κανάλια διαλείψεων. Όπως αναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 3, κοινό χαρακτηριστικό και των δύο συστημάτων είναι ότι ο SNR στην έξοδό τους εκφράζεται ως το άθροισμα τετραγώνων τυχαίων μεταβλητών. Συνεπώς, η ανάλυση επίδοσής τους απαιτεί τη γνώση της ΣΠΠ και της ΑΣΚ τέτοιων αθροισμάτων. Επιπλέον, είναι πολύ σημαντικό, η μορφή της ΣΠΠ και της ΑΣΚ να είναι απλή ώστε να είναι δυνατός ο υπολογισμός των διαφορών μετρικών επίδοσης.

Στη διεθνή βιβλιογραφία μπορούν να βρεθούν διάφορες εκφράσεις για τη ΣΠΠ, αλλά και για την ΑΣΚ για μία πληθώρα περιπτώσεων αθροισμάτων τετραγώνων τυχαίων μεταβλητών. Ωστόσο, *κοινός περιορισμός αυτών των αναπαραστάσεων είναι η υπόθεση ότι όλες οι τυχαίες μεταβλητές που εμφανίζονται στο άθροισμα ανήκουν στην ίδια οικογένεια κατανομών*. Δηλαδή, όλες οι εμπλεκόμενες τυχαίες μεταβλητές έχουν την ίδια γενική μορφή για τη ΣΠΠ (π.χ. Rayleigh) με πιθανώς διαφορετικές τιμές για τις παραμέτρους αυτής. Εν γένει, η ΣΠΠ τέτοιων αθροισμάτων εκφράζεται με τη βοήθεια απειροσειρών. Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάστηκε μία τέτοια αναπαράσταση για την περίπτωση αθροισμάτων τετραγώνων κανονικά κατανεμημένων τυχαίων μεταβλητών που περιγράφεται αναλυτικότερα στις εργασίες [53] και [54]. Στην εργασία [53], αλλά και στην εργασία [74], δίνονται διάφορες αναπαραστάσεις με απειροσειρές για τη ΣΠΠ του αθροίσματος τετραγώνων γκαουσιανών τυχαίων μεταβλητών με πιθανώς μη μηδενικές μέσες τιμές. Σχετικά πιο πρόσφατα, στις εργασίες [75] και [76], μελετήθηκε η ΣΠΠ αθροισμάτων τυχαίων

μεταβλητών κατανομής Γάμμα και εκφράστηκε ως απειροσειρά κατανομών Γάμμα. Η αναπαράσταση αυτή χρησιμοποιήθηκε στην εργασία [44] για την ανάλυση επίδοσης δεκτών MRC σε περιβάλλοντα διαλείψεων Nakagami- m . Επιπλέον, στο Κεφάλαιο 4, στο πλαίσιο της διατριβής, χρησιμοποιήθηκε μία παρόμοια αναπαράσταση για τη ΣΠΠ του SNR για την ανάλυση επίδοσης των OSTBC σε περιβάλλοντα διαλείψεων Hoyt. Η αναπαράσταση αυτή, λόγω του ότι η κατανομή χ^2 αποτελεί ουσιαστικά μία ειδική περίπτωση κατανομής Γάμμα, μπορεί να θεωρηθεί και αυτή απειροσειρά κατανομών Γάμμα. Μία ανάλογη μορφή απειροσειράς χρησιμοποιήθηκε στην εργασία [77] για την ανάλυση επίδοσης διαμόρφωσης BPSK σε κανάλια Rice με χρήστη προσαρμοσμένου φίλτρου (matched filter). Επιπλέον, στην εργασία [56] μελετήθηκε η χωρητικότητα δεκτών MRC σε περιβάλλοντα διαλείψεων Hoyt ή Rice. Για το σκοπό αυτό, η ΣΠΠ του SNR εκφράστηκε ως μία απειροσειρά από κατανομές Γάμμα. Στην εργασία [78] εξετάστηκε η χωρητικότητα, αλλά και η επίδοση ως προς την πιθανότητα σφάλματος των OSTBC στην περίπτωση ανεξαρτήτων και πανομοιότυπα κατανομημένων διαλείψεων που ακολουθούν κατανομή Rayleigh, Nakagami- m ή Rice. Στην περίπτωση των διαλείψεων Rice, η ΣΠΠ του SNR στο δέκτη εκφράστηκε ως μία απειροσειρά κατανομών Γάμμα, ενώ στις υπόλοιπες περιπτώσεις ως μία μίξη κατανομών Γάμμα πεπερασμένου πλήθους όρων. Είναι, λοιπόν, προφανές ότι τόσο στη στατιστική βιβλιογραφία, όσο και στη βιβλιογραφία των ασύρματων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων, η αναπαράσταση ΣΠΠ με απειροσειρές κατανομών Γάμμα είναι ιδιαίτερα συνηθισμένη.

Σε αρκετές περιπτώσεις, ενδέχεται οι διαλείψεις που αντιστοιχούν σε διαφορετικά κανάλια ενός δέκτη MRC ή ενός OSTBC να μην είναι πανομοιότυπα κατανομημένες. Σε άλλες δε περιπτώσεις, παρουσιάζεται το ενδεχόμενο οι ΣΠΠ των SNR των καναλιών ενός συστήματος διαφορισμού να μην ανήκουν καν στην ίδια οικογένεια κατανομών. Τέτοια γενικευμένα μοντέλα διαλείψεων εξετάζονται στην εργασία [7] όπου, με τη βοήθεια μίας αριθμητικής μεθόδου αντιστροφής του μετασχηματισμού Laplace της ΑΣΚ του SNR, υπολογίζεται η πιθανότητα διακοπής επικοινωνίας δεκτών MRC. Επιπλέον, στην εργασία [8] εξετάζεται η πιθανότητα διακοπής πληροφορίας των OSTBC για ένα παρόμοιο γενικευμένο μοντέλο διαλείψεων και προτείνεται η χρήση ενός απλού και αποδοτικού αριθμητικού αλγορίθμου αντιστροφής της ΡΓΣ. Μία ακόμη εργασία που μελετά το ενδεχόμενο γενικευμένων διαλείψεων είναι η εργασία [79]. Στην εργασία αυτή εξετάζεται η επίδοση του δέκτη EGC σε περιβάλλοντα διαλείψεων όπου τα κανάλια ανάμεσα στην κεραία εκπομπής και στην κεραία λήψης ακολουθούν κατανομή Nakagami- m , Rice ή Hoyt.

Ωστόσο, στην τεχνική βιβλιογραφία δεν υπάρχει κάποια ολοκληρωμένη μελέτη για τον υπολογισμό του συνόλου των μετρικών επίδοσης σε γενικευμένα κανάλια διαλείψεων. Επιπλέον, αρκετές από τις εργασίες που αναφέρθηκαν παραπάνω βασίζονται στη χρήση προσεγγιστικών αριθμητικών αλγορίθμων για τον υπολογισμό των μετρικών που μελετούν. Το γεγονός αυτό οφείλε-

ται στη δυσκολία που παρουσιάζει η διαδικασία υπολογισμού της ΣΠΠ ενός αθροίσματος τετραγώνων πολλών, πιθανώς διαφορετικά κατανεμημένων, τυχαίων μεταβλητών.

Για τους παραπάνω λόγους, κατά την εκπόνηση της διατριβής αναπτύχθηκε μία νέα τεχνική για την ανάλυση επίδοσης συστημάτων MRC/OSTBC σε γενικευμένα περιβάλλοντα διαλείψεων. Η συγκεκριμένη τεχνική βασίζεται στην υπόθεση ότι οι διαλείψεις στα κανάλια ανάμεσα στην(ις) κεραία(ες) εκπομπής και στην(ις) κεραία(ες) λήψης είναι ασυσχέτιστες. Επιπλέον, οι διαλείψεις των διαφόρων καναλιών μπορούν να ακολουθούν διαφορετικά στοχαστικά μοντέλα, με αποτέλεσμα ο SNR σε κάθε ένα από τα κανάλια να ανήκει πιθανώς σε διαφορετική οικογένεια κατανομών. Πιο συγκεκριμένα, η ανάλυση λαμβάνει υπόψη τα μοντέλα διαλείψεων Rayleigh, Nakagami- m , Rice, Hoyt, Beckmann και το μοντέλο σκιασμένων διαλείψεων Rice που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 2. Στο παρελθόν, η μελέτη επίδοσης σε τέτοια γενικευμένα κανάλια διαλείψεων γινόταν με τη χρήση της ΡΓΣ του SNR με τη διαδικασία που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 3. Ωστόσο η συγκεκριμένη διαδικασία δεν οδηγεί σε εύκολα υπολογίσιμες εκφράσεις για τις διάφορες μετρικές επίδοσης. Για το λόγο αυτό, στην ανάλυση που παρουσιάζεται σε αυτό το κεφάλαιο, η μελέτη επίδοσης γίνεται με χρήση της ΣΠΠ του SNR. Με αυτόν τον τρόπο εξάγονται νέες εκφράσεις για τον υπολογισμό όλων των μετρικών επίδοσης για τους OSTBC αλλά και για τους δέκτες MRC σε γενικευμένα κανάλια διαλείψεων. Σε πρώτη φάση, στην Ενότητα 5.2 δίνεται μία γενική παραμετρική έκφραση για τη ΡΓΣ αθροισμάτων τετραγώνων τυχαίων μεταβλητών. Στη συνέχεια, με βάση την έκφραση αυτή, στην Ενότητα 5.3 αποδεικνύεται ότι η ΣΠΠ του αθροίσματος αυτού μπορεί να εκφραστεί ως απειροσειρά κατανομών Γάμμα. Κατόπιν, στην ίδια ενότητα αποδεικνύεται η ομοιόμορφη σύγκλιση της συγκεκριμένης απειροσειράς. Χρησιμοποιώντας το αποτέλεσμα αυτό υπολογίζεται η ΑΣΚ του μελετώμενου αθροίσματος. Με τη βοήθεια των εκφράσεων για τη ΣΠΠ και την ΑΣΚ των αθροισμάτων τετραγώνων τυχαίων μεταβλητών, στην Ενότητα 5.4 παρουσιάζεται η νέα τεχνική μελέτης επίδοσης των OSTBC και των δεκτών MRC σε γενικευμένα περιβάλλοντα διαλείψεων και υπολογίζονται οι διάφορες μετρικές που σχετίζονται με τη χωρητικότητα αλλά και την πιθανότητα σφάλματος αυτών των συστημάτων. Ειδικότερα, δίνονται ακριβείς αναλυτικές εκφράσεις για την πιθανότητα διακοπής πληροφορίας, την εργοδική χωρητικότητα, την ASEP και την ABEP για διάφορα είδη διαμορφώσεων. Στην Ενότητα 5.5 γίνεται χρήση της νέας τεχνικής για τη μελέτη επίδοσης δύο διαφορετικών συστημάτων. Πιο συγκεκριμένα, στην Ενότητα 5.5 εξετάζεται η επίδοση δεκτών MRC σε περιβάλλοντα σκιασμένων διαλείψεων Rice και αποδεικνύεται ότι η προτεινόμενη τεχνική ανάλυσης επίδοσης οδηγεί σε απλούστερα αποτελέσματα από τα ήδη γνωστά που παρουσιάζονται στην αναφορά [80]. Επιπλέον, εξετάζεται η επίδοση ενός OSTBC σε περιβάλλον μεικτών διαλείψεων, όπου μερικά από τα κανάλια του συστήματος MIMO ακολουθούν το μοντέλο διαλείψεων Rice,

ενώ τα υπόλοιπα το μοντέλο διαλείψεων Nakagami- m . Τα αποτελέσματα που αφορούν την ανάλυση επίδοσης των δύο συστημάτων συγκρίνονται με αποτελέσματα προσομοιώσεων Monte Carlo στην Ενότητα 5.6 και επιβεβαιώνεται η ορθότητά τους. Τέλος, θα πρέπει να αναφερθεί ότι η τεχνική ανάλυση και τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται σε αυτό το κεφάλαιο έχουν δημοσιευθεί στις εργασίες [14] και [15].

5.2 Αθροίσματα τετραγώνων τυχαίων μεταβλητών

Στα πλαίσια της διατριβής, το ενδιαφέρον επικεντρώνεται σε αθροίσματα τετραγώνων τυχαίων μεταβλητών, της μορφής

$$Y = \sum_{j=1}^n X_j^2, \quad (5.1)$$

όπου X_j , $j = 1, 2, \dots, n$ είναι ασυσχέτιστες τυχαίες μεταβλητές που ενδέχεται να ανήκουν σε διαφορετικές κατηγορίες κατανομών. Η ΡΓΣ της τυχαίας μεταβλητής Y εκφράζεται ως

$$M_Y(s) = \prod_{j=1}^n M_{X_j^2}(s), \quad (5.2)$$

όπου $M_{X_j^2}(s)$ είναι η ΡΓΣ της τυχαίας μεταβλητής X_j^2 .

Κύριος στόχος της ανάλυσης είναι ο καθορισμός της ΣΠΠ και της ΑΣΚ τυχαίων μεταβλητών της μορφής Y όταν οι τυχαίες μεταβλητές X_j ακολουθούν κατανομές που χρησιμοποιούνται για τη μοντελοποίηση διαλείψεων σε ασύρματα κανάλια μετάδοσης. Ειδικότερα, γίνεται η υπόθεση ότι κάθε μία από τις μεταβλητές X_j ακολουθεί μία από τις εξής κατανομές: α) Rayleigh, β) Nakagami- m , γ) Rice, δ) Hoyt, ε) Beckmann και στ) σκιασμένη Rice. Στην περίπτωση αυτή, με τη βοήθεια των εκφράσεων (2.44), (2.51), (2.53), (2.57), (2.60), (2.71), η ΡΓΣ της Y γράφεται στη μορφή

$$M_Y(s) = \prod_{i=1}^{n_0} \frac{\exp\left(\delta_i \frac{a_i s}{1-a_i s}\right) (1-b_i s)^{k_i}}{(1-a_i s)^{p_i}}, \quad (5.3)$$

όπου $n_0 \geq n$. Οι ποσότητες $a_i, b_i, \delta_i, p_i, k_i$ ($p_i > k_i$) που εμφανίζονται στην έκφραση (5.3) είναι ουσιαστικά θετικές ή μηδενικής τιμής παράμετροι της ΡΓΣ που εξαρτώνται από τις κατανομές που ακολουθούν οι τυχαίες μεταβλητές X_j^2 . Η δυνατότητα της έκφρασης (5.3) να μοντελοποιήσει τη ΡΓΣ του αθροίσματος (5.1) προκύπτει εύκολα εξετάζοντας τις ΡΓΣ της Ενότητας 2.7. Μελετώντας αυτές τις συναρτήσεις, είναι εύκολο να δει κανείς ότι, για την

περίπτωση διαλείψεων Rayleigh, Rice, Nakagami- m και σκιασμένων διαλείψεων Rice (με την παράμετρο m του μοντέλου σκιασμένων διαλείψεων Rice να είναι μεγαλύτερη της μονάδας), η ΡΓΣ $M_{X_j^2}(s)$ εκφράζεται στη μορφή

$$M_{X_j^2}(s) = \frac{\exp\left(\delta_i \frac{a_i s}{1-a_i s}\right) (1-b_i s)^{k_i}}{(1-a_i s)^{p_i}} \quad (5.4)$$

με την κατάλληλη επιλογή των τιμών των παραμέτρων $a_i, b_i, \delta_i, p_i, k_i$ ($p_i > k_i$). Από την άλλη, στην περίπτωση διαλείψεων Hoyt, Beckmann, ή σκιασμένων διαλείψεων Rice (με την τιμή παραμέτρου m του τελευταίου μοντέλου διαλείψεων να είναι μικρότερη της μονάδας), η συνάρτηση $M_{X_j^2}(s)$ γράφεται ως

$$M_{X_j^2}(s) = \frac{\exp\left(\delta_{i,1} \frac{a_{i,1} s}{1-a_{i,1} s}\right) (1-b_{i,1} s)^{k_{i,1}}}{(1-a_{i,1} s)^{p_{i,1}}} \frac{\exp\left(\delta_{i,2} \frac{a_{i,2} s}{1-a_{i,2} s}\right) (1-b_{i,2} s)^{k_{i,2}}}{(1-a_{i,2} s)^{p_{i,2}}}. \quad (5.5)$$

Με βάση την έκφραση (5.3), στη συνέχεια της ανάλυσης θαδειχθεί ότι η μέθοδος που αναπτύχθηκε στις εργασίες [54] και [74] για τον υπολογισμό της ΣΠΠ τετραγωνικών μορφών γκαουσιανών τυχαίων μεταβλητών μπορεί να επεκταθεί στο πιο γενικό πρόβλημα του καθορισμού της ΣΠΠ του αθροίσματος τετραγώνων τυχαίων μεταβλητών που εξετάζεται σε αυτό το κεφάλαιο.

5.3 Στοχαστικές ιδιότητες του αθροίσματος τετραγώνων τυχαίων μεταβλητών

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζεται η διαδικασία υπολογισμού της ΣΠΠ της τυχαίας μεταβλητής Y που στη συνέχεια θα συμβολίζεται με $f_Y(y)$. Στη συγκεκριμένη ΣΠΠ αντιστοιχεί η ΡΓΣ $M_Y(s)$ της εξίσωσης (5.3). Λόγω της σχέσης που συνδέει τη ΡΓΣ με το μετασχηματισμό Laplace της $f_Y(y)$, η $f_Y(y)$ εκφράζεται ως ο αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace $\mathcal{L}^{-1}\{M_Y(-s)\}$. Ωστόσο, η μορφή της συνάρτησης $M_Y(-s)$ είναι τέτοια ώστε να είναι ανέφικτος ο απευθείας υπολογισμός του αντιστρόφου μετασχηματισμού Laplace της. Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίζεται εκφράζοντας τη συνάρτηση $M_Y(-s)$ ως μία απειροσειρά συναρτήσεων για τις οποίες είναι γνωστός ο αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace. Κατ' αντιστοιχία με τις εργασίες [54] και [74] για την εύρεση μίας τέτοιας απειροσειράς, χρησιμοποιείται ο μετασχηματισμός

$$\theta(s) = \frac{1}{1+s\beta}, \quad (5.6)$$

όπου β είναι μία θετική παράμετρος που ελέγχει τη σύγκλιση της σειράς που θα προκύψει για τον υπολογισμό της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας. Με αφετηρία το συγκεκριμένο μετασχηματισμό, είναι εύκολο ναδειχθεί

ότι, για οποιοδήποτε $\alpha > 0$,

$$1 + \alpha s = \frac{\alpha}{\beta \theta(s)} \left(1 - \left(1 - \frac{\beta}{\alpha} \right) \theta(s) \right) \quad \text{και} \quad \frac{\alpha s}{1 + \alpha s} = 1 - \frac{\beta}{\alpha} \frac{\theta(s)}{1 - \left(1 - \frac{\beta}{\alpha} \right) \theta(s)}. \quad (5.7)$$

Συνεπώς, αντικαθιστώντας τη σχέση (5.7) στην (5.3), η συνάρτηση $M_Y(-s)$ παίρνει τη μορφή

$$M_Y(-s) = A \exp \left(\theta(s) \sum_{i=1}^{n_0} \frac{\delta_i \beta}{a_i (1 - \gamma_i \theta(s))} \right) \theta^\rho(s) \prod_{i=1}^{n_0} \frac{(1 - \zeta_i \theta(s))^{k_i}}{(1 - \gamma_i \theta(s))^{p_i}}, \quad (5.8)$$

όπου

$$A = \left(\prod_{i=1}^{n_0} \frac{b_i^{k_i}}{a_i^{p_i}} \beta^{p_i - k_i} \right) \exp \left(- \sum_{i=1}^{n_0} \delta_i \right), \quad \rho = \sum_{i=1}^{n_0} (p_i - k_i) \quad (5.9)$$

και

$$\gamma_i = 1 - \frac{\beta}{a_i}, \quad \zeta_i = \begin{cases} 1 - \frac{\beta}{b_i}, & b_i \neq 0 \\ 0, & b_i = 0. \end{cases} \quad (5.10)$$

Η βασική ιδέα της διαδικασίας εύρεσης του αντιστρόφου μετασχηματισμού Laplace της $M_Y(-s)$, είναι η αναπαράσταση της σχέσης (5.8) ως μία απειροσειρά δυνάμεων της συνάρτησης $\theta(s)$. Τότε, ο αντίστροφος Laplace της $M_Y(-s)$ υπολογίζεται ως ο αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace κάθε όρου της απειροσειράς. Για την εύρεση μίας τέτοιας αναπαράστασης, μπορεί κανείς να ξεκινήσει ορίζοντας τη συνάρτηση

$$L(\theta) = \exp \left(\theta \sum_{i=1}^{n_0} \frac{\delta_i \beta}{a_i (1 - \gamma_i)} \right) \prod_{i=1}^{n_0} \frac{(1 - \zeta_i \theta)^{k_i}}{(1 - \gamma_i \theta)^{p_i}}, \quad (5.11)$$

όπου στον ορισμό αυτό, αλλά και σε όλη την επόμενη ανάλυση, για τη διευκόλυνση της παρουσίασης η συνάρτηση $\theta(s)$ θα συμβολίζεται απλά ως θ . Από τον ορισμό της συνάρτησης $L(\cdot)$, ο φυσικός της λογάριθμος μπορεί να γραφτεί στη μορφή

$$\ln[L(\theta)] = \theta \sum_{i=1}^{n_0} \frac{\delta_i \beta}{a_i (1 - \gamma_i \theta)} + \sum_{i=1}^{n_0} k_i \ln(1 - \zeta_i \theta) - \sum_{i=1}^{n_0} p_i \ln(1 - \gamma_i \theta). \quad (5.12)$$

Στην περίπτωση που η ποσότητα θ ικανοποιεί τη σχέση $\theta < 1/\max\{\max_i \{|\gamma_i|\}, \max_i \{|\zeta_i|\}\}$ ¹ ο φυσικός λογάριθμος της συνάρτησης $L(\cdot)$ μπορεί να γραφτεί ως δυναμοσειρά ως προς θ στη μορφή

$$\ln[L(\theta)] = \sum_{r=1}^{\infty} d_r \frac{\theta^r}{r}, \quad (5.13)$$

---

¹Ισοδύναμα, στην περίπτωση που $\max_i \{|\zeta_i|\} = 0$, η ποσότητα θ θα πρέπει να ικανοποιεί τη σχέση $\theta < 1/\max_i \{|\gamma_i|\}$.

όπου

$$d_r = \beta r \sum_{i=1}^{n_0} \frac{\delta_i}{a_i} \gamma_i^{r-1} - \sum_{i=1}^{n_0} k_i \zeta_i^r + \sum_{i=1}^{n_0} p_i \gamma_i^r. \quad (5.14)$$

Επομένως, χρησιμοποιώντας την ιδιότητα που παρουσιάζεται στην αναφορά [52, σελ. 90], η συνάρτηση $L(\cdot)$ παίρνει τη μορφή

$$L(\theta) = \sum_{r=0}^{\infty} c_r \theta^r, \quad (5.15)$$

με τους συντελεστές της σειράς να υπολογίζονται από την αναδρομική σχέση

$$c_0 = L(0) \quad \text{και} \quad c_r = \frac{1}{r} \sum_{l=0}^{r-1} d_{r-l} c_l \quad \text{για} \quad r > 0. \quad (5.16)$$

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (5.8), (5.11) και (5.15), η συνάρτηση $M_Y(-s)$ γράφεται τελικά ως δυναμοσειρά ως προς θ

$$M_Y(-s) = A \sum_{r=0}^{\infty} c_r \theta^{\rho+r}(s). \quad (5.17)$$

Ο λόγος για τον οποίο επιλέγεται η μορφή $\theta(s)$ της εξίσωσης (5.6) για την αναπαράσταση της συνάρτησης $M_Y(-s)$ είναι γιατί οι δυνάμεις της συνάρτησης $\theta(s)$ έχουν γνωστό αντίστροφο μετασχηματισμό Laplace. Πιο συγκεκριμένα, για οποιαδήποτε τιμή $v > 0$, ισχύει ότι [27, εξ. (29.3.11)]

$$\mathcal{L}^{-1}\{\theta^v(s)\} = \frac{y^{v-1} \exp(-y/\beta)}{\beta^v \Gamma(v)}. \quad (5.18)$$

Άρα, συνδυάζοντας τις εξισώσεις (5.17) και (5.18), η ΣΠΠ για το γενικό μοντέλο της Ενότητας 5.2 δίνεται τελικά με τη βοήθεια μίας απλής μορφής απειροσειράς κατανομών Γάμμα, ως

$$f_Y(y) = A \sum_{r=0}^{\infty} c_r \frac{y^{\rho+r-1} \exp(-y/\beta)}{\beta^{\rho+r} \Gamma(\rho+r)}, \quad (5.19)$$

όπου οι ποσότητες A και ρ υπολογίζονται από την εξίσωση (5.9), και οι συντελεστές c_r εφαρμόζοντας την αναδρομική σχέση που περιγράφουν οι εξισώσεις (5.14) και (5.16). Έχοντας υπολογίσει τη ΣΠΠ του γενικού αθροίσματος τετραγώνων Y στη μορφή (5.19), ολοκληρώνοντας την (5.19), η ΑΣΚ της συγκεκριμένης τυχαίας μεταβλητής δίνεται από τη σχέση

$$F_Y(y) = A \sum_{r=0}^{\infty} c_r \frac{\gamma(\rho+r, y/\beta)}{\Gamma(\rho+r)}. \quad (5.20)$$

Η συγκεκριμένη μορφή της ΑΣΚ προκύπτει υποθέτοντας ότι η σειρά (5.19) συγκλίνει ομοιόμορφα έτσι ώστε να μπορεί κανείς να εναλλάξει τη σειρά άθροισης και ολοκλήρωσης. Στη συνέχεια αποδεικνύεται ότι η συγκεκριμένη υπόθεση είναι αληθής για συγκεκριμένο διάστημα τιμών της παραμέτρου β το οποίο και υπολογίζεται.

Ομοιόμορφη σύγκλιση της ΣΠΠ

Η ομοιόμορφη σύγκλιση της σειράς (5.19) αποδεικνύεται βρίσκοντας ένα πεπερασμένο άνω φράγμα για το σφάλμα αποκοπής της σειράς αυτής. Ένα τέτοιο φράγμα μπορεί να υπολογιστεί σχετικά εύκολα λαμβάνοντας υπόψη τις ιδιότητες των συντελεστών c_r . Πιο συγκεκριμένα, καθώς οι συντελεστές c_r είναι ουσιαστικά οι συντελεστές της αναπαράστασης με δυναμοσειρά της συνάρτησης $L(\theta)$ μπορούν να γραφτούν στη μορφή

$$c_r = \frac{L^{(r)}(0)}{r!}, \quad (5.21)$$

όπου με $L^{(r)}(\cdot)$ συμβολίζεται η παράγωγος r -οστής τάξης της συνάρτησης $L(\cdot)$. Συνεπώς, χρησιμοποιώντας την ανισότητα Cauchy, οι απόλυτες τιμές των συντελεστών c_r φράσσονται από την ποσότητα [81]

$$|c_r| \leq \frac{L_0(u)}{u^r}, \quad (5.22)$$

όπου u είναι μία οποιαδήποτε θετική ποσότητα για την οποία ισχύει ότι

$$u < 1/\max\{\max_i\{|\gamma_i|\}, \max_i\{|\zeta_i|\}\}, \quad (5.23)$$

ενώ η συνάρτηση $L_0(\cdot)$ ορίζεται ως

$$L_0(u) = \max_{|\theta|=u} |L(\theta)|. \quad (5.24)$$

Με βάση την ανισότητα (5.22) και υποθέτοντας ότι χρησιμοποιούνται μόνο οι πρώτοι $N+1$ όροι για τον υπολογισμό της σειράς, μπορεί κανείς να υπολογίσει ένα άνω φράγμα για το σφάλμα αποκοπής της σχέσης (5.19) μέσω του τύπου

$$\varepsilon(y) \leq A \frac{L_0(u) u^{\rho-1} \exp(-y/\beta)}{\beta} \sum_{r=N+1}^{\infty} \frac{(y/\beta u)^{\rho+r-1}}{\Gamma(\rho+r)}. \quad (5.25)$$

Το συγκεκριμένο άνω φράγμα μπορεί να γραφτεί σε κλειστή μορφή εξετάζοντας ξεχωριστά την περίπτωση που η ποσότητα ρ είναι ακέραια και την περίπτωση που η ποσότητα ρ δεν έχει ακέραια τιμή. Ξεκινώντας με την περίπτωση μη ακέραιας τιμής της ποσότητας ρ και χρησιμοποιώντας τον ορισμό [36, εξ. (07.33.06.0002.01)] της υπεργεωμετρικής συνάρτησης $\mathcal{U}(a, b, y)$ για $a = b$ αλλά και την ιδιότητα [36, εξ. (07.33.03.0003.01)] είναι εύκολο να δειχθεί ότι

$$y^{1-b} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{y^r}{\Gamma(2-b+r)} = \exp(y) \left(1 - \frac{\Gamma(1-b, y)}{\Gamma(1-b)} \right). \quad (5.26)$$

Συνεπώς, χρησιμοποιώντας την ιδιότητα (5.26) με $b = 1 - \rho - N$, το φράγμα του σφάλματος αποκοπής της εξίσωσης (5.25) γράφεται στη μορφή

$$\varepsilon(y) \leq A \frac{L_0(u) u^{\rho-1} \exp(-y/\beta) \exp(y/\beta u)}{\beta} \left(1 - \frac{\Gamma(\rho + N, y/\beta u)}{\Gamma(\rho + N)}\right). \quad (5.27)$$

Επιπλέον, μπορεί ναδειχθεί ότι η ανισότητα (5.27) ισχύει επίσης και για την περίπτωση που η ποσότητα ρ παίρνει ακέραια τιμή. Για το σκοπό αυτό αρκεί να γίνει χρήση της αναπαράστασης της εκθετικής συνάρτησης με δυναμοσειρά, αλλά και της ιδιότητας [36, εξ. (06.06.03.0009.01)].

Από τη σχέση (5.27) προκύπτει ότι, αν $u > 1$, τότε, ανεξαρτήτως της τιμής του y , το φράγμα του σφάλματος αποκοπής είναι πεπερασμένο και μειώνεται καθώς ο αριθμός των όρων της σειράς N που χρησιμοποιούνται στους υπολογισμούς αυξάνει. Άρα, αν $u > 1$, η σειρά (5.19) συγκλίνει ομοιόμορφα για οποιαδήποτε, πεπερασμένη ή μη, τιμή του y . Συνεπώς, προκειμένου να εξασφαλιστεί η ομοιόμορφη σύγκλιση της σειράς (5.19), η παράμετρος β θα πρέπει να επιλέγεται έτσι ώστε να ικανοποιείται η συνθήκη $0 < \beta < 2\beta_0$ όπου η ποσότητα β_0 είναι ίση με την ελάχιστη τιμή των παραμέτρων a_i και b_i .

5.4 Ανάλυση επίδοσης σε γενικευμένα κανάλια διαλείψεων

Η ΣΠΠ που παρουσιάστηκε στην προηγούμενη ενότητα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση επίδοσης συστημάτων OSTBC και δεκτών MRC σε γενικευμένα κανάλια διαλείψεων, όπου καθένα από τα κανάλια που σχηματίζονται μεταξύ διαφορετικών ζευγών κεραίας(ών) εκπομπής και κεραιών λήψης ακολουθεί κάποιο από τα μοντέλα της Ενότητας 5.2. Στην περίπτωση αυτή ο SNR στο δέκτη αποτελείται από ένα άθροισμα τετραγώνων αποτελούμενο από n όρους. Κάθε ένας από τους όρους αυτούς, βάσει των εξισώσεων (3.7) και (3.55) είναι ίσος με το τετράγωνο της απόκρισης καναλιού που σχηματίζεται ανάμεσα σε κάποια κεραία εκπομπής και κάποια κεραία λήψης πολλαπλασιασμένο με μία σταθερά. Συνεπώς, αν οι αποκρίσεις των καναλιών υπακούουν σε οποιοδήποτε από τα στοχαστικά μοντέλα της Ενότητας 5.2, η μελέτη επίδοσης των δύο συστημάτων διαφορισμού μπορεί να γίνει ακολουθώντας την παρακάτω διαδικασία.

5.4.1 Υπολογισμός πιθανότητας διακοπής πληροφορίας και εργοδικής χωρητικότητας

Συμβολίζοντας τον SNR στο δέκτη με Y , για οποιαδήποτε τιμή του SNR $Y = y$, η κανονικοποιημένη χωρητικότητα ενός τηλεπικοινωνιακού συστήμα-

τος, βάσει των εκφράσεων (2.74) και (3.69) γράφεται στη μορφή

$$C = R \log_2 (1 + y), \quad (5.28)$$

όπου, στην περίπτωση ενός δέκτη MRC, η ποσότητα R είναι ίση με τη μονάδα, ενώ, στην περίπτωση ενός OSTBC είναι ίση με το ρυθμό του κώδικα. Με βάση αυτόν τον ορισμό μπορεί κανείς να υπολογίσει εύκολα τις μετρικές που σχετίζονται με τη χωρητικότητα, δηλαδή την πιθανότητα διακοπής πληροφορίας και την εργοδική χωρητικότητα.

Πιθανότητα διακοπής πληροφορίας

Χρησιμοποιώντας την έκφραση (5.28) η πιθανότητα διακοπής πληροφορίας ενός OSTBC ή ενός δέκτη MRC για το γενικευμένο μοντέλο διαλείψεων του παρόντος κεφαλαίου υπολογίζεται με τη βοήθεια της σχέσης (5.20) μέσω της έκφρασης

$$IOP(C_0) = \Pr(C \leq C_0) = F_Y\left(2^{\frac{C_0}{R}} - 1\right). \quad (5.29)$$

Εργοδική χωρητικότητα

Λαμβάνοντας υπόψη τον ορισμό της εργοδικής χωρητικότητας ως η μέση τιμή της χωρητικότητας και κάνοντας χρήση των εξισώσεων (2.77) και (5.28) η εργοδική χωρητικότητα εκφράζεται μέσω του τύπου

$$\bar{C} = R \int_0^\infty \log_2 (1 + y) f_Y(y) dy. \quad (5.30)$$

Με την αντικατάσταση της σχέσης (5.19) στην έκφραση (5.30) η εργοδική χωρητικότητα παίρνει, τελικά, τη μορφή

$$\bar{C} = AR \sum_{r=0}^{\infty} c_r \mathcal{C}(\rho + r), \quad (5.31)$$

όπου $\mathcal{C}(\cdot)$ είναι το ολοκλήρωμα

$$\mathcal{C}(v) = \int_0^\infty \frac{y^{v-1} \exp(-y/\beta) \log_2 (1 + y)}{\beta^v \Gamma(v)} dy. \quad (5.32)$$

Η επίλυση ολοκληρωμάτων της μορφής (5.32) δεν είναι εύκολη. Ωστόσο, στη συνέχεια της παρουσίασης, θα προταθούν λύσεις στο ζήτημα του υπολογισμού του συγκεκριμένου ολοκληρώματος.

5.4.2 Υπολογισμός ASEP και ABEP

Ομοίως με την ανάλυση της Ενότητας 4.5 ο υπολογισμός της ASEP ή της ABEP γίνεται επιλύοντας ολοκληρώματα της μορφής

$$P_e = \int_0^\infty f_Y(y) P_e(y) dy, \quad (5.33)$$

όπου όπως και προηγουμένως με $P_e(\cdot)$ συμβολίζεται η συνάρτηση που αναπαριστά την πιθανότητα σφάλματος δοθέντος του SNR στο δέκτη. Στη συνέχεια, παρατίθενται εκφράσεις για τον υπολογισμό της πιθανότητας σφάλματος. Οι εκφράσεις αυτές προκύπτουν από την αντικατάσταση της ΣΠΠ (5.19) στην έκφραση (5.33).

Υπολογισμός ASEP

Ο υπολογισμός της ASEP γίνεται θέτοντας $P_e(y) = P_e^s(y)$ στην (5.33), όπου $P_e^s(\cdot)$ είναι η SEP δοθέντος του SNR για τη μελετώμενη τεχνική διαμόρφωσης. Με την προσέγγιση αυτή, η ASEP για τις διάφορες τεχνικές διαμόρφωσης υπολογίζεται με την ακόλουθη διαδικασία.

M-PAM: Στην περίπτωση διαμόρφωσης M-PAM η συνάρτηση $P_e^s(\cdot)$ δίνεται από την έκφραση (Α'1). Συνεπώς, η ASEP ισούται με

$$P_{PAM}^s = A\delta \sum_{r=0}^{\infty} c_r \int_0^\infty \frac{y^{\rho+r-1} \exp(-y/\beta) Q(a\sqrt{y})}{\beta^{\rho+r} \Gamma(\rho+r)} dy \quad (5.34)$$

με τους συντελεστές a και δ να δίνονται από την (Α'1). Συνεπώς, με τη βοήθεια της συνάρτησης $J(\cdot, \cdot, \cdot)$ που ορίζεται στην εξίσωση (4.59) η ASEP για διαμορφώσεις M-PAM θα δίνεται από τη σχέση

$$P_{PAM}^s = A\delta \sum_{r=0}^{\infty} c_r J(a, \beta, \rho+r). \quad (5.35)$$

Στην έκφραση (5.35), στην περίπτωση που η παράμετρος ρ είναι ακέραια, ο υπολογισμός της $J(\cdot, \cdot, \cdot)$ μπορεί να γίνει με χρήση της σχέσης (4.60). Στη γενικότερη, όμως, περίπτωση που η παράμετρος ρ δεν είναι ακέραια η συγκεκριμένη σχέση δεν μπορεί να εφαρμοστεί. Ωστόσο, στη βιβλιογραφία έχειδειχθεί ότι η συνάρτηση $J(a, b, \nu)$ για ν θετικό πραγματικό αριθμό γράφεται στη μορφή [26, σελ. 127, εξ. (5.17)]

$$J(a, b, \nu) = \frac{\sqrt{c/\pi}}{2(1+c)^{\nu+1/2}} \frac{\Gamma(\nu + \frac{1}{2})}{\Gamma(\nu+1)} {}_2F_1\left(1, \nu + \frac{1}{2}; \nu+1; \frac{1}{1+c}\right), \quad (5.36)$$

όπου $c = a^2 b/2$.

M-QAM: Υποθέτοντας τη χρήση μίας τετραγωνικής διαμόρφωσης M-QAM, η συνάρτηση $P_e^s(\cdot)$ δίνεται από την έκφραση (Α'2) με τους συντελεστές

a και δ να υπολογίζονται βάσει της (Α'3). Συνεπώς, η ASEP για διαμορφώσεις M -QAM γράφεται στη μορφή

$$P_{QAM}^s = 2A\delta \sum_{r=0}^{\infty} c_r J(a, \beta, \rho + r) - A\delta^2 \sum_{r=0}^{\infty} H_S(a, \beta, \rho + r), \quad (5.37)$$

όπου η συνάρτηση $H_S(\cdot, \cdot, \cdot)$ ορίζεται ως [62]

$$\begin{aligned} H_S(a, b, \nu) &= \frac{1}{\beta^\nu \Gamma(\nu)} \int_0^\infty y^{\nu-1} \exp(-y/b) Q^2(a\sqrt{y}) dy \\ &= \frac{1}{2\pi(2\nu+1)} \frac{1}{(1+a^2b)^\nu} F_1\left(1, \nu, 1; \nu + \frac{3}{2}; \frac{1+a^2b/2}{1+a^2b}, 1/2\right) \end{aligned} \quad (5.38)$$

και με $F_1(\cdot, \cdot; \cdot; \cdot, \cdot)$ συμβολίζεται η υπεργεωμετρική συνάρτηση Appell [63].

M -PSK: Όταν το σύστημα μετάδοσης χρησιμοποιεί ένα διαμορφωτή M -PSK, με τη βοήθεια της έκφρασης (Α'6) του Παραρτήματος Α', αλλά και της έκφρασης (4.71) η ASEP δίνεται από τη σχέση

$$P_{PSK}^s = A \sum_{r=0}^{\infty} c_r J(a_{PSK}, \beta, \rho + r) + A \sum_{r=0}^{\infty} c_r W(\beta, \rho + r) \quad (5.39)$$

με τη συνάρτηση $W(\cdot, \cdot)$ να δίνεται από την εξίσωση (4.72).

Υπολογισμός ABEP

Συμβολίζοντας αυτή τη φορά με Y την τυχαία μεταβλητή που αναπαριστά τον SNR ανά bit, ο υπολογισμός της ABEP γίνεται αντικαθιστώντας στην έκφραση (5.33) τη συνάρτηση $P_e(\cdot)$ με τη συνάρτηση $P_e^b(\cdot)$ που εκφράζει την BEP δοθέντος του SNR ανά bit για τη μελετώμενη τεχνική διαμόρφωσης. Στη συνέχεια παρατίθενται οι εκφράσεις για τον υπολογισμό της ABEP για διάφορες τεχνικές διαμόρφωσης.

M -PAM: Στην περίπτωση σχήματος διαμόρφωσης M -PAM που χρησιμοποιεί κωδικοποίηση Gray, η ABEP υπολογίζεται με τη βοήθεια της (5.33) αντικαθιστώντας σε αυτήν τη συνάρτηση $P_e^b(\cdot)$ με την έκφραση (Α'8). Με τον τρόπο αυτό η ABEP δίνεται από την έκφραση

$$P_{PAM}^b = A \sum_{r=0}^{\infty} \frac{c_r}{\log_2 M} \sum_{j=1}^{\log_2 M} P_{bj}(\beta, \rho + r, M), \quad (5.40)$$

όπου η συνάρτηση $P_{bj}(\cdot, \cdot, \cdot)$ ορίζεται στην έκφραση (4.75)

M -QAM: Επικεντρώνοντας ξανά στην περίπτωση τετραγωνικών διαμορφώσεων QAM, η ABEP υπολογίζεται εύκολα, καθώς ισχύει ότι η BEP για μία τετραγωνική διαμόρφωση QAM είναι ίση με την BEP ενός συστήματος $\sqrt{M}$ -PAM [82]. Συνεπώς αντικαθιστώντας την ποσότητα M με $\sqrt{M}$ στην εξίσωση (5.40) μπορεί κανείς να υπολογίσει την ABEP.

M -PSK: Όταν χρησιμοποιείται τεχνική διαμόρφωσης M -PSK, η BEP για δοθέντα SNR προσεγγίζεται από την έκφραση (Α.13). Συνεπώς, η ABEP ανά σύμβολο προσεγγίζεται, τελικά, από τον τύπο

$$P_{PSK}^b \approx \frac{2A}{\max(\log_2 M, 2)} \sum_{r=0}^{\infty} c_r \sum_{i=1}^{\max(M/4, 1)} J(a_i, \beta, \rho + r), \quad (5.41)$$

με τους συντελεστές a_i να υπολογίζονται από την έκφραση (Α.14).

Συμπερασματικά, στην παρούσα ενότητα δόθηκαν κλειστές εκφράσεις για τις διάφορες μετρικές επίδοσης. Στην επόμενη ενότητα, με χρήση των εκφράσεων αυτών θα γίνει η μελέτη επίδοσης για δύο διαφορετικά συστήματα.

5.5 Εφαρμογές της ανάλυσης επίδοσης

Στη συνέχεια, παρουσιάζεται η μελέτη επίδοσης για δύο διαφορετικές περιπτώσεις συστημάτων. Και για τις δύο περιπτώσεις, η μελέτη επίδοσης γίνεται με χρήση της ανάλυσης των Ενοτήτων 5.3 και 5.4. Στην πρώτη περίπτωση, μελετάται η επίδοση ενός συστήματος MRC σε περιβάλλον σκιασμένων διαλείψεων Rice και γίνεται η υπόθεση ότι τα κανάλια ανάμεσα στην κεραία εκπομπής και στις κεραίες λήψης είναι ασυσχέτιστα. Στη δεύτερη περίπτωση, μελετάται η επίδοση ενός συστήματος OSTBC σε ένα περιβάλλον ασυσχέτιστων μεικτών διαλείψεων. Πιο συγκεκριμένα, εξετάζεται ένα σχήμα Alamouti 2×2 στο οποίο δύο από τα κανάλια που σχηματίζονται ανάμεσα στις κεραίες εκπομπής και στις κεραίες λήψης υπακούουν στο μοντέλο διαλείψεων Rice, ενώ τα υπόλοιπα στο μοντέλο διαλείψεων Nakagami- m .

5.5.1 Ανάλυση επίδοσης δέκτη MRC σε περιβάλλον σκιασμένων διαλείψεων Rice

Εξαιτίας της ικανότητάς του να μοντελοποιεί με ακρίβεια κινητά δορυφορικά κανάλια, το μοντέλο σκιασμένων διαλείψεων Rice έχει μελετηθεί αρκετά τα τελευταία χρόνια. Αποτελέσματα σχετικά με την επίδοση τηλεπικοινωνιακών συστημάτων σε περιβάλλοντα διαλείψεων Rice μπορούν να βρεθούν στην εργασία [80], όπου εξετάζεται η πιθανότητα διακοπής επικοινωνίας και η εργοδική χωρητικότητα των δεκτών MRC σε τέτοια περιβάλλοντα. Στη συνέχεια της ενότητας παρουσιάζεται μία ολοκληρωμένη μελέτη επίδοσης δεκτών MRC σε περιβάλλοντα ασυσχέτιστων σκιασμένων διαλείψεων Rice. Σε ένα τέτοιο σχήμα με n κεραίες λήψης, με βάση την έκφραση (3.3.1), ο SNR στο δέκτη γράφεται στη μορφή

$$Y = \sum_{i=1}^n Y_t |h_i|^2, \quad (5.42)$$

όπου $Y_t = E_S/N_0$ και h_i είναι η κρουστική απόκριση του καναλιού ανάμεσα στην κεραία εκπομπής και την i -οστή κεραία λήψης. Συνεπώς, αν $\{\Omega_{|h_i|}, b_{|h_i|}, m_{|h_i|}\}$ είναι οι παράμετροι του καναλιού ανάμεσα στην κεραία εκπομπής και στην i -οστή κεραία λήψης, η ΡΓΣ του SNR θα έχει τη μορφή

$$M_Y(s) = \prod_{i=1}^n \frac{(1 - 2b_i s)^{m_i-1}}{\left(1 - \left(2b_i + \frac{\Omega_i}{m_i}\right) s\right)^{m_i}}. \quad (5.43)$$

όπου $\{\Omega_i, b_i, m_i\} = \{\Omega_{|h_i|} Y_t, b_{|h_i|} Y_t, m_{|h_i|}\}$. Επομένως, χρησιμοποιώντας την ανάλυση της Ενότητας 5.3, η ΣΠΠ του SNR θα δίνεται από τη σχέση (5.19) με τις τιμές των παραμετρών A και ρ να είσαι ίσες με

$$A = \beta^n \prod_{i=1}^n \frac{(2\lambda_i)^{m_i-1}}{\left(2\lambda_i + \frac{\Omega_i}{m_i}\right)^{m_i-1}}, \quad \text{και} \quad \rho = n. \quad (5.44)$$

Από την άλλη, οι συντελεστές c_r της σχέσης (5.19) θα υπολογίζονται από τη σχέση (5.16) με $c_0 = 1$ και τους συντελεστές d_r να δίνονται από την έκφραση

$$d_r = \sum_{i=1}^n m_i \gamma_i^r - \sum_{i=1}^n (m_i - 1) \zeta_i^r, \quad r > 0. \quad (5.45)$$

Οι ποσότητες γ_i και ζ_i της σχέσης (5.45) υπολογίζονται θέτοντας $a_i = 2b_i + \Omega_i/m_i$ και $b_i = 2b_i$ στην (5.10).

Κάνοντας τις παραπάνω αντικαταστάσεις στην εξίσωση (5.19), μπορεί κανείς να εκφράσει τη ΣΠΠ του SNR στο δέκτη για τη συγκεκριμένη περίπτωση διαλείψεων. Τότε η μελέτη επίδοσης του συστήματος γίνεται χρησιμοποιώντας την ανάλυση της Ενότητας 5.4. Όπως, όμως, θα φανεί στη συνέχεια, στην περίπτωση σκιασμένων διαλείψεων Rice, οι εκφράσεις της Ενότητας 5.4 απλουστεύονται σε μεγάλο βαθμό.

Μετρικές χωρητικότητας

Από τη σχέση (5.44) γίνεται σαφές ότι, στην περίπτωση που μελετάμε, η παράμετρος ρ είναι ακέραια. Συνεπώς, χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (5.20) και (5.29) η πιθανότητα διακοπής πληροφορίας δίνεται από την έκφραση

$$IOP^{SR}(C_0) = A \sum_{r=0}^{\infty} c_r \frac{\gamma(n+r, (2^{C_0}-1)/\beta)}{(n+r-1)!}. \quad (5.46)$$

Η συγκεκριμένη σχέση προκύπτει αν λάβει κανείς υπόψη ότι $\Gamma(n+r) = (n+r-1)!$, αλλά και ότι, για ένα δέκτη MRC, ο ρυθμός R είναι ίσος με τη μονάδα.

Όσον αφορά στην εργοδική χωρητικότητα, αυτή υπολογίζεται από τη σχέση

$$\bar{C} = A \sum_{r=0}^{\infty} c_r \mathcal{C}(n+r) \quad (5.47)$$

με τη συνάρτηση $\mathcal{C}$ να δίνεται από την έκφραση (5.32). Ωστόσο, λαμβάνοντας πάλι υπόψη ότι η ποσότητα n είναι ακέραια και χρησιμοποιώντας την ιδιότητα που παρουσιάζεται στην αναφορά [64, εξ. (78)], η συγκεκριμένη συνάρτηση μπορεί να γραφτεί στη μορφή

$$\mathcal{C}(v) = \frac{1}{(v-1)!} \exp(1/\beta) \sum_{i=1}^v \beta^i \Gamma(-v+i, 1/\beta), \quad (5.48)$$

όπου $v = n + r$.

Υπολογισμός ASEP και ABEP

Ο υπολογισμός της ASEP και της ABEP μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας τη μορφή (5.19) αλλά και τη γενική ανάλυση της Ενότητας 5.4.2. Ξεκινώντας με τον υπολογισμό της ASEP για τις διάφορες τεχνικές διαμόρφωσης, αυτός γίνεται με χρήση των εκφράσεων (5.35), (5.37) και (5.39). Ωστόσο, επειδή η παράμετρος ρ για το συγκεκριμένο μοντέλο έχει ακέραια τιμή και ίση με n , οι εκφράσεις των συναρτήσεων $J(\cdot, \cdot, \cdot)$, $H_S(\cdot, \cdot, \cdot)$ και $W(\cdot, \cdot, \cdot)$ απλουστεύονται σε μεγάλο βαθμό. Πιο συγκεκριμένα, όπως αναλύθηκε και στην Ενότητα (5.4.2), η συνάρτηση $J(a, b, \nu)$ για ακέραιες τιμές της παραμέτρου ν γράφεται στην απλή μορφή (4.60). Επιπλέον, για ακέραιες τιμές του ν μπορεί ναδειχθεί ότι

$$H_S(a, \beta, \nu) = \frac{1}{4} - \frac{1}{\pi} a \left[\left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} a \right) \sum_{k=0}^{\nu-1} \binom{2k}{k} \frac{1}{(4(1+c))^k} - \sin(\tan^{-1} a) \sum_{k=1}^{\nu-1} \sum_{l=1}^k \frac{T_{lk}}{(1+c)^k} [\cos(\tan^{-1} a)]^{2(k-l)+1} \right] \quad (5.49)$$

με τους συντελεστές T_{lk} να υπολογίζονται μέσω της σχέσης [26, σελ. 130, εξ. (5.30)] και την ποσότητα c ως

$$c = \sqrt{\frac{a^2 b/2}{\nu + a^2 b/2}}. \quad (5.50)$$

Όσον αφορά στη συνάρτηση $W(b, u)$, για ακέραιες τιμές της παραμέτρου v , εκφράζεται στη μορφή [26, σελ. 142, εξ. (5.80)]

$$W(\beta, v) = \frac{M-1}{M} - \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{g_{PSK}\beta}{1+g_{PSK}\beta}} \times \left\{ \left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \eta_{PSK} \right) \sum_{k=0}^{v-1} \binom{2k}{k} \frac{1}{(4(1+g_{PSK}\beta))^k} + \sin(\tan^{-1} \eta_{PSK}) \sum_{k=1}^{v-1} \sum_{l=1}^k \frac{T_{lk}}{(1+g_{PSK}\beta)^k} [\cos(\tan^{-1} \eta_{PSK})]^{2(k-l)+1} \right\}, \quad (5.51)$$

όπου $g_{PSK} = \sin^2(\pi/M)$ και

$$\eta_{PSK} = \sqrt{\frac{g_{PSK}\beta}{1+g_{PSK}\beta}} \cot \frac{\pi}{M}. \quad (5.52)$$

Ο υπολογισμός της ABEP γίνεται με χρήση των εκφράσεων (5.40) και (5.41). Ωστόσο, λαμβάνοντας και πάλι υπόψη ότι, για την περίπτωση σκιασμένων διαλείψεων Rice, η παράμετρος ρ είναι ακέραια, μπορεί να γίνει χρήση της έκφρασης (4.60) που οδηγεί σε απλές εκφράσεις και για την ABEP.

Ολοκληρώνοντας την παρουσίαση των εκφράσεων για τις διάφορες μετρικές επίδοσης, θα πρέπει να σημειωθεί ότι στην εργασία [80] ακολουθείται μια διαφορετική προσέγγιση στην ανάλυση επίδοσης δεκτών MRC σε περιβάλλον σκιασμένων διαλείψεων Rice και υπολογίζεται η πιθανότητα διακοπής επικοινωνίας, αλλά και η εργοδική χωρητικότητα. Ωστόσο, η προσέγγιση που ακολουθείται στην εργασία [80] οδηγεί σε πολύ πιο σύνθετες μορφές για τη ΣΠΠ και την ΑΣΚ του SNR σε σύγκριση με τις εκφράσεις (5.19) και (5.20) αλλά και για τις μετρικές επίδοσης που εξετάζονται στη συγκεκριμένη εργασία. Επιπλέον, το μοντέλο διαλείψεων που εξετάζεται στην παρούσα ενότητα είναι πολύ πιο γενικό, καθώς στην ανάλυση της αναφοράς [80] γίνεται η υπόθεση ότι $b_1 = b_2 = \dots b_n$.

5.5.2 Ανάλυση επίδοσης OSTBC σε περιβάλλον μεικτών διαλείψεων Nakagami- m /Rice

Η περίπτωση μεικτών διαλείψεων Nakagami- m /Rice έχει μελετηθεί στο παρελθόν στις εργασίες [79], [83] για συστήματα διαφορισμού όπου τα κανάλια ανάμεσα στην(ις) κεραία(ες) εκπομπής και στην(ις) κεραία(ες) λήψης δεν ακολουθούν την ίδια κατανομή. Ωστόσο, στη βιβλιογραφία δεν υπάρχει κάποια μελέτη για την επίδοση OSTBC σε τέτοια κανάλια μεικτών διαλείψεων. Για το λόγο αυτό, στην ενότητα αυτή εξετάζεται η επίδοση OSTBC για τη συγκεκριμένη περίπτωση μεικτών διαλείψεων.

Αν θεωρήσουμε ένα σύστημα OSTBC με n_t κεραίες εκπομπής και n_r κεραίες λήψης, όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 3, ο SNR του συστήματος θα δίνεται από μία σχέση της μορφής

$$Y = \frac{\sum_{k=1}^{n_r} \sum_{l=1}^{n_t} |h_{k,l}|^2 Y_t}{R n_t}, \quad (5.53)$$

όπου $Y_t = E_s/N_0$, $h_{k,l}$ είναι η απόκριση του καναλιού ανάμεσα στην l -οστή κεραία εκπομπής και την k -οστή κεραία λήψης και R είναι ο ρυθμός του κώδικα OSTBC. Συνεπώς, ο SNR γράφεται ισοδύναμα στη μορφή

$$Y = \sum_{i=1}^{n_t n_r} X_i^2, \quad (5.54)$$

όπου $X_i^2 = |h_{k,l}|^2 Y_t / R n_t$ με $k = \lceil i/n_t \rceil$ και $l = i - (k-1)n_t$. Στην παραπάνω έκφραση για τον υπολογισμό της ποσότητας k , με $\lceil \cdot \rceil$ συμβολίζεται ο συντελεστής στρογγυλοποίησης προς τα πάνω. Για το σύστημα αυτό, η μελέτη επίδοσης μπορεί να γίνει και πάλι με χρήση της ανάλυσης της Ενότητας 5.4. Εν είδει παραδείγματος, στη συνέχεια αναλύεται ένα σύστημα MIMO 2×2 που χρησιμοποιεί το σχήμα Alamouti. Για το σύστημα αυτό, γίνεται η υπόθεση ότι οι διαλείψεις $|h_{1,1}|$ και $|h_{1,2}|$ είναι τυχαίες μεταβλητές i.i.d. Nakagami- m με παραμέτρους $m > 0, \Omega_1$, ενώ οι διαλείψεις $|h_{2,1}|$ και $|h_{2,2}|$ είναι τυχαίες μεταβλητές i.i.d. Rice με παραμέτρους K και Ω_2 . Συνεπώς, η ΡΓΣ του SNR Y ισούται με

$$M_Y(s) = \frac{\exp\left(\delta \frac{a_2 s}{1-a_2 s}\right)}{(1-a_1 s)^{2m} (1-a_2 s)^2} \quad (5.55)$$

όπου

$$a_1 = \frac{\Omega_1 Y_t}{m R n_t}, \quad a_2 = \frac{\Omega_2 Y_t}{(K+1) R n_t} \quad \text{και} \quad \delta = 2K. \quad (5.56)$$

Ο μετασχηματισμός Laplace της ΣΠΠ του SNR Y είναι της μορφής (5.3) και η ΣΠΠ του δίνεται από τη σχέση (5.19) κάνοντας τις αντικαταστάσεις

$$A = \frac{\beta^{2(m+1)} \exp(-\delta)}{a_1^{2m} a_2^2} \quad \text{και} \quad \rho = 2(m+1). \quad (5.57)$$

Επομένως, οι συντελεστές c_r υπολογίζονται με χρήση της σχέσης (5.16) θέτοντας σε αυτήν $c_0 = 1$ και

$$d_r = \beta r \frac{\delta}{a_2} \gamma_2^{r-1} + 2m \gamma_1^r + 2\gamma_2^r \quad (5.58)$$

για $r > 0$. Οι ποσότητες γ_1, γ_2 στη σχέση (5.58) υπολογίζονται από τη σχέση (5.10).

Από την έκφραση (5.57), αν η τιμή της παραμέτρου m είναι ακέραια ή ίση με $m = l + 1/2$, όπου l ακέραιος, η ανάλυση επίδοσης μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας τις απλουστευμένες εκφράσεις της Ενότητας 5.5.1 για τις συναρτήσεις $\mathcal{C}(\cdot)$, $J(\cdot)$, $H_S(\cdot)$ και $W(\cdot)$. Ωστόσο, στη γενική περίπτωση που η παράμετρος ρ της εξίσωσης (5.57) δεν είναι ακέραια, απαιτείται η χρήση των εκφράσεων της Ενότητας 5.4 για τον υπολογισμό των συναρτήσεων αυτών. Το γεγονός αυτό περιπλέκει τον υπολογισμό των μετρικών, καθώς η έκφραση της χωρητικότητας απαιτεί την αριθμητική επίλυση του ολοκληρώματος $\mathcal{C}(v)$, ενώ οι εκφράσεις της ASEP και της ABEP τον υπολογισμό υπεργεωμετρικών συναρτήσεων. Για το λόγο αυτό, στη συνέχεια παρουσιάζονται απλές τεχνικές υπολογισμού των συναρτήσεων που εμπλέκονται στην ανάλυση επίδοσης.

Ξεκινώντας με το ολοκλήρωμα $\mathcal{C}(v)$, μπορεί να δείχτεί ότι υπολογίζεται αναδρομικά. Πιο συγκεκριμένα, με βάση την ιδιότητα

$$\frac{dy^{v-1} \exp(-y/\beta)}{dy} = (v-1)y^{v-2} \exp(-y/\beta) - \frac{1}{\beta}y^{v-1} \exp(-y/\beta) \quad (5.59)$$

αποδεικνύεται η ακόλουθη αναδρομική σχέση

$$\mathcal{C}(v) = \mathcal{C}(v-1) + \int_0^\infty \frac{y^{v-1} \exp(-y/\beta)}{\beta^{v-1} \Gamma(v) (1+y)} dy \quad (5.60)$$

η οποία, χρησιμοποιώντας τη σχέση [65, σελ. 348, εξ. (3.383.10)] γράφεται στη μορφή

$$\mathcal{C}(v) = \mathcal{C}(v-1) + \frac{1}{\beta^{v-1}} \exp(1/\beta) \Gamma(1-v, 1/\beta). \quad (5.61)$$

Συνεπώς, εφαρμόζοντας κάποια τεχνική αριθμητικής ολοκλήρωσης για τον υπολογισμό της συνάρτησης $\mathcal{C}(\xi)$ για κάποια μικρή τιμή του ξ , με τη βοήθεια της έκφρασης (5.61) μπορεί κανείς να υπολογίσει τη συνάρτηση $\mathcal{C}(v)$ για όλες τις τιμές του v . Για τον αριθμητικό υπολογισμό της $\mathcal{C}(\xi)$, προτείνεται η χρήση του κανόνα αριθμητικής ολοκλήρωσης Gauss που περιγράφεται στην αναφορά [27, εξ. (25.4.45)]. Ο συγκεκριμένος κανόνας εξασφαλίζει τον ακριβή υπολογισμό της $\mathcal{C}(\xi)$, ενώ δεν έχει ιδιαίτερα μεγάλη πολυπλοκότητα. Σχετικά με την τιμή της ποσότητας ξ για την οποία χρησιμοποιείται ο παραπάνω αριθμητικός αλγόριθμος, προτείνεται η χρήση, ως τιμής του ξ , του δεκαδικού μέρους της παραμέτρου ρ .

Όσον αφορά στις υπεργεωμετρικές συναρτήσεις Appell και Gauss, υλοποιήσεις και των δύο μπορούν να βρεθούν στα περισσότερα περιβάλλοντα μαθηματικού προγραμματισμού (π.χ. MATHEMATICA™). Πέραν τούτου, στη βιβλιογραφία μπορούν να βρεθούν διάφοροι αλγόριθμοι για τον υπολογισμό των δύο αυτών συναρτήσεων. Ειδικότερα, η υπεργεωμετρική συνάρτηση Gauss ${}_2F_1(\cdot, \cdot; \cdot; \cdot)$ μπορεί να υπολογιστεί με υψηλή ακρίβεια χρησιμοποιώντας την αναπαράσταση

$${}_2F_1(a, b; c; z) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} P_n, \quad (5.62)$$

όπου

$$P_1 = \frac{abz}{c} \quad \text{και} \quad P_n = P_{n-1} \frac{(a+n-1)(b+n-1)z}{(c+n-1)n}, \quad n = 2, 3, \dots \quad (5.63)$$

που προτείνεται στην εργασία [84].

Η παραπάνω διαδικασία υπολογισμού της συνάρτησης ${}_2F_1(\cdot, \cdot; \cdot; \cdot)$ μπορεί, επίσης, να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της υπεργεωμετρικής συνάρτησης Appell, καθώς οι δύο συναρτήσεις συνδέονται μέσω της σχέσης [85]

$$\begin{aligned} F_1(a, b_1, b_2, c, z_1, z_2) &= \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(a)_r (b_1)_r (b_2)_r (c-a)_r}{(c+r-1)_r (c)_{2r} r!} (z_1 z_2)^r \\ &\quad \times {}_2F_1(a+r, b_1+r; c+2r; z_1) \\ &\quad \times {}_2F_1(a+r, b_2+r; c+2r; z_2). \end{aligned} \quad (5.64)$$

Εναλλακτικά, η υπεργεωμετρική συνάρτηση Appell μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας τον ορισμό

$$F_1(a, b_1, b_2, c, z_1, z_2) = \sum_{r_1=0}^{\infty} \sum_{r_2=0}^{\infty} \frac{(a)_{r_1+r_2} (b_1)_{r_1} (b_2)_{r_2}}{(c)_{r_1+r_2} r_1! r_2!} z_1^{r_1} z_2^{r_2} \quad (5.65)$$

που παρουσιάζεται στην αναφορά [36, εξ. (07.36.06.0002.01)].

5.6 Αριθμητικά αποτελέσματα

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται θεωρητικά αποτελέσματα που προκύπτουν χρησιμοποιώντας την παραπάνω ανάλυση, αλλά και αποτελέσματα προσομοιώσεων Monte Carlo που επιβεβαιώνουν την ορθότητα της ανάλυσης. Ειδικότερα, εξετάζεται η επίδοση δύο συστημάτων διαφορισμού που προκύπτουν από τις εφαρμογές της Ενότητας 5.5. Το πρώτο σύστημα αποτελείται από ένα δέκτη MRC με $n = 2$ ή $n = 3$ κεραιές λήψης που λειτουργεί σε περιβάλλον σκιασμένων διαλείψεων Rice. Οι παράμετροι του i -οστού καναλιού για τις περιπτώσεις τόσο των δύο όσο και των τριών κεραιών λήψης, επιλέγονται από το σύνολο παραμέτρων $(\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3) = (0.2, 0.3, 0.4)$, $(m_1, m_2, m_3) = (5.2, 3.2, 1.5)$ και $(b_1, b_2, b_3) = (0.1, 0.2, 0.3)$. Σχετικά με την παράμετρο β , η τιμή της επιλέγεται ίση με $\beta = 1.9\beta_0$, καθώς μέσω προσομοιώσεων φάνηκε ότι η συγκεκριμένη επιλογή εξασφαλίζει τη γρήγορη σύγκλιση των σειρών υπολογισμού των μετρικών επίδοσης. Ειδικότερα, με την παραπάνω τιμή της παραμέτρου β , ο αριθμός των όρων που απαιτείται για τον αξιόπιστο και ακριβή υπολογισμό όλων των μετρικών επίδοσης είναι ίσος με $N = 20$. Το δεύτερο σύστημα που εξετάζεται είναι το σύστημα που παρουσιάζεται στην Ενότητα 5.5.2. Οι παράμετροι των καναλιών Nakagami- m , $|h_{1,1}|$ και $|h_{1,2}|$ επιλέγονται ίσες με $\Omega_1 = 0.2$ και $m = 1.3$ ενώ οι παράμετροι των

καναλιών Rice $|h_{2,1}|$ και $|h_{2,2}|$ επιλέγονται ίσες με $\Omega_2 = 0.25$ και $K = 4$. Η τιμή της παραμέτρου β που χρησιμοποιείται για τους υπολογισμούς είναι ίση με $1.7\beta_0$, καθώς με τη συγκεκριμένη τιμή εξασφαλίζεται και πάλι ο ακριβής υπολογισμός των μετρικών επίδοσης κρατώντας μόνο τους πρώτους 20 όρους των απειροσειρών.

Στο Σχήμα 5.1 παρουσιάζεται η εργοδική χωρητικότητα του πρώτου συστήματος, για την περίπτωση τριών κεραιών λήψης, για διάφορες τιμές του αριθμού όρων N που χρησιμοποιούνται από τη σειρά (5.31) και για διάφορες τιμές του SNR Y_t . Για το σύστημα αυτό, ο υπολογισμός της συνάρτησης $\mathcal{C}(\cdot)$ έγινε με χρήση της σχέσης (5.48). Επιπλέον, στο ίδιο σχήμα μπορεί κανείς να δει και αποτελέσματα προσομοιώσεων Monte Carlo για το σύστημα. Παρατηρώντας τα θεωρητικά αποτελέσματα, προκύπτει ότι, όσο αυξάνεται το N , τόσο αυξάνεται η ακρίβεια του υπολογισμού. Επιπλέον, στην περίπτωση που ο αριθμός των όρων είναι ίσος με 20, είναι εμφανής η ταύτιση των θεωρητικών και των προσομοιωμένων αποτελεσμάτων. Στο Σχήμα 5.2 παρουσιάζεται η εργοδική χωρητικότητα και των δύο συστημάτων όπως υπολογίζεται θεωρητικά και συγκρίνεται με αποτελέσματα προσομοιώσεων Monte Carlo. Για το δεύτερο σύστημα, ο υπολογισμός της συνάρτησης $\mathcal{C}(\cdot)$ έγινε χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (5.60) and (5.61). Και πάλι διακρίνεται η ταύτιση θεωρητικών και προσομοιωμένων αποτελεσμάτων και για τις δύο τεχνικές υπολογισμού της $\mathcal{C}(\cdot)$. Στο Σχήμα 5.3, μπορεί κανείς να δει θεωρητικά και προσομοιωμένα αποτελέσματα για την πιθανότητα διακοπής πληροφορίας των δύο συστημάτων για διάφορες τιμές του SNR Y_t . Τα αποτελέσματα αυτά αφορούν την πιθανότητα διακοπής πληροφορίας για ένα ρυθμό μετάδοσης ίσο με $C_0 = 1$ bit/sec/Hz. Η ταύτιση των θεωρητικών αποτελεσμάτων που προκύπτουν από την έκφραση (5.29) με τα αποτελέσματα προσομοιώσεων Monte Carlo επιβεβαιώνει ξανά τη θεωρητική ανάλυση.

Στα Σχήματα 5.4-5.6 απεικονίζεται η ASEP των δύο συστημάτων για διάφορες τεχνικές διαμόρφωσης και για διάφορες τιμές του SNR. Τα θεωρητικά αποτελέσματα που παρουσιάζονται σε αυτά τα σχήματα υπολογίζονται με τη βοήθεια των εκφράσεων (5.35) και (5.37) και είναι και πάλι σε πλήρη συμφωνία με τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων Monte Carlo. Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνει την ακρίβεια των θεωρητικών εκφράσεων ακόμη και στην περίπτωση που ο αριθμός των όρων N που χρησιμοποιούνται στον υπολογισμό των σειρών είναι σχετικά μικρός. Επιπλέον, στα Σχήματα 5.7-5.9 παρουσιάζεται η ABEP των δύο συστημάτων για διάφορες τεχνικές διαμόρφωσης και αποδεικνύεται ξανά η ταύτιση θεωρητικών και προσομοιωμένων αποτελεσμάτων. Ολοκληρώνοντας την ανάλυση, θα πρέπει κανείς να επισημάνει ότι η τεχνική που προτείνεται σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζει σημαντικά πλεονεκτήματα σε σύγκριση με τις υπόλοιπες προσεγγίσεις που εμφανίζονται στη βιβλιογραφία για την ανάλυση επίδοσης σε γενικευμένα περιβάλλοντα διαλείψεων. Χαρακτηριστικά, μπορεί κανείς να αναφέρει ότι, σε αντίθεση με τις τεχνικές που παρουσιάζονται στις εργασίες [7] και [8], η τεχνική που

Σχήμα 5.1: Εργοδική χωρητικότητα για το Σύστημα 1 για $n = 3$ και διάφορες τιμές του N

Σχήμα 5.2: Εργοδική χωρητικότητα για τα δύο συστήματα για διάφορες τιμές του SNR

Σχήμα 5.3: Πιθανότητα διακοπής πληροφορίας για τα δύο συστήματα για $C_0 = 1\text{bit/sec/Hz}$ και διάφορες τιμές του SNR

Σχήμα 5.4: ASEP για διάφορες τιμές του SNR για το Σύστημα 1 με $n = 2$.

Σχήμα 5.5: ASEP για διάφορες τιμές του SNR για το Σύστημα 1 με $n = 3$.

Σχήμα 5.6: ASEP για διάφορες τιμές του SNR για το Σύστημα 2.

Σχήμα 5.7: ABEP για διάφορες τιμές του SNR ανά bit για το Σύστημα 1 με $n = 2$.

Σχήμα 5.8: ABEP για διάφορες τιμές του SNR ανά bit για το Σύστημα 1 με $n = 3$.

Σχήμα 5.9: ABEP για διάφορες τιμές του SNR ανά bit για το Σύστημα 2.

Πίνακας 5.1: Σύγκριση των δύο τεχνικών ως προς το χρόνο εκτέλεσης για τον υπολογισμό της εργοδικής χωρητικότητας

SNR (dB)	1	3	5	7	9
Προτεινόμενη (<i>ms</i>)	0.73	0.67	0.67	0.66	0.68
[8] (<i>ms</i>)	1.9	1.7	1.8	2.1	3.3

αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διατριβής προσφέρει τη δυνατότητα υπολογισμού όλων των μετρικών επίδοσης και όχι μερικών επιλεκτικά. Επιπλέον, η πολυπλοκότητα υπολογισμού των μετρικών επίδοσης για την προτεινόμενη τεχνική είναι συγκρίσιμη και αρκετές φορές μικρότερη αυτής των τεχνικών των εργασιών [7] και [8]. Το γεγονός αυτό αποδεικνύεται και από τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.1, όπου συγκρίνεται ο χρόνος που απαιτείται για τον υπολογισμό της εργοδικής χωρητικότητας του δεύτερου συστήματος χρησιμοποιώντας την έκφραση (5.31), αλλά και την τεχνική που παρουσιάζεται στην εργασία [8]. Ειδικότερα, οι τιμές που φαίνονται στον Πίνακα 5.1, αντιστοιχούν στο χρόνο εκτέλεσης που απαιτείται για κάθε μία από τις τεχνικές ώστε να επιτευχθεί ακρίβεια υπολογισμού ίση ή μικρότερη του 10^{-4} . Για τις μετρήσεις αυτές χρησιμοποιήθηκε ένας προσωπικός υπολογιστής με επεξεργαστή Intel Dual Core συχνότητας λειτουργίας 2.4GHz. Και οι δύο τεχνικές υλοποιήθηκαν σε περιβάλλον MATLAB, ενώ ο υπολογισμός του ολοκληρώματος (3.60) που απαιτείται για την τεχνική της αναφοράς [8] έγινε με χρήση του κανόνα αριθμητικής ολοκλήρωσης Gauss [27, σελ. 887, εξ. (25.4.30)]. Συγκρίνοντας τους χρόνους εκτέλεσης για τις δύο τεχνικές είναι εμφανές ότι και οι δύο είναι ιδιαίτερα αποδοτικές. Ωστόσο, η προτεινόμενη τεχνική απαιτεί λιγότερο

χρόνο εκτέλεσης σε σύγκριση με αυτή της αναφοράς [8].

5.7 Σύνοψη

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάστηκε μία νέα τεχνική για την ανάλυση επίδοσης δεκτών MRC και OSTBC σε γενικευμένα περιβάλλοντα διαλείψεων. Για την εκπόνηση της ανάλυσης, το ενδιαφέρον επικεντρώθηκε σε ένα σύνολο στοχαστικών κατανομών που χρησιμοποιούνται συχνά για τη μοντελοποίηση των διαλείψεων. Στη συνέχεια μελετήθηκαν οι στοχαστικές ιδιότητες αθροισμάτων τυχαίων μεταβλητών που υπακούουν στις συγκεκριμένες κατανομές και εξήχθησαν εκφράσεις για τη ΣΠΠ και την ΑΣΚ αυτών. Με τη βοήθεια των εκφράσεων μελετήθηκε η επίδοση δεκτών MRC και των OSTBC και προέκυψαν νέες κλειστές εκφράσεις για την εργοδική χωρητικότητα, την πιθανότητα διακοπής πληροφορίας, την ASEP και την ABEP διαφόρων τεχνικών διαμόρφωσης. Οι εκφράσεις αυτές βρίσκουν εφαρμογή σε μία πληθώρα περιπτώσεων καναλιών διαλείψεων. Στη συνέχεια, η γενική ανάλυση χρησιμοποιήθηκε για τη μελέτη επίδοσης δεκτών MRC και OSTBC για δύο σενάρια διαλείψεων. Ειδικότερα, μελετήθηκε η επίδοση δεκτών MRC σε περιβάλλον σκιασμένων διαλείψεων Rice και εξήχθησαν νέες εκφράσεις απλής μορφής για όλες τις μετρικές επίδοσης. Κατόπιν μελετήθηκε η επίδοση συστημάτων OSTBC σε ένα μεικτό περιβάλλον διαλείψεων Nakagami- m και Rice. Οι θεωρητικές εκφράσεις που προέκυψαν από την ανάλυση συγκρίθηκαν με αποτελέσματα προσομοιώσεων Monte Carlo και επιβεβαιώθηκε η ορθότητα της ανάλυσης.

Κεφάλαιο 6

Επίδοση συστημάτων συνεργατικού διαφορισμού

6.1 Εισαγωγή

Τα τελευταία χρόνια στην τεχνική βιβλιογραφία έχει εμφανιστεί σημαντικός αριθμός εργασιών σχετικά με τη σχεδίαση και τη μελέτη επίδοσης συστημάτων συνεργατικού διαφορισμού. Σε μεγάλο ποσοστό αυτών των εργασιών εξετάζεται η χρήση αναμεταδοτών ενίσχυσης και προώθησης και προτείνονται σχετικά πρωτόκολλα επικοινωνίας. Το γεγονός αυτό σχετίζεται με τη δυνατότητα των συγκεκριμένων αναμεταδοτών να προσφέρουν το μέγιστο δυνατό διαφορισμό όταν οι τιμές του SNR [86], [87] είναι αρκετά υψηλές. Ωστόσο, όπως αναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 3, η πρακτική εφαρμογή τέτοιων συστημάτων απαιτεί την ύπαρξη υλικού υψηλού κόστους για την επεξεργασία αναλογικών σημάτων στους αναμεταδότες [9]. Για το λόγο αυτό, η χρήση αναμεταδοτών ανίχνευσης και προώθησης συγκεντρώνει ιδιαίτερο ερευνητικό ενδιαφέρον. Πλεονέκτημα των συγκεκριμένων αναμεταδοτών είναι ότι η λειτουργία τους βασίζεται στην ανίχνευση των μεταδιδόμενων συμβόλων και στην αναμετάδοση των αποφάσεών τους στον τελικό δέκτη. Συνεπώς, δεν απαιτούν τη χρήση εξειδικευμένου υλικού. Στην εργασία [88] μελετάται μία δομή πρωτοκόλλου επικοινωνίας για αναμεταδότες ανίχνευσης και προώθησης που αποτελεί μία επέκταση του σχήματος Alamouti για συστήματα συνεργατικού διαφορισμού και προτείνεται ένας δέκτης χαμηλής πολυπλοκότητας. Από την άλλη, στις εργασίες [9] και [10] προτείνονται δύο τεχνικές συνεργατικού διαφορισμού για αναμεταδότες ανίχνευσης και προώθησης που βασίζονται σε κατάλληλες τροποποιήσεις δεκτών MRC και εξετάζονται τεχνικές ανίχνευσης χαμηλής πολυπλοκότητας για τα δύο πρωτόκολλα.

Η ανάλυση επίδοσης πρωτοκόλλων επικοινωνίας με αναμεταδότες ανίχνευσης και προώθησης, αποτελεί ένα ανοιχτό ζήτημα, καθώς στη βιβλιογραφία εμφανίζονται ελάχιστες σχετικές εργασίες. Στο πλαίσιο της διατριβής, μελετήθηκε η επίδοση πρωτοκόλλων ανίχνευσης και προώθησης σε περι-

Σχήμα 6.1: Δομή πρωτοκόλλου συνεργατικού διαφορισμού με έναν αναμεταδότη

βάλλοντα διαλείψεων Rayleigh και προέκυψαν νέες εκφράσεις για το μέσο ρυθμό σφαλμάτων ανά bit για ένα πρωτόκολλο συνεργατικού διαφορισμού που βασίζεται σε παραλλαγές του δέκτη MRC. Το πρωτόκολλο αυτό παρουσιάζεται στην Ενότητα 6.2 όπου περιγράφεται και η δομή των δεκτών που θα μελετηθούν. Στη συνέχεια, στην Ενότητα 6.3 παρουσιάζεται η διαδικασία υπολογισμού του μέσου ρυθμού σφαλμάτων ανά bit για τους δέκτες που μελετώνται. Αν και η διαδικασία αυτή υποθέτει την ύπαρξη μόνο ενός αναμεταδότη, καθώς επίσης και τη χρήση διαμόρφωσης BPSK, μπορεί εύκολα να επεκταθεί σε συστήματα με περισσότερους αναμεταδότες ή/και πιο αποδοτικές τεχνικές διαμόρφωσης. Στην Ενότητα 6.4, με τη βοήθεια της έκφρασης για το ρυθμό σφαλμάτων ανά bit του μελετώμενου πρωτοκόλλου, εισάγεται μία νέα μορφή δέκτη που προέκυψε από τη διατριβή. Η δομή του συγκεκριμένου δέκτη εξασφαλίζει την ελαχιστοποίηση του μέσου ρυθμού σφαλμάτων ανά bit. Τέλος, στην Ενότητα 6.5 γίνεται η σύγκριση των διαφόρων δεκτών που παρουσιάζονται σε αυτό το κεφάλαιο, με τη βοήθεια τόσο θεωρητικών εκφράσεων όσο και προσομοιώσεων.

6.2 Πρωτόκολλο επικοινωνίας για αναμεταδότες DaF

Η βασική δομή του πρωτοκόλλου επικοινωνίας που μελετάται στο πλαίσιο της διατριβής παρουσιάζεται στο σχήμα 6.1. Επιπλέον, γίνεται η υπόθεση ότι χρησιμοποιείται διαμόρφωση BPSK με τα παραγόμενα σύμβολα να είναι κατάλληλα κανονικοποιημένα έτσι ώστε η ενέργειά τους να είναι ίση με τη μονάδα. Συνεπώς, αν s είναι ένα σύμβολο στην έξοδο του αποδιαμορφωτή τότε ισχύει ότι $s = \pm 1$.

Στο συγκεκριμένο πρωτόκολλο, η επικοινωνία πομπού-δέκτη επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας δύο χρονικές περιόδους μετάδοσης. Στην πρώτη, ο πομπός **S** μεταδίδει ένα σύμβολο s στο δέκτη **D** αλλά και στον αναμεταδότη **R**. Συνεπώς, το σήμα που φτάνει στο δέκτη στο τέλος της πρώτης περιόδου έχει τη μορφή

$$y_{SD} = \sqrt{E_S} h_{SD} s + n_{SD}, \quad (6.1)$$

όπου E_S είναι η ενέργεια εκπομπής που χρησιμοποιεί ο πομπός και n_{SD}

είναι ο μιγαδικός AWGN μηδενικής μέσης τιμής και διασποράς σ_D^2 στο κανάλι $\mathbf{S} \rightarrow \mathbf{D}$. Υποθέτοντας ότι το κανάλι $\mathbf{S} \rightarrow \mathbf{D}$ είναι κανάλι διαλείψεων Rayleigh, η κρουστική απόκριση h_{SD} θα είναι και αυτή μία μιγαδική γκαουσιανή τυχαία μεταβλητή, μηδενικής μέσης τιμής και διασποράς σ_{SD}^2 . Επομένως, ο SNR του καναλιού $\mathbf{S} \rightarrow \mathbf{D}$ θα ορίζεται ως

$$\gamma_{SD} = \frac{P_S |h_{SD}|^2}{\sigma_D^2} \quad (6.2)$$

και η ΣΠΠ του, σύμφωνα με την έκφραση (2.43), θα έχει τη μορφή

$$p_{\gamma_{SD}}(\gamma) = \frac{\exp\left(-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}_{SD}}\right)}{\bar{\gamma}_{SD}}, \quad \text{όπου} \quad \bar{\gamma}_{SD} = \frac{E_S \sigma_{SD}^2}{\sigma_D^2}. \quad (6.3)$$

Ομοίως, το σήμα που φτάνει στον αναμεταδότη στο τέλος της πρώτης περιόδου μετάδοσης έχει τη μορφή

$$y_{SR} = \sqrt{E_S} h_{SR} s + n_{SR} \quad (6.4)$$

όπου h_{SR} είναι μια μιγαδική γκαουσιανή τυχαία μεταβλητή μηδενικής μέσης τιμής και διασποράς σ_{SR}^2 και n_{SR} είναι μιγαδικός AWGN διασποράς σ_R^2 . Συνεπώς, το πλάτος της απόκρισης του καναλιού, $|h_{SR}|$, θα ακολουθεί κατανομή Rayleigh και η ΣΠΠ του SNR για το κανάλι $\mathbf{S} \rightarrow \mathbf{R}$ θα έχει τη μορφή

$$p_{\gamma_{SR}}(\gamma) = \frac{\exp\left(-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}_{SR}}\right)}{\bar{\gamma}_{SR}}, \quad \text{όπου} \quad \bar{\gamma}_{SR} = \frac{E_S \sigma_{SR}^2}{\sigma_R^2}. \quad (6.5)$$

Χρησιμοποιώντας το σήμα της σχέσης (6.4), ο αναμεταδότης λαμβάνει μία απόφαση, έστω $\tilde{s}$, για το σύμβολο το οποίο έλαβε, την οποία προωθεί στο δέκτη στη δεύτερη χρονική περίοδο της μετάδοσης. Ειδικότερα, για τη μετάδοση αυτή χρησιμοποιεί ένα ποσοστό w της ενέργειας που διαθέτει ανάλογα με τη βεβαιότητά του για την ορθή ανίχνευση του συμβόλου $\tilde{s}$. Συνεπώς, το σήμα που φτάνει στο δέκτη στο τέλος της δεύτερης φάσης έχει τη μορφή

$$y_{RD} = \sqrt{w E_R} h_{RD} \tilde{s} + n_{RD}, \quad (6.6)$$

όπου E_R είναι η ολική ενέργεια που διαθέτει ο αναμεταδότης και w το ποσοστό αυτής που χρησιμοποιεί για τη μετάδοση. Στην εξίσωση (6.6) με h_{RD} συμβολίζεται η μιγαδική γκαουσιανή απόκριση του καναλιού, μηδενικής μέσης τιμής και διασποράς σ_{RD}^2 , ενώ με n_{RD} ο AWGN μηδενικής μέσης τιμής και διασποράς σ_D^2 . Βάσει των στατιστικών της απόκρισης του καναλιού αλλά και του θορύβου, η ΣΠΠ του SNR δίνεται από την έκφραση

$$p_{\gamma_{RD}|w}(\gamma) = \frac{\exp\left(-\frac{\gamma}{w \bar{\gamma}_{RD}}\right)}{w \bar{\gamma}_{RD}}, \quad \text{όπου} \quad \bar{\gamma}_{RD} = \frac{E_R \sigma_{RD}^2}{\sigma_D^2}. \quad (6.7)$$

Όπως αναφέρθηκε στην ανάλυση της Ενότητας 3.6 ο δέκτης μεγίστης πιθανοφάνειας για ένα τέτοιο σύστημα απαιτεί τη γνώση της πιθανότητας σφάλματος στον αναμεταδότη δοθέντος του στιγμιαίου SNR γ_{SR} , ενώ η δομή του δέκτη είναι σχετικά πολύπλοκη. Για το λόγο αυτό, στην παρούσα ανάλυση το ενδιαφέρον θα στραφεί σε δέκτες χαμηλής πολυπλοκότητας που βασίζονται στη δομή του δέκτη MRC και αποφαινόνται υπέρ του συμβόλου

$$\hat{s} = \text{sign} \{d\}, \quad (6.8)$$

όπου d είναι η μεταβλητή απόφασης στην έξοδο του δέκτη MRC. Πιο συγκεκριμένα, η μεταβλητή απόφασης έχει τη μορφή

$$d = \text{Re} \left\{ \sqrt{E_S} h_{SD}^* y_{SD} + \sqrt{w E_R} h_{RD}^* y_{RD} \right\} = \text{Re} \left\{ E_S |h_{SD}|^2 s + \sqrt{E_S} h_{SD}^* n_{SD} + w E_R |h_{RD}|^2 \tilde{s} + \sqrt{w E_R} h_{RD}^* n_{RD} \right\}. \quad (6.9)$$

Στη συνέχεια της ανάλυσης εξετάζονται οι ακόλουθες τεχνικές επιλογής της παραμέτρου w .

- Απλός δέκτης MRC: Για το δέκτη αυτόν η παράμετρος w επιλέγεται πάντοτε ίση με τη μονάδα. Συνεπώς, ο αναμεταδότης προωθεί πάντοτε τις αποφάσεις του χρησιμοποιώντας όλη την ενέργεια E_R που διαθέτει.
- Κατωφλιωμένος δέκτης MRC: Στην περίπτωση του κατωφλιωμένου δέκτη MRC, ο αναμεταδότης προωθεί τις αποφάσεις του στο δέκτη μόνο όταν το στιγμιαίο SNR του καναλιού $\mathbf{S} \rightarrow \mathbf{R}$, γ_{SR} , είναι μεγαλύτερο από ένα κατώφλι γ_0 . Συνεπώς, η τιμή της παραμέτρου w δίνεται από την έκφραση [50]

$$w = \begin{cases} 0, & \text{αν } |\gamma_{SR}| \leq \gamma_0 \\ 1, & \text{διαφορετικά.} \end{cases} \quad (6.10)$$

- Προσαρμοστικός (link adaptive) δέκτης MRC: Στην περίπτωση του δέκτη αυτού, η τιμή της παραμέτρου w επιλέγεται σύμφωνα με τον κανόνα [51]

$$w = \begin{cases} \frac{\gamma_{SR}}{\bar{\gamma}_{RD}}, & \text{αν } \gamma_{SR} \leq \bar{\gamma}_{RD} \\ 1, & \text{αν } \gamma_{SR} \geq \bar{\gamma}_{RD}. \end{cases} \quad (6.11)$$

Συνεπώς, η ισχύς μετάδοσης προσαρμόζεται συνεχώς ανάλογα με τις συνθήκες στο κανάλι $\mathbf{S} \rightarrow \mathbf{R}$.

Στην επόμενη ενότητα, χρησιμοποιώντας και πάλι ιδιότητες των τετραγωνικών μορφών γκαουσιανώς κατανεμημένων τυχαίων μεταβλητών, θα εξαχθούν εκφράσεις για την ABEP για τους παραπάνω δέκτες συστημάτων συνεργατικού διαφορισμού.

6.3 Υπολογισμός ΑΒΕΡ για συστήματα συνεργατικού διαφορισμού

Ο υπολογισμός της ΑΒΕΡ για τους δέκτες της προηγούμενης ενότητας γίνεται χρησιμοποιώντας τις στοχαστικές ιδιότητες της μεταβλητής απόφασης d . Πιο συγκεκριμένα, υποθέτοντας ότι ο πομπός μεταδίδει ισοπίθανα τα σύμβολα ± 1 , η μέση ΑΒΕΡ γράφεται στη μορφή

$$P_e = \int_0^\infty P_{e|\gamma_{SR}}^R \Pr(d < 0 | s = 1, \tilde{s} = -1, w(\gamma_{SR})) p_{\gamma_{SR}}(\gamma) d\gamma + \int_0^\infty (1 - P_{e|\gamma_{SR}}^R) \Pr(d < 0 | s = 1, \tilde{s} = 1, w(\gamma_{SR})) p_{\gamma_{SR}}(\gamma) d\gamma, \quad (6.12)$$

όπου $P_{e|\gamma_{SR}}^R$ είναι η πιθανότητα σφάλματος στον αναμεταδότη δοθέντος του στιγμιαίου SNR γ_{SR} . Η εξίσωση (6.12) προκύπτει λαμβάνοντας υπόψη ότι και στους τρεις δέκτες που αναφέρθηκαν παραπάνω, η παράμετρος w εξαρτάται μόνο από τον SNR στο κανάλι $\mathbf{S} \rightarrow \mathbf{R}$ και όχι από τον SNR των υπόλοιπων καναλιών.

Από την έκφραση (6.12) προκύπτει εύκολα ότι ο υπολογισμός της ΑΒΕΡ για τους τρεις δέκτες της Ενότητας 6.2 απαιτεί γνώση της πιθανότητας $P_{e|\gamma_{SR}}^R$, αλλά και της τιμής της ΑΣΚ $P_d(d)$ της μεταβλητής απόφασης d για $d = 0$. Η συγκεκριμένη τιμή της ΑΣΚ υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τη μορφή της d . Ειδικότερα, αναλύοντας την έκφραση (6.9) η d ξαναγράφεται ως

$$d = \left(P_S s \operatorname{Re}\{h_{SD}\} + \sqrt{P_S} \operatorname{Re}\{n_{SD}\} \right) \operatorname{Re}\{h_{SD}\} + \left(P_S s \operatorname{Im}\{h_{SD}\} + \sqrt{P_S} \operatorname{Im}\{n_{SD}\} \right) \operatorname{Im}\{h_{SD}\} + \left(w P_R \tilde{s} \operatorname{Re}\{h_{RD}\} + \sqrt{w P_R} \operatorname{Re}\{n_{RD}\} \right) \operatorname{Re}\{h_{RD}\} + \left(w P_R \tilde{s} \operatorname{Im}\{h_{RD}\} + \sqrt{w P_R} \operatorname{Im}\{n_{RD}\} \right) \operatorname{Im}\{h_{RD}\}. \quad (6.13)$$

Συνεπώς, ορίζοντας το διάνυσμα γκαουσιανών τυχαίων μεταβλητών

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} P_S s \operatorname{Re}\{h_{SD}\} + \sqrt{P_S} \operatorname{Re}\{n_{SD}\}, \operatorname{Re}\{h_{SD}\}, \\ P_S s \operatorname{Im}\{h_{SD}\} + \sqrt{P_S} \operatorname{Im}\{n_{SD}\}, \operatorname{Im}\{h_{SD}\}, \\ w P_R \tilde{s} \operatorname{Re}\{h_{RD}\} + \sqrt{w P_R} \operatorname{Re}\{n_{RD}\}, \operatorname{Re}\{h_{RD}\}, \\ w P_R \tilde{s} \operatorname{Im}\{h_{RD}\} + \sqrt{w P_R} \operatorname{Im}\{n_{RD}\}, \operatorname{Im}\{h_{RD}\} \end{bmatrix}, \quad (6.14)$$

η μεταβλητή d ξαναγράφεται στη μορφή

$$d = v_1 v_2 + v_3 v_4 + v_5 v_6 + v_7 v_8, \quad (6.15)$$

όπου v_i είναι το i -οστό στοιχείο του διανύσματος $\mathbf{v}$.

Προφανώς, το διάνυσμα $\mathbf{v}$ είναι μηδενικής μέσης τιμής ενώ ο πίνακας συνδιασποράς του, έστω $\mathbf{C}_v$, δίνεται από τον τύπο

$$\mathbf{C}_v = \begin{bmatrix} \mathbf{C}(P_S, s, \sigma_{SD}^2, \sigma_D^2) & \mathbf{0}_{4 \times 4} \\ \mathbf{0}_{4 \times 4} & \mathbf{C}(wP_R, \tilde{s}, \sigma_{RD}^2, \sigma_D^2) \end{bmatrix}, \quad (6.16)$$

όπου $\mathbf{C}(\cdot, \cdot, \cdot, \cdot)$ είναι ένας γενικός παραμετρικός πίνακας της μορφής

$$\mathbf{C}(a, b, c, d) = \mathbf{I}_{2 \times 2} \otimes \begin{bmatrix} a^2 b^2 c + ad & abc \\ abc & c \end{bmatrix}. \quad (6.17)$$

Στην έκφραση (6.17) με $\mathbf{I}_{m \times m}$ συμβολίζεται ο μοναδιαίος πίνακας διαστάσεων $m \times m$ ενώ $\otimes$ είναι ο τελεστής γινομένου Kronecker. Συνεπώς, η μεταβλητή απόφασης d γράφεται ως μια τετραγωνική μορφή κανονικά κατανεμημένων τυχαίων μεταβλητών [13]

$$d = \mathbf{v}^T \mathbf{A} \mathbf{v}, \quad (6.18)$$

όπου $\mathbf{A}$ είναι ο συμμετρικός πίνακας

$$\mathbf{A} = \mathbf{I}_{4 \times 4} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{bmatrix}. \quad (6.19)$$

Χρησιμοποιώντας τη διαδικασία που παρουσιάστηκε στην Ενότητα 4.2, η (6.18) μπορεί να ξαναγραφεί στη μορφή

$$d = \sum_{i=1}^8 \lambda_i u_i^2 \quad (6.20)$$

όπου $\lambda_i, i = 1, \dots, 8$ είναι οι ιδιοτιμές του πίνακα $\mathbf{C}_v \mathbf{A}$ και $u_i, i = 1, \dots, 8$ είναι ασυσχέτιστες κανονικά κατανεμημένες τυχαίες μεταβλητές. Για τον πίνακα $\mathbf{C}_v \mathbf{A}$ είναι εύκολο ναδειχθεί ότι έχει τέσσερεις διακριτές ιδιοτιμές πολλαπλότητας δύο η καθεμία. Ειδικότερα, αν l_1, l_2, l_3, l_4 είναι οι διακριτές ιδιοτιμές του πίνακα $\mathbf{C}_v \mathbf{A}$, ισχύει ότι

$$l_1 = \lambda_1 = \lambda_2 = \frac{P_S s \sigma_{SD}^2 + \sqrt{P_S^2 s^2 \sigma_{SD}^4 + P_S \sigma_{SD}^2 \sigma_D^2}}{2}, \quad (6.21)$$

$$l_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \frac{w P_R \tilde{s} \sigma_{RD}^2 + \sqrt{w^2 P_R^2 \tilde{s}^2 \sigma_{RD}^4 + w P_R \sigma_{RD}^2 \sigma_D^2}}{2}, \quad (6.22)$$

$$l_3 = \lambda_5 = \lambda_6 = \frac{P_S s \sigma_{SD}^2 - \sqrt{P_S^2 s^2 \sigma_{SD}^4 + P_S \sigma_{SD}^2 \sigma_D^2}}{2} \quad (6.23)$$

και

$$l_4 = \lambda_7 = \lambda_8 = \frac{w P_R \tilde{s} \sigma_{RD}^2 - \sqrt{w^2 P_R^2 \tilde{s}^2 \sigma_{RD}^4 + w P_R \sigma_{RD}^2 \sigma_D^2}}{2}. \quad (6.24)$$

Επομένως, η μεταβλητή d γράφεται στην ισοδύναμη μορφή

$$d = \sum_{i=1}^2 l_i (u_{2i-1}^2 + u_{2i}^2) - \sum_{i=1}^2 |l_{i+2}| (u_{2(i+2)-1}^2 + u_{2(i+2)}^2). \quad (6.25)$$

Με τη βοήθεια της εξίσωσης (6.25) εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι η μεταβλητή απόφασης d εκφράζεται τελικά ως ένας γραμμικός συνδυασμός τυχαίων μεταβλητών που ακολουθούν κατανομή χ^2 . Έτσι, μπορεί κανείς να εφαρμόσει το Θεώρημα 4.3.b.1 της αναφοράς [52] και να γράψει τη ΣΠΠ της d ως

$$p_{d|s,\tilde{s}}(z) = \frac{1}{2(|l_3| - |l_4|)} \left(\exp\left(\frac{z}{2|l_3|}\right) \frac{l_3^2}{(l_1 + |l_3|)(l_2 + |l_3|)} - \exp\left(\frac{z}{2|l_4|}\right) \frac{l_4^2}{(l_1 + |l_4|)(l_2 + |l_4|)} \right) \quad (6.26)$$

για $z \leq 0$. Υπολογίζοντας το ολοκλήρωμα της έκφρασης (6.26), η τιμή $P_d(0)$ της ΑΣΚ της μεταβλητής d για $\tilde{s} = \pm 1$ γράφεται αντίστοιχα ως

$$\begin{aligned} \Pr(d \leq 0 | s = 1, \tilde{s} = 1, w) &= \frac{\bar{\gamma}_{SD}}{2(\bar{\gamma}_{SD} - w\bar{\gamma}_{RD})} \left(1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_{SD}}{1 + \bar{\gamma}_{SD}}} \right) \\ &\quad - \frac{w\bar{\gamma}_{RD}}{2(\bar{\gamma}_{SD} - w\bar{\gamma}_{RD})} \left(1 - \sqrt{\frac{w\bar{\gamma}_{RD}}{1 + w\bar{\gamma}_{RD}}} \right) \\ \Pr(d \leq 0 | s = 1, \tilde{s} = -1, w) &= \frac{\bar{\gamma}_{SD} (2\bar{\gamma}_{SD} + 1 - 2\sqrt{\bar{\gamma}_{SD}^2 + \bar{\gamma}_{SD}})}{2(\bar{\gamma}_{SD} + w\bar{\gamma}_{RD}) (2\bar{\gamma}_{SD} + 1 - 2\sqrt{\bar{\gamma}_{SD}^2 + \bar{\gamma}_{SD}}) - 4w\bar{\gamma}_{RD}} \\ &\quad \times \left(1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_{SD}}{1 + \bar{\gamma}_{SD}}} \right) \\ &\quad + \frac{w\bar{\gamma}_{RD} (2w\bar{\gamma}_{RD} + 1 + 2\sqrt{w^2\bar{\gamma}_{RD}^2 + w\bar{\gamma}_{RD}})}{2(\bar{\gamma}_{SD} + w\bar{\gamma}_{RD}) (2\bar{\gamma}_{RD} + 1 + 2\sqrt{w^2\bar{\gamma}_{RD}^2 + w\bar{\gamma}_{RD}}) - 4\bar{\gamma}_{SD}} \\ &\quad \times \left(1 + \sqrt{\frac{w\bar{\gamma}_{RD}}{1 + w\bar{\gamma}_{RD}}} \right) \end{aligned} \quad (6.28)$$

Οι εκφράσεις (6.27) και (6.28) καθιστούν δυνατό τον υπολογισμό του μέσου ρυθμού σφαλμάτων ανά bit για τους τρεις δέκτες που μελετώνται σε αυτό το κεφάλαιο με την εφαρμογή της ακόλουθης διαδικασίας.

- Απλός δέκτης MRC: Στην περίπτωση του απλού δέκτη MRC, η παράμετρος w είναι πάντοτε ίση με τη μονάδα ανεξάρτητα από την τιμή του γ_{SR} . Συνεπώς, η σχέση (6.12) γράφεται ως

$$\begin{aligned} P_e &= \left(\int_0^\infty P_{e|\gamma_{SR}}^R p_{\gamma_{SR}}(\gamma) d\gamma \right) \Pr(d \leq 0 | s = 1, \tilde{s} = -1, w = 1) \\ &\quad + \left(\int_0^\infty (1 - P_{e|\gamma_{SR}}^R) p_{\gamma_{SR}}(\gamma) d\gamma \right) \Pr(d \leq 0 | s = 1, \tilde{s} = 1, w = 1). \end{aligned} \quad (6.29)$$

Επομένως, η έκφραση (6.29) μπορεί να υπολογιστεί με τη βοήθεια των εκφράσεων (6.27) και (6.28) λαμβάνοντας επίσης υπόψη ότι [26]

$$\begin{aligned} P_{e,\gamma_{SR}}^R &= \int_0^\infty P_{e|\gamma_{SR}}^R p_{\gamma_{SR}}(\gamma) d\gamma = \frac{1}{\bar{\gamma}_{SR}} \int_0^\infty \mathcal{Q}(\sqrt{2\gamma}) \exp\left(-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}_{SR}}\right) d\gamma \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_{SR}}{1 + \bar{\gamma}_{SR}}}\right). \end{aligned} \quad (6.30)$$

- Κατωφλιωμένος δέκτης MRC: Στην περίπτωση του κατωφλιωμένου δέκτη MRC, η σχέση (6.12) γράφεται στην ισοδύναμη μορφή

$$\begin{aligned} P_e &= \Pr(\gamma_{SR} < \gamma_0) \Pr(d \leq 0) + P_{e,\gamma_{SR} \geq \gamma_0}^R \Pr(d \leq 0 | s = 1, \tilde{s} = -1, w = 1) \\ &\quad + (\Pr(\gamma_{SR} \geq \gamma_0) - P_{e,\gamma_{SR} \geq \gamma_0}^R) \Pr(d \leq 0 | s = 1, \tilde{s} = 1, w = 1). \end{aligned} \quad (6.31)$$

Προφανώς, ο όρος $\Pr(\gamma_{SR} < \gamma_0) \Pr(d \leq 0)$ που εμφανίζεται στο δεξιό σκέλος της σχέσης (6.31) αντιστοιχεί στην πιθανότητα σφάλματος στην περίπτωση που ισχύει ότι $\gamma_{SR} < \gamma_0$ και ο αναμεταδότης δεν χρησιμοποιείται. Στην περίπτωση αυτή, η πιθανότητα $\Pr(d \leq 0)$ είναι ουσιαστικά η πιθανότητα σφάλματος στο δέκτη όταν αυτός χρησιμοποιεί μόνο το σήμα y_{SD} για την ανίχνευση του μεταδιδόμενου συμβόλου. Η πιθανότητα αυτή έχει τη μορφή [26]

$$\Pr(d \leq 0) = \int_0^\infty \mathcal{Q}(\sqrt{2\gamma}) p_{\gamma_{SD}}(\gamma) d\gamma = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_{SD}}{1 + \bar{\gamma}_{SD}}}\right). \quad (6.32)$$

Από την άλλη, στην περίπτωση που ο αναμεταδότης χρησιμοποιείται, ο υπολογισμός της πιθανότητας σφάλματος στο δέκτη απαιτεί γνώση της πιθανότητας σφάλματος στον αναμεταδότη, δοθέντος ότι $\gamma_{SR} \geq \gamma_0$. Αυτή υπολογίζεται μέσω της έκφρασης

$$P_{e,\gamma_{SR} \geq \gamma_0}^R = \frac{1}{\bar{\gamma}_{SR}} \int_{\gamma_0}^\infty \mathcal{Q}(\sqrt{2\gamma}) \exp\left(-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}_{SR}}\right) d\gamma = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_{SR}}{1 + \bar{\gamma}_{SR}}}\right) - \mathcal{I}, \quad (6.33)$$

όπου $\mathcal{I}$ είναι η συνάρτηση

$$\mathcal{I} = \frac{1}{2} - \frac{\operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma_0}) \exp\left(-\frac{\gamma_0}{\bar{\gamma}_{SR}}\right)}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_{SR}}{\bar{\gamma}_{SR} + 1}} \operatorname{erf}\left(\sqrt{\gamma_0 \frac{\bar{\gamma}_{SR} + 1}{\bar{\gamma}_{SR}}}\right). \quad (6.34)$$

Στην έκφραση 6.34 με $\operatorname{erfc}(\cdot)$ συμβολίζεται η *συμπληρωματική συνάρτηση σφάλματος (complementary error function)* [27, σελ. 297. εξ. (7.1.2)]. Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (6.27), (6.28), (6.32) και (6.33) στην (6.31) η ABEP για τον κατωφλιωμένο δέκτη MRC γράφεται σε απλή κλειστή μορφή.

- Προσαρμοστικός δέκτης MRC: Για τον προσαρμοστικό δέκτη MRC, η ΑΒΕΡ μπορεί και πάλι να εκφραστεί, με χρήση της έκφρασης (6.12) αλλά και των εκφράσεων (6.27), (6.28), και (6.33), στη μορφή

$$\begin{aligned}
P_e = & \int_0^{\bar{\gamma}_{RD}} P_{e|\gamma_{SR}}^R p_{\gamma_{SR}}(\gamma) \Pr(d \leq 0 | s = 1, \tilde{s} = -1, w = \gamma/\bar{\gamma}_{RD}) d\gamma + \\
& \int_0^{\bar{\gamma}_{RD}} \left(1 - P_{e|\gamma_{SR}}^R\right) \Pr(d \leq 0 | s = 1, \tilde{s} = 1, w = \gamma/\bar{\gamma}_{RD}) p_{\gamma_{SR}}(\gamma) d\gamma + \\
& P_{e, \gamma_{SR} \geq \bar{\gamma}_{RD}}^R \Pr(d \leq 0 | s = 1, \tilde{s} = -1, w = 1) + \\
& (\Pr(\gamma_{SR} \geq \bar{\gamma}_{RD}) - P_{e, \gamma_{SR} \geq \bar{\gamma}_{RD}}^R) \Pr(d \leq 0 | s = 1, \tilde{s} = 1, w = 1).
\end{aligned} \tag{6.35}$$

Αν και τα ολοκληρώματα που εμφανίζονται στην έκφραση (6.35) δεν μπορούν να γραφτούν σε κλειστή μορφή, στην πράξη μπορούν να υπολογιστούν με ακρίβεια με χρήση του κανόνα ολοκλήρωσης Gauss [27, σελ. 887, εξ. (25.4.30)].

6.4 Δέκτης ελαχιστοποίησης ΒΕΡ

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζεται ένας νέος δέκτης για το μελετώμενο πρωτόκολλο συνεργατικού διαφορισμού. Βασική αρχή λειτουργίας του δέκτη είναι η κατάλληλη επιλογή της παραμέτρου w έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το στιγμιαίο ΒΕΡ δοθέντος του στιγμιαίου SNR, γ_{SR} . Ειδικότερα, κριτήριο επιλογής της παραμέτρου w είναι η ελαχιστοποίηση της ποσότητας

$$\begin{aligned}
P_{e|\gamma_{SR}}(w) = & \left(1 - P_{e|\gamma_{SR}}^R\right) \Pr(d \leq 0 | s = 1, \tilde{s} = 1, w) \\
& + P_{e|\gamma_{SR}}^R \Pr(d \leq 0 | s = 1, \tilde{s} = -1, w),
\end{aligned} \tag{6.36}$$

όπου $P_{e|\gamma_{SR}}^R = Q(\sqrt{2\gamma_{SR}})$ ενώ οι $\Pr(d \leq 0 | s = 1, \tilde{s} = 1, w)$ και $\Pr(d \leq 0 | s = 1, \tilde{s} = -1, w)$ δίνονται από τις εκφράσεις (6.27), και (6.28), αντίστοιχα. Η εύρεση ακριβούς έκφρασης για την τιμή της w που ελαχιστοποιεί την (6.36) είναι αρκετά δύσκολη. Έτσι, η διαδικασία που ακολουθείται για την επιλογή του w βασίζεται στην ελαχιστοποίηση μίας συνάρτησης που προσεγγίζει ικανοποιητικά την (6.36). Μία τέτοια συνάρτηση μπορεί να βρεθεί προσεγγίζοντας τις ποσότητες (6.27), και (6.28) και, ειδικότερα, τις τετραγωνικές ρίζες που εμφανίζονται σε αυτές.

Μία απλή και αποδοτική προσέγγιση της τετραγωνικής ρίζας $\sqrt{x}$ προκύπτει χρησιμοποιώντας το ανάπτυγμα Taylor της συνάρτησης $\sqrt{x}$ γύρω από την τιμή $x_0 = 1$. Κρατώντας μόνο τους δύο πρώτους όρους αυτού του αναπτύγματος, προκύπτει η προσέγγιση

$$\sqrt{x} \approx 1 + \frac{1}{2}(x - 1). \tag{6.37}$$

Η συγκεκριμένη έκφραση καθίσταται ιδιαίτερα χρήσιμη για την προσέγγιση ριζικών της μορφής $\sqrt{a/(1+a)}$ που εμφανίζονται στις σχέσεις (6.27), και (6.28), καθώς, για αρκούντως μεγάλες τιμές της παραμέτρου a , η τιμή της ποσότητας $a/(1+a)$ τείνει στη μονάδα. Τότε η ποσότητα $\sqrt{a/(1+a)}$ μπορεί να προσεγγιστεί μέσω της σχέσης

$$\sqrt{\frac{a}{1+a}} \approx \frac{1}{2} + \frac{a}{2(1+a)}. \quad (6.38)$$

Με τη βοήθεια της έκφρασης (6.38) είναι, επίσης, δυνατή η προσέγγιση εκφράσεων της μορφής $\sqrt{a^2+a}$ μέσω της έκφρασης

$$\sqrt{a^2+a} = (1+a) \sqrt{\frac{a}{1+a}} \approx (1+a) \left(\frac{1}{2} + \frac{a}{2(1+a)} \right) = \frac{1}{2} + a. \quad (6.39)$$

Χρησιμοποιώντας τις εκφράσεις (6.38) και (6.39), οι σχέσεις (6.27), και (6.28) μπορούν να προσεγγιστούν ως εξής

$$\Pr(d \leq 0 | s = 1, \tilde{s} = 1, w) \approx \frac{1}{4(1 + \bar{\gamma}_{SD})(1 + w\bar{\gamma}_{RD})} \quad (6.40)$$

και

$$\Pr(d \leq 0 | s = 1, \tilde{s} = -1, w) \approx \frac{(4w\bar{\gamma}_{RD} + 3)(1 + 2w\bar{\gamma}_{RD})}{4(1 + w\bar{\gamma}_{RD})(2\bar{\gamma}_{SD} + 2w\bar{\gamma}_{RD} + 1)}. \quad (6.41)$$

Συνεπώς, αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (6.40) και (6.41) στην (6.36) και ορίζοντας την παράμετρο ε ως $\varepsilon = P_{e|\gamma_{SR}}^R$, η (6.36) προσεγγίζεται από τη συνάρτηση

$$P_{e|\gamma_{SR}}(w) \approx \frac{8\varepsilon(1 + \bar{\gamma}_{SD})w^2\bar{\gamma}_{RD}^2 + (2 + 8\varepsilon + 10\varepsilon\bar{\gamma}_{SD})w\bar{\gamma}_{RD} + 1 + 2\varepsilon + \bar{\gamma}_{SD}(2 + \varepsilon)}{4(1 + \bar{\gamma}_{SD})(2w^2\bar{\gamma}_{RD}^2 + (3 + 2\bar{\gamma}_{SD})w\bar{\gamma}_{RD} + (1 + 2\bar{\gamma}_{SD}))}. \quad (6.42)$$

Η ελαχιστοποίηση της (6.42) απαιτεί την εύρεση των σημείων μηδενισμού της παραγώγου της. Αποδεικνύεται εύκολα ότι τα σημεία αυτά είναι οι ρίζες ενός πολυωνύμου δευτέρου βαθμού και υπολογίζονται ως

$$w_{\pm} = \frac{-\left(\varepsilon(2 + 11\bar{\gamma}_{SD} + 8\bar{\gamma}_{SD}^2) - 1 - 2\bar{\gamma}_{SD}\right)}{2\bar{\gamma}_{RD}(\varepsilon(2 + 5\bar{\gamma}_{SD} + 4\bar{\gamma}_{SD}^2) - 1)} \pm \frac{\sqrt{2\varepsilon\bar{\gamma}_{SD}(1 - 5\bar{\gamma}_{SD} + 2\bar{\gamma}_{SD}^2 + 8\bar{\gamma}_{SD}^3 - \varepsilon(2 - 7\bar{\gamma}_{SD} - 5\bar{\gamma}_{SD}^2 + 4\bar{\gamma}_{SD}^3))}}{2\bar{\gamma}_{RD}(\varepsilon(2 + 5\bar{\gamma}_{SD} + 4\bar{\gamma}_{SD}^2) - 1)}. \quad (6.43)$$

Συνεπώς, η τιμή της παραμέτρου w που ελαχιστοποιεί την (6.42) προκύπτει συγκρίνοντας με τη βοήθεια της (6.42) τις κατά προσέγγιση τιμές $P_{e|\gamma_{SR}}(w_+)$ και $P_{e|\gamma_{SR}}(w_-)$ και επιλέγοντας ως τιμή του w αυτή που καταλήγει στη μικρότερη τιμή για την προσέγγιση (6.42).

Στην πράξη, δεν εξασφαλίζεται ότι η τιμή που προκύπτει για την παράμετρο w από την παραπάνω διαδικασία θα ανήκει στο διάστημα $[0, 1]$. Στις περιπτώσεις που η βέλτιστη τιμή της παραμέτρου w δε βρίσκεται στο διάστημα $[0, 1]$ η τιμή που θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί προκύπτει συγκρίνοντας με τη βοήθεια της (6.42) τις κατά προσέγγιση τιμές $P_{e|\gamma_{SR}}(0)$ και $P_{e|\gamma_{SR}}(1)$ και επιλέγοντας το w ίσο με το μηδέν αν $P_{e|\gamma_{SR}}(0) \leq P_{e|\gamma_{SR}}(1)$ και ίσο με τη μονάδα στην αντίθετη περίπτωση.

6.5 Αριθμητικά αποτελέσματα

Σε αυτή την ενότητα παρατίθενται αριθμητικά αποτελέσματα υπολογισμού της ABEP για τους τρεις δέκτες συνεργατικού διαφορισμού που αναλύθηκαν στην Ενότητα 6.2. Επιπλέον, η επίδοση των συγκεκριμένων δεκτών συγκρίνεται με το δέκτη που παρουσιάστηκε στην Ενότητα 6.4. Αναλυτικότερα, στο Σχήμα 6.2 μπορεί κανείς να δει την επίδοση ως προς την ABEP των τριών δεκτών της Ενότητας 6.2 όπως αυτή υπολογίζεται βάσει των εκφράσεων της ενότητας αυτής. Ειδικότερα, τα αποτελέσματα αυτά προέκυψαν θεωρώντας σταθερό μέσο SNR ανά bit για τα κανάλια $\mathbf{S} \rightarrow \mathbf{R}$ και $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{D}$ ίσο με 15dB. Τα αποτελέσματα αυτά συγκρίνονται με αποτελέσματα προσομοιώσεων που επιβεβαιώνουν την ορθότητα της θεωρητικής ανάλυσης. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα του συγκεκριμένου σχήματος προκύπτει ότι, για χαμηλές τιμές του μέσου SNR $\bar{\gamma}_{SD}$, η επίδοση του απλού αλλά και του κατωφλιωμένου δέκτη MRC είναι ανώτερη της επίδοσης του προσαρμοστικού δέκτη MRC με τον κατωφλιωμένο δέκτη να έχει την καλύτερη επίδοση από τα τρία σχήματα. Από την άλλη, καθώς αυξάνει η τιμή του $\bar{\gamma}_{SD}$ η κατάσταση αντιστρέφεται και η χρήση του προσαρμοστικού δέκτη MRC εξασφαλίζει τη χαμηλότερη ABEP.

Στο Σχήμα 6.3, χρησιμοποιώντας αποτελέσματα προσομοιώσεων Monte Carlo, παρουσιάζεται η ABEP του δέκτη που προτείνεται στην Ενότητα 6.4 και συγκρίνεται με την ABEP του κατωφλιωμένου και του προσαρμοστικού δέκτη MRC για την περίπτωση που το μέσο SNR ανά bit στα κανάλια $\mathbf{S} \rightarrow \mathbf{R}$ και $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{D}$ είναι ίσο με 15dB. Από τα αποτελέσματα του Σχήματος αυτού προκύπτει η ανωτερότητα του προτεινόμενου δέκτη καθώς η επίδοσή του είναι καλύτερη σε σύγκριση με τους άλλους δύο δέκτες, τόσο για χαμηλούς όσο και για υψηλούς SNR.

6.6 Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάστηκαν διάφορες μορφές δεκτών για συστήματα συνεργατικού διαφορισμού με αναμεταδότες ανίχνευσης και προώθησης. Η επίδοση των δεκτών αυτών μελετήθηκε θεωρητικά και προέκυψαν νέες εκφράσεις για την ABEP για διαμόρφωση BPSK σε περιβάλλοντα διαλείψεων

Σχήμα 6.2: Επίδοση απλού, κατωφλιωμένου και προσαρμοστικού δέκτη MRC.

Σχήμα 6.3: Σύγκριση επίδοσης του προτεινόμενου δέκτη με τον κατωφλιωμένο και τον προσαρμοστικό δέκτη MRC.

Rayleigh. Με τη βοήθεια προσομοιώσεων αποδείχθηκε η ορθότητα της θεωρητικής ανάλυσης. Κατόπιν, προτάθηκε μία νέα μορφή δέκτη που βασίζεται στην ελαχιστοποίηση του μέσου ρυθμού σφάλματος. Χρησιμοποιώντας προσομοιώσεις Monte Carlo, η επίδοση του συγκεκριμένου δέκτη συγκρίθηκε με την επίδοση των υπολοίπων δεκτών που παρουσιάστηκαν σε αυτό το κεφάλαιο και αναδείχθηκε η ανωτερότητά του.

Κεφάλαιο 7

Συμπεράσματα και μελλοντικές κατευθύνσεις

7.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο υπογραμμίζονται τα σημαντικότερα ερευνητικά θέματα που μελετήθηκαν στο πλαίσιο της διατριβής και τα πρωτότυπα ερευνητικά αποτελέσματα που προέκυψαν από αυτή την ανάλυση. Κατόπιν παρουσιάζονται κάποιες ερευνητικές κατευθύνσεις που χρήζουν μελέτης.

7.2 Συμπεράσματα

Στην ανάλυση που προηγήθηκε, μελετήθηκε η επίδοση συστημάτων διαφορισμού MIMO σε γενικευμένα κανάλια διαλείψεων. Πιο συγκεκριμένα, στο Κεφάλαιο 2 εξετάστηκε η φύση του ασύρματου καναλιού και η επίδρασή του κατά τη μετάδοση τηλεπικοινωνιακών σημάτων και παρουσιάστηκαν τα κυριότερα φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα κατά την ασύρματη μετάδοση, δηλαδή η απώλεια διαδρομής και οι διαλείψεις μικρής και μεγάλης κλίμακας. Κατόπιν, το ενδιαφέρον στράφηκε στη μοντελοποίηση των διαλείψεων μικρής και μεγάλης κλίμακας και παρουσιάστηκαν διάφορα στοχαστικά μοντέλα. Επιπλέον, ορίστηκαν οι κυριότερες μετρικές για τη μελέτη επίδοσης τηλεπικοινωνιακών συστημάτων ψηφιακών δεδομένων που λειτουργούν σε περιβάλλοντα διαλείψεων. Με τη βοήθεια αυτών των μετρικών, ως παράδειγμα εξετάστηκε η επίδοση ενός τηλεπικοινωνιακού συστήματος που λειτουργεί σε περιβάλλον διαλείψεων Rayleigh και έγινε εμφανής η έντονη επίδραση του καναλιού στην ποιότητα επικοινωνίας.

Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάστηκαν οι σημαντικότερες τεχνικές διαφορισμού που χρησιμοποιούνται για την αντιμετώπιση της επίδρασης του καναλιού διαλείψεων. Το ενδιαφέρον εστιάστηκε στην τεχνική διαφορισμού χώρου και εξετάστηκαν τα συστήματα πολλαπλών κεραιών εκπομπής ή/και λήψης. Στη

συνέχεια, δόθηκε έμφαση σε δύο συστήματα αυτής της κατηγορίας, στους δέκτες MRC και στους OSTBC και μελετήθηκε η διαδικασία της ανάλυσης επίδοσης και των δύο αυτών συστημάτων. Επιπλέον, παρουσιάστηκε μία ακόμη τεχνική διαφορισμού, ο συνεργατικός διαφορισμός η χρήση της οποίας καθιστά δυνατή την αντιμετώπιση όχι μόνο των διαλείψεων μικρής κλίμακας αλλά, σε κάποιο βαθμό, και των διαλείψεων μεγάλης κλίμακας.

Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάστηκε μία νέα προσέγγιση στο πρόβλημα της μελέτης επίδοσης των OSTBC σε κανάλια διαλείψεων Hoyt. Η προσέγγιση αυτή βασίστηκε στη χρήση της ΣΠΠ και της ΑΣΚ των κεντρικών, θετικώς ορισμένων τετραγωνικών μορφών κανονικά κατανομημένων τυχαίων μεταβλητών. Υιοθετήθηκε η χρήση απειροσειρών κατανομών χ^2 για την αναπαράσταση της ΣΠΠ και της ΑΣΚ αυτών των τετραγωνικών μορφών και υπολογίστηκαν νέα άνω φράγματα για το σφάλμα αποκοπής αυτών των αναπαραστάσεων. Τα νέα άνω φράγματα χαρακτηρίζονται από σημαντικά μεγαλύτερη ακρίβεια σε σύγκριση με τα ήδη γνωστά. Κατόπιν, αποδείχθηκε ότι οι συγκεκριμένες αναπαραστάσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό της ΣΠΠ και της ΑΣΚ του SNR των OSTBC σε περιβάλλοντα διαλείψεων Hoyt. Με αφετηρία αυτή τη διαπίστωση υπολογίστηκαν όλες οι μετρικές επίδοσης των OSTBC. Οι εκφράσεις που προέκυψαν από αυτή τη διαδικασία αποτελούν πρωτότυπα ερευνητικά αποτελέσματα. Η ορθότητα των αποτελεσμάτων αυτών επιβεβαιώθηκε με τη βοήθεια προσομοιώσεων Monte Carlo. Στη συνέχεια, εξετάσθηκε μία εναλλακτική τεχνική για τον υπολογισμό της πιθανότητας διακοπής πληροφορίας για OSTBC σε περιβάλλοντα διαλείψεων Hoyt για την περίπτωση διαλείψεων i.i.d. ενώ προτάθηκε, επίσης, μία απλή προσεγγιστική τεχνική υπολογισμού της πιθανότητας διακοπής πληροφορίας για την περίπτωση μη πανομοιότυπα κατανομημένων διαλείψεων. Με τη σύγκριση των αποτελεσμάτων της προσεγγιστικής τεχνικής με αποτελέσματα προσομοιώσεων Monte Carlo αναδείχθηκε η ικανότητα της συγκεκριμένης τεχνικής να προσεγγίζει με μεγάλη ακρίβεια την πραγματική τιμή της πιθανότητας διακοπής πληροφορίας.

Στο Κεφάλαιο 5 προτάθηκε μία νέα τεχνική για την ανάλυση της επίδοσης OSTBC και δεκτών MRC σε γενικευμένα κανάλια διαλείψεων. Για την εκπόνηση της ανάλυσης, το ενδιαφέρον επικεντρώθηκε σε ένα σύνολο στοχαστικών κατανομών που χρησιμοποιούνται συχνά για τη μοντελοποίηση διαλείψεων και μελετήθηκαν οι στοχαστικές ιδιότητες αθροισμάτων τυχαίων μεταβλητών που ανήκουν στις συγκεκριμένες κατανομές. Από τη μελέτη αυτή προέκυψαν εκφράσεις για τη ΣΠΠ και την ΑΣΚ τέτοιων αθροισμάτων. Οι εκφράσεις αυτές καθιστούν δυνατή τη μελέτη της επίδοσης OSTBC και δεκτών MRC για μία πληθώρα περιπτώσεων καναλιών διαλείψεων. Στη συνέχεια, οι συγκεκριμένες εκφράσεις χρησιμοποιήθηκαν για τη μελέτη της επίδοσης OSTBC και δεκτών MRC για δύο μοντέλα διαλείψεων που δεν είχαν μελετηθεί στο παρελθόν.

Τέλος, στο Κεφάλαιο 6 μελετήθηκε η επίδοση δεκτών χαμηλής πολυπλο-

κότητας για συστήματα συνεργατικού διαφορισμού. Η ABEP αυτών των δεκτών εκφράστηκε σε κλειστή μορφή για την περίπτωση διαμόρφωσης BPSK όταν οι διαλείψεις ακολουθούν το μοντέλο Rayleigh. Για το σκοπό αυτό, το πρόβλημα του υπολογισμού της ABEP αντιμετωπίστηκε με τη χρήση της ΣΠΠ και της ΑΣΚ τετραγωνικών μορφών κανονικά κατανεμημένων τυχαίων μεταβλητών. Κατόπιν προτάθηκε ένας νέος δέκτης χαμηλής πολυπλοκότητας για συστήματα συνεργατικού διαφορισμού, η επίδοση του οποίου είναι ανώτερη της επίδοσης γνωστών δεκτών αντίστοιχης πολυπλοκότητας.

7.3 Μελλοντικές κατευθύνσεις

Με αφετηρία την ενασχόλησή μας με τη μελέτη επίδοσης συστημάτων διαφορισμού MIMO σε γενικευμένα περιβάλλοντα διαλείψεων θα θέλαμε να εντοπίσουμε μερικές δράσεις που θα μπορούσαν να αποτελέσουν συνέχεια αυτής της διατριβής. Οι σημαντικότερες από αυτές είναι οι ακόλουθες.

Μελέτη στοχαστικών ιδιοτήτων τετραγωνικών μορφών κανονικών τυχαίων μεταβλητών

Στα πλαίσια της διατριβής αναδείχθηκε ο σημαντικός ρόλος που διαδραματίζουν οι τετραγωνικές μορφές κανονικά κατανεμημένων τυχαίων μεταβλητών στη μελέτη επίδοσης τηλεπικοινωνιακών συστημάτων και, ειδικά, συστημάτων διαφορισμού χώρου, αλλά και συνεργατικού διαφορισμού. Παράλληλα, οι τετραγωνικές μορφές κανονικά κατανεμημένων τυχαίων μεταβλητών συναντώνται σε διάφορες μελέτες τηλεπικοινωνιακών συστημάτων όπως, για παράδειγμα, στη μελέτη επίδοσης συστημάτων διαφορισμού σε περιβάλλοντα διαλείψεων όταν παρουσιάζονται σφάλματα κατά την εκτίμηση του καναλιού από το δέκτη. Για το λόγο αυτό κρίνεται σκόπιμη η περαιτέρω διερεύνηση της δυνατότητας χρήσης των στοχαστικών ιδιοτήτων τετραγωνικών μορφών για θέματα που άπτονται της ερευνητικής περιοχής των ασύρματων τηλεπικοινωνιών, καθώς και η εύρεση αποδοτικών τεχνικών και προσεγγιστικών αλγορίθμων για τον υπολογισμό της ΣΠΠ και της ΑΣΚ τέτοιων μορφών

Επέκταση της τεχνικής μελέτης επίδοσης γενικευμένων καναλιών διαλείψεων για συστήματα διαφορισμού

Στο πλαίσιο της διατριβής παρουσιάστηκε μία τεχνική που επιτρέπει την ανάλυση επίδοσης για μία πληθώρα καναλιών διαλείψεων. Για την περαιτέρω γενίκευση της συγκεκριμένης τεχνικής υπάρχουν διάφορες κατευθύνσεις που θα μπορούσαν να ακολουθηθούν. Οι σημαντικότερες από αυτές είναι η εξερεύνηση νέων στοχαστικών μοντέλων για συστήματα διαφορισμού που θα συμπεριλαμβάνουν ακόμη περισσότερα μοντέλα καναλιών διαλείψεων, αλλά

και η επέκταση του μοντέλου του Κεφαλαίου 5 στην περίπτωση συσχετισμένων διαλείψεων.

Μελέτη επίδοσης και σχεδίαση συστημάτων συνεργατικού διαφορισμού

Στο Κεφάλαιο 6 εξετάστηκε μία απλή περίπτωση συστήματος συνεργατικού διαφορισμού με έναν αναμεταδότη και προτάθηκε ένας νέος δέκτης για το σύστημα αυτό. Προεκτάσεις της συγκεκριμένης ανάλυσης που παρουσιάζουν ενδιαφέρον είναι η μελέτη επίδοσης για συστήματα συνεργατικού διαφορισμού με σχήματα διαμόρφωσης υψηλότερης τάξης (π.χ. PAM, QAM), αλλά και με περισσότερους αναμεταδότες. Εξίσου μεγάλο ενδιαφέρον παρουσιάζει η γενίκευση του δέκτη που προτάθηκε στο Κεφάλαιο 6 για τέτοια συστήματα. Πέραν τούτου στα ενδιαφέροντά μας εντάσσεται, η επίδοση συστημάτων συνεργατικού διαφορισμού για άλλα στοχαστικά μοντέλα διαλείψεων, εκτός του Rayleigh, καθώς επίσης και για γενικευμένα μοντέλα διαλείψεων .

Μελέτη επίδοσης συστημάτων διαφορισμού παρουσία παρεμβολών

Συχνά, ο κύριος παράγοντας που επηρεάζει την ασύρματη επικοινωνία, δεν είναι ο AWGN αλλά οι ενδοκαναλικές παρεμβολές που προκαλούνται από την ύπαρξη άλλων χρηστών. Η μελέτη επίδοσης συστημάτων διαφορισμού και συνεργατικού διαφορισμού σε κανάλια γενικευμένων διαλείψεων παρουσία παρεμβολών είναι ένα ακόμη ενδιαφέρον ερευνητικό αντικείμενο που χρήζει περαιτέρω διερεύνησης. Στο πλαίσιο μίας τέτοιας ανάλυσης ιδιαίτερο ενδιαφέρον εμφανίζει η χρήση γενικευμένων μοντέλων διαλείψεων για το επιθυμητό σήμα ή/και για τα σήματα των παρεμβολών.

Παράρτημα Α΄

Εκφράσεις της BER και SER για διάφορα είδη διαμόρφωσης

Στη συνέχεια παρατίθενται οι εκφράσεις για τις συναρτήσεις $P_e^s(\cdot)$ και $P_e^b(\cdot)$ για διάφορα είδη διαμόρφωσης. Ειδικότερα, εξετάζονται οι τεχνικές διαμόρφωσης PAM, QAM και PSK.

Α΄.1 Εκφράσεις υπολογισμού SER

Για τις προαναφερθείσες τεχνικές διαμόρφωσης, η συνάρτηση $P_e^s(\cdot)$ που υπολογίζει τη SER δίνεται από τις ακόλουθες σχέσεις.

M-PAM

Για την περίπτωση ενός διαμορφωτή PAM M επιπέδων, η συνάρτηση $P_e^s(\cdot)$ μπορεί να γραφτεί στη μορφή [26]

$$P_e^s(\gamma_S) = \delta \mathcal{Q}(a\sqrt{\gamma_S}), \quad \text{όπου} \quad a = \sqrt{\frac{6}{M^2 - 1}} \quad \text{και} \quad \delta = 2 \frac{M - 1}{M}. \quad (\text{A'.1})$$

Τετραγωνικό (squared) M-QAM

Σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα που κάνει χρήση τετραγωνικού διαμορφωτή M-QAM η πιθανότητα σφάλματος $P_e^s(\cdot)$ δίνεται από τη σχέση [26]

$$P_e^s(\gamma_S) = 2\delta \mathcal{Q}(a\sqrt{\gamma_S}) - \delta^2 \mathcal{Q}^2(a\sqrt{\gamma_S}), \quad (\text{A'.2})$$

όπου οι συντελεστές δ και a ορίζονται ως [26]

$$a = \sqrt{\frac{3}{M - 1}}, \quad \text{και} \quad \delta = 2 \frac{\sqrt{M} - 1}{\sqrt{M}}. \quad (\text{A'.3})$$

Μη τετραγωνικό (rectangular) QAM

Για ένα διαμορφωτή QAM που διαθέτει M_I και M_Q επίπεδα στην ομοφασική (inphase) και στην ορθογωνική (quadrature) συνιστώσα αντίστοιχα, η $P_e^s(\gamma_S)$ έχει τη μορφή

$$P_e(\gamma) = \delta_I \mathcal{Q}(a_I \sqrt{\gamma}) + \delta_Q \mathcal{Q}(a_Q \sqrt{\gamma}) - \delta_I \delta_Q \mathcal{Q}(a_I \sqrt{\gamma}) \mathcal{Q}(a_Q \sqrt{\gamma}), \quad (\text{A'.4})$$

όπου οι συντελεστές δ_I και δ_Q δίνονται από την έκφραση

$$\delta_I = \frac{M_I - 1}{M_I} \quad \text{και} \quad \delta_Q = \frac{M_Q - 1}{M_Q}, \quad (\text{A'.5})$$

ενώ οι ποσότητες a_I και a_Q δίνονται στην αναφορά [60].

M-PSK

Όταν το τηλεπικοινωνιακό σύστημα χρησιμοποιεί διαμόρφωση PSK M επιπέδων, η συνάρτηση $P_e^s(\gamma)$ δίνεται από τον τύπο [26]

$$P_e^S(\gamma_S) = \frac{1}{\pi} \int_0^{(M-1)\pi/M} \exp\left(-\gamma_S \frac{g_{PSK}}{\sin^2 \theta}\right) d\theta, \quad (\text{A'.6})$$

όπου $g_{PSK} = \sin^2(\pi/M)$.

A'.2 Εκφράσεις υπολογισμού ΒΕΡ

Για την περίπτωση των τεχνικών διαμόρφωσης που μελετώνται στο πλαίσιο της διατριβής, ο υπολογισμός της ΒΕΡ γίνεται με τη βοήθεια των ακόλουθων εκφράσεων.

M-PAM

Στην περίπτωση ενός διαμορφωτή M-PAM με κωδικοποίηση Gray, η συνάρτηση $P_e^b(\cdot)$ που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της ΒΕΡ δίνεται από την έκφραση [82]

$$P_e^b(\gamma_b) = \frac{1}{\log_2 M} \sum_{j=1}^{\log_2 M} P_b(j, \gamma_b, M) \quad (\text{A'.7})$$

όπου

$$P_b(j, \gamma_b, M) = \frac{2}{M} \sum_{i=0}^{(1-2^{-j})M-1} \delta_M(i, j) \mathcal{Q}(a_i \sqrt{\gamma_b}) \quad (\text{A'.8})$$

με τους συντελεστές $a_i, \delta_M(i, j)$ να δίνονται από τις εκφράσεις

$$a_i = (2i+1) \sqrt{\frac{6 \log_2 M}{M^2 - 1}}, \quad \text{και} \quad \delta_M(i, j) = (-1)^{\lfloor i2^{j-1}/M \rfloor} \left(2^{j-1} - \left\lfloor \frac{i2^{j-1}}{M} + \frac{1}{2} \right\rfloor \right). \quad (\text{A'.9})$$

Τετραγωνικό M -QAM

Στη βιβλιογραφία έχει αποδειχθεί, ότι για έναν τετραγωνικό διαμορφωτή M -QAM με κωδικοποίηση Gray, η BER είναι ίδια με την BER ενός διαμορφωτή PAM $\sqrt{M}$ επιπέδων. Συνεπώς, η συνάρτηση $P_e^b(\cdot)$ προκύπτει αντικαθιστώντας την ποσότητα M με $\sqrt{M}$ στις εκφράσεις (Α.7)-(Α.9).

Μη τετραγωνικό QAM

Στην περίπτωση μη τετραγωνικού διαμορφωτή QAM με κωδικοποίηση Gray, αν M_I και M_Q είναι τα επίπεδα του διαμορφωτή στην ομοφασική και στην ορθογωνική συνιστώσα, αντίστοιχα, η συνάρτηση $P_e^b(\cdot)$ μπορεί να γραφτεί στη μορφή [82]

$$P(\gamma_b) = \frac{1}{\log_2(M_I M_Q)} \times \left(\sum_{n=1}^{\log_2 M_I} P_{M_I M_Q}(j, \gamma_b, M_I) + \sum_{n=1}^{\log_2 M_Q} P_{M_I M_Q}(j, \gamma_b, M_Q) \right), \quad (\text{Α.10})$$

όπου

$$P_{M_I M_Q}(j, \gamma_b, M_0) = \frac{2}{M_0} \sum_{i=0}^{(1-2^{-j})M_0-1} \delta_{M_0}(i, j) \mathcal{Q}(a_i \sqrt{\gamma_b}). \quad (\text{Α.11})$$

Οι συντελεστές a_i που εμφανίζονται στη σχέση (Α.11) υπολογίζονται ως

$$a_i = (2i+1) \sqrt{\frac{6 \log_2(M_I M_Q)}{M_I^2 + M_Q^2 - 2}}, \quad (\text{Α.12})$$

ενώ οι συντελεστές $\delta_{M_I}(\cdot, \cdot)$ και $\delta_{M_Q}(\cdot, \cdot)$ προκύπτουν θέτοντας αντίστοιχα $M = M_I$ και $M = M_Q$ στην έκφραση υπολογισμού των συντελεστών $\delta_M(\cdot, \cdot)$ στην (Α.9).

M -PSK

Η εύρεση ακριβούς έκφρασης για τη συνάρτηση $P_e^b(\cdot)$ για διαμορφώσεις PSK δεν είναι εφικτή. Για το λόγο αυτό, στην αναφορά [26] προτείνεται η ακόλουθη προσέγγιση υψηλής ακρίβειας:

$$P_e^b(\gamma_b) \approx \frac{2}{\max(\log_2 M, 2)} \sum_{i=1}^{\max(M/4, 1)} \mathcal{Q}(a_i \sqrt{\gamma_b}) \quad (\text{Α.13})$$

όπου

$$a_i = \sqrt{2 \log_2 M} \sin \frac{(2i-1)\pi}{M}. \quad (\text{Α.14})$$

Βιβλιογραφία

- [1] I. Kim, "Exact ber analysis of ostbcs in spatially correlated mimo channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 54, no. 8, pp. 1365–1373, Aug. 2006.
- [2] M. Dohler and H. Aghvami, "Information outage probability of distributed STBCs over Nakagami fading channels," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 8, no. 7, pp. 437–439, July 2004.
- [3] G. Femenias, "BER performance of linear STBC from orthogonal designs over MIMO correlated Nakagami- m fading channels," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 53, no. 2, pp. 1074–1080, March 2004.
- [4] A. Anamalai, C. Tellambura, and V. K. Bhargava, "Simple and accurate methods for the outage analysis in cellular mobile radio systems - a unified approach," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 2, pp. 303–316, Feb. 2001.
- [5] J. Cheng and T. Berger, "Capacity of Nakagami- q Hoyt fading channels with channel side information," in *Proc. IEEE International Conf. Commun. Technol.*, vol. 55, Apr. 2003, pp. 1915–1919.
- [6] R. M. Radaydeh, "Average error performance of m -ary modulation schemes in Nakagami- q Hoyt fading channels," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 11, no. 3, pp. 255–257, March 2007.
- [7] Y.-C. Ko, M.-S. Alouini, and M. K. Simon, "Outage probability of diversity systems over generalized fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 46, no. 4, pp. 441–445, Apr. 1998.
- [8] R. Palat, A. Anamalai, and J. Reed, "An efficient method for evaluating information outage probability and ergodic capacity of OSTBC systems," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 12, no. 3, pp. 191–193, March 2008.
- [9] T. Wang, A. Cano, G. B. Giannakis, and J. N. Laneman, "High-performance cooperative demodulation with decode-and-forward relays," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 55, no. 7, pp. 1427–1438, Jul. 2007.

- [10] A. Sendonaris, E. Erkip, and B. Aazhang, "User cooperation diversity - part ii: Implementation aspects and performance analysis," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, no. 11, pp. 1939–1948, Nov. 2003.
- [11] G. A. Ropokis, A. A. Rontogiannis, and P. T. Mathiopoulos, "Information outage probability of Orthogonal Space-Time Block Codes over Hoyt distributed fading channels," in *International Workshop on Satellite and Space Communications*, 2006, pp. 135–139.
- [12] —, "Performance analysis of Orthogonal Space Time Block Coding over Hoyt fading channels," in *IEEE Global Telecommunications Conference*, 2007, pp. 3416–3420.
- [13] —, "Quadratic forms in normal rvs: Theory and applications to OSTBC over Hoyt fading channels," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 7, no. 12, pp. 5009–5019, December 2008.
- [14] G. A. Ropokis, A. A. Rontogiannis, P. T. Mathiopoulos, and K. Berberidis, "Performance analysis of maximal ratio combining over shadowed-Rice fading channels," in *International Workshop on Satellite and Space Communications*, 2009, 2009, pp. 83–87.
- [15] —, "An exact performance analysis of MRC / OSTBC over generalized fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, accepted, to be published.
- [16] T. Rappaport, *Wireless Communications: Principles and Practice*, 2nd ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall PTR, 2001.
- [17] M. Hata and T. Nagatsu, "Mobile location using signal strength measurements in cellular systems," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 29, no. 2, pp. 245–251, May 1980.
- [18] G. L. Stüber, *Principles of mobile communication (2nd ed.)*. Norwell, MA, USA: Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [19] G. L. Turin, F. D. Johnston, T. Fine, and S. Fine, "A statistical model of urban multipath propagation," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 21, pp. 1–9, 1972.
- [20] W. C. Y. Lee, *Mobile Cellular Telecommunications Systems*. New York: McGraw Hill Publications, 1989.
- [21] R. Steele, *Mobile Radio Communications*. IEEE Press, 1994.
- [22] B. Sklar, *Digital Communications: Fundamentals and Applications*, 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2000.
- [23] W. C. Jakes, *Microwave Mobile Communications*. New York: John Wiley and Sons Inc., 1975.

- [24] M. Gudmundson, "Correlation model for shadow fading in mobile radio systems," *Electronic letters*, vol. 27, pp. 2145–2146, 1991.
- [25] A. Papoulis, *Probability, random variables, and stochastic processes*, 3rd ed. McGraw Hill, Inc, 1991.
- [26] M. K. Simon and M.-S. Alouini, *Digital Communication over Fading Channels*. John Wiley and Sons, 2005.
- [27] M. Abramowitz and E. Stegun, *Handbook of Mathematical functions with formulas, graphs and mathematical tables*. New York: Dover Publications Inc., 1970.
- [28] P. D. Shaft, "On the relation between scintillation index and Rician fading," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 22, pp. 731–732, May 1974.
- [29] B. Chytil, "The distribution of amplitude scintillation and the conversion of scintillation indices," *J. Atmos. Terr. Phys.*, vol. 29, pp. 1175–1177, September 1967.
- [30] M. Nakagami, "The m -distribution- a general formula of intensity distribution of rapid fading," in *Statistical Methods in Radio Wave Propagation*. Oxford, U.K.: Pergamon Press, 1960, pp. 3–36.
- [31] P. Beckmann and A. Spizzichino, *The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces*, 2nd ed. Boston, MA: Artech House, 1987.
- [32] D. C. Cox, R. Murrat, and A. Norris, "800 MHz attenuation measured in and around sub-urban houses," *AT&T Bell Laboratory Technical Journal*, vol. 673, no. 6, July-August 1984.
- [33] R. Bernhardt, "Macroscopic diversity in frequency reuse systems," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 5, pp. 862–878, June 1987.
- [34] A. Abdi, H. A. Barger, and M. Kaveh, "A simple alternative to the lognormal model of shadow fading in terrestrial and satellite channels," in *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf.*, Atlantic City, NJ, October 2001, pp. 2058–2062.
- [35] A. Abdi, W. Lau, M.-S. Alouini, and M. Kaveh, "A new simple model for land-mobile satellite channels: First- and second-order statistics," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 2, no. 3, pp. 519–528, May 2003.
- [36] Wolfram, "The wolfram functions site," Online, 2008. [Online]. Available: <http://functions.wolfram.com>
- [37] J. Proakis, *Digital Communications*. McGraw Hill Publications, 2000.

- [38] A. Goldsmith, *Wireless Communications*. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 2005.
- [39] D. Gesbert, M. Shafi, S. D. shan Shiu, and A. A. P.J. Naguib, "From theory to practice: an overview of MIMO space-time coded wireless systems," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 21, no. 3, pp. 281–302, April 2003.
- [40] A. Paulraj, R. Nabar, and G. Djananjay, *Introduction to Space-Time Wireless Communications*. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 2003.
- [41] E. G. Larsson and P. Stoica, *Space-Time Block Coding for Wireless Communications*. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 2003.
- [42] H. Lütkepohl, *Handbook of Matrices*. Chichester: John Wiley and Sons, 1996.
- [43] S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 16, no. 8, pp. 1451–1458, October 1998.
- [44] M.-S. Alouini, A. Abdi, and M. Kaveh, "Sum of gamma variates and performance of wireless communication systems over Nakagami-fading channels," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 50, no. 6, pp. 1471–1480, November 2001.
- [45] A. J. Goldsmith and P. P. Varaiya, "Capacity of fading channels with channel side information," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 43, no. 6, pp. 1986–1992, November 1997.
- [46] A. Nosratinia, T. E. Hunter, and A. Hedayat, "Cooperative communication in wireless networks," *IEEE Communications Magazine*, pp. 74–80, October 2004.
- [47] J. N. Laneman, "Cooperative diversity: Models, algorithms and applications," in *Cooperation in Wireless Networks: Principles and Applications*. Springer, 2006.
- [48] A. Ribeiro, X. Cai, and G. B. Giannakis, "Symbol error probabilities for general cooperative links," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 4, no. 3, pp. 1264–1273, May 2005.
- [49] J. N. Laneman and G. W. Wornell, "Energy-efficient antenna sharing and relaying for wireless networks," in *Proc. IEEE Wireless Com. and Networking Conf.*, September 2000, pp. 7–12.

- [50] W. P. Siritwongpairat, T. Himsoon, and K. J. R. W. S. Liu, "Optimum threshold-selection relaying for decode-and-forward cooperation protocol," in *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, vol. 2, 2006, pp. 1015–1020.
- [51] T. Wang, G. B. Giannakis, and R. Wang, "Smart regenerative relays for link-adaptive cooperative communications," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 56, no. 11, pp. 1950–1960, Nov. 2008.
- [52] A. M. Mathai and S. B. Provost, *Quadratic forms in random variables: Theory and Applications*. New York: Marcel Dekker, Inc., 1992.
- [53] H. Ruben, "Probability content of regions under spherical normal distributions, iv: the distribution of homogeneous and non-homogeneous quadratic functions of normal variables," *The Annals of Mathematical Statistics*, vol. 33, no. 2, pp. 542–570, June 1962.
- [54] S. Kotz, N. L. Johnson, and D. W. Boyd, "Series representations of distributions of quadratic forms in normal variables: I. central case," *The Annals of Mathematical Statistics*, vol. 38, no. 3, pp. 823–837, June 1967.
- [55] R. U. Nabar, H. Bolcskei, and A. Paulraj, "Diversity and outage performance in space-time block coded Ricean MIMO channels," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 4, no. 5, pp. 2519–2532, Sept. 2005.
- [56] S. Khatalin and J. P. Fonseka, "On the channel capacity in Rician and Hoyt fading environments with MRC diversity," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 55, no. 1, pp. 137–141, Jan. 2006.
- [57] J. E. Kolassa, *Series approximation methods in statistics*. New York: Springer-Verlag, 1994.
- [58] L. L. Scharf, *Statistical Signal Processing, Detection, Estimation, and Time Series Analysis*. Addison Wesley, 1991.
- [59] G. K. Karagiannidis, N. C. Sagias, and T. A. Tsiftsis, "Closed-form statistics for the sum of squared Nakagami- m variates and its applications," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 54, no. 8, pp. 1353–1359, Aug. 2006.
- [60] N. C. Beaulieu, "A useful integral for wireless communication theory and its application to rectangular signaling constellation error rates," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 54, no. 5, pp. 802–805, May 2006.
- [61] G. K. Karagiannidis, "On the symbol error probability of general order rectangular qam in Nakagami- m fading," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 10, no. 11, pp. 745–747, Nov. 2006.

- [62] H. Shin and J. H. Lee, "On the error probability of binary and m -ary signals in Nakagami- m fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 52, no. 4, pp. 536–538, April 2004.
- [63] A. Erdelyi, *Higher Transcendental Functions*. New York: McGraw-Hill, 1953, vol. 1.
- [64] M.-S. Alouini and A. J. Goldsmith, "Capacity of Rayleigh fading channels under different adaptive transmission and diversity combining techniques," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 48, no. 4, pp. 1165–1181, July 1999.
- [65] I. Gradshteyn and I. Ryzhik, *Tables of Integrals, Series and Products*. Academic Press, 2000.
- [66] M. D. Yacoub, "The η - μ distribution: A general fading distribution," in *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 2, Sept. 2000, pp. 872–877.
- [67] H. Holm and M.-S. Alouini, "Sum and difference of two squared correlated Nakagami variates in connection with the Mckay distribution," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 52, no. 8, pp. 1367–1376, Aug. 2004.
- [68] G. F. Fraidenraich and M. Yacoub, "The λ - μ general fading distribution," in *Proc. IEEE Microwave and Optoelectronics Conference*, Sept. 2003, pp. 49–54.
- [69] S. O. Rice, "Statistical properties of a sine wave plus random noise," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 27, pp. 109–157, Jan. 1948.
- [70] R. F. Pawula, "Relations between rice I_e -function and marcum Q-function with applications to error rate calculations," *Electronic letters*, vol. 31, no. 20, pp. 1717–1719, Sept. 1995.
- [71] D. Kuonen, "Saddlepoint approximations for distributions of quadratic forms in normal variables," *Biometrika*, vol. 86, no. 4, pp. 929–935, 1999.
- [72] R. Lugannani and S. O. Rice, "Saddlepoint approximation for the distribution of the sum of independent random variables," *Adv. Appl. Prob.*, vol. 12, pp. 475–490, 1980.
- [73] O. E. Barndorff-Nielsen, "Approximate interval probabilities," *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, vol. 52, no. 3, pp. 485–496, 1990.
- [74] S. Kotz, N. L. Johnson, and D. W. Boyd, "Series representations of distributions of quadratic forms in normal random variables: Ii. non-central case," *The Annals of Mathematical Statistics*, vol. 38, no. 3, pp. 838–848, June 1967.

- [75] P. G. Moschopoulos, "The distribution of the sum of independent Gamma random variables," *Ann. Inst. Statist. Math. (Part A)*, vol. 37, pp. 541–544, 1985.
- [76] S. B. Provost, "On sums of independent Gamma random variables," *Statistics*, vol. 20, no. 4, pp. 583–591, 1989.
- [77] K. Yip and T. Ng, "Matched filter bound for multipath Rician fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 46, no. 4, pp. 441–445, Apr. 1998.
- [78] H. Zhang and T. A. Gulliver, "Capacity and error probability analysis for orthogonal space-time block codes over fading channels," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 4, no. 2, pp. 808–819, March 2005.
- [79] C.-D. Iskander and P. T. Mathiopoulos, "Exact performance analysis of dual-branch coherent equal-gain combining in Nakagami- m , Rician and Hoyt fading," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 57, no. 2, pp. 921–931, March 2008.
- [80] G. Alfano and A. D. Maio, "Sum of squared shadowed-Rice random variables and its application to communication systems performance prediction," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 6, no. 10, pp. 3540–3545, Oct. 2007.
- [81] G. T. Whyburn, "The Cauchy inequality in topological analysis," in *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, vol. 48, no. 8, Aug. 1962, pp. 1335–1336.
- [82] K. Cho and D. Yoon, "On the general BER expression of one- and two-dimensional amplitude modulations," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no. 7, pp. 1074–1080, Jul. 2002.
- [83] F. A. Danilo-Lemoine and H. Leib, "Specular coherent and non-coherent optimal detection for unresolved multipath Ricean fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no. 4, pp. 588–599, Apr. 2002.
- [84] K. Mayhofer and F. D. Fischer, "Analytical solutions and a numerical algorithm for the Gauss Hypergeometric function ${}_2F_1(a, b, c, z)$," *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanis*, vol. 74, no. 7, pp. 265–273, 1994.
- [85] F. D. Colabvecchia, G. Gasaneo, and J. E. Miraglia, "Numerical evaluation of Appell F_1 hypergeometric function," *Computer Physics Communications*, vol. 138, pp. 29–43, 2001.
- [86] J. Boyer, D. Falconer, and H. Yanikomeroglu, "Multihop diversity in wireless relaying channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 52, no. 10, pp. 1820–1830, Oct. 2004.

- [87] J. N. Laneman, D. Tse, and G. Wornell, "Cooprative diversity in wireless networks: Efficient protocols and outage behavior," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 50, no. 12, pp. 3062–3080, Dec. 2004.
- [88] G. Scutari and S. Barbarossa, "Distributed space-time coding for regenerative relay networks," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 4, no. 7, pp. 2387–2399, Sept. 2005.