ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ
ΣΤΗΝ ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ

Διατριβή που υπεβλήθη για τη μερική ικανοποίηση των
απαιτήσεων για την απόκτηση Διδακτορικού Διπλώματος

Ελένη Γ. Λισγάρα
Νοέμβριος 2011

© Copyright by Ελένη Γ. Λισγάρα 2011
All Rights Reserved

Η παρούσα Διδακτορική Διατριβή της Ελένη Γ. Λισγάρα με τίτλο «Τεχνικές Βελτιστοποίησης στην Πρόβλεψη Χρονοσειρών» εξετάστηκε και εγκρίθηκε από την ακόλουθη Επταμελή Εξεταστική Επιτροπή:

Γεώργιος Ανδρουλάκης,
Επίκουρος Καθηγητής, Επιβλέπων

Κωνσταντίνος Συριόπουλος
*Καθηγητής,
μέλος Τριμελούς Επιτροπής*

Αντώνιος Γεωργόπουλος
*Αναπληρωτής Καθηγητής,
μέλος Τριμελούς Επιτροπής*

Ανδρέας Γεωργίου
Καθηγητής

Ιωάννης Γιαννίχος
Αναπληρωτής Καθηγητής

Νικόλαος Τσάντας
Αναπληρωτής Καθηγητής

Θεοδούλα Γράψα
Επίκουρη Καθηγήτρια

Περίληψη

Η πρόβλεψη χρονοσειρών και μάλιστα αποτελούμενων από χρηματοοικονομικά δεδομένα έχει αποτελέσει αντικείμενο εκτεταμένης ερευνητικής δραστηριότητας. Στη χρηματοοικονομική επιστήμη, η ανάλυση χρονοσειρών εφαρμόζεται ευρέως για την πρόβλεψη των τιμών των διεθνών και εθνικών χρηματαγορών αλλά και σε εφαρμογές σχετικές με τη διαδικασία πρόβλεψης χρηματοοικονομικών κρίσεων. Η βασική διαφοροποίηση της διατριβής αυτής έγκειται στο αντικείμενο της πρόβλεψης· αντί της επικέντρωσης στην εύρεση της μελλοντικής τιμής μίας χρονοσειράς, οι παραγόμενες προβλέψεις στοχεύουν στον χρονικό εντοπισμό του μελλοντικού σημείου στο οποίο μία χρονοσειρά αναμένεται να βελτιστοποιηθεί τοπικά.

Η παρούσα διατριβή πραγματεύεται την εισαγωγή μίας τεχνικής οπισθοδρόμησης η οποία εξομοιώνει διάφορες τεχνικές βελτιστοποίησης. Οι προτεινόμενες παραλλαγές της τεχνικής οπισθοδρόμησης καταλήγουν στη δημιουργία μεθοδολογιών οι οποίες στοχεύουν στην επίλυση προβλημάτων εντοπισμού του χρόνου παρουσίασης του τοπικού μελλοντικού βέλτιστου της εξεταζόμενης χρονοσειράς. Επιπλέον, η τεχνική προσφέρει και μεθοδολογικό πλαίσιο προς εξέταση του ζητήματος της *ex ante* πρόβλεψης μίας χρηματοοικονομικής κρίσης. Από την επενδυτική σκοπιά, οι πληροφορίες αυτές μπορεί να αποτελέσουν χρήσιμο εργαλείο υιοθέτησης επενδυτικής στρατηγικής και διαχείρισης χαρτοφυλακίου.

Τέλος, η εμπειρική έρευνα καταλήγει στην εφαρμογή της προτεινόμενης τεχνικής σε δεδομένα από βασικές χρηματοπιστωτικές αγορές σε παγκόσμια κλίμακα αλλά και στην εγχώρια αγορά.

Abstract

Time series prediction, especially in the case of financial time series, has attracted major research interest. In finance, time series analysis is applied widely for the purposes of predicting prices of international and national markets; also it is used for the prediction of financial crises. This thesis differences in the prediction's objective; instead of focusing on the time series' future price it aims on detecting the future time that the time series is expected to be locally optimized.

This thesis introduces a backtracking techniques that integrates elements of specific optimization techniques. The introduced variations of the technique generate methodologies that confront the problem of the chronical allocation of a time series' local optima. Moreover, the technique provides a methodological frame for the examination of the *ex ante* prediction of a financial crisis. Under the investment spectrum such information may provide a useful tool for the adoption of investment strategy and portfolio management.

Finally the empirical research concludes with the application of the proposed techniques to data deriving from major financial international markets and the domestic market, as well.

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή μου κ. Γεώργιο Ανδρουλάκη, του οποίου η συνεχής καθοδήγηση και αμέριστη συμπαράσταση υπήρξαν πολύτιμες καθ' όλη τη διάρκεια της έρευνας για την ολοκλήρωση της παρούσας διδακτορικής διατριβής. Ευχαριστώ τους κκ. Καθηγητή Κ. Συριόπουλο και Αναπληρωτή Καθηγητή Α. Γεωργόπουλο, μέλη της Τριμελούς Συμβουλευτικής Επιτροπής οι οποίοι υποστήριζαν θερμά τη παρούσα εργασία με τη συνδρομή τους και τις εύστοχες παρατηρήσεις τους.

Επιπλέον θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στους συμμετέχοντες στο *Conference in Numerical Analysis in Recent Approaches to Numerical Analysis: Theory, Methods and Applications* του 2007 και του 2009 καθώς στο 6^ο συνέδριο του Συνδέσμου *Επιστημόνων Χρηματοοικονομικής και Λογιστικής Ελλάδος* στην Πάτρα, οι οποίοι δέχθηκαν την ιδέα της έρευνας αυτής με θέρμη και ιδιαίτερο ενθουσιασμό, και την προώθησαν με τις χρήσιμες παρατηρήσεις τους.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου Γιώργο και Κατερίνα Λισγάρα, τις αδερφές μου Σουζάνα και Πετρούλα, τον Μπάμπη μας, καθώς και το Δημήτρη Κοπέλλου για τη συνεχή εμπύχωση και αμέριστη υποστήριξή τους.

Περιεχόμενα

Περίληψη	iii
Abstract	iv
Ευχαριστίες	1
1 Εισαγωγή	11
 I Βιβλιογραφική Ανασκόπηση: Χρονοσειρές, Βελτιστοποίηση και η Χρηματοοικονομική Κρίση	 14
2 Ανάλυση χρονοσειρών	15
2.1 Εισαγωγή στις χρονοσειρές	15
2.1.1 Χαρακτηριστικά των χρονοσειρών	17
2.2 Ανάλυση και πρόβλεψη χρονοσειρών	18
2.2.1 Περιεχόμενα της ανάλυσης και πρόβλεψης χρονοσειρών . . .	22
2.2.2 Υποδείγματα ιστορικής μεταβλητότητας	23
2.2.3 Τα αυτοπαλίνδρομα μοντέλα δεσμευμένης ετεροσκεδαστικότητας και οι επεκτάσεις τους	31
3 Αιτιοκρατικές (Deterministic) μέθοδοι βελτιστοποίησης	34
3.1 Το πρόβλημα της βελτιστοποίησης	34
3.1.1 Αιτιοκρατικές και στοχαστικές μέθοδοι	36
3.2 Επισκόπηση της στρατηγικής ανίχνευσης κατά γραμμή (Line Search) .	37
3.2.1 Συνθήκες Wolfe	39

3.2.2	Συνθήκες Goldstein	40
3.2.3	Μέθοδος Οπισθοδρόμησης (Backtracking)	41
3.3	Επισκόπηση των μεθόδων ανίχνευσης κατά γραμμή (Line Search methods)	43
3.3.1	Μέθοδοι μέγιστης κλίσης (Steepest Descent Methods) . . .	43
3.3.2	Μέθοδος Newton-Raphson	50
3.3.3	Μέθοδοι συζυγών κλίσεων (Conjugate Gradient)	51
3.3.4	Μέθοδος Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) . . .	53
3.4	Εφαρμογή του 'No free lunch theorem' στη βελτιστοποίηση	54
4	Η χρηματοοικονομική κρίση	56
4.1	Η έννοια της κρίσης	57
4.1.1	Κατηγοριοποίηση κρίσεων	58
4.1.2	Μέθοδοι πρόβλεψης χρηματοοικονομικών κρίσεων	59
4.2	Περιγραφή των Συστημάτων Έγκαιρης Προειδοποίησης (Early Warning Systems, EWS)	61
 II Ανάπτυξη τεχνικών εντοπισμού του χρονικού σημείου βελτιστοποίησης μίας χρονοσειράς		64
5	Μέθοδοι εντοπισμού μελλοντικού βέλτιστου χρονοσειρών βάσει της τεχνικής οπισθοδρόμησης	65
5.1	Η συναρτησιακή προσέγγιση των χρονοσειρών	66
5.2	Η μέθοδος της οπισθοδρόμησης	70
5.3	Η μέθοδος της οπισθοδρόμησης με παρελθοντικό βήμα τύπου SDAS .	73
5.3.1	Η μεθοδολογία BackSDAS	73
5.3.2	Η μεθοδολογία BackSDAS-2	75
5.4	Η τεχνική της οπισθοδρόμησης με τη χρήση της μεθόδου Newton . .	78
5.4.1	Η προτεινόμενη μεθοδολογία	78
5.4.2	Πρόταση μίας συναλλακτικής στρατηγικής για την εφαρμογή της μεθοδολογίας	81

5.5	Η τεχνική «προβολής» για τον εντοπισμό των μελλοντικών βέλτιστων σημείων χρονοσειρών	82
5.5.1	Η προτεινόμενη τεχνική της «προβολής»	83
5.6	Συνδυασμός τεχνικών βελτιστοποίησης για τον «εγκλωβισμό» του βέλτιστου χρονοσειρών	87
5.6.1	Η μεθοδολογία της τεχνικής του «εγκλωβισμού» σε διάστημα	88
5.7	Προσαρμογή της τεχνικής οπισθοδρόμησης για πρόβλεψη χρονοσειρών συντελεστή βήτα	92
5.7.1	Η μεθοδολογία b-FORC	93
6	Η τεχνική της οπισθοδρόμησης σε προβλήματα εντοπισμού χρηματοοικονομικής κρίσης	96
6.1	Ο αλγόριθμος Lipschitz INdicator (LIN)	97
6.1.1	Τα χαρακτηριστικά του προτεινόμενου μοντέλου	97
6.1.2	Ο προτεινόμενος αλγόριθμος Lipschitz INdicator (LIN)	100
6.2	Εξέλιξη της τεχνικής «εγκλωβισμού» για την πρόβλεψη περιόδων κρίσης	101
6.2.1	Η μεθοδολογία για τον «εγκλωβισμό» της κρίσης	102
III	Αποτελέσματα και Εμπειρικές Εφαρμογές	106
7	Αποτελέσματα των προτεινόμενων μοντέλων· εύρεση μελλοντικού βέλτιστου χρονοσειρών	107
7.1	Πρακτικές εφαρμογές της τεχνικής οπισθοδρόμησης με παρελθοντικό βήμα τύπου SDAS	108
7.1.1	Η περίπτωση του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών	108
7.1.2	Η περίπτωση της θερμοκρασίας της πόλης των Αθηνών	112
7.2	Αποτελέσματα από την εφαρμογή της τεχνικής της οπισθοδρόμησης με τη χρήση της μεθόδου Newton	115
7.2.1	Η περίπτωση του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών (Athens Stock Exchange, ASE)	117
7.2.2	Η περίπτωση του Financial Times Stock Exchange 100	117

7.2.3	Η περίπτωση του NASDAQ composite	117
7.2.4	Η περίπτωση του New York Stock Exchange (Composite Index New)	118
7.2.5	Η περίπτωση του δείκτη Dow Jones	118
7.2.6	Η περίπτωση του αυστριακού δείκτη Austrian Traded (ATX)	118
7.2.7	Η περίπτωση του Shanghai Stock Exchange	118
7.2.8	Η περίπτωση του δείκτη Deutscher Aktien Index	119
7.2.9	Η περίπτωση του Stockholm Stock Exchange (All-shares)	119
7.2.10	Η περίπτωση του Amsterdam Stock Exchange	119
7.2.11	Η περίπτωση του δείκτη Swiss Market Index	119
7.3	Αποτελέσματα από την εφαρμογή του «προβολικού» αλγόριθμου	120
7.4	Αποτελέσματα από την εφαρμογή της μεθόδου «εγκλωβισμού»	122
7.4.1	Η περίπτωση του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών (Athens Stock Exchange, ASE)	122
7.4.2	Η περίπτωση του δείκτη ISE National 100	124
7.4.3	Συγκεντρωτικά αποτελέσματα από δείκτες παγκόσμιων χρηματιστηριακών αγορών	125
7.5	Εμπειρικές εφαρμογές από τη χρήση του αλγόριθμου b-FORC	126
7.5.1	Η περίπτωση του δείκτη FTSE100	127
7.5.2	Η περίπτωση του δείκτη ATHEX	128
8	Εμπειρικά αποτελέσματα:	
	Προβλήματα εντοπισμού χρηματοοικονομικής κρίσης	130
8.1	Ο αλγόριθμος LIN· εμπειρικά αποτελέσματα από την εφαρμογή του	131
8.1.1	“The crash of 2008” (The Sunday Times, 10/12/2008)	132
8.1.2	Η περίπτωση του δείκτη Financial Times Stock Exchange Index (FTSE100)	136
8.1.3	Η διεθνής συναλλαγματική κρίση της δεκαετίας του '90	139
8.2	Εμπειρικά αποτελέσματα· η τεχνική «εγκλωβισμού» για κρίση	142
8.2.1	Η κρίση του Μεξικάνικου πέσο κατά το 1994-1995	143
8.2.2	Η Ασιατική κρίση του 1997· η περίπτωση του Hong Kong	143

IV	Συμπεράσματα-Βιβλιογραφία-Ευρετήριο	146
9	Συμπεράσματα	147
	Βιβλιογραφία	151
	Βιβλιογραφία	151
	Ευρετήριο	164

Κατάλογος Πινάκων

7.1	Στατιστικοί δείκτες εφαρμοσμένοι σε τυχαία επιλεγμένες τοποθετήσεις	111
7.2	Στατιστικοί δείκτες εφαρμοσμένοι σε τυχαία επιλεγμένες αύξουσες τιμές θερμοκρασίας	113
7.3	Στατιστικοί δείκτες εφαρμοσμένοι σε τυχαία επιλεγμένες φθίνουσες τιμές θερμοκρασίας	114
7.4	Επίπεδα επιτυχίας πρόβλεψης μέγιστου και ελάχιστου σε σχέση με τη φορά της χρονοσειράς	114
7.5	Συνοπτικά αποτελέσματα από την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδολογίας στην ομάδα δεδομένων	116
7.6	Συνοπτικά αποτελέσματα από την εφαρμογή του «προβολικού» αλγόριθμου στην ομάδα δεδομένων	121
7.7	Περιγραφικά στατιστικά χαρακτηριστικά της ομάδας δεδομένων από τον Γ.Δ. τιμών του Χ.Α.Α.	124
7.8	Περιγραφικά στατιστικά χαρακτηριστικά της ομάδας δεδομένων από τον δείκτη ISE National 100	125
7.9	Περιγραφικά στατιστικά χαρακτηριστικά των διαστημάτων στην ομάδα δεδομένων	126
8.1	OMXSPI Σύνοψη των προειδοποιητικών ενδείξεων κατά τον αλγόριθμο LIN ανά μέγεθος βήματος	133
8.2	OMXSPI Σύνοψη των σημαντικών προειδοποιητικών ενδείξεων κατά τον αλγόριθμο LIN	133
8.3	DAX Σύνοψη των σημαντικών προειδοποιητικών ενδείξεων κατά τον αλγόριθμο LIN	136

8.4	FTSE100 Σύνοψη των σημαντικών προειδοποιητικών ενδείξεων κατά τον αλγόριθμο LIN	138
8.5	RUB Σύνοψη των προειδοποιητικών ενδείξεων κατά τον αλγόριθμο LIN ανά μέγεθος βήματος	140
8.6	MEX Περίληψη των κριτικών διαστημάτων	143
8.7	HKD Περίληψη των κριτικών διαστημάτων	144

Κατάλογος Σχημάτων

3.1	Βασική μορφή της μεθόδου οπισθοδρόμησης κατά την εύρεση κατά γραμμή	41
3.2	Απεικόνιση της μεθόδου μέγιστης κλίσης	45
3.3	Ο αλγόριθμος SDAS-2 [118]	49
3.4	Τα βήματα της γενικευμένης διαδικασίας της μεθόδου συζυγών κλίσεων	52
3.5	Τα βήματα της μεθόδου Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS)	53
5.1	Γραφική αναπαράσταση της τυχαίας συνάρτησης F και του ίχνους g .	68
5.2	Δισδιάστατη γραφική αναπαράσταση της τυχαίας συνάρτησης F και του ίχνους Y_t	69
5.3	Προσέγγιση της σταθεράς Lipschitz για το υποσύνολο F	72
5.4	Προσαρμογή του αλγόριθμου SDAS για τη διαδικασία της οπισθοδρόμησης	75
5.5	Ο αλγόριθμος BackSDAS	76
5.6	Προσαρμογή του αλγόριθμου SDAS-2 για τη διαδικασία της οπισθοδρόμησης	77
5.7	Ο αλγόριθμος Newton για την προσέγγιση παρελθοντικού ελάχιστου	80
5.8	Διάγραμμα ροής της προτεινόμενης συναλλαχτικής στρατηγικής για εφαρμογή της τεχνικής οπισθοδρόμησης με χρήση της μεθόδου Newton	83
5.9	Ο «σωρευτικός» αλγόριθμος	84
5.10	Ο «προβολικός» αλγόριθμος	85
5.11	Διάγραμμα ροής της διαδικασίας σχηματισμού του διαστήματος «εγκλωβισμού»	91
5.12	Η μεθοδολογία b-FORC (beta FOrReCasting)	95

6.1	Ο αλγόριθμος Lipschitz INdicator (LIN)	100
6.2	Ο αλγόριθμος «εγκλωβισμού» περιόδου κρίσης	105
7.1	Εφαρμογή του αλγόριθμου οπισθοδρόμησης στον Γενικό Δείκτη του X.A.A. με αρχικό σημείο τις 14 Απριλίου 1999	109
7.2	Εφαρμογή του αλγόριθμου οπισθοδρόμησης στον Γενικό Δείκτη του X.A.A. με αρχικό σημείο τις 13 Ιουλίου 1998	110
7.3	Η θερμοκρασία της πόλης των Αθηνών την ημέρα των Χριστουγέννων του 2006.	112
7.4	Η πραγματική χρονοσειρά του Γ.Δ. τιμών του X.A.A. για την περίοδο 18.06.2009-17.07.2010 και η αντίστοιχη παλινδρόμηση	123
7.5	Η πραγματική χρονοσειρά του δείκτη ISE National 100 για την περίοδο 18.06.2009-17.07.2010 και η αντίστοιχη παλινδρόμηση	125
7.6	Τριμηνιαίες προσεγγίσεις της τιμής του συντελεστή βήτα για τις τρεις επιλεγμένες μετοχές του FTSE100 για την περίοδο 07:2005-03:2009	127
7.7	Τριμηνιαίες προσεγγίσεις της τιμής του συντελεστή βήτα για το X.A.A. για την περίοδο 01:2006-03:2009	128
8.1	OMXSPI Τα σημεία των προειδοποιητικών ενδείξεων κατά LIN τοποθετημένα στην πραγματική χρονοσειρά	135
8.2	DAX Οι υπολογισμοί της σταθεράς Lipschitz και τα σημεία έναρξης της κρίσης	137
8.3	FTSE100 Τα σημεία των προειδοποιητικών ενδείξεων κατά LIN τοποθετημένα στην πραγματική χρονοσειρά	139
8.4	RUB Τα σημεία των προειδοποιητικών ενδείξεων κατά LIN τοποθετημένα στην πραγματική χρονοσειρά του 1998	141
8.5	MEX Τα σημεία των προειδοποιητικών ενδείξεων κατά LIN τοποθετημένα στην πραγματική χρονοσειρά της περιόδου 1994-1995	142
8.6	MEX Τα επίπεδα του Μεξικάνικου πέσο έναντι του δολαρίου των Η.Π.Α. για την περίοδο 1994-1995	144
8.7	HKD Τα επίπεδα του δολαρίου του Hong Kong έναντι του δολαρίου των Η.Π.Α. για το 1997	145

Εισαγωγή

Οι χρηματοοικονομικές αγορές είναι απίστευτα δυναμικά συστήματα δεδομένης της ταχύτητας των αλλαγών που υπόκεινται σε σχέση με το χρόνο. Πλειάδα χρηματοοικονομικών εργαλείων διαπραγματεύονται ακατάπαυστα διεθνώς στη μόνιμη μάχη του χρήματος. Είναι δυνατόν να συλληφθεί η λειτουργία των αγορών σε ένα μαθηματικό μοντέλο; Είναι δυνατόν να υπάρχουν παραγκωνισμένες πτυχές της μελέτης των αλλαγών που διέπουν τις αγορές χρονικά; Μπορεί να προβλεφθεί η κίνηση των χρηματοοικονομικών αγορών μέσω της πληροφόρησης που η γνώση παρελθοντικών καταστάσεων δίδει;

Η πρόβλεψη μελλοντικών καταστάσεων αποτελούσε πάντοτε μία ιδιαίτερα προκλητική διαδικασία και μάλιστα με διαβαθμίσεις ελκυστικότητας στην περίπτωση της πρόβλεψης χρηματοοικονομικών ζητημάτων. Ωστόσο, η πρόβλεψη των τιμών των χρηματοοικονομικών εργαλείων των διαπραγματεύσιμων στις αγορές χρήματος και κεφαλαίου παρά την ελκυστικότητα των αποτελεσμάτων παραμένει μία διαδικασία με αμφισβητήσιμα αποτελέσματα [57]. Η εισαγωγή και χρήση των χρονοσειρών συμμετείχε στο έργο της πρόβλεψης με ιστορικά δεδομένα μειώνοντας τα επίπεδα αυθαιρεσίας.

Πολλές εμπειρικές μελέτες στη βιβλιογραφία αναφέρονται στην προβλεψιμότητα των χρηματοοικονομικών χρονοσειρών σε σχέση με τα ιστορικά δεδομένα. Στη χρηματοοικονομική οι καθημερινές τιμές των χρηματιστηριακών μετοχών αποτυπώνονται με τη χρήση χρονοσειρών, επίσης στη μετεωρολογία οι ημερήσιες τιμές μέγιστες και ελάχιστες θερμοκρασίες απαρτίζουν μία χρονοσειρά. Η αγροτική οικονομία, η φυσική και η γεωλογία, όπως και οι περισσότεροι επιστημονικοί κλάδοι οι σχετιζόμενοι με την παραγωγή εκθέσεων βάσει ιστορικών δεδομένων τείνουν να διαμορφώνουν τις εκθέσεις αυτές με

τη χρήση χρονοσειρών.

Εκτός από τα ιστορικά δεδομένα καθαυτά, η ανάλυση χρονοσειρών έχει αναχθεί σε χρήσιμο εργαλείο πρόβλεψης στηριζόμενο σε στατιστικές μεθοδολογίες. Οι μεθοδολογίες αυτές χρησιμοποιούν ιστορικά δεδομένα προκειμένου να προβλέψουν όχι το μελλοντικό χρονικό σημείο κατά το οποίο θα προκύψουν οι βέλτιστες τιμές της χρονοσειράς, αλλά τις μελλοντικές της τιμές ασχέτως της φύσεως του φαινομένου που περιγράφει.

Ωστόσο, στην περίπτωση των χρηματοοικονομικών χρονοσειρών είναι σημαντικό να αποσαφηνιστεί ότι ο μέσος επενδυτής ενδιαφέρεται μάλλον για τη γνώση του χρονικού σημείου κατά το οποίο οι ελάχιστες και μέγιστες τιμές της χρονοσειράς θα προκύψουν, παρά για την -πιθανότατα σύνηθη- τιμή της επόμενης ημέρας. Το μαθηματικό ισοδύναμο πρόβλημα είναι η εύρεση της χρονικής στιγμής που θα εμφανιστεί ένα τοπικό ακρότατο (μέγιστο ή ελάχιστο).

Η έλλειψη εφαρμογών στις οποίες οι προβλέψεις γίνονται ανεξαρτήτως της τιμής του επόμενου σημείου αλλά επικεντρώνονται στο χρονικό σημείο κατά το οποίο θα εμφανιστεί το τοπικό μέγιστο ή ελάχιστο, οδήγησαν στο προφανές: *Δεδομένου ότι όλες οι γνωστές μεθοδολογίες πρόβλεψης είναι προσανατολισμένες στην τιμή, είναι αναγκαία η ύπαρξη μίας τεχνικής η οποία θα προσανατολίζεται στα σημεία, με στόχο την πρόβλεψη όχι των τιμών της χρονοσειράς, αλλά του χρόνου κατά τον οποίο τα μελλοντικά βέλτιστα αυτής αναμένεται να προκύψουν.*

Η παρούσα διατριβή αφορά στην παρουσίαση νέων μεθόδων χρονικής πρόβλεψης του βέλτιστου χρονοσειρών με τη χρήση συνδυασμένων και μη τεχνικών βελτιστοποίησης. Οι εφαρμογές που έχουν αναπτυχθεί επικεντρώνονται σε χρονοσειρές προερχόμενες από χρηματοοικονομικούς δείκτες και προτείνουν διαδικασίες εύρεσης των χρονικών σημείων κατά τα οποία η τιμή αυτών πιθανόν να βελτιστοποιείται τοπικά.

Στο Κεφάλαιο 2 περιλαμβάνεται μία βιβλιογραφική ανασκόπηση των μεθόδων πρόβλεψης χρονοσειρών με αναφορές και στη διαδικασία πρόβλεψης. Στο Κεφάλαιο 3 αναλύεται το πρόβλημα της βελτιστοποίησης και αναφέρονται οι σημαντικότερες μέθοδοι. Στο Κεφάλαιο 4 περιγράφεται η έννοια της χρηματοπιστωτικής κρίσης καθώς και οι σημαντικότερες προσεγγίσεις του ζητήματος της πρόβλεψης των καταστάσεων αυτών.

Το Μέρος II περιλαμβάνει τη μεθοδολογία που έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια της εν λόγω έρευνας. Συγκεκριμένα, στο Κεφάλαιο 5 αναλύονται οι προτεινόμενες μέθοδοι εντοπισμού μελλοντικού βέλτιστου χρονοσειρών βάσει της τεχνικής οπισθοδρόμησης. Αναλόγως, στο Κεφάλαιο 6 η τεχνική της οπισθοδρόμησης επεκτείνεται σε προβλήματα εντοπισμού χρηματοοικονομικής κρίσης και οι προτεινόμενες μεθοδολογίες συνοδεύονται και από στρατηγικές διαχείρισης χαρτοφυλαχίου.

Στο Μέρος III παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής των μεθόδων που προτείνονται στη διδακτορική διατριβή.. Έτσι, το Κεφάλαιο 7 περιλαμβάνει τα αποτελέσματα των μοντέλων για εύρεση μελλοντικού βέλτιστου χρονοσειρών, όπως αυτά προτάθηκαν στο Κεφάλαιο 5. Τα αποτελέσματα έχουν εφαρμοστεί, στην πλειοψηφία τους, σε χρηματοοικονομικούς δείκτες προερχόμενους από χρηματοπιστωτικές αγορές. Αντιστοίχως, το Κεφάλαιο 8 είναι αφιερωμένο στα εμπειρικά αποτελέσματα από την εφαρμογή των τεχνικών του Κεφαλαίου 6, δηλαδή σε προβλήματα εντοπισμού χρηματοοικονομικής κρίσης.

Τέλος στο Κεφάλαιο 9 παρουσιάζονται συνολικά τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή των προτεινόμενων μεθοδολογιών, καθώς και κατευθύνσεις για μελλοντική έρευνα.

Μέρος Ι

Βιβλιογραφική Ανασκόπηση:
Χρονοσειρές, Βελτιστοποίηση και
η Χρηματοοικονομική Κρίση

Ανάλυση χρονοσειρών

Η χρήση χρονοσειρών αποτελεί αναπόσπαστο μέρος της διαδικασίας περιγραφής και απεικόνισης γεγονότων. Επειδή ο χρόνος είναι μία έννοια φυσική, οι παράμετροι και η εξέλιξη των χαρακτηριστικών του τείνουν να περιγράφονται και με μαθηματικά μοντέλα.

Εξάλλου η συμβολή των χρονοσειρών στην επιστημονική έρευνα κατέχει ιδιαίτερα σημαντικό ρόλο, καταρχήν με τη χρήση τους για την ερμηνεία και απάντηση βασικών ερωτημάτων. Επιπλέον, η χρήση τους απαντάται στην ερμηνεία εποχιακών συμπεριφορών, στις τάσεις τους, τις αλλαγές στις οποίες υπόκεινται καθώς και την εξέλιξη της συμπεριφοράς φαινομένων.

Η έναρξη της σύγχρονης θεώρησης των χρονοσειρών εντοπίζεται στις φυσικές αλλά και τις κοινωνικές επιστήμες. Οι βασικές έννοιες έχουν μεταπηδήσει μεταξύ των επιστημονικών κλάδων με επακόλουθο τη μεταφορά τεχνολογίας.

2.1 Εισαγωγή στις χρονοσειρές

Παραδοσιακά, με το όρο χρονοσειρά νοείται η συλλογή παρατηρήσεων οι οποίες λαμβάνονται ανά τακτά χρονικά διαστήματα και μάλιστα διαδοχικά στο χρόνο. Μία χρονοσειρά μπορεί να αντιπροσωπεύει: (α) Πρωτογενείς στιγμιαίες μετρήσεις, π.χ. στιγμιαία σεισμική καταγραφή, (β) Αθροιστικές τιμές, π.χ. την ημερήσια τιμή μίας μετοχής, (γ) Ακραίες τιμές, π.χ. τη μέγιστη ή ελάχιστη θερμοκρασία, (δ) Μέσες τιμές, π.χ. τη μέση τιμή αποδόσεων.

Κύριο γνώρισμα των χρονοσειρών είναι η ύπαρξη δεδομένων να οποία χαρακτηρίζουν

το υπό περιγραφή μοντέλο. Εξάλλου η χρήση των χρονοσειρών παρατηρείται σε όλους τους επιστημονικούς κλάδους οι οποίοι ενδιαφέρονται για την παραγωγή αναφορών βασιζόμενων σε παρελθοντικές μετρήσεις.

Στον ευρύτερο κλάδο της διοίκησης επιχειρήσεων και της οικονομικής επιστήμης παραδείγματα χρήσης των χρονοσειρών είναι η μηνιαίες πωλήσεις μίας επιχείρησης, οι παρατηρήσεις των τιμών των προϊόντων της, αλλά και η αξία της τιμής μίας μετοχής, οι εβδομαδιαίες τιμές των επιτοκίων αλλά και το ύψος των ετήσιων κερδών.

Στη χρηματοοικονομική οι καθημερινές τιμές των χρηματιστηριακών μετοχών αποτελούν μία χρονοσειρά, επίσης στη μετεωρολογία οι ημερήσιες τιμές μέγιστες ή και οι ελάχιστες θερμοκρασίες, απαρτίζουν μία χρονοσειρά. Η αγροτική οικονομία, η φυσική και η γεωλογία, όπως και οι περισσότεροι επιστημονικοί κλάδοι οι σχετιζόμενοι με την παραγωγή εκθέσεων βασιζόμενων σε ιστορικά δεδομένα τείνουν να διαμορφώνουν εκθέσεις με τη χρήση χρονοσειρών.

Εκτός από την αποτύπωση των ιστορικών δεδομένων βέβαια, η ανάλυση χρονοσειρών έχει αναχθεί σε χρήσιμο εργαλείο πρόβλεψης καταστάσεων, π.χ. των μελλοντικών τιμών μίας χρονοσειράς, με τη χρήση στατιστικών εφαρμογών οι οποίες χρησιμοποιούν ιστορικά δεδομένα.

Στην περίπτωση των χρηματοοικονομικών χρονοσειρών η χρήση και εξαγωγή συμπερασμάτων μέσω τεχνικών ανάλυσης χρονοσειρών θεωρείται ως μία από τις πλέον αναγκαίες λειτουργίες της διαδικασίας λήψης αποφάσεων. Η χρήση χρονοσειρών παρέχει τη δυνατότητα ελέγχου των παρελθοντικών δεδομένων τόσο σε ποσοτικό επίπεδο (π.χ. κατά τη διαδικασία παραγωγής), αλλά και με την ανάλυση αυτών επιδιώκεται η παροχή πληροφόρησης σχετικά με μελλοντικά χρηματοοικονομικά δεδομένα που επηρεάζουν την περαιτέρω διαδικασία λήψης σχετικών αποφάσεων. Αντιστοίχως, κάθε οικονομική μονάδα με στόχο το κέρδος ή τη βιωσιμότητά της στηρίζει την διαδικασία λήψης αποφάσεων στην πληροφόρηση που λαμβάνει από την επεξεργασία και εξατομίκευση των μικροοικονομικών και μακροοικονομικών δεδομένων.

Ως **χρονοσειρά** ή **χρονολογική σειρά** (time series) νοείται η ακολουθία σημείων σχετιζόμενων με την περιγραφή ενός φαινομένου, ανά τακτά και διαδοχικά χρονικά διαστήματα. Μαθηματικά, ως χρονοσειρά νοείται μία ακολουθία σημείων τοποθετημένα αναλόγως στο χρόνο, τα οποία περιγράφουν μία μεταβλητή η οποία συμβολίζεται ως Y . Επίσης εάν ως t θεωρηθούν τα χρονικά διαστήματα του χρόνου T , τότε η χρονοσειρά Y δίνεται ως ακολούθως:

$$Y = \{Y_t : t \in T\}. \quad (2.1)$$

2.1.1 Χαρακτηριστικά των χρονοσειρών

Η συστηματική μελέτη των χρονοσειρών αναφέρεται στο πεδίο του χρόνου της παρατήρησης του φαινομένου και του μεγέθους που ερμηνεύει. Τρία είναι τα βασικά ποιοτικά χαρακτηριστικά που αντλούνται από την μελέτη κάθε χρονοσειράς: η **τάση**, η **εποχικότητα** και οι **ακραίες τιμές** της.

Η **τάση** (trend) μίας χρονοσειράς αναφέρεται ως η μακροχρόνια μεταβολή (αύξηση/μείωση) της μέσης τιμής της παρατηρούμενης μεταβλητής κατά τη διάρκεια μίας ορισμένης χρονικής περιόδου. Η τάση, επομένως, δύναται να είναι γραμμική (αυξητική/πτωτική) αλλά και σταθερή σε ένα συγκεκριμένο διάστημα· επιπλέον στο ίδιο διάστημα η τάση μπορεί να είναι και μη γραμμική.

Η **εποχικότητα** (seasonality) αναφέρεται στο φαινόμενο της περιοδικής μεταβολής εντός χρονικού διαστήματος, η οποία μάλιστα επαναλαμβάνεται με την ίδια περιοδικότητα ανά τακτά χρονικά διαστήματα. Με άλλα λόγια μπορεί να οριστεί και ως η περιοδική διακύμανση με σταθερό μήκος.

Οι **ακραίες παρατηρήσεις** (outliers) αφορούν στις παρατηρήσεις οι οποίες τείνουν να αποκλίνουν δραστικά από το μέσο όρο του συνόλου. Το ζήτημα των ακραίων παρατηρήσεων σε συνθήκες μη-περιοδικών χρονοσειρών μελετήθηκε διεξοδικά από τον Fox το 1972, [48]. Ο Fox ουσιαστικά, πρότεινε τη χρήση δύο test για τον εντοπισμό των λαθών των χρονοσειρών, στηριζόμενος στις αρχές του ποσοστού των πιθανοτήτων αλλά και στην άμεση αξιολόγηση μίας ακραίας τιμής. Για τη διενέργεια των εν λόγω test ο Fox χρησιμοποίησε προσομοιώσεις προκειμένου

να συγκρίνει τη δική του μέθοδο, με άλλη βασισμένη στην διαδικασία τυχαίου περιπάτου, η οποία υποθέτει ότι οι παρατηρήσεις της χρονοσειράς είναι ανεξάρτητες και ομοίως, ομαλά κατανοημένες.

Συγκεκριμένα, πρόκειται για το test I το οποίο αφορά στις περιπτώσεις όπου η ύπαρξη μιας ακραίας τιμής μίας παρατήρησης δεν επηρεάζει τις επόμενες παρατηρήσεις. Το test II αναφέρεται στις περιπτώσεις αυτές που η ακραία τιμή της παρατήρησης επιδρά στις τιμές των ακόλουθων παρατηρήσεων.

Άλλα, λιγότερο δημοφιλή, χαρακτηριστικά των χρονοσειρών και δη των χρηματοοικονομικών είναι οι διαλείψεις και η στατικότητα. Οι μεν διαλείψεις αφορούν στην έλλειψη τιμών για κάποιο χρονικό διάστημα. Η δε στατικότητα αναφέρεται στην σταθερότητα των στατιστικών χαρακτηριστικών της χρονοσειράς και χαρακτηρίζεται από τη σταθερότητα τόσο της μέσης τιμής όσο και της τυπικής απόκλισης (στατικότητα Β' τάξεως).

2.2 Ανάλυση και πρόβλεψη χρονοσειρών

“Time series analysis accounts for the fact that data points taken over time may have an internal structure (such as autocorrelation, trend or seasonal variation) that should be accounted for.” [27]

Το ενδιαφέρον, καταρχήν, του επιχειρηματικού κόσμου για ασφαλείς επενδυτικές αποφάσεις ώθησε σε μεγάλο βαθμό και την επιστημονική κοινότητα να στραφεί προς την πρόβλεψη χρονοσειρών συστηματικότερα. Επιπλέον, και οι ασχολούμενοι πρακτικά με τη διαδικασία της πρόβλεψης αντιμετωπίζουν την ανάγκη διαδικασιών για τη διαδικασία λήψης κάποιας απόφασης προκειμένου να ανταπεξέλθουν στην αβεβαιότητα που οι μελλοντικές καταστάσεις επιφυλάσσουν.

Η πρόβλεψη αφορά στη διαδικασία της εκτίμησης της μελλοντικής συμπεριφοράς ενός μεγέθους ή μίας μεταβλητής. Στον ευρύτερο οικονομικό τομέα οι υπεύθυνοι για τη λήψη αποφάσεων των επιχειρήσεων, εκείνοι που ασχολούνται με τη διαμόρφωση κυβερνητικών πολιτικών και γενικότερα εκείνοι των οποίων οι αποφάσεις είναι δέσμιες των μελλοντικών καταστάσεων, βρίσκονται σε συνεχή μάχη με το φόβο της αβεβαιότητας.

Η αντίληψη αυτή εντείνει την συστηματικότερη έρευνα των μελλοντικών καταστάσεων και οι προβλέψεις που παράγονται από τη χρήση διάφορων μεθόδων, εν τέλει, λαμβάνουν το ρόλο δεδομένων σε προβλήματα προγραμματισμού τόσο οικονομικού, όσο χρονικού αλλά και στρατηγικής. Έτσι η αναγκαιότητα της πρόβλεψης τίθεται σε προτεραιότητα, και η αποδοτικότητα των μεθόδων που την επεξηγούν είναι το νέο στοίχημα.

Οι πιο ευρέως διαδεδομένες μεθοδολογίες βασίζονται στην γνώση κάποιων από τα τελευταία γνωστά σημεία του φαινομένου το οποίο περιγράφει μία χρονοσειρά, π.χ.

$$Y_t = \sum_{i=1}^p \Phi_i Y_{(t-1)} + \varepsilon_t \quad (2.2)$$

όπου $\Phi_i \in R$ και για τον υπολογισμό του νέου σημείου Y_t χρησιμοποιούνται p γνωστά σημεία και ε_t η σταθερά που ικανοποιεί τη Σχέση

$$E[\varepsilon_t | \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{t-1}] = 0. \quad (2.3)$$

Ο H. Markowitz [86] εφάρμοσε το μοντέλο της μεσοδιακύμανσης σε ιστορικά δεδομένα και τελικά προέβλεψε τις μελλοντικές τιμές με σχετική ακρίβεια σε σχέση με τις πραγματικές. Βασιζόμενοι στην πρωτοποριακή συμβολή του ότι τα μελλοντικά σημεία μπορούν να ανιχνευθούν μέσω ιστορικών πληροφοριών που εμπεριέχονται σε παρελθόντα δεδομένα και στατιστικές υποθέσεις περιλαμβανομένων των μέσων τιμών, διακυμάνσεων και συνδιακυμάνσεων, εισήχθησαν πολλές εφαρμογές σε διάφορες θεματικές περιοχές.

Επιπλέον βιβλιογραφία σχετιζόμενη με την πρόβλεψη χρονοσειρών στη χρηματοοικονομική, ενσωματώνει τη θεωρία πιθανοτήτων. Ο Sharpre [114] το 1970 έθεσε τις βάσεις για τη γενικευμένη θεωρία χαρτοφυλαχίου στην αγορά κεφαλαίων, εισάγοντας την έννοια της οικονομικής του ρίσκου στις επενδύσεις.

Το 1972, ο Merton [87] ασχολήθηκε με τη διαχείριση ενός συνόλου χρηματοοικονομικών τοποθετήσεων με την εκτενή ανάλυση των χαρακτηριστικών της μεσοδιακύμανσης και τον ικανοποιητικό προσδιορισμό οριοθέτησης ενός χαρτοφυλαχίου. Επιπλέον επεκτάσεις προστέθηκαν από τους Pang [100] και Perold [103] προσθέτοντας την εφαρμογή παραμετρικών μεθόδων σε προβλήματα μεγάλης κλίμακας.

Το 1990 οι Best και Grauer [20] συμπεριέλαβαν περιορισμούς προερχόμενους από

το γενικευμένο πρόβλημα βελτιστοποίησης και οι Best και Hlouskova [21] πρόσθεσαν την έννοια των πλήρως και των ελλείπει ρίσκου τοποθετήσεων. Η χρήση της οριοθέτησης μέσω μεσοδιακύμανσης για την αποδοτική συναλλαγή τοποθετήσεων των Jacobs, Levy και Markowitz [61] εφαρμόστηκε επίσης και σε μακροπρόθεσμες επενδύσεις μέσω του αλγόριθμου της κριτικής γραμμής (critical line algorithm, CLA). ο CLA ιχνηλατεί τα αποτελέσματα της μεσοδιακύμανσης περιλαμβάνοντας και συστήματα γραμμικών περιορισμών ισότητας ή ανισότητας.

Επιπροσθέτως, το μοντέλο της εκθετικής εξομάλυνσης (exponential smoothing model) όπως προτάθηκε από τον Brown [28] και τους Box και Jenkins [25] πρόσθεσε νέα δεδομένα στη διαδικασία της αποτελεσματικής πρόβλεψης χρονοσειρών

Οι μεθοδολογίες του είδους εφαρμόστηκαν στα επονομαζόμενα αυτοπαλινδρομούμενα μοντέλα κινητού μέσου (autoregressive integrated moving average, ARIMA) για την εύρεση της καλύτερης προσαρμογής μιας χρονοσειράς σε παρελθοντικές τιμές της ίδιας προκειμένου να πραγματοποιήσουν προβλέψεις· η αποτελεσματικότητά τους έχει κατά καιρούς τεθεί υπό αμφισβήτηση [74].

Ωστόσο, οι περισσότερες μεθοδολογίες δεν ασχολούνται με το ζήτημα εντοπισμού του μελλοντικού σημείου στο οποίο πρέπει να επικεντρωθεί η αναζήτηση και εστιάζουν σε αυτό της επόμενης τιμής. Εν μέρει, σε αυτή την κατεύθυνση κινήθηκαν οι Taggart [116] και Merton [88] οι οποίοι συμπεριέλαβαν την προοπτική του “stock market timing” αλλά σε θεωρητική βάση αναφερόμενοι σε χρηματοοικονομικές τάσεις και μακροοικονομικές πολιτικές

Ενναλαχτικές εφαρμογές εμφανίστηκαν στα τέλη της δεκαετίας του '90. Οι Lee και Jo [77] και οι Edwards, Magee και Bassetti [43] ασχολήθηκαν με τη βέλτιστη χρονική στιγμή για την συναλλακτική διαδικασία μέσω της χρήσης Τεχνητής Νοημοσύνης για την πρόβλεψη των μελλοντικών κινήσεων των τιμών των μετοχών περιλαμβάνοντας τη χρήση σταθμισμένων παραγόντων σε παρελθοντικές τιμές αλλά και σε μεταβλητές που αναφέρονται στη μεταβλητότητα της τιμής και της αγοράς. Το 2004 οι Sfetsos και Siriopoulos [112] πρότειναν την ανάπτυξη ενός αλγόριθμου συστάδας (clustering algorithm) και την εφαρμογή του σε προβλήματα πρόβλεψης χρονοσειρών.

Οι Leontitsis και Siriopoulos [78] χρησιμοποίησαν νευρωνικά δίκτυα προκειμένου να επιτύχουν πρόβλεψη χρηματιστηριακών δεικτών αποδεδειγμένους από την επίδραση των

επονομαζόμενων day-of-the-week και turn-of-the-month. Επιπλέον, οι Pavlidis, Plagianakos, Tasoulis και Vrahatis [101, 102] διερεύνησαν τη μοντελοποίηση χρονοσειρών και πρόβλεψη αυτών από την οπτική των προωθητικών νευρωνικών δικτύων θέτοντας τα ως τοπικούς «εντοπιστές» ενός βήματος για την εφαρμογή στο συναλλακτικό ρυθμό. Οι Grosan και Abraham [57] και οι Chen, Peng και Abraham [33] συνδύασαν τα αποτελέσματα γενετικών αλγόριθμων και νευρωνικών δικτύων σε έναν πολυμεταβλητό αλγόριθμο και κατέληξαν στην ανωτερότητα της ακρίβειας της συνδυαστικής χρήσης.

Μία πρόσφατη προσέγγιση στην ανάλυση χρονοσειρών αφορά στη χρήση της μεθόδου Ανάλυσης Κυματιδίων (Wavelet Analysis) η οποία μάλιστα είναι ήδη γνωστή ως μέθοδος επεξεργασίας και ανάλυσης εικόνας. Ένα κυματίδιο (wavelet) είναι μία συνάρτηση η οποία χρησιμοποιείται για να διαχωρίσει μία δεδομένη συνάρτηση ή ακολουθία σήματος σε διαφορετικά κλιμακωτά συστατικά [54]. Έπειτα, κάθε κλιμακωτό συστατικό μπορεί να μελετηθεί σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά του. Το μοντέλο αυτό είναι κατάλληλο για επεξεργασία μη σταθερών δεδομένων όπως είναι η μέση τιμή και η αυτοσυσχέτιση, αλλά και των χρηματοοικονομικών χρονοσειρών οι οποίες αποτελούνται από μη σταθερά δεδομένα.

Ο μετασχηματισμός κυματιδίων (Wavelet Transform) είναι η αναπαράσταση μίας συνάρτησης με κυματίδια. Τα κυματίδια είναι κλιμακωτά και θεωρούνται αντίγραφα (γνωστά και ως «θυγατρικά κυματίδια») μίας κυματομορφής πεπερασμένου μήκους [54]. Οι μετασχηματισμοί κυματιδίων είναι ιδιαίτερα χρήσιμοι για την αναπαράσταση συναρτήσεων οι οποίες χαρακτηρίζονται από ασυνέχειες καθώς και έντονες διαφοροποιήσεις αλλά και για την ακριβέστερη κατασκευή πεπερασμένων, μη περιοδικών ή και μη σταθερών σημάτων.

Το 2008 οι Aggarwal, Saini και Kumar [1] ανέλυσαν τις ιστορικές τιμές τις χρονοσειράς σε υποσειρές κυματιδιακών πεδίων και σε συνδυασμό με τις άλλες μεταβλητές του πεδίου του χρόνου δημιούργησαν ένα νέο πλαίσιο μεταβλητών εισόδου για το προτεινόμενο μοντέλο πρόβλεψης.

Πρόσφατα, οι Al Wadi, Mohd Tahir και Samsul Ariffin [2] παρουσίασαν τα πλεονεκτήματα της τεχνικής του μετασχηματισμού κυματιδίων κατά τη διαδικασία πρόβλεψης δεδομένων χρηματοοικονομικών χρονοσειρών. Χρησιμοποιώντας δεδομένα από τη χρηματιστηριακή αγορά της Ιορδανίας παρουσίασαν μία συνδυαστική τεχνική πρόβλεψης των τιμών της βασιζόμενοι σε μετασχηματισμούς κυματιδίων και το μοντέλο ARIMA.

Τέλος, μία συνολική άποψη περί της κατηγοριοποίησης των μεθόδων προβλέψεων που έχουν αναπτυχθεί μέχρι σήμερα είναι η εξής, [55]:

1. Ποσοτικές (quantitative) τεχνικές, οι οποίες με τη σειρά τους διαχωρίζονται σε
 - Μεθόδους χρονοσειρών
 - Αιτιοκρατικές μεθόδους
2. Κριτικές (judgmental) τεχνικές
 - Ατομικές μεθόδους
 - Μεθόδους επιτροπής
3. Τεχνολογικές (technological) τεχνικές
 - Διερευνητικές (exploratory)
 - Κανονιστικές (normative)

2.2.1 Περιεχόμενα της ανάλυσης και πρόβλεψης χρονοσειρών

Η ανάλυση χρονοσειρών (time series analysis) αφορά στη μελέτη της διαχρονικής εξέλιξης των τιμών μίας μεταβλητής οι οποίες περιγράφονται από τη χρονοσειρά, με στόχο:

- (α) τον χαρακτηρισμό του φαινομένου που η χρονοσειρά αναπαριστά,
- (β) την εύρεση ενός μοντέλου που να αναπαριστά επαρκώς την πορεία του, και προφανώς
- (γ) την εξαγωγή συμπερασμάτων σχετιζόμενων με την μελλοντική εξέλιξή του, δηλαδή την πρόβλεψη της επόμενης τιμής που η μεταβλητή που αναπαριστά το φαινόμενο θα λάβει.

Η πρόβλεψη των μελλοντικών τιμών της μεταβλητής που περιγράφεται από τη χρονοσειρά, βιβλιογραφικά επιχειρείται να επιτευχθεί με την εφαρμογή διάφορων τεχνικών πρόβλεψης με κυρίαρχα τα υποδείγματα τα βασισόμενα στην ιστορική μεταβλητότητα και στην ομάδα υποδειγμάτων ετεροσκεδαστικότητας GARCH/ARCH.

2.2.2 Υποδείγματα ιστορικής μεταβλητότητας

Ενδεικτικά παρουσιάζονται τα κυριότερα υποδείγματα ιστορικής μεταβλητότητας που βασίζονται στη διαδικασία ανάλυσης και πρόβλεψης χρονοσειρών στη βιβλιογραφία [45, 47].

Λευκός θόρυβος (White noise)

Μία χρονοσειρά Y ασυσχέτιστων μεταβλητών για την οποία ισχύει $E(Y_t) = 0$ και $Var(Y_t) = \sigma_Y^2$, $t = 1, 2, \dots, n$ λέγεται ότι υπόκειται σε λευκό θόρυβο (white noise). Εν προκειμένω είναι σαφές ότι μία διαδικασία που υπόκειται της υπόθεσης του λευκού θορύβου είναι σταθερή. Συνήθως το φαινόμενο του λευκού θορύβου αποτελεί μέρος της χρονοσειράς υπό τη μορφή τυχαίου -και απρόβλεπτου- «λάθους».

Η χρονοσειρά Y_t , όπου $t = 1, 2, \dots, n$ για την οποία τα ως άνω ισχύουν γράφεται

$$Y_t \sim WN(0, \sigma_Y^2), \quad (2.4)$$

αν και μόνο αν η Y_t έχει μηδενικό μέσο και συνάρτηση συνδιακύμανσης

$$\gamma_Y(h) \quad (2.5)$$

$$\gamma_Y(h) = \begin{cases} \sigma_Y^2 & \text{εάν } h = 0; \\ 0 & \text{εάν } h \neq 0. \end{cases} \quad (2.6)$$

Η έννοια του λευκού θορύβου (white noise) είναι δανεισμένη από τις φυσικές επιστήμες. Συγκεκριμένα, όπως όλα τα χρώματα του ουράνιου τόξου μπορούν να επιτευχθούν από το λευκό, έτσι και πολλές σταθερές διαδικασίες μπορούν να εκφραστούν και ως ο γραμμικός συνδυασμός των διεργασιών λευκού θορύβου.

Τυχαίος περίπατος (Random walk)

Από τις αρχές του προηγούμενου αιώνα, στα 1900 ο Bachelier [15] με την εργασία του “Théorie de la spéculation” υποστήριξε ότι η συμπεριφορά των τιμών ακολουθούν τον «Τυχαίο Περίπατο» (Random walk). Η υπόθεση του τυχαίου περιπάτου βρίσκει ευρεία εφαρμογή στην τεχνική ανάλυση χρονοσειρών και σύμφωνα με την εν λόγω θεωρία

οι μελλοντικές τιμές που θα λάβει το μέτρο ενός φαινομένου δεν συνδέονται με τις παρελθοντικές του, δηλαδή δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση.

Το 1953 ο Maurice Kendall επέκτεινε αυτή την προοπτική και εξέφρασε την πρόταση -με εμπειρικά αποτελέσματα που αφορούν στις τιμές μετοχών- της ανυπαρξίας συγχεκριμένων προτύπων που να ακολουθούν τις τιμές τους. Βάσει των αποτελεσμάτων του, οι τιμές των μετοχών θεωρούνται αδύνατο να προβλεφθούν, σύμφωνα με τους Su και Kendall [69].

Επειδή το μοντέλο του τυχαίου περιπάτου είναι κατά βάση ένα απλό υπόδειγμα που βασίζεται σε ιστορικές τιμές, έστω ότι $Y_0, Y_1, \dots, Y_t$ είναι μία ακολουθία και οι μεταβλητές της είναι αμοιβαίως ανεξάρτητες (mutually independent), ισόνομες (identically distributed) και κανονικώς κατανομημένες. Τότε, οι μεταβλητές της είναι ανεξάρτητες και ισόνομες (independent, identically distributed ή i.i.d.) $N(\mu, \sigma^2)$ για άγνωστα μ και σ^2 .

Έτσι, για αρχικό σημείο έστω t_0 , τέτοιο ώστε $Y_t = Y_0 + Z_1 + Z_2, \dots, Z_t$ όπου $t \geq 1$ η συνεχόμενη διαδικασία $Y_0, Y_1, \dots, Y_t$ καλείται Τυχαίος Περίπατος και τα βήματά του είναι τα $Z_0, Z_1, Z_2, \dots, Z_t$.

Γραμμική Παλινδρόμηση (Linear Regression)

Η γραμμική παλινδρόμηση (linear regression) είναι μια από τις πιο διαδεδομένες τεχνικές κατασκευής μαθηματικών προτύπων και ιστορικά φέρεται να έχει αρχικά χρησιμοποιηθεί από τον Karl Pearson το 1908.

Η ανάλυση της γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression analysis) αναφέρεται στην εξέταση της σχέσης μίας τυχαίας εξαρτημένης μεταβλητής έστω Y με άλλη ανεξάρτητη, έστω X . Έτσι, εξαρτημένη μεταβλητή θεωρείται αυτή που αντανακλά το αποτέλεσμα των μεταβολών της ανεξάρτητης, π.χ. η ημερήσια τιμή της μετοχής μίας διαπραγματεύσιμης μετοχής. Ωστόσο, σε πολλά πρακτικά προβλήματα αυτό πρόκειται για μια παραδοχή προκειμένου να εφαρμοστεί η μέθοδος των ελαχιστών τετραγώνων για την εκτίμηση της παλινδρόμησης, [42].

Άρα με την ανάλυση της γραμμικής παλινδρόμησης επιδιώκεται η δημιουργία ενός μοντέλου ή υποδείγματος το οποίο εκφράζει την εξαρτημένη σχέση μεταξύ Y και X . Στην περίπτωση αυτή, εάν υπάρχει γραμμική εξάρτηση μεταξύ των δύο μεταβλητών

αυτή θα είναι της μορφής $Y = b_0 + b_1X$, η οποία ονομάζεται «ευθεία παλινδρόμησης) και b_0, b_1 είναι οι συντελεστές παλινδρόμησης ή παράμετροι (regression coefficients). Το γενικευμένο μοντέλο παλινδρόμησης αυτού του είδους περιγράφεται ακολούθως:

$$Y_i = b_0 + b_1X_i + \varepsilon_1, \quad (2.7)$$

όπου Y_i είναι η τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής για την παρατήρηση i , X_i είναι η γνωστή, ανεξάρτητη μεταβλητή και ε_1 είναι τυχαίο σφάλμα με μέση τιμή 0.

Στην περίπτωση που πρόκειται για πλήθος μεταβλητών $X_1, X_2, \dots, X_k$ από τις οποίες εξαρτάται η εξαρτημένη μεταβλητή Y χρησιμοποιείται το μοντέλο της πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης (multiple linear regression). Το γραμμικό μοντέλο της παλινδρόμησης στην περίπτωση αυτή θα είναι της μορφής:

$$Y_i = b_0 + b_1X_{i1} + b_2X_{i2} + \dots + b_kX_{ik} + \varepsilon_1, \quad (2.8)$$

όπου Y_i είναι η τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής για την παρατήρηση i , X είναι οι γνωστές, ανεξάρτητες μεταβλητές και ε_1 είναι τυχαίο σφάλμα με μέση τιμή 0.

Η γραμμική παλινδρόμηση έχει διάφορες πρακτικές εφαρμογές και οι περισσότερες εξ αυτών εμπίπτουν σε μία από τις ακόλουθες δύο γενικές κατηγορίες, [31]. Εάν ο στόχος της παλινδρόμησης είναι η πρόβλεψη, αυτή χρησιμοποιείται με στόχο την εφαρμογή ενός προγνωστικού μοντέλου σε μία χρονοσειρά. Έτσι, εάν μετά την ανάπτυξη ενός μοντέλου, μία επιπλέον τιμή της ανεξάρτητης μεταβλητής X δοθεί, χωρίς την επιπλέον τιμή του Y , το μοντέλο μπορεί να προβλέψει την τιμή αυτή.

Εάν δίνεται μία μεταβλητή Y καθώς και μία σειρά μεταβλητών $X_0, X_1, \dots, X_k$ που μπορεί να συσχετίζονται με την Y , τότε η ανάλυση της γραμμικής εφαρμόζεται προκειμένου να προσδιοριστεί η αλληλεξάρτηση μεταξύ των μεταβλητών Y και X . Επιπλέον, προσδιορίζεται ποιες μεταβλητές X_i μπορεί να είναι άσχετες Y , και ποια υποσύνολα των X_i περιέχουν περιττές πληροφορίες για την μεταβλητή Y .

Η μέθοδος του απλού κινητού μέσου όρου, MA (Simple moving average method)

Η υπόθεση στο υπόδειγμα αυτό είναι ότι μια χρονοσειρά Y_t δημιουργείται από το σταθμισμένο μέσο των τυχαίων σφαλμάτων των q προηγούμενων περιόδων προκειμένου να βελτιωθεί η πρόβλεψη και ονομάζεται υπόδειγμα κινητών μέσων τάξεως q . Συμβολίζεται δε ως $MA(q)$.

Έστω λοιπόν ότι για την Y_t για την οποία ισχύει $E(Y_t) = 0$ και $Var(Y_t) = \sigma_{Y_t}^2$, για $t = 1, 2, \dots, n$ τότε ορίζεται ως μία διαδικασία κινητής μέσης τιμής τάξεως m εάν:

$$Y_t = \alpha_0 Z_t + \alpha_1 Z_{t-1} + \dots + \alpha_m Z_{t-m} \quad (2.9)$$

όπου α_i σταθερές.

Αντιστοίχως θα ισχύει:

$$\gamma(k) = \begin{cases} \sigma^2 & \sum_{i=0}^{m-k} a_i a_{i+k} & k = 1, 2, \dots, m \\ 0 & \text{εάν } k > 0 \\ \gamma(-k) & \text{εάν } k < 0. \end{cases} \quad (2.10)$$

Η διαδικασία της αυτοπαλινδρόμησης AR (AutoRegressive models)

Τα αυτοπαλινδρόμα υποδείγματα χρησιμοποιούνται στην ανάλυση χρονοσειρών προκειμένου να περιγράψουν σταθερές χρονοσειρές. Ουσιαστικά πρόκειται για ένα υπόδειγμα παλινδρόμησης στο οποίο η εξαρτημένη μεταβλητή Y_t παλινδρομείται στις προηγούμενες τιμές της μεταβλητής Y_t και όχι σε άλλες ανεξάρτητες.

Τα υποδείγματα αυτά αναπαριστούν τις χρονοσειρές οι οποίες δημιουργούνται από τη διέλευση του λευκού θορύβου (white noise) μέσω αναδρομικού γραμμικού φίλτρου (recursive linear filter). Το προϊόν αυτού του φίλτρου κατά τη χρονική στιγμή t είναι το σταθμισμένο άθροισμα των m προηγούμενων παραγώγων από την εφαρμογή του φίλτρου, και η οποία παράμετρος καλείται τάξη του AR υποδείγματος,

$$Y_t = \delta + \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} + \dots + \alpha_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.11)$$

όπου $\delta, \alpha_1, \dots, \alpha_p$ είναι σταθερές και το ε_t μετρά το λευκό θόρυβο.

Το υπόδειγμα στη Σχέση 2.11 εκτιμά τη μελλοντική μεταβλητότητα της χρονοσειράς δεδομένων των ιστορικών τιμών της και του προσθετικού σφάλματος ε .

Το μοντέλο της αυτοπαλινδρόμησης κινητού μέσου όρου, ARMA

Το γενικευμένο μοντέλο ARMA (p,q) έχει την ακόλουθη μορφή,

$$Y_t = \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} + \dots + \alpha_p Y_{t-p} + z_t + \beta_1 z_{t-1} + \dots + \beta_q z_{t-q}, \quad (2.12)$$

όπου η χρονοσειρά Y_t είναι καθαρά τυχαία, και τα α_i, β_i είναι σταθερές.

Ουσιαστικά η διαδικασία ARMA είναι συνδυασμός p αυτοπαλινδρόμων όρων και q όρων κινητού μέσου και για το λόγο αυτό αναφέρεται και ως μεικτό αυτοπαλινδρόμο υπόδειγμα κινητού μέσου τάξης (p, q) ή και ARMA (p,q). Αναλόγως, μία καθαρά αυτοπαλινδρόμη μορφή αλλά και μία καθαρά μορφή κινητού μέσου θεωρούνται και ως υποπεριπτώσεις της ARMA διαδικασίας.

Γενικότερα, για το γενικευμένο υπόδειγμα ARMA (p,q) οι πρώτες q αυτοσυσχετίσεις για τις οποίες ισχύει $s \leq q$ εξαρτώνται από τους συντελεστές α_i του αυτοπαλινδρόμου τμήματος και από τους συντελεστές του τμήματος του κινητού μέσου (Σχέση 2.12). Στην περίπτωση που ισχύει $s > q$ τόσο οι αυτοσυνδιακυμάνσεις όσο και οι αυτοσυσχετίσεις ταυτίζονται με αυτές μίας διαδικασίας $AR(p)$ [90].

Εν κατακλείδι, η συμπεριφορά της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης μίας διαδικασίας ARMA (p,q) ταυτίζεται με αυτή μίας διαδικασίας AR (p). αναλόγως, η συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης συμπεριφέρεται όπως αυτή μίας διαδικασίας MA (q) για την οποία ισχύει $s > q - p$.

Το μοντέλο της αυτοπαλινδρόμησης ολοκληρωμένου κινητού μέσου όρου, ARIMA

Ένα υπόδειγμα ARMA (p,q) το οποίο εφαρμόζεται σε μια ολοκληρωμένη σειρά d τάξης, γενικά θα καλείται αυτοπαλινδρόμο ολοκληρωμένο υπόδειγμα κινητού μέσου τάξης (p, d, q) και θα συμβολίζεται ως ARIMA (p,d,q). Οι χαρακτηρισμοί p, d, q είναι μη αρνητικοί,

ακέραιοι αριθμοί οι οποίοι αναφέρονται στα μέρη του αυτοπαλίνδρομου, του ολοκληρωμένου και του κινητού μέσου όρου του υποδείγματος, αντιστοίχως. Έτσι, οι τρεις μορφές των παραμέτρων αυτού του υποδείγματος είναι οι p παράμετροι του αυτοπαλίνδρομου υποδείγματος, ο αριθμός των d διαφορών που απαιτούνται για να γίνει η σειρά στάσιμη, και τέλος οι q παράμετροι του υποδείγματος κινητού μέσου.

Το μοντέλο ARIMA παρέχει μία ικανοποιητική εικόνα της διαχρονικής συμπεριφοράς των χρονοσειρών και, σύμφωνα με τη βιβλιογραφία που το συνοδεύει, συμβάλει με ικανοποιητικά αποτελέσματα στην πρόβλεψη μελλοντικών τιμών της εξεταζόμενης μεταβλητής. Ωστόσο, έχει παρατηρηθεί ότι ενώ οι βραχυχρόνιες προβλέψεις που προκύπτουν από την εφαρμογή του είναι σχετικά ικανοποιητικές, η εφαρμογή του πάσχει στην περίπτωση των μακροχρόνιων προβλέψεων. Η απόκλιση αυτή οφείλεται στο γεγονός ότι το μοντέλο ARIMA στηρίζεται μάλλον στις πρόσφατες παρατηρήσεις, παρά σε αυτές του μακρινού παρελθόντος.

Ένα μοντέλο ARIMA (p, d, q) μπορεί να εκφραστεί με τους τρεις παρακάτω τρόπους:

1. Με τη μορφή της «εξίσωσης διαφοράς», με την οποία η διαδικασία ARIMA (p, d, q) διατυπώνεται συναρτήσει των παρελθοντικών τιμών της καθώς και των τιμών του διαταραχτικού όρου.
2. Με τη μορφή της «τυχαίας διαταραχής», με την οποία η διαδικασία ARIMA (p, d, q) εκφράζεται συναρτήσει των τιμών του διαταραχτικού όρου.
3. Με την «αντίστροφη» μορφή, με την οποία η διαδικασία ARIMA (p, d, q) εκφράζεται συναρτήσει των παρελθοντικών τιμών της και της τρέχουσας τιμής του διαταραχτικού όρου.

Βασικό χαρακτηριστικό του μοντέλου ARIMA είναι η χρήση των διαφορών για την απομάχυνση των εποχιακών τάσεων της πρωταρχικής χρονοσειράς. Μία γενική μορφή του μοντέλου, και δεδομένων των διαφορών d -τάξεως είναι η ακόλουθη:

$$w_t = a_1 w_{t-1} + \dots + a_p w_{t-p} + z_t + \beta_1 z_{t-1} + \dots + \beta_q z_{t-q}. \quad (2.13)$$

Γεγονός είναι ότι τα υποδείγματα ARIMA χρησιμοποιούνται ευρέως διότι η εφαρμογή τους ενδείκνυται για τη μελέτη διαφόρων μεγεθών παρέχοντας ικανοποιητική εικόνα της

διαχρονικής συμπεριφοράς του φαινομένου. Χαρακτηριστικό των μοντέλων αυτών είναι ότι ενώ στις παραγόμενες μακροπρόθεσμες προβλέψεις παρουσιάζει σχετικές αποκλίσεις, στην περίπτωση των βραχυχρόνιων προβλέψεων κινείται μάλλον ιδανικά.

Η ανάπτυξη των υποδειγμάτων ARIMA ως εργαλεία πρόβλεψης τιμών χρηματοοικονομικών σειρών είναι επίσης γνωστή και ως «μέθοδος των Box & Jenkins».

Η Μέθοδος των Box και Jenkins

Είναι ιδιαίτερα σημαντικό να αναφερθεί ότι η εκτεταμένη ανάπτυξη και μελέτη των υποδειγμάτων ARIMA είναι πλέον συνυφασμένη με τα ονόματα των Box και Jenkins. Οι Box και Jenkins το 1970 στο βιβλίο τους με τίτλο *“Time Series Analysis: Forecasting and Control”*[25] πρότειναν μια οικογένεια αλγεβρικών υποδειγμάτων πρόβλεψης.

Η μέθοδος των Box-Jenkins οδηγεί στην ανάπτυξη ενός μοντέλου παρέμβασης υπό την έννοια της «πρόσθεσης» του αστάθμητου παράγοντα, παριστάνοντας -με τον τρόπο αυτό- ικανοποιητικά τη στοχαστική διαδικασία. Η μέθοδος των Box-Jenkins περιλαμβάνει τα τρία στάδια της ταυτοποίησης, της εκτίμησης του υποδείγματος και του διαγνωστικού ελέγχου.

Το στάδιο της ταυτοποίησης αναφέρεται στην διαπίστωση της στασιμότητας της χρονοσειράς. Έτσι εάν η χρονοσειρά δεν είναι στάσιμη, μετατρέπεται με τη χρήση των πρώτων, δεύτερων, τρίτων κ.ο.κ. διαφορών της και τα δεδομένα της προσδιορίζουν την τάξη του υποδείγματος ARIMA.

Εν συνεχεία το στάδιο της εκτίμησης περιλαμβάνει την προσέγγιση των παραμέτρων των διαδικασιών AR και MA ή και μεικτό ARMA. Πρόκειται για την εκτίμηση των p παραμέτρων της αυτοπαλίνδρομης διαδικασίας AR και των q παραμέτρων της διαδικασίας MA του κινητού μέσου. Αν η υπό επεξεργασία χρονοσειρά είναι μόνον αυτοπαλίνδρομη, τότε οι συντελεστές μπορούν να εκτιμηθούν μόνο με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Ωστόσο εάν η ζητούμενη χρονοσειρά έχει και όρους κινητού μέσου, τότε η εκτίμηση των παραμέτρων είναι εφικτή με τη χρήση μη γραμμικών μεθόδων.

Τέλος το στάδιο του διαγνωστικού ελέγχου ελέγχει την προσαρμογή του εκτιμημένου υποδείγματος με τα δεδομένα διότι είναι πιθανό άλλο δείγμα ARIMA να προσαρμόζεται καλύτερα σε αυτά. Εν συνεχεία εφαρμόζεται ο διαγνωστικός έλεγχος, ο οποίος αφορά αρχικά στους στατιστικούς ελέγχους για τη σημαντικότητα των συντελεστών,

στα κατάλοιπα και στην τάξη του υποδείγματος.

Έλεγχος των καταλοίπων Εάν το ARMA υπόδειγμα προσαρμόζεται με τα δεδομένα, τότε τα κατάλοιπα τείνουν να συμπεριφέρονται ως μία διαδικασία λευκού θορύβου, δηλαδή δεν αυτοσυσχετίζονται. Ο έλεγχος των καταλοίπων γίνεται με την στατιστική Q των Box-Pierce η οποία ελέγχει την από κοινού σημαντικότητα κάποιων συντελεστών αυτοσυσχέτισης, έστω m . Σε αυτή την περίπτωση η μηδενική υπόθεση θα είναι:

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_m = 0 \quad (2.14)$$

όπου $\rho_i, i = 1, 2, \dots, m$ είναι οι συντελεστές συσχέτισης των καταλοίπων.

Ακολούθως, η στατιστική Q των Box-Pierce θα είναι,

$$Q_{BP} = T \sum_{s=1}^m \hat{\rho}_s^2 \quad (2.15)$$

όπου T είναι ο αριθμός των καταλοίπων και ρ_s οι δειγματικές αυτοσυσχετίσεις τους. Για τον αριθμό των αυτοσυσχετίσεων των καταλοίπων τείνει να ισχύει $m = \sqrt{T}$, δηλαδή ο αριθμός τους τείνει να ισούται με την τετραγωνική ρίζα του αριθμού των παρατηρήσεων. Η στατιστική Q των Box-Pierce ακολουθεί προσγγιστική την κατανομή X^2 με βαθμούς ελευθερίας $m - p - q$.

Τάξη του υποδείγματος Ένας τρόπος εκτίμησης της προσαρμογής του εκτιμημένου υποδείγματος είναι μέσω της σύγκρισής του με άλλο μεγαλύτερης τάξης. Έτσι ένα εκτιμημένο υπόδειγμα ARMA (p,q) θα συγκριθεί με υποδείγματα ARMA (p+1,q) και ARMA (p,q+1). Στην περίπτωση που το εκτιμημένο υπόδειγμα προσαρμόζεται στα δεδομένα, τότε οι επιπλέον συντελεστές μεγαλύτερων υποδειγμάτων δε πρέπει να είναι στατιστικά διαφορετικοί του μηδενός. Η εν λόγω διαδικασία είναι γνωστή ως υπερπροσαρμογή.

2.2.3 Τα αυτοπαλίνδρομα μοντέλα δεσμευμένης ετεροσκεδαστικότητας και οι επεκτάσεις τους

Τα αυτοπαλίνδρομα μοντέλα δεσμευμένης ετεροσκεδαστικότητας (AutoRegressive conditionally heteroscedasticity, ARCH) έχουν αναλυθεί στο σύνολο της βιβλιογραφίας [3, 47, 40, 24, 56] και διάφορες επεκτάσεις τους έχουν προταθεί.

Ουσιαστικά ένα αυτοπαλίνδρομο μοντέλο δεσμευμένης ετεροσκεδαστικότητας υποθέτει τη διακύμανση του τρέχοντος σφάλματος χρονοσειρών συναρτήσει των διακυμάνσεων των όρων σφάλματος που έχουν παρατηρηθεί σε προηγούμενες χρονικές περιόδους· δηλαδή, υιοθετεί τη διαδικασία αυτοπαλινδρόμησης (βλ. Υποενότητα 2.2.2) για την προσέγγιση της διακύμανσης του σφάλματος.

Σημειώνεται ότι κατά τη χρήση της υπόθεσης της αυτοπαλινδρόμησης κινητού μέσου όρου για τη διακύμανση του σφάλματος, το αυτοπαλίνδρομο μοντέλο δεσμευμένης ετεροσκεδαστικότητας μετατρέπεται σε γενικευμένο αυτοπαλίνδρομο μοντέλο δεσμευμένης ετεροσκεδαστικότητας (Generalized Autoregressive Conditionally Heteroscedastic model, GARCH).

Χαρακτηριστικό των υποδειγμάτων ARCH/GARCH είναι ότι δε χρησιμοποιούν την τυπική απόκλιση -χαρακτηριστικό των υποδειγμάτων ιστορικής μεταβλητότητας- αλλά προσεγγίζουν μία υπό συνθήκη διακύμανση των αποδόσεων τύπου h_t με τη χρήση της μεθόδου μέγιστης πιθανοφάνειας.

Τα υποδείγματα ARCH

Η μεταβλητότητα των χρηματοοικονομικών χρονοσειρών τείνει να μην είναι σταθερή στο χρόνο και οι χρονοσειρές αυτές ονομάζονται υπό συνθήκη ετεροσκεδαστικές, όταν η μη υπό συνθήκη διακύμανση είναι σταθερή ενώ υπάρχουν περίοδοι όπου η διακύμανση είναι συγκριτικά υψηλή [56]. Έτσι υπάρχει η πιθανότητα ύπαρξης χρονοσειρών των οποίων οι παρατηρήσεις τείνουν να εμφανίζονται ομαδικά υπό την έννοια της παρόμοιας συμπεριφοράς (μεγάλες αυξήσεις ακολουθούνται από αντίστοιχα μεγάλες μειώσεις και αντιθέτως).

Το 1982 ο Engle με την εργασία του “Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation” [46] εισήγαγε μία

νέα κατηγορία υποδειγμάτων, τα αυτοπαλίνδρομα μοντέλα δεσμευμένης ετεροσκεδαστικότητας, σύμφωνα με τα οποία η διακύμανση του τυχαίου σφάλματος εξαρτάται από την διακύμανση που παρουσιάζουν οι τιμές σε προηγούμενες χρονικές περιόδους. Η εισαγωγή των υποδειγμάτων αυτού του τύπου έγινε προκειμένου να εκφραστεί η μεταβολή του μεγέθους της διακύμανσης μέσα στο χρόνο.

Ο Robert Engle για τη συμβολή του στην ανάλυση χρηματοοικονομικών χρονοσειρών τιμήθηκε, μαζί με τον Clive Granger, τον Οκτώβριο του 2003 από τη Βασιλική Ακαδημία Επιστημών εις μνήμην του Alfred Nobel, με το βραβείο Nobel των Οικονομικών Επιστημών.

Η γενικευμένη μορφή μιας διαδικασίας ARCH(p) X έχει υπό συνθήκη κατανομή

$$Y_t \sim N_t(0, h_t^2), \quad (2.16)$$

με διακύμανση

$$h_t^2 = \omega + \sum_{k=1}^q \alpha_k \varepsilon_{t-k}^2, \quad (2.17)$$

όπου $\omega > 0$ και $\alpha_k \geq 0$.

Σημειώνεται ότι ο διαταρακτικός όρος $\varepsilon_t = N_t \sqrt{h_t}$, όπου N_t είναι μία διαδικασία λευκού θορύβου, παριστάνει την τελική επίδραση όλων των άλλων μεταβλητών που δεν έχουν περιληφθεί στο μοντέλο.

Βασική ιδέα του υποδείγματος είναι ότι τα ιδιαίτερα μεγάλα σφάλματα που προκύπτουν σε προηγούμενες περιόδους $(t - k)$ καταλήγουν σε μεγάλη διακύμανση των σφαλμάτων της μελλοντικής περιόδου.

Τα υποδείγματα GARCH

Το γενικευμένο αυτοπαλίνδρομο μοντέλο δεσμευμένης ετεροσκεδαστικότητας (Generalized Autoregressive Conditionally Heteroscedastic model, GARCH) αποτελεί επέκταση του αυτοπαλίνδρομου μοντέλου δεσμευμένης ετεροσκεδαστικότητας και προτάθηκε από τον μαθητή του Engle, Tim Bollerslev το 1986 [24].

Ουσιαστικά πρόκειται για την γενίκευση του αυτοπαλίνδρομου μοντέλου δεσμευμένης ετεροσκεδαστικότητας η οποία επιτρέπει στην υπό συνθήκη διακύμανση να έχει

τη μορφή μίας διαδικασίας ARMA και τείνουν να εκτιμώνται με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας (maximum likelihood).

Το εν λόγω υπόδειγμα επιτρέπει την ύπαρξη αυτοπαλίνδρομων και κινητών μέσω συντελεστών κατά την ετεροσκεδαστική συνδιακύμανση. Ουσιαστικά πρόκειται για τον σταθμισμένο μέσο όρο τριών προβλέψεων: (α) της σταθερής διακύμανσης, (β) της πρόβλεψης που αφορά στην προηγούμενη περίοδο, και (γ) των νέων δεδομένων που αφορούν στην τρέχουσα πρόβλεψη, δηλαδή σε αυτή κατά την οποία έγινε η πρόβλεψη.

Μαθηματικά το γενικευμένο αυτοπαλίνδρομο μοντέλο δεσμευμένης ετεροσκεδαστικότητας με διαταραχτικό όρο $\varepsilon_t = N_t\sqrt{h_t}$ έχει την ακόλουθη μορφή:

$$Y_t \sim N_t(0, h_t, t - 1^2) \quad (2.18)$$

με διακύμανση

$$h_t = \omega + \sum_{k=1}^q \alpha_k \varepsilon_{t-k}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j}. \quad (2.19)$$

Αναφέρεται ότι σύμφωνα με τους Davidson και MacKinnon [37] οι συντελεστές α_k και β_j θα πρέπει να είναι μη αρνητικοί, διότι οι υπό συνθήκη διακυμάνσεις που προκύπτουν θα είναι αρνητικές.

Αιτιοκρατικές (Deterministic) μέθοδοι βελτιστοποίησης

“Optimization is the act of obtaining the best result under given circumstances” [107].

Η έννοια της βελτιστοποίησης χρησιμοποιείται για την επίλυση σύνθετων προβλημάτων και η λογική πίσω από την εφαρμογή της αναφέρεται στο έμφυτο ανθρώπινο χαρακτηριστικό της επιθυμίας και προσπάθειας κτήσης του βέλτιστου αποτελέσματος μέσω της ιδανικής χρήσης των διαθέσιμων πόρων.

Στα μαθηματικά, η προσέγγιση της βελτιστοποίησης αναφέρεται στην επιλογή τιμών για αριθμό μεταβλητών μίας συνάρτησης, και οι οποίες τιμές της συνάρτησης είναι οι μέγιστες ή οι ελάχιστες τιμές της (πρόβλημα μεγιστοποίησης και ελαχιστοποίησης, αντίστοιχα), ανάλογα με το προς αντιμετώπιση πρόβλημα.

Μερικά από τα παραδείγματα εφαρμογής της διαδικασίας βελτιστοποίησης είναι η μεγιστοποίηση του κέρδους αλλά και η ελαχιστοποίηση του κόστους μίας εταιρείας, η μεγιστοποίηση των αποδόσεων ενός χαρτοφυλαχίου, όπως και η αναζήτηση της μέγιστης και ελάχιστης θερμοκρασίας σε προβλήματα μετεωρολογίας.

3.1 Το πρόβλημα της βελτιστοποίησης

Τα περισσότερα από τα προβλήματα που καλούμαστε να αντιμετωπίσουμε μπορούν να αναχθούν σε προβλήματα βελτιστοποίησης όπου το ζητούμενο είναι η εύρεση μίας ελάχιστης ή μέγιστης τιμής σε ένα πεδίο ορισμού. Αντικείμενο της βελτιστοποίησης αποτελεί

η εύρεση ενός σημείου, έστω x^* μίας συνάρτησης F στο οποίο σημείο η συνάρτηση λαμβάνει τη μέγιστη ή ελάχιστη τιμή της (πρόβλημα μεγιστοποίησης και ελαχιστοποίησης, αντίστοιχα).

Μαθηματικά, η ευρύτερη έννοια της βελτιστοποίησης (εδώ ελαχιστοποίησης) μπορεί να εκφραστεί και ως εξής:

$$\begin{aligned} \text{Δοθείσας μίας} \quad & F : S \rightarrow R \\ \text{να βρεθεί ένα} \quad & x^* \in S \\ \text{τέτοιο ώστε} \quad & F(x^*) \leq F(x), \forall x \in S. \end{aligned} \tag{3.1}$$

Η συνάρτηση F είναι η αντικειμενική συνάρτηση, το σημείο x^* ονομάζεται ολικός ελαχιστοποιητής (global minimizer) της συνάρτησης στο S , και η τιμή $F^* = F(x^*)$ ονομάζεται ολικό ελάχιστο (global minimum).¹

Μία γενική διαφοροποίηση των προβλημάτων βελτιστοποίησης αφορά στην επιβολή ή όχι περιορισμών και συνθηκών στη συνάρτηση. Ως εκ τούτου τα προβλήματα βελτιστοποίησης διαχωρίζονται σε αυτά με περιορισμούς -οπότε και γίνεται αναφορά σε βελτιστοποίηση με περιορισμούς (constrained optimization)- και σε προβλήματα χωρίς περιορισμούς (unconstrained optimization).

Ορισμός 3.1.1. Σύμφωνα με τους Nocedal και Wright, [98] ως βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς νοείται η ελαχιστοποίηση ή η μεγιστοποίηση μιας συνάρτησης $f : D \subseteq R_n \rightarrow R$. Επιπλέον η ελαχιστοποίηση μίας αντικειμενικής συνάρτησης f για $x \in R_n$ μπορεί να εκφραστεί και ως $\min f(x)$.

Αναφορικά της μεθοδολογίας που εφαρμόζεται για την επίλυση των μεθόδων, σύμφωνα με τον Vanderplaats [117] απαντώνται οι εξής κατηγορίες:

1. Άμεσες μέθοδοι, των οποίων η εφαρμογή δεν απαιτεί τον υπολογισμό των παραγώγων, και
2. Έμμεσες ή Επαναληπτικές μέθοδοι, οι οποίες αξιοποιούν αναγωγικούς τύπους.

¹Ο όρος «βελτιστοποίηση» ανταποκρίνεται τόσο στην περίπτωση της ελαχιστοποίησης αλλά και της μεγιστοποίησης καθώς οι δύο αυτές περιπτώσεις είναι στην ουσία ισοδύναμες. Ουσιαστικά το ελάχιστο μίας συνάρτησης F είναι το μέγιστο μίας $-F$ και αντιστρόφως.

Περαιτέρω διάκριση βάσει της μορφής της αντικειμενικής συνάρτησης είναι:

1. Σε προβλήματα γραμμικής βελτιστοποίησης, όπου η αντικειμενική συνάρτηση είναι γραμμική, και
2. Σε προβλήματα μη γραμμικής βελτιστοποίησης, στα οποία η αντικειμενική συνάρτηση είναι -προφανώς- μη γραμμική.

Μία διαφορετική κατηγοριοποίηση -όπως προτάθηκε από τους Haftka, Gurdal and Kamat [58]- των μεθόδων επίλυσης προβλημάτων βελτιστοποίησης είναι:

1. Οι μέθοδοι ανίχνευσης κατά γραμμή (Line Search methods).
Βασική φιλοσοφία των μεθόδων αυτής της κατηγορίας είναι ότι κατά την εφαρμογή τους, αρχικά προσδιορίζεται η κατεύθυνση της αναζήτησης των προσεγγιστικών τιμών και κατόπιν το μέγεθος βήματος που απαιτείται για κάθε εφαρμογή της επαναληπτικής διαδικασίας.
2. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούν διαστήματα εμπιστοσύνης (Trust Region methods).
Στην περίπτωση αυτή, αρχικά προσδιορίζεται το διάστημα το οποίο πιθανολογείται ότι εμπεριέχει τη λύση και κατόπιν ακολουθεί ο εντοπισμός της κατεύθυνσης αναζήτησης.

Από την πλευρά των μεθόδων βελτιστοποίησης, χαρακτηριστική είναι η διάκριση σε αιτιοκρατικές (deterministic) και στοχαστικές (stochastic) μεθόδους. Μία αιτιοκρατική μέθοδος βελτιστοποίησης χρησιμοποιεί τη γενικευμένη έννοια της παραγώγου της αντικειμενικής συνάρτησης, τιμές της οποίας καλείται να υπολογίσει ή να προσεγγίσει. Από την άλλη πλευρά κύριο χαρακτηριστικό των στοχαστικών μεθόδων βελτιστοποίησης είναι ότι χρησιμοποιούν στοιχεία τυχαίας, ή οργανωμένα τυχαίας αναζήτησης της βέλτιστης λύσης.

3.1.1 Αιτιοκρατικές και στοχαστικές μέθοδοι

Σύμφωνα με τους Giannakoglou [50] και Michalewicz και Fogel [89], ανάλογα με τη φύση της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών στα οποία υπόκειται ένα πρόβλημα,

βασική είναι η διάκρισή τους σε αιτιοκρατικές (deterministic) και στοχαστικές (stochastic) μεθόδους.

Χαρακτηριστικό του αιτιοκρατικού μοντέλου (ή στοιχείου μοντέλου) είναι η εκχώρηση σε κάθε μεταβλητή και παράμετρο ενός συγκεκριμένου αριθμού ή σειράς αριθμών υπό ορισμένες συνθήκες (έννοια αιτίας-αποτελέσματος). Ουσιαστικά, προσεγγίζει τις τιμές της παραγώγου (υπό γενικευμένη έννοια) της αντικειμενικής συνάρτησης.

Αντιστοίχως, βασικό χαρακτηριστικό των στοχαστικών μεθόδων βελτιστοποίησης είναι η χρήση στοιχείων τυχαίας αναζήτησης της βέλτιστης λύσης. Οι αλγόριθμοι που συμβάλλουν στην επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης με την στοχαστική προοπτική, χαρακτηρίζονται από ευελιξία προσαρμογής σε διαφορετικά και διαφοροποιημένα προβλήματα.

Οι αιτιοκρατικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης αντλούν πληροφορίες από τις παραγώγους της αντικειμενικής συνάρτησης για τον εντοπισμό των βέλτιστών της. Αν και χαρακτηρίζονται από ταχεία σύγκλιση, ωστόσο τα αποτελέσματά τους δεν είναι ιδιαίτερα ικανοποιητικά στις περιπτώσεις συναρτήσεων που παρουσιάζουν περισσότερα του ενός βέλτιστου.

3.2 Επισκόπηση της στρατηγικής ανίχνευσης κατά γραμμή (Line Search)

Το κοινό σημείο των εν λόγω μεθόδων είναι ο υπολογισμός της κατεύθυνσης αναζήτησης d_k και εν συνεχεία στην κατά μήκος διερεύνηση αυτής της κατεύθυνσης προκειμένου να υπολογιστεί το ζητούμενο μήκος βήματος a_k .

Αντιστοίχως, η βασικότερη διαφοροποίηση των μεθόδων ανίχνευσης κατά γραμμή έγκειται στον κανόνα επιλογής της κατεύθυνσης της αναζήτησης. Ωστόσο, μετά την επιλογή της κατεύθυνσης, όλες οι μέθοδοι εστιάζουν στον εντοπισμό του βέλτιστου, το οποίο ταυτίζεται με το διάνυσμα της κατεύθυνσης αναζήτησης· εξ' ου και ο χαρακτηρισμός των μεθόδων ως «κατά γραμμή» (line search).

Η γενική μορφή του επαναληπτικού τύπου που υπολογίζει το νέο σημείο έχει την

παρακάτω επαναληπτική μορφή:

$$x_{k+1} = x_k + a_k d_k \quad (3.2)$$

Η αποτελεσματικότητα των μεθόδων ανίχνευσης κατά γραμμή εξαρτάται τόσο από την επιλογή της κατεύθυνσης d_k όσο από το μήκος βήματος a_k σε κάθε επανάληψη. Για τον υπολογισμό του βήματος πρέπει να επιλεγεί το κατάλληλο βήμα a_k χωρίς να προσθέσει στο υπολογιστικό κόστος. Έτσι το ιδανικό βήμα θεωρείται το ολικό ελάχιστο της συνάρτησης $\phi(\cdot)$ που ορίζεται από $\phi(a) = f(x_k + ad_k)$ για $a > 0$.

Για την εύρεση ενός τοπικού ελαχίστου της ϕ απαιτούνται διαφορετικές και πλήθος τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης f καθώς και η πρώτη παράγωγός της. Οι μέθοδοι για τον υπολογισμό του μήκους βήματος a διαχωρίζονται σε inexact και σε exact μεθόδους. Οι inexact στρατηγικές εντοπίζουν το μέγεθος βήματος a με σχετική ακρίβεια και μικρό υπολογιστικό κόστος, ενώ οι exact πετυχαίνουν μεγαλύτερη ακρίβεια με περισσότερους υπολογισμούς.

Γενικότερα οι αλγόριθμοι αναζήτησης κατά γραμμή επιλέγουν το μήκος βήματος από μια ακολουθία υποψήφιων τιμών, σαρώνοντας τις τιμές και σταματώντας στην πρώτη εξ' αυτών που ικανοποιεί κάποιες συνθήκες.

Οι συνθήκες τερματισμού του αλγόριθμου εύρεσης κατά γραμμή που ακολουθούν έχουν μεγάλη πρακτική σημασία μιας και συνήθως προσφέρουν λύσεις με τον απλούστερο και αμεσότερο τρόπο, ακόμα και σε σύνθετης φύσεως προβλήματα. Μία απλή συνθήκη είναι η χρήση του βήματος a_k έτσι ώστε να ισχύει $f(x_{k+1}) < f(x_k)$, και να επιτευχθεί η μείωση της συναρτησιακής τιμής σε κάθε επανάληψη. Αυτή εξάλλου είναι μια επιθυμητή ιδιότητα για κάθε αλγόριθμο βελτιστοποίησης διότι αποδεικνύει την εγγύτητα στο βέλτιστο.

Inexact μέθοδοι

3.2.1 Συνθήκες Wolfe

Συνθήκη του Armijo

Μια γνωστή συνθήκη για τις inexact μεθόδους εύρεσης κατά γραμμή αναζήτησης είναι η συνθήκη του Armijo, [14]. Η εν λόγω συνθήκη διασφαλίζει ότι το μήκος βήματος a_k πρέπει αρχικά να μειώνει την νέα συναρτησιακή τιμή μίας αντικειμενικής συνάρτησης f ,

$$f(x_k + ad_k) \leq f(x_k) + \sigma_1 a \nabla f_k^T d_k, \quad (3.3)$$

όπου $\sigma_1 \in (0, 1)$.

Δηλαδή η μείωση της συναρτησιακής τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης f τείνει να είναι ανάλογη με το μήκος βήματος a_k αλλά και με την παραγώγο κατεύθυνσης $\nabla f_k^T d_k$. Η Σχέση 3.3 ονομάζεται και «Συνθήκη Επαρκούς Μείωσης».

Συνθήκη Κυρτότητας

Η εφαρμογή μόνο της συνθήκη του Armijo δεν είναι αρκετή προκειμένου να συγκλίνει ο αλγόριθμος διότι εν τέλει ικανοποιείται για σχεδόν όλες τις μικρές τιμές του μεγέθους βήματος a . Έτσι, προκειμένου να περιοριστούν αυτά τα μη αποδεκτά μικρά μεγέθη βήματος χρησιμοποιείται και η «Συνθήκη Κυρτότητας» η οποία απαιτεί *επιπλέον* την ικανοποίηση της παρακάτω σχέσης,

$$\nabla f(x_k + a_k d_k)^T d_k \geq \sigma_2 \nabla f_k^T d_k, \quad (3.4)$$

όπου $\sigma_2 \in (0, 1)$.

Η συνθήκη κυρτότητας εξασφαλίζει ότι η κλίση της συνάρτησης $\phi(a) = f(x_k + ad_k)$ στο σημείο $\phi(a_k)$ είναι ίση με $\sigma_2[\sigma_2 \in (\sigma_1, 1)]$ φορές την κλίση της $\phi(a)$ στο σημείο 0. Δηλαδή στο σημείο $\phi(a)$ η κλίση της θα είναι μικρότερη από αυτή στο σημείο 0.

Η παραπάνω σχέση μπορεί να εκφραστεί και ως $\phi'(a) \geq \sigma_2 \phi'(0)$. Έτσι η προς αναζήτηση παράγωγος $\phi'(a)$ πρέπει να έχει μεγαλύτερη τιμή από την $\sigma_2 \phi'(0)$. Κάτι τέτοιο

σημαίνει ότι είτε θα είναι ισχυρά αρνητική, γεγονός που παρέχει ενδείξεις ότι η συναρτησιακή τιμή της f πρέπει μειωθεί σημαντικά προκειμένου η αναζήτηση να συνεχίσει προς αυτή την κατεύθυνση· είτε θα είναι αρνητική ή και θετική αλλά και στις δύο περιπτώσεις κοντά στο μηδέν, οπότε και η μείωση προς αυτή την κατεύθυνση δε πρέπει να είναι σημαντική, ή και καθόλου.

Οι συνθήκες στις Σχέσεις 3.3 και 3.4 είναι γνωστές και ως συνθήκες Wolfe [119, 120] και παρουσιάζονται μαζί στον Ορισμό 3.2.1.

Ορισμός 3.2.1. Συνθήκες Wolfe [119, 120]:

$$f(x_k + ad_k) \leq f(x_k) + \sigma_1 a \nabla f_k^T d_k$$

και

$$\nabla f(x_k + a_k d_k)^T d_k \geq \sigma_2 \nabla f_k^T d_k$$

Ωστόσο ένα μήκος βήματος το οποίο ικανοποιεί τις συνθήκες Wolfe δεν είναι υποχρεωτικά κοντά στο ελάχιστο της ϕ , και για το λόγο αυτό η συνθήκη κυρτότητας τροποποιείται προκειμένου το a_k να βρίσκεται στην ευρύτερη γειτονιά του τοπικού ελάχιστου ή τουλάχιστον ενός κρίσιμου σημείου της ϕ .

Οι συνθήκες που χρησιμοποιούνται για το σκοπό αυτό ονομάζονται ισχυρές συνθήκες Wolfe (Strong Wolfe Conditions) και ακολουθούν στον Ορισμό 3.2.2

Ορισμός 3.2.2. Ισχυρές συνθήκες Wolfe :

$$(x_k + ad_k) \leq f(x_k) + \sigma_1 a \nabla f_k^T d_k$$

και

$$|\nabla f(x_k + a_k d_k)^T d_k| \leq \sigma_2 |\nabla f_k^T d_k|, \text{ όπου } 0 \leq \sigma_1 \leq \sigma_2 \leq 1.$$

Η μοναδική διαφορά τους από τις συνθήκες Wolfe είναι ότι δεν επιτρέπουν στην παράγωγο $\phi'(a_k)$ να λάβει ιδιαίτερα θετικές τιμές και έτσι τα σημεία που προκύπτουν δεν είναι μακριά από τα κρίσιμα.

3.2.2 Συνθήκες Goldstein

Οι συνθήκες Goldstein έχουν αρκετές ομοιότητες με τις συνθήκες Wolfe, και η εφαρμογή τους εγγυάται ότι το μήκος βήματος a θα προκαλέσει μικρή μείωση στη συναρτησιακή

Είσοδος: $\hat{a}, \rho, \sigma \in (0, 1)$
Θέσε $a \leftarrow \hat{a}$, όπου ρ είναι ο παράγοντας συστολής
Όσο $f(x_k + ad_k) > f(x_k) + \sigma a \nabla f_k^T d_k$, κάνε
$a \leftarrow \rho \bar{a}$.
Τέλος όσο
$a_k = a$

Σχήμα 3.1: Βασική μορφή της μεθόδου οπισθοδρόμησης κατά την εύρεση κατά γραμμή

τιμή της f [52]. Οι συνθήκες Goldstein τείνουν να απεικονίζονται ως διπλή ανισότητα, και παρουσιάζονται στη Σχέση 3.5.

$$f(x_k) - (1 - \sigma)a_k \nabla f_k^T d_k \leq f(x_k + a_k d_k) \leq f(x_k) + \sigma a \nabla f_k^T d_k. \quad (3.5)$$

Οι συνθήκες Goldstein και Wolfe έχουν πολλά κοινά συμπεριλαμβανομένων των θεωρημάτων σύγκλισής τους τα οποία μοιάζουν ιδιαίτερος. Ωστόσο, σύμφωνα με τους Nocedal και Wright [98] βασικό μειονέκτημα των συνθηκών Goldstein έναντι των συνθηκών Wolfe είναι ότι η πρώτη ανισότητα της Σχέσης 3.5 μπορεί να αποκλείσει τα ελάχιστα της ϕ .

3.2.3 Μέθοδος Οπισθοδρόμησης (Backtracking)

Η συνθήκη του Armijo παρουσιάζει το μειονέκτημα ότι δε μπορεί να εξασφαλίσει τη λογική προόδο του αλγόριθμου κατά μήκος της γραμμής εύρεσης. Όμως εάν ο αλγόριθμος της εύρεσης κατά γραμμή καταλήγει σε ορθά πιθανά μήκη βήματος με τη χρήση μίας τεχνικής οπισθοδρόμησης τότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνη η συνθήκη Armijo.

Η μέθοδος Οπισθοδρόμησης ή Backtracking, η οποία στην ελληνική βιβλιογραφία απαντάται και ως «Οπίσθια Ιχνηλάτηση», χρησιμοποιεί τη συνθήκη Armijo η οποία εξασφαλίζει ότι η τιμή της $f(x)$ θα μειωθεί στο επόμενο σημείο x_{k+1} . Στην βασική της μορφή, η μέθοδος οπισθοδρόμησης παρουσιάζεται στον Αλγόριθμο 3.1.

Έτσι, με την εφαρμογή της μεθόδου οπισθοδρόμησης θα βρεθεί εν τέλει ένα δεκτό μήκος βήματος. Η προσέγγιση της μεθόδου διασφαλίζει ότι το μήκος βήματος a_k που

έχει επιλεχθεί λαμβάνει μία σταθερή τιμή, και εάν αυτό δεν ισχύει, τότε ότι η τιμή του είναι αρκετά μικρή ώστε να ικανοποιεί τη συνθήκη Armijo.

Η μέθοδος της οπισθοδρόμησης για τον τερματισμό μιας διαδικασίας εύρεσης κατά γραμμή ταιριάζει για την εφαρμογή της μεθόδου της μέγιστης κλίσης.

Exact μέθοδοι

Οι μέθοδοι της Χρυσής Τομής (Golden section) και η μέθοδος Fibonacci ανήκουν στην κατηγορία των Exact μεθόδων. Η κοινό τους σημείο για τη διαδικασία της βελτιστοποίησης μιας αντικειμενικής συνάρτησης σε διάστημα $[a, b]$ είναι η επαναληπτική μείωση του διαστήματος αβεβαιότητας, η οποία προκύπτει από την σύγκριση των τιμών της συνάρτησης μετά από κάθε δοκιμή. Το τέλος της διαδικασίας εύρεσης έρχεται όταν το μήκος του διαστήματος μειωθεί αρκετά.

Η μέθοδος της Χρυσής Τομής καταλήγει στην εύρεση του βέλτιστου μέσω της συνεχούς μείωσης του διαστήματος όπου η συνάρτηση ορίζεται. Έστω ότι η συνάρτηση $\phi(a) = f(x + a_d)$ είναι μονοτροπική στο διάστημα $[a_0, b_0]$. Επιλέγονται δύο σημεία $a_1 < b_1$ τέτοια ώστε να ισαπέχουν από τα άκρα a, b και για τα οποία ισχύει $a_1 - a_0 = b_0 - b_1 = p(b_0 - a_0)$ με $p < 1/2$. επιπλέον η συνάρτηση f έχει μόνον ένα ελάχιστο στο διάστημα.

Η μέθοδος Fibonacci, προφανώς περιλαμβάνει τη χρήση των τιμών της ακολουθίας Fibonacci, η οποία ορίζεται τον Ορισμό 3.2.3.

Ορισμός 3.2.3. Η ακολουθία *Fibonacci* είναι μία ακολουθία αριθμών οι οποίοι ονομάζονται «Αριθμοί *Fibonacci*» για την οποία για κάθε $k \geq 0$ ισχύει $F_{k+1} = F_k + F_{k-1}$.

Η μέθοδος Fibonacci αποτελεί μία υποπερίπτωση της μεθόδου της Χρυσής Τόμης. Συγκεκριμένα, η τιμή του p η οποία περιλαμβάνεται στη μέθοδο της Χρυσής Τομής, ενώ στη μέθοδο της αυτή παραμένει σταθερή, κατά την εφαρμογή της μεθόδου Fibonacci μεταβάλλεται σε κάθε στάδιο της διαδικασίας. Σε κάθε στάδιο, για την εύρεση του νέου p_{k+1} σε σχέση με το παλαιό p_k χρησιμοποιείται η σχέση $p_{k+1}(1 - p_k) = 1 - 2p_k$. Έτσι θα είναι,

$$p_{k+1} = 1 - \frac{p_k}{1 - p_k}. \quad (3.6)$$

Με την υιοθέτηση της ακολουθίας Fibonacci στη Σχέση 3.6 αυτή θα λάβει τη μορφή που φαίνεται στη Σχέση 3.7,

$$p_{k+1} = 1 - \frac{F_{N-k+1}}{F_{N-k+2}}, \quad (3.7)$$

όπου N είναι το πλήθος των επαναλήψεων που απαιτούνται για την εύρεση του ελαχίστου στην επιθυμητή ακρίβεια.

3.3 Επισκόπηση των μεθόδων ανίχνευσης κατά γραμμή (Line Search methods)

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η στρατηγική της ανίχνευσης κατά γραμμή επιλέγει την κατεύθυνση αναζήτησης d_k και ακολούθως αναζητεί κατά μήκος της κατεύθυνσης αυτής τον υπολογισμό του νέου σημείου x_{k+1} χρησιμοποιώντας την επαναληπτική Σχέση 3.2 με δεδομένο σημείο x_k . Χαρακτηριστικό των περισσότερων μεθόδων ανίχνευσης κατά γραμμή είναι η επιλογή της καθοδικής κατεύθυνσης της d_k , διότι η ιδιότητα $d_k^T \nabla f_k < 0$ εγγυάται ότι η τιμή της συνάρτησης f μειώνεται στην κατεύθυνση αυτή.

Οι μέθοδοι που ακολουθούν είναι οι πιο γνωστές μέθοδοι ανίχνευσης κατά γραμμή και έχουν χρησιμοποιηθεί στην προτεινόμενη μεθοδολογία.

3.3.1 Μέθοδοι μέγιστης κλίσης (Steepest Descent Methods)

Η μέθοδος της μέγιστης κλίσης (Steepest Descent) είναι η παλαιότερη και γνωστότερη τεχνική βελτιστοποίησης, η οποία μάλιστα έχει αποτελέσει τη βάση για άλλες, τροποποιημένες τεχνικές με σκοπό την επίτευξη της συντομότερης σύγκλισης.

Η μέθοδος της μέγιστης κλίσης εξαρτάται από τον προσδιορισμό της κατεύθυνσης της αναζήτησης και η σύγκλιση της μεθόδου απαιτεί τον αναπροσδιορισμό της κατεύθυνσης σε κάθε βήμα. Εξάλλου, η πιο προφανής επιλογή κατεύθυνσης σε μια μέθοδο γραμμικής αναζήτησης είναι αυτή της συντομότερης καθόδου, ή της μέγιστης κλίσης. Η κεντρική ιδέα είναι ότι η μέθοδος ξεκινά από ένα αρχικό σημείο, και μέσω της επαναληπτικής διαδικασίας καταλήγει σε σημεία τα οποία βελτιστοποιούν τη συνάρτηση κατά μήκος

της αντίθετης φοράς της κλίσης. Ο επαναληπτικός τύπος της μεθόδου ακολουθεί τη γενική μορφή των μεθόδων κλίσης, όπου $x_{k+1} = x_k - a_k d_k$ όπου $k = 0, 1, \dots, K$ και ως μέθοδος γραμμικής αναζήτησης, σε κάθε βήμα χρησιμοποιεί κατεύθυνση $d_k = -\nabla f_k$ και μήκος βήματος a_k .

Η βασική ιδέα της μεθόδου είναι του 1847, οφείλεται στον Cauchy και στηρίζεται στη θεώρηση ότι το διάνυσμα της κλίσης μίας συνάρτησης $f(x)$ σε κάθε σημείο x είναι ένα διάνυσμα στην κατεύθυνση της μεγαλύτερης τοπικής αύξησης της $f(x)$. Έτσι, η αποτίμηση της αλλαγής της συναρτησιακής τιμής της f θα είναι $d_k^T \nabla f_k$ και η προς αναζήτηση κατεύθυνση προκύπτει από τη λύση της Σχέσης

$$\min_{d_k} d_k^T \nabla f_k, \quad (3.8)$$

όπου $\|d_k\| = 1$. Με άλλα λόγια η κλίση είναι η διεύθυνση εκείνη κατά μήκος της οποίας η αντικειμενική συνάρτηση f βελτιστοποιείται γρηγορότερα.

Έτσι, θα είναι $d_k^T \nabla f_k = \|d_k\| \|\nabla f_k\| \cos \vartheta_k$ και επειδή η ϑ_k είναι η γωνία μεταξύ της d_k και της παραγώγου ∇f_k θα ισχύει $d_k^T \nabla f_k = \|\nabla f_k\| \cos \vartheta_k$ διότι $\|d_k\| = 1$.

Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό των μεθόδων αυτών είναι ο Ιακωβιανός (Jacobian) Πίνακας ο οποίος περιγράφει την κατεύθυνση της κλίσης της συνάρτησης σε δεδομένο σημείο. Πρόκειται για έναν πίνακα ο οποίος περιλαμβάνει όλες τις πρώτες μερικές παραγώγους του διανύσματος μίας συνάρτησης σε σχέση με κάποιον άλλο πίνακα και η σπουδαιότητά της αναφέρεται στην δυνατότητα επίτευξης της καλύτερης γραμμικής προσέγγισης κοντά σε δεδομένο αρχικό σημείο.

Επιπλέον, στη συγκεκριμένη περίπτωση, ο Ιακωβιανός πίνακας εκφράζει την ικανότητα της προσέγγισης της συνάρτησης μέσω μετασχηματισμών. Έτσι, εάν η συνάρτηση είναι παραγωγίσιμη σε δεδομένο σημείο, η παράγωγός της προκύπτει υπό τη μορφή συντεταγμένων στον Ιακωβιανό πίνακα. Άρα ο Ιακωβιανός πίνακας μίας συνάρτησης

Σχήμα 3.2: Απεικόνιση της μεθόδου μέγιστης κλίσης

$f : R \rightarrow R_m$ για την οποία ισχύει $y_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, y_m(x_1, x_2, \dots, x_n)$, θα είναι:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial y_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial y_m}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial y_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Επιπλέον, ο Εσσιανός (Hessian) Πίνακας περιγράφει την τοπική κυρτότητα μίας συνάρτησης και αποτελείται από τις δεύτερες μερικές παραγώγους της συνάρτησης· γεγονός είναι ότι χαρακτηρίζεται από υπολογιστικό κόστος.

Στο Σχήμα 3.2 αναπαρίσταται γραφικά η διαδικασία αναζήτησης βέλτιστου με τη χρήση της μεθόδου.

Εν συντομία, τα βασικότερα χαρακτηριστικά της μεθόδου είναι:

1. Απαιτεί σε κάθε νέα θέση τον υπολογισμό της κλίσης της αντικειμενικής συνάρτησης.
2. Δεν απαιτεί πληροφόρηση για τις δεύτερες παραγώγους.
3. Η αποτελεσματικότητα της μεθόδου εξαρτάται άμεσα από την θέση της αρχικής λύσης καθώς και τη μορφή της συνάρτησης.

Ένα από τα πλεονεκτήματα της μεθόδου είναι ότι απαιτείται ο υπολογισμός του Ιακωβιανού πίνακα αντί του Εσσιανού σε κάθε επανάληψη, καθώς και ότι η μέθοδος είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική και συγκλίνει σχετικά γρήγορα στο βέλτιστο στην περίπτωση προβλημάτων μικρής κλίμακας.

Ο αλγόριθμος Μέγιστης Κλίσης με Αναπροσαρμοζόμενο Μέγεθος Βήματος

Ο πρώτος που πρότεινε την αρνητική κλίση $-\nabla f(x)$ ως κατεύθυνση των προβλημάτων βελτιστοποίησης ήταν ο Augustin-Louis Cauchy [32] το 1847 στην εργασία του “Méthode générale pour la résolution des systèmes d'équations simultanées”.

Ο Armijo παρείχε το 1966 [14] μια τροποποίηση της μεθόδου του Cauchy η οποία χρησιμοποιεί τη γνώση προσεγγίσεων της σταθεράς Lipschitz της αντικειμενικής συνάρτησης f και κατέληξε στην απόδειξη του παρακάτω θεωρήματος σύγκλισης, Θεώρημα 3.3.1, της μεθόδου χωρίς την απαίτηση αυστηρών προϋποθέσεων.

Θεώρημα 3.3.1. Αν $0 < \rho < 0.25L^{-1}$ τότε για κάθε $x \in \Omega$, το σύνολο

$$\Omega^* = \{x_a : x_a = x - a\nabla f(x), a > 0, f(x_a) - f(x) \leq \rho \|\nabla f(x)\|^2\} \quad (3.10)$$

είναι ένα μη κενό σύνολο του Ω και κάθε ακολουθία σημείων $\{x_k\}_{k=0}^{\infty}$ συγκλίνει στο σημείο x^* .

Η υπόθεση του Armijo ήταν ότι εάν η ∇f είναι συνεχής κατά Lipschitz εντός ενός συνόλου $\mathcal{S}(x_0) = \{x : f(x) \leq f(x_0)\}$, τότε υπάρχει μία σταθερά Lipschitz $L > 0$, τέτοια ώστε:

$$\|\nabla f(x) - \nabla f(y)\| \leq L\|x - y\|, \quad (3.11)$$

για κάθε ζεύγος $x, y \in S(x_0)$.

Σε αυτή την περίπτωση η τιμή a_k του μεγέθους βήματος της επαναληπτικής διαδικασίας (βλ. Σχέση 3.2) σχετίζεται με την τιμή της σταθεράς Lipschitz, L της συνάρτησης f , [14]. Τότε η μέθοδος του *Cauchy* δηλώνει ότι η ακολουθία $\{x_k\}_{k=0}^\infty$, όπως αυτή ορίζεται από την ακόλουθη σχέση, [32],

$$x_{k+1} = x_k - \frac{1}{2L} \nabla f(x_k), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.12)$$

συγκλίνει στο σημείο x^* στο οποίο ελαχιστοποιείται η f (βλ. Θεώρημα Σύγκλισης 3.3.1).

Ουσιαστικά η μέθοδος βασίζεται στην πρόταση του Cauchy, ότι η βέλτιστη τιμή του μήκους βήματος εξαρτάται από την αντικειμενική συνάρτηση και μπορεί να προσεγγιστεί με τη χρήση της τιμής της σταθεράς Lipschitz.

Χαρακτηριστικό της μεθόδου αυτής είναι ότι δεν απαιτεί γνώση της σταθεράς Lipschitz. Ωστόσο, δεδομένου ότι η σταθερά δεν είναι εκ των προτέρων γνωστή, ουσιαστικά επιλέγεται ένα μικρό μέγεθος βήματος, ειδικά η επιλογή ενός μεγάλου δε μπορεί να εγγυηθεί τη σύγκλιση της μεθόδου.

Το ζήτημα αυτό αντιμετωπίστηκε με μια τεχνική ονομαζόμενη *Steepest Descent with Adaptive Stepsize*, SDAS που προτάθηκε από τους Vrahatis, Androulakis, Lambrinos και Magoulas [118]. Η τεχνική αυτή χρησιμοποιεί μια προσέγγιση της σταθεράς Lipschitz L_k σε κάθε επανάληψη χρησιμοποιώντας τοπικές πληροφορίες από την αντικειμενική συνάρτηση. Η επαναληπτική διαδικασία που πρότειναν είναι η ακόλουθη:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{1}{2L_k} \nabla f(x_k), \quad k = 0, 1, \dots, \quad (3.13)$$

όπου το L_k προκύπτει από τη Σχέση:

$$L_k = \frac{\|\nabla f(x_k) - \nabla f(x_{k-1})\|}{\|x_k - x_{k-1}\|}. \quad (3.14)$$

Με τον τρόπο αυτό, το μέγεθος βήματος $0.5/L_k$ είναι ιδιαίτερα ευαίσθητο στις τοπικές αλλαγές της αντικειμενικής συνάρτησης. Προφανώς, η επαναληπτική διαδικασία που παρέχεται από την Εξίσωση 3.13 σχετίζεται με αυτή της Σχέσης 3.12 και συγκλίνει

όταν $0 \leq 0.5/L_k \leq L^{-1}$. Το γεγονός αυτό βέβαια, μπορεί να αιτιολογηθεί ακολουθούμενο από την απόδειξη που παρέχεται από το Θεώρημα 3.3.1 Έτσι, όταν εφαρμόζεται η Σχέση 3.14 σε περισσότερα του ενός σημείου, και δεδομένου ότι το μέγεθος βήματος είναι ευαίσθητο στις αλλαγές της αντικειμενικής συνάρτησης επιτυγχάνεται καλύτερη προσέγγιση του μεγέθους L_k .

Επιπλέον, οι Vrahatis, Androulakis, Lambrinos και Magoulas [118] πρότειναν μία τροποποίηση στο μοντέλο του αλγόριθμου μέγιστης κλίσης, τον ονομαζόμενο αλγόριθμο Μέγιστης Κλίσης με Αναπροσαρμόζόμενο Μέγεθος Βήματος τύπου 2 (Steepest Descent with Adaptive Stepsize, SDAS-2).

Ο SDAS-2 αναλύεται στον Αλγόριθμο 3.3 όπου η παράμετρος x_0 συμβολίζει το αρχικό βήμα, λ είναι το τυχαίο αρχικό μεγάλο μέγεθος βήματος, MIT ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων και ε το προκαθορισμένο επίπεδο ακρίβειας.

Ουσιαστικά ο αλγόριθμος SDAS-2 πρόκειται για μία περαιτέρω ανάλυση της διαδικασίας SDAS με την πρόσθεση μίας υποδιαδικασίας συγχρονισμού η οποία απαρτίζεται από οποιοδήποτε ζεύγος από τις κάτωθι σχέσεις όπου το θετικό βήμα λ_k ικανοποιεί τις συνθήκες Wolfe, [118]:

$$f(x_k + \lambda_k \phi_k) - f(x_k) \leq \sigma_1 \lambda_k (\nabla f(x_k), \phi_k), \quad (3.15)$$

$$(\nabla f(x_k + \lambda_k \phi_k), \phi_k) \geq \sigma_2 (\nabla f(x_k), \phi_k), \quad (3.16)$$

$$f(x_k + \lambda_k \phi_k) - f(x_k) \geq \sigma_2 \lambda_k (\nabla f(x_k), \phi_k), \sigma_2 \in (\sigma_1, 1), \quad (3.17)$$

όπου $0 < \sigma_1 < \sigma_2 < 1$.

Στον Αλγόριθμο 3.3, τώρα εάν το βήμα του συντονισμού αγνοηθεί το αποτέλεσμα είναι η διαδικασία του αλγόριθμου SDAS.

Το παρακάτω θεώρημα -όπως παρέχεται από τους Vrahatis, Androulakis, Lambrinos και Magoulas [118]- αποδεικνύει τη σύγκλιση της επαναλαμβανόμενης διαδικασίας που περιγράφεται στον Αλγόριθμο 3.3.

Θεώρημα 3.3.2. Έστω ότι η αντικειμενική συνάρτηση $f : \mathbb{R}_m \rightarrow \mathbb{R}$ είναι συνεχόμενη διαφορική και οριοθετημένη στο $\mathbb{R}_m$ και έστω ότι η ∇f συνεχόμενη κατά Lipschitz στο $\mathbb{R}_m$. Τότε, για κάθε $x_0 \in \mathbb{R}_m$, για κάθε ακολουθία $\{x_k\}_{k=0}^\infty$, διαμορφούμενη από

Είσοδος: $f, x_0, \lambda_0, MIT \varepsilon$
Θέσε $k = -1$.
Αν $k < MIT$, αντικατέστησε $k = k + 1$.
Τέλος αν
Αν $k \geq 1$, και $L_k = \frac{\ \nabla f(x_k) - \nabla f(x_{k-1})\ }{\ x_k - x_{k-1}\ } \neq 0$ τότε Θέσε $\lambda = 0.5/L_k$
Αλλιώς Θέσε $\lambda = \lambda_0$
Τέλος αν
Συντόνισε το λ ως επιμέρους στάδιο μίας συγχρονισμένης υπο-διαδικασίας Θέσε $x_{k+1} = x_k - \lambda \nabla f(x_k)$
Τέλος όσο $\{x_k; f(x_k); \nabla f(x_k)\}$

Σχήμα 3.3: Ο αλγόριθμος SDAS-2 [118]

τον Αλγόριθμο SDAS-2, που ικανοποιούν τις συνθήκες του Wolfe [119, 120, 97] ισχύει $\lim_{k \rightarrow \infty} \nabla f(x_k) = 0$.

Αριθμητική προσέγγιση της σταθεράς Lipschitz

Μεγάλος αριθμός μεθόδων βελτιστοποίησης -κυρίως καθολικής (global)- βασίζεται στην εκτίμηση της σταθεράς Lipschitz της αντικειμενικής συνάρτησης. Η σταθερά (ή συνθήκη) Lipschitz είναι μια συνθήκη ομαλότητας συναρτήσεων, η οποία μάλιστα είναι πιο ισχυρή από την απλή συνέχεια. Όταν μία συνάρτηση ικανοποιεί την συνθήκη Lipschitz είναι και συνεχής αλλά όχι και αντιθέτως. Γραμμικά, η κλίση μίας γραμμής που συνδέει δύο σημεία μίας συνάρτησης δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη από την προσέγγιση της τιμής της σταθεράς Lipschitz της συνάρτησης, άρα και η ταχύτητα των αλλαγών της δε μπορεί να υπερβαίνει την τιμή της προσέγγισης, [29].

Στην κατηγορία αυτή στα προβλήματα που καλούμαστε να αντιμετωπίσουμε, η προς βελτιστοποίηση συνάρτηση είτε ικανοποιεί κάποια συνθήκη Lipschitz, δηλαδή κάποιο φράγμα στη παράγωγο, είτε κάποια συνθήκη της μορφής $f(x) - f(y) \leq L(x - y)$.

Οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται σε αυτές τις μεθόδους βασίζονται σε μία καλή

εκτίμηση της σταθεράς Lipschitz διότι όσο καλύτερη είναι η εκτίμηση, τόσο συντομότερα οι αλγόριθμοι συγκλίνουν στην βέλτιστη λύση. Γενικότερα, η ύπαρξη της σταθεράς Lipschitz αποδεικνύει ότι η μέθοδος των διαδοχικών προσεγγίσεων παρέχει την απόδειξη της ύπαρξης αλλά και της μοναδικότητας των λύσεων του προβλήματος του Cauchy [122].

Ορισμός 3.3.1. Προσεγγίσεις τις σταθεράς Lipschitz για συνάρτηση $f : R^m \rightarrow R^m$, [13].

(α) Δεδομένου ενός διαστήματος $B \subseteq R^m$, η συνάρτηση f είναι συνεχής κατά Lipschitz σε ένα ανοιχτό υποσύνολο B όταν υπάρχει μία σταθερά $L \in R_0^+$ - η οποία ονομάζεται σταθερά Lipschitz της συνάρτησης $f(x)$ στο πεδίο B - τέτοια ώστε να ισχύει:

$$\|f(x) - f(y)\| \leq L(x - y), \forall x, y \in B. \quad (3.18)$$

Το μικρότερο από τα L αυτά λέγεται σταθερά Lipschitz της συνάρτησης.

(β) Η συνάρτηση f χαρακτηρίζεται ως τοπικά συνεχής κατά Lipschitz, αν για κάθε $z \in R^n$ υπάρχει $L > 0$ τέτοιο ώστε η f είναι συνεχής κατά Lipschitz σε μία ανοιχτή μπάλλα με κέντρο z και ακτίνα L

$$B_L(z) := \{y \in R^m : \|y - z\| < L\}. \quad (3.19)$$

(γ) Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής κατά Lipschitz σε όλο το διάστημα R^m (π.χ. $B = R^m$ στη Σχέση 3.18), τότε η f θεωρείται ολικά συνεχής κατά Lipschitz.

(δ) Αν η συνάρτηση f η οποία έχει οριστεί στο διάστημα (x, y) είναι συνεχής κατά Lipschitz, τότε θα είναι και οι $f(x), \dots, f(x_1), f(x_2), \dots, f(y_2), f(y_1), \dots, f(y)$, $\forall x_1, x_2, \dots, y_2, y_1 \in (x, y)$ [104].

3.3.2 Μέθοδος Newton-Raphson

Η μέθοδος Newton-Raphson αποτελεί μία από τις σημαντικότερες της κατηγορίας των μεθόδων ανίχνευσης κατά γραμμή.

Η λογική της μεθόδου είναι ότι δεδομένου του αρχικού σημείου, επιχειρείται η τετραγωνική προσέγγιση της αντικειμενικής συνάρτησης η οποία μάλιστα έχει τις ίδιες τιμές πρώτης και δεύτερης παραγώγου με την αντικειμενική συνάρτηση. Εν συνεχεία αντί της αντικειμενικής συνάρτησης επιχειρείται η βελτιστοποίηση (εδώ ελαχιστοποίηση) αυτής της συνάρτησης και το σημείο που ελαχιστοποιεί την τετραγωνική συνάρτηση λαμβάνεται ως αρχικό σημείο για την επόμενη επανάληψη.

Βασική διαφοροποίηση της μεθόδου Newton από τη μέθοδο μέγιστης κλίσης είναι ότι μέθοδος έχει αρκετά μεγάλο υπολογιστικό κόστος, επειδή απαιτείται αντιστροφή πίνακα και επιπλέον αναλυτική έκφραση των δεύτερων μερικών παραγώγων της αντικειμενικής συνάρτησης f .

Ωστόσο, η σύγκλιση της μεθόδου έχει αποδειχθεί πιο ταχεία σε σύγκριση με τη μέθοδο μέγιστης κλίσης. Συγκεκριμένα, εάν η αντικειμενική συνάρτηση f είναι τετραγωνική η μέθοδος συγκλίνει σε ένα βήμα. Η διαφοροποίηση στην ταχύτητα σύγκλισης μεταξύ των μεθόδων οφείλεται στην ύπαρξη του αντίστροφου πίνακα f^{-1} .

Ο γενικός επαναληπτικός τύπος της μεθόδου Newton είναι ο ακόλουθος:

$$x_{k+1} = x_k - a_k f^{-1} \nabla f_k, \quad (3.20)$$

όπου a_k είναι το μέγεθος βήματος το οποίο επιλέγεται έτσι ώστε η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης να μειώνεται.

3.3.3 Μέθοδοι συζυγών κλίσεων (Conjugate Gradient)

Οι μέθοδοι συζυγών κλίσεων αφορούν μία κατηγορία επαναληπτικών μεθόδων η οποία χρησιμοποιείται συχνά στην επίλυση προβλημάτων χωρίς περιορισμούς και ανήκει στην κατηγορία των μεθόδων ανίχνευσης κατά γραμμή· ωστόσο με ειδικές επιλογές στην κατεύθυνση της διαδικασίας εύρεσης. Η βασική ιδέα των μεθόδων συζυγών κλίσεων είναι ότι επιλέγονται κατευθύνσεις αναζήτησης οι οποίες είναι συζυγείς ².

Σύμφωνα με τους Hestenes [59] και Golub και Van Loan [53] μία ενδιαφέρουσα ιδιότητα των μεθόδων συζυγών κλίσεων είναι ότι μέσω της δημιουργίας ενός συνόλου

² Δυο κατευθύνσεις d_i και d_j είναι συζυγείς όταν $(d_i)^T H d_j = 0$.

Είσοδος: f, x_0

Θέσε $k = 0$.Προσδιόρισε την κατεύθυνση αναζήτησης $\nabla f(x_0)$.**Αν** $\nabla f(x_0) = 0$, **τότε****Τέλος αν****Αλλιώς****Θέσε** την αρχική κατεύθυνση d_0 ίση με $-\nabla f(x_0)$,(Σημ. Για λόγους ευκολίας όπου $\nabla f(x_0)$ θέσε $g(0)$)Επέλεξε ως μήκος βήματος a_k αυτό που ελαχιστοποιεί
τη συνάρτηση $f(x_k + ad_k)$ έτσι ώστε:

$$a_k = \arg \min_{a \geq 0} f(x_k + ad_k) = -\frac{g_k^T d_k}{d_k^T Q d_k}$$

Προσδιόρισε το νέο σημείο x_1 , μέσω $x_{k+1} = x_k + a_k d_k$ **Τέλος αν** $g_{k+1} = 0$ **Αλλιώς** υπολόγισε $g_{k+1} = \nabla f(x_{k+1})$ Όρισε το νέο επαναληπτικό τύπο: $d_{k+1} = -g_{k+1} + b_k d_k$.**Θέσε** $k = k + 1$, και επέστρεψε στο 3^ο βήμα**Τέλος όσο** $\{x_k; f(x_k); \nabla f(x_k)\}$

Σχήμα 3.4: Τα βήματα της γενικευμένης διαδικασίας της μεθόδου συζυγών κλίσεων

συζυγών διανυσμάτων υπολογίζεται ένα νέο διάνυσμα d_k χρησιμοποιώντας το προηγούμενο αποτέλεσμα d_{k-1} χωρίς την αναγκαιότητα γνώσης των προηγούμενων στοιχείων της συζυγίας $d_0, d_1, \dots, d_{k-1}$. Το d_k είναι αυτομάτως συζυγές στα διανύσματα και η ιδιότητα αυτή δηλώνει ότι η μέθοδος έχει μικρό υπολογιστικό κόστος. Μαθηματικά η κατεύθυνση των συζυγών κλίσεων παρουσιάζεται στη Σχέση 3.21.

$$d_k = \begin{cases} -\nabla f_0 & \text{εάν } k = 0 \\ -\nabla f_k + \beta_k d_{k+1} & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (3.21)$$

Η μέθοδος συζυγών κλίσεων αναφέρεται ως ένας αλγόριθμος με στόχο την αριθμητική επίλυση εκείνων των συστημάτων γραμμικών εξισώσεων, των οποίων ο πίνακας είναι συμμετρικός και θετικά ορισμένος. Τα βήματα της γενικευμένης διαδικασίας αναφέρονται παρακάτω στον Αλγόριθμο 3.4:

Είσοδος: $f, x_0, MIT = 1, [B_0], \epsilon$

Θέσε $k = 1$.

Υπολόγισε την κλίση ∇f_k .

Θέσε $S_k = -[B_k]\nabla f_k$

Υπολόγισε το βέλτιστο μήκος βήματος a_k στην κατεύθυνση d_k

και υπολόγισε $x_{k+1} = x_k + a_k d_k$

Τέλος αν $\|f_{k+1}\| \leq \epsilon$

Αλλιώς

Ενημέρωσε τον Εσσιανό πίνακα και κατέληξε στην ακόλουθη διαδικασία:

$g_k = \nabla f_{k+1} - f_k = \nabla f(x_{k+1}) - \nabla f(x_k)$

Τέλος αν

Θέσε $k = k + 1$, και επέστρεψε στο 2^ο βήμα

Τέλος όσο $\{x_k; f(x_k); \nabla f(x_k)\}$

Σχήμα 3.5: Τα βήματα της μεθόδου Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS)

3.3.4 Μέθοδος Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS)

Η μέθοδος των Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno, γνωστή μάλλον ως BFGS έχει ονομαστεί από τα αρχικά των Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno και είναι επίσης γνωστή και ως μέθοδος βέλτιστης επιλογής κλίσης. Χαρακτηριστικό της είναι ότι έχει υψηλό ρυθμό σύγκλισης, [124].

Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί τη σταδιακή προσέγγιση του αντίστροφου του Εσσιανού πίνακα σε κάθε επανάληψη. Τα βήματα της γενικευμένης διαδικασίας αναφέρονται συνοπτικά στον Αλγόριθμο 3.5, όπου $[B_0]$ είναι ένας $n \times n$ θετικά ορισμένος πίνακας που χρησιμοποιείται ως μια αρχική εκτίμηση του αντίστροφου του Εσσιανού πίνακα της f και ϵ είναι ένας πολύ μικρός αριθμός, [94]. Ελλείπει πρόσθετων πληροφοριών, ως πίνακας $[B_0]$ επιλέγεται ο μοναδιαίος $[I]$.

Εάν η τιμή του βήματος a_k υπολογιστεί με μεγάλη ακρίβεια τότε ο πίνακας B παραμένει θετικά ορισμένος καθώς το k αυξάνει, αν και ουσιαστικά η μέθοδος δεν επηρεάζεται ιδιαίτερα από σφάλματα στο μήκος βήματος a_k .

3.4 Εφαρμογή του ‘No free lunch theorem’ στη βελτιστοποίηση

Καθοριστικό σημείο της θεωρίας βελτιστοποίησης αποτελεί το ‘No Free Lunch Theorem (NFL)’ που εισήχθη από τους Wolpert και Macready το 1997 [121]. Συγκεκριμένα πρότειναν ένα πλαίσιο το οποίο διερευνά τη σχέση μεταξύ αποτελεσματικών αλγόριθμων βελτιστοποίησης και των προβλημάτων που αυτά επιλύουν.

Στην εργασία των Wolpert και Macready [121] αποδεικνύεται ότι για κάθε αλγόριθμο, κάθε αυξημένη απόδοση σε περισσότερες από μία κλάσεις προβλημάτων, αντισταθμίζεται από την απόδοση σε μια άλλη κατηγορία. Τα προβλήματα αυτά εξετάζονται υπό τη γεωμετρική ερμηνεία αυτού που θεωρείται ιδανικός αλγόριθμος για ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης. Συγκεκριμένα, σύμφωνα με το θεώρημα τους η απόδοση όλων των αλγόριθμων βελτιστοποίησης είναι ισότιμη εφόσον θεωρηθεί επί όλων των δυνατών προβλημάτων βελτιστοποίησης.

Απλά, σύμφωνα με το No Free Lunch Theorem χωρίς καμία διαρθρωτική υπόθεση σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης κανείς αλγόριθμος δεν υπερτερεί σημαντικά συγκριτικά σε σχέση με την τυφλή αναζήτηση [121]. Τονίζεται ότι το θεώρημα είναι ορισμένο μόνον σε πεπερασμένους χώρους και δεν έχει αποδειχθεί η επέκτασή του σε μη πεπερασμένους.

Βασικό σημείο του θεωρήματος είναι ότι παρόλο που αναφέρεται ότι οι αλγόριθμοι αποδίδουν εξίσου καλά στο σύνολο των πιθανών διαφορετικών προβλημάτων, δεν ισχύει το ίδιο και για κάθε υποσύνολο του συνόλου.

Σύμφωνα με τους Ho και Peryne [60] μία απλή ερμηνεία των αποτελεσμάτων του θεωρήματος είναι ότι *«μία γενικής χρήσης καθολική στρατηγική βελτιστοποίησης είναι θεωρητικά αδύνατη, και η μόνη περίπτωση μία στρατηγική να υπερτερεί μίας άλλης είναι εάν είναι εξειδικευμένη στην επίλυση του συγκεκριμένου είδους προβλήματος»*.

Επιπλέον, οι Christensen και Oppacher [34] κατέβαλαν προσπάθεια καταγραφής των κλάσεων των συναρτήσεων οι οποίες δεν υπάγονται στην ισχύ του θεωρήματος. Για την ακρίβεια πρότειναν τον ορισμό μίας «βελτιστοποιήσιμης» συνάρτησης καθώς και ενός γενικού αλγόριθμου ο οποίος τείνει να είναι αποδοτικότερος από τον αλγόριθμο τυχαίας έρευνας. Η οπτική αυτή θεωρεί δυνατό τον ορισμό ενός αλγόριθμου βελτιστοποίησης με αυξημένες δυνατότητες βελτιστοποίησης σε ορισμένες κλάσεις προβλημάτων.

Οι Schumacher, Vose και Whitley [110] εξέτασαν την αποτελεσματικότητα του θεωρήματος και διατύπωσαν την άποψη ότι τα ‘No free lunch theorems’ είναι ανεξάρτητα από εάν το σύνολο των συναρτήσεων -για τις οποίες το θεώρημα ισχύει- είναι συμπίεσιμο ή όχι. Ουσιαστικά, διατύπωσαν ότι το θεώρημα ισχύει για πολύ μικρότερο αριθμό συναρτησιακών υποσυνόλων από αυτό που οι Wolpert και Macready [121] αρχικά είχαν ορίσει.

Η χρηματοοικονομική κρίση

Η χρηματοοικονομική κρίση είναι μία κατάσταση που ακολουθεί κάθε οικονομικό και χρηματοοικονομικό σύστημα ασχέτως κερδοφορίας και επιπέδου που δραστηριοποιείται. Επιπλέον, ο παγκόσμιος χαρακτήρας του χρηματοοικονομικού φιλελευθερισμού αύξησε τα επίπεδα εξάρτησης μεταξύ των κεφαλαιαγορών με αποτέλεσμα μείζονων πληγμάτων ή και -προσφάτως- φαινομένων ντόμινο με διαφορετική δυναμική αναλόγως των παραγόντων που συνετέλεσαν στη εμφάνισή τους. Η χρηματοοικονομική ολοκλήρωση αν και διέυρυνε την χρηματοπιστωτική ικανότητα, αύξησε την πιθανότητα οικονομικών κρίσεων με κρίσιμα αποτελέσματα κυρίως σε οικονομικά αναδυόμενες χώρες ελλείψει μακροχρόνιας οικονομικής και νομισματικής σταθερότητας.

Η εμφάνιση κρίσεων στο σύνολο των χρηματαγορών, ειδικότερα κατά τη δεκαετία του '90 κατά τη διάρκεια της οποίας οι παγκοσμιοποιημένες αγορές υιοθέτησαν ένα μάλλον προσιτό χαρακτήρα, εν τέλει επηρέασαν αρνητικά οικονομικές και φυσικά κοινωνικές ισορροπίες. Σημαντικότερες από αυτές είναι η ασιατική κρίση του 1998 η οποία το 1999 επεκτάθηκε στην ρώσικη οικονομία, με ακόλουθα αποτελέσματα στις χώρες της Λατινικής Αμερικής από το τέλος του 1999 έως το 2001.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η χρηματοοικονομική αστάθεια -και όχι κρίση- ως επακόλουθο της τρομοκρατική επίθεση στους δίδυμους πύργους του Παγκοσμίου Κέντρου Εμπορίου της Νέας Υόρκης τον Σεπτέμβριο του 2001. Ωστόσο, το ξέσπασμα μίας κρίσης δε πρέπει να θεωρηθεί ως ένα τυχαίο γεγονός, αλλά ως το αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης γνωστών και μη παραγόντων. Για παράδειγμα, η χρηματοπιστωτική κρίση του 2008 ήταν μάλλον αποτέλεσμα γνωστών παραγόντων, ενώ η αυτή που ακολούθησε την 11^η Σεπτεμβρίου του 2001 προκλήθηκε από απολύτως απρόβλεπτα γεγονότα.

Χαρακτηριστικά, τέτοιου είδους καταστάσεις προκαλούν την απόσυρση κεφαλαίου αναγκάσιου στην οικονομία [99] με επιπλοκές στην κοινωνική εν τέλει ισορροπία. Η πρόσφατη παγκόσμια χρηματοοικονομική κατάσταση και οι οικονομικές αλλά και κοινωνικές συνέπειες αυτής επιβεβαιώνουν τη σημαντικότητα της άμεσης ανταπόκρισης του συστήματος από τα πρώτα συμπτώματα μίας κρίσης προκειμένου να ελαχιστοποιηθούν οι αρνητικές της συνέπειες.

Στη σημαντικότερη βιβλιογραφία, οι πιο διαδεδομένες τεχνικές επικεντρώνονται στην ύπαρξη «δείκτη/δεικτών» ικανών να προσδιορίσουν το σημείο εκείνο που σηματοδοτεί το ξέσπασμα μίας χρηματοοικονομικής κρίσης. Οι προσεγγίσεις της κατηγορίας αυτής, γνωστές και ως «σήματος» (“signal approaches”) χρησιμοποιούν δείκτες προερχόμενους από τον χρηματοπιστωτικό τομέα, τα δημόσια οικονομικά αλλά και πολιτικούς παράγοντες κ.λπ. [65] προκειμένου να διαμορφώσουν τη μεθοδολογία και κρίση τους.

4.1 Η έννοια της κρίσης

Η απόπειρα ορισμού μίας χρηματοοικονομικής κρίσης είναι ιδιαίτερα πολύπλοκη υπόθεση και επιπλέον, στη βιβλιογραφία έχει οριστεί ποικιλοτρόπως [91]. Στον Mishkin [91] ως χρηματοοικονομική κρίση ορίζεται η διατάραξη των χρηματοοικονομικών αγορών.

Ο Sharpe [113] ορίζει την χρηματοοικονομική κρίση ως μία χρονική περίοδο κατά τη διάρκεια της οποίας η αγορά υπόκειται σε έντονη καθοδική κίνηση του υποκείμενου παράγοντα (underlying factor) η οποία επηρεάζει άμεσα την αγοραστική κίνηση.

Ο συνηθέστερος προσδιορισμός της οικονομικής κρίσης στη βιβλιογραφία ταυτίζεται με μια αναστάτωση στις χρηματοπιστωτικές αγορές κατά την οποία δυσμενείς επιλογές και προβλήματα ηθικού κινδύνου κάνουν την κατάσταση τόσο δυσμενή που οι αγορές παύουν -αποδοτικά- να διοχετεύουν κεφάλαια σε αυτούς που επιχειρούν τις επενδύσεις [91].

Σύμφωνα με τον Summers [115] μία διεθνής χρηματοοικονομική κρίση είναι μία κατάσταση κατά την οποία οποιαδήποτε διεθνής κατάσταση οδηγεί σε δυσχέρεια στην εθνική κατάσταση καταλήγοντας σε έντονο εθνικό επίπεδο.

Μαθηματικά, στη διεθνή βιβλιογραφία η κρίση τείνει να μεταφράζεται ως η μείωση της τιμής του κινητού μέσου της υπό εξέταση ακολουθίας δεικτών περισσότερο από ένα

όριο (όπως αυτό έχει προσδιοριστεί). Αναλόγως και στη εργασία αυτή η κρίση ορίζεται στον Ορισμό 4.1.2.

Ορισμός 4.1.1. *Ο τελεστής Δ των πεπερασμένων διαφορών πρώτου βαθμού μίας συνάρτησης Y_t προσεγγίζεται από την Σχέση: $\Delta Y_t \equiv Y_t - Y_{t-1}$.*

Ορισμός 4.1.2. *Ως κρίση στο χρόνο t ορίζεται το γεγονός που προκύπτει όταν η διαφορές των κινητών μέσων μίας χρονοσειράς μειωθούν περισσότερο από το οριοθετημένο σημείο*

$$\left| \Delta \tilde{Y}_t - \Delta \tilde{Y}_{t-1} \right| \geq \varepsilon. \quad (4.1)$$

4.1.1 Κατηγοριοποίηση κρίσεων

Σύμφωνα με τον Mishkin [91] πέντε είναι οι σημαντικότεροι παράγοντες που μπορούν να οδηγήσουν σε μία χρηματοοικονομική κρίση σύμφωνα με τον ορισμό που της έχει δώσει, α) η αύξηση των επιτοκίων, β) η σημαντική μείωση των επιπέδων των χρηματιστηριακών αγορών, γ) η αύξηση της αβεβαιότητας, δ) ο χρηματοοικονομικός πανικός, και ε) μία απρόβλεπτη πτώση του συνολικού επιπέδου των τιμών.

Επιπλέον, οι Radelet και Sachs [106] προσδιορίζουν πέντε βασικές κατηγορίες κρίσεων βάσει της ιστορικής εμφάνισης τέτοιων καταστάσεων.

1. Η περίπτωση που η κρίση προκαλείται από τη μακροοικονομική πολιτική

Σύμφωνα με το μοντέλο του Krugman [73] η περίπτωση της κρίσης ισοζυγίου είναι αποτέλεσμα της εθνικής πιστωτικής επέκτασης από την κεντρική τράπεζα σε αντίθεση με τις επικρατούσες σταθερές συναλλαγματικές ισοτιμίες.

Σε αυτή την περίπτωση, τα συναλλαγματικά αποθέματα μειώνονται σταδιακά έως το οριακό εκείνο σημείο που η κεντρική τράπεζα αδυνατεί να ανταπεξέλθει σε μία αιφνίδια ζήτηση, και έτσι αναγκάζεται σε κυμαινόμενα επιτόκια.

2. Ο χρηματοοικονομικός πανικός

Στη διεθνή βιβλιογραφία ο κοινός γνώμονας σχετικά με τον χρηματοοικονομικό πανικό είναι ο σημαντικός ρόλος του διαδραματίζει η κατάσταση αυτή κυρίως στις περιπτώσεις συναλλαγματικής κρίσης, [106].

Μία αρχική θεώρηση από τους Diamond και Dybvig [39] αναφερόταν στις μαζικές αναλήψεις πανικού. Ωστόσο, οι Radelet και Sachs [106] εισήγαγαν μία ευρύτερη οπτική χαρακτηρίζοντας τον χρηματοοικονομικό πανικό μερικώς συσχετιζόμενο με εθνικές μακροοικονομικές πολιτικές, αλλά μάλλον ευαίσθητο σε αιφνίδιες αλλαγές της αγοράς σε επενδύσεις με αυξημένο ρίσκο.

Το αποτέλεσμα τέτοιων φαινομένων συνήθως είναι η απόσυρση κεφαλαίων από τον φερέγγυο οφειλέτη.

3. Το φαινόμενο «Bubble collapse»

Η εμφάνιση της οικονομικής «φούσκας» (bubble) ταυτίζεται με την αγορά χρηματοοικονομικών περιουσιακών στοιχείων σε τιμές ανώτερες των θεμελιωδών με στόχο την κάρπωση της υπεραξίας [22]. Το «σχάσιμο» δε θεωρείται αναπάντεχο διότι οι συμμετέχοντες στην αγορά γνωρίζουν την ύπαρξή της.

4. Ο ηθικός κίνδυνος

Η κρίση λόγω ηθικού πανικού προκαλείται όταν οι τράπεζες δύνανται να δανειστούν κεφάλαια δεδομένων των ρητών δημοσίων εγγυήσεων των υποχρεώσεων των τραπεζών.

Ομοίως, ο Krugman [73] υποστηρίζουν ότι η ασιατική κρίση του 1997 αναπαριστά των υπερβολικό τζόγο καθώς και την υπεξαίρεση εκ μέρους των τραπεζών μέσω κρατικών εγγυήσεων των καταθέσεων τρίτων χωρών.

5. Ο άτακτος επαναπροσδιορισμός διευθετήσεων

Ο άτακτος επαναπροσδιορισμός διευθετήσεων απορρέει από την έλλειψη της ομαλής διαδικασίας για την αντιμετώπιση δυσκολίας ρευστότητας ή αφερέγγυων επιχειρήσεων [108].

4.1.2 Μέθοδοι πρόβλεψης χρηματοοικονομικών κρίσεων

Στη βιβλιογραφία συναντώνται τέσσερις προσεγγίσεις για την πρόβλεψη των χρηματοοικονομικών κρίσεων. Μία πρώτη προσέγγιση αφορά σε δομημένα μοντέλα που χρησιμοποιούνται για την ανάλυση των κρίσεων. Η περίπτωση αυτή αφορά στη μελέτη συγκεκριμένων επεισοδίων υποτίμησης τιμών, τα οποία χρησιμοποιούν δομημένα μοντέλα

για την ανάλυση του ισοζυγίου πληρωμών των κρίσεων. Χαρακτηριστικά παραδείγματα αναφέρονται από τους Sachs, Tornell και Velasco [109], τους Blanco και Garber [23] και τους Jeanne και Masson [62]. Οι μελέτες αυτές είναι ιδιαίτερα κατατοπιστικές για τις εξεταζόμενες περιπτώσεις [75].

Μία άλλη προσέγγιση πρόβλεψης χρηματοοικονομικής κρίσης εξετάζει συγκεντρωτικές τιμές δεδομένων χρησιμοποιώντας μακροοικονομικούς δείκτες προκειμένου να εξηγήσει την εμφάνιση χρηματοοικονομικών κρίσεων σε μία σειρά από χώρες. Για παράδειγμα, οι Eichengreen, Rose, Wyplosz, Dumas και Weber [44] χρησιμοποιούν ένα probit μοντέλο για να αναλύσουν και να προβλέψουν τις κρίσεις βιομηχανικών χωρών χρησιμοποιώντας τριμηνιαία δεδομένα για την περίοδο από 1959 έως και το 1993. Ομοίως, οι Berg και Pattillo [18], χρησιμοποιούν επίσης ένα probit μοντέλο για να προβλέψουν τη νομισματική κρίση. Οι Kumar, Moorthy και Perraudin [75], οι Beckmann, Menkhoff και Sawischlewski [16], οι Kalotychou και Staikouras [64], και οι Bussière και Fratzscher [30] παρουσιάζουν ικανοποιητικά αποτελέσματα υιοθετώντας το logit μοντέλο καθώς και πολυωνυμικά logit μοντέλα για την πρόβλεψη των λεγόμενων crashes των νομισμάτων των αναδυόμενων αγορών.

Επιπλέον, ο Mouratidis [93] και οι Cipollini και Kapetanios [35], εφάρμοσαν ένα δυναμικό μοντέλο ανάλυσης καθώς και την προσέγγιση της Bayesian Markov μεταγωγής για τον εντοπισμό σημάτων έγκαιρης προειδοποίησης χρηματοοικονομικών κρίσεων. Ωστόσο, αυτά τα μοντέλα είναι παραμετρικά στατιστικά μοντέλα, τα οποία αναγκαστικά περιλαμβάνουν στατιστικές παραδοχές. Δεδομένου ότι μια νομισματική κρίση είναι ένα σπάνιο γεγονός με μη γραμμικά χαρακτηριστικά, τα μοντέλα αυτά παρουσιάζουν αδυναμία να συλλάβουν όλες τις πιθανές κρίσεις σε οποιαδήποτε στιγμή. Επιπλέον, σύμφωνα με τους Goldfajn και Valdes [51] η κατασκευή των μοντέλων αυτών απαιτεί μεγάλο αριθμό δεδομένων για τις διαφορετικές μεταβλητές.

Μία πιο πρόσφατη προσέγγιση χρησιμοποιεί αναδυόμενες υπολογιστικές τεχνικές όπως Τεχνητή Νοημοσύνη (Artificial Intelligence) και Μηχανική Μάθηση (Machine Learning) ως μεθόδους για την πρόβλεψη χρηματοπιστωτικών κρίσεων, βάσει κάποιων τεχνικών ή δεικτών μεταβλητότητας. Για παράδειγμα, οι Niemira και Saaty [96] πρότειναν ένα μοντέλο αναλυτικής δικτυακής διαδικασίας (analytic network process) για την πρόβλεψη οικονομικών κρίσεων.

Οι Kim και Moon [70] υιοθέτησαν ένα μοντέλο υπολογίσιμης γενικής ισορροπίας (Computable General Equilibrium, CGE) για την ανάλυση της σχέσης της Κορεάτικης αγοράς με της ξένες συναλλαγματικές κρίσεις. Οι Kim, Hwang και Lee [71], και οι Kim, Oh, Sohn και Hwang [72] εφήρμοσαν ένα μοντέλο βασιζόμενο σε νευρωνικό δίκτυο οπισθοδιάδοσης (Back-Propagation) για να προβλέψουν την οικονομική κρίση στη Νότια Κορέα χρησιμοποιώντας τον γενικό δείκτη των τιμών του κορεάτικου χρηματιστηρίου.

4.2 Περιγραφή των Συστημάτων Έγκαιρης Προειδοποίησης (Early Warning Systems, EWS)

Ο παγκόσμιος χαρακτήρας του χρηματοοικονομικού φιλελευθερισμού αύξησε τα επίπεδα εξάρτησης μεταξύ των κεφαλαιαγορών με αποτέλεσμα η εμφάνιση μίας κρίσης να οδηγεί σε παρόμοιες οικονομικές καταστάσεις. Ειδικότερα, μεταπολεμικά η εμφάνιση εκτεταμένων χρηματοπιστωτικών κρίσεων δημιούργησε προβληματισμό δεδομένου του ρίσκου που τέτοιου είδους καταστάσεις φέρουν [66]. Επιπλέον, σύμφωνα με τους Majhi, Panda και Sahoo [84], το ρίσκο, εξ' ορισμού, συνδέεται με τη διαδικασία λήψης αποφάσεων και προφανώς ο ρόλος του είναι ιδιαίτερα σημαντικός για την οικονομική ύπαρξη κάθε οργανισμού.

Έκτοτε, η στατιστική ανάλυση των χρονοσειρών συγκεντρώνει το ενδιαφέρον της ακαδημαϊκής και μη έρευνας της σχετιζόμενης με τη δυνατότητα της πρόβλεψης χρηματοπιστωτικών κρίσεων. Αρχικά, οι Nefteci [95] και Sclove [111] εισήγαγαν τη χρήση του υποδείγματος αυτοπαλίνδρομης μεταγωγής (switching autoregressive model) προκειμένου να περιγράψουν τους οικονομικούς κύκλους· αργότερα οι Diebold, Lee και Weinbach [40] συνέβαλαν με τον μετασχηματισμό του μοντέλου αυτού στο υπόδειγμα μεταγωγής καθεστώτος regime-switching model με χρονομεταβλητές πιθανοτικές μεταβάσεις (time-varying transition probabilities) για την αναγνώριση των χρηματοοικονομικών κύκλων.

Ο Kasa [68] δημιούργησε ένα μοντέλο λάθους-διόρθωσης διανυσματικών αυτοπαλινδρομήσεων (Error-Correction VAR model) στοχεύοντας στον προσδιορισμό της κοινής τάσης των αγορών κεφαλαίων πέντε χωρών των G8 , εφόσον βέβαια αυτή υφίσταται.

Οι πρώιμες αυτές προσεγγίσεις τείνουν να επικεντρώνονται σε αμιγώς μακροοικονομικά αίτια που προκαλούν κρίσεις παρέχοντας έτσι ένα ex-post ευρετικό πλαίσιο [41, 73].

Τα επίπεδα ευθραυστότητας (fragility) που συνοδεύουν την χρηματοοικονομική σταθερότητα επέβαλαν την ανάπτυξη μεθοδολογιών ικανών να εντοπίσουν προειδοποιητικές ενδείξεις ex-ante μίας κρίσης από διάφορες χρηματοοικονομικές μεταβλητές [49]. Ειδικότερα, μετά την κρίση του Μεξικού το 1995, σε διάφορες έρευνες [18, 65, 66, 30] συζητήθηκε η προσέγγιση της εξαγωγής «ένδειξης» (“signal”) προερχόμενης από «εξέχοντες δείκτες» (“leading indicators”) (όπως αναφέρεται στους Coudert και Gex [36]) οι οποίοι συμπεριφέρονται διαφορετικά στο χρονικό διάστημα που προηγείται μίας κρίσης.

Η πιο σημαντική μεθοδολογία που αναπτύχθηκε υπό τη λογική της προσέγγισης του προειδοποιητικού «δείκτη» ήταν αυτή των Kaminsky, Lizondo και Reinhart [65]. εισήχθη η προεπισκόπηση (monitoring) των διάφορων δεικτών οι οποίοι τείνουν να διαφοροποιούνται σημαντικά πριν την έξαρση μίας κρίσης. Κάθε ένας από τους 15 δείκτες που χρησιμοποιούνται κατανέμεται σε σταθμισμένο άθροισμα, και η πιθανότητα της κρίσης απορρέει μετά τη σύγκριση του σταθμισμένου αθροίσματος των δεικτών με τη συχνότητα της κρίσης κατά την 24-μηνη χρονική περίοδο.

Μία διαφοροποίηση του μοντέλου των Kaminsky, Lizondo και Reinhart [65] προτάθηκε από τους Berg και Pattillo [18] για την κρίση των συναλλαγματικών ισοτιμιών του 1997, με αποτέλεσμα, τόσο υψηλά επίπεδα αξιοπιστίας όσο και ενδείξεις σχετικά με την ικανότητα της προσέγγισης σε εφαρμογές αναδυόμενων αγορών. Επιπλέον διαφοροποιήσεις του probit μοντέλου των Berg και Pattillo [18] προτάθηκαν στους Berg και Coke [17] και Berg, Candelon και Urbain [19]. Ομοίως, στους Kaminsky και Reinhart [66] η μεθοδολογία των Kaminsky, Lizondo και Reinhart [65] επεκτάθηκε μέσω της σύγκρισης των προηγούμενων κρίσεων συναλλαγματικών ισοτιμιών σε σχέση με τις τραπεζικές ισοτιμίες και την πιθανή συσχέτιση αυτών.

Το κοινό χαρακτηριστικό των εφαρμογών αυτών είναι ότι όλες επιδιώκουν τον εντοπισμό της πιθανότητας μίας κρίσης δεδομένων των οικονομικών παραγόντων-δεικτών περιλαμβάνοντας παράγοντες όπως τα διεθνή αποθέματα, τον πραγματικό ρυθμό συναλλαγών, την ανάπτυξη κεφαλαίου, τον εθνικό πληθωρισμό κ.ά. Η πλειοψηφία αυτών χρησιμοποιεί εκθετικά μοντέλα (logit) σε μεγάλα δείγματα χωρών, αλλά και περιόδους

πριν την έξαψη της προς διερεύνηση κρίσης.

Προς την ίδια κατεύθυνση, οι Yang, Kim, Nam και Min [123] πρόσθεσαν το δείκτη αποστροφής κινδύνου (risk aversion indicator) προκειμένου να εξετάσουν τη δική του επιρροή στις κρίσεις. Προσφάτως, οι Laeven και Valencia [76] πρότειναν μία ποσοτική προσέγγιση βασιζόμενη στα επίπεδα της ονομαστικής υποτίμησης μεταξύ των συνεχόμενων ετών t και $t - 1$.

Μέρος II

Ανάπτυξη τεχνικών εντοπισμού
του χρονικού σημείου
βελτιστοποίησης μίας χρονοσειράς

Μέθοδοι εντοπισμού μελλοντικού βέλτιστου χρονοσειρών βάσει της τεχνικής οπισθοδρόμησης

Στο παρόν Κεφάλαιο αναλύονται το προτεινόμενο μεθοδολογικό πλαίσιο, καθώς και τεχνικές που έχουν αναπτυχθεί κατά τη διάρκεια της ερευνητικής δραστηριότητας και αφορούν στο πρόβλημα του εντοπισμού τοπικών μελλοντικών βέλτιστων χρονοσειρών μέσω της υιοθέτησης της διαδικασίας οπισθοδρόμησης.

Αρχικά, στο Κεφάλαιο 5.1 παρουσιάζεται μία αντίληψη περί συναρτησιακής προσέγγισης κατά τη διαδικασία πρόβλεψης χρονοσειρών η οποία διέπει το σύνολο της προτεινόμενης μεθοδολογίας που προτείνεται σε αυτή τη διδακτορική διατριβή. Στην Ενότητα 5.2 παρατίθεται το μεθοδολογικό πλαίσιο που περιγράφει την προτεινόμενη γενικευμένη διαδικασία οπισθοδρόμησης.

Κατόπιν, στην Ενότητα 5.3 παρουσιάζεται η χρήση της μεθόδου οπισθοδρόμησης με την υιοθέτηση παρελθοντικού βήματος το οποίο προσεγγίζεται με την εφαρμογή αλγόριθμων μέγιστης κλίσης με προσαρμοσμένο βήμα. Στην ίδια ενότητα περιγράφεται μία διαφοροποίηση του προηγούμενου αλγόριθμου.

Παρομοίως στην Ενότητα 5.4 αναλύεται η τεχνική της οπισθοδρόμησης με τη χρήση της μεθόδου Newton. Μία προσαρμογή της τεχνικής οπισθοδρόμησης για πρόβλεψη χρονοσειρών συντελεστή βήτα παρουσιάζεται στην Ενότητα 5.7.

Στις Ενότητες 5.5 και 5.6 παρουσιάζεται η τεχνική «προβολής» για τον εντοπισμό των μελλοντικών βέλτιστων σημείων χρονοσειρών καθώς και ένας συνδυασμός τεχνικών

βελτιστοποίησης για τον «εγκλωβισμό» του βέλτιστου χρονοσειρών, αντιστοίχως.

5.1 Η συναρτησιακή προσέγγιση των χρονοσειρών

Αρχικά ας λάβουμε ως παράδειγμα έναν παρατηρητή ο οποίος περιηγείται τυχαία στη γη και καταγράφει το υψόμετρο που βρίσκεται σε κάποια χρονική στιγμή. Έστω λοιπόν ένας παρατηρητής ο οποίος περπατά στη γη και Y_h μία χρονοσειρά η οποία αποτυπώνει το υψόμετρο στο οποίο βρίσκεται ο παρατηρητής ανά δεδομένη χρονική στιγμή. Η πρόβλεψη για την επόμενη τιμή της χρονοσειράς είναι όντως ανέφικτη δεδομένου ότι ο παρατηρητής (και εν συνεχεία και η χρονοσειρά που «περιπατεί») ακολουθούν τυχαίο περίπατο. Ωστόσο, ο ίδιος ο παρατηρητής γνωρίζει πολύ καλά την πορεία του, τόσο την κατεύθυνσή του όσο και την απόσταση που θα διανύσει, αλλά και το υψηλότερο υψόμετρο που θα φτάσει.

Επιπλέον, η πορεία που θα ακολουθήσει ο παρατηρητής από την τελευταία υψομετρική καταγραφή εξαρτάται άμεσα από αυτή. Δηλαδή η μελλοντική του κίνηση επηρεάζεται αν η τελευταία υψομετρική καταγραφή ήταν σε πεδιάδα, σε χαράδρα ή σε ένα οροπέδιο. Ιδιαίτερη σημασία θα είχε εάν ήταν εφικτό μόνον βλέποντας τη χρονοσειρά να μπορούσαμε να προβλέψουμε τη μελλοντική κίνηση αυτού του «τυχαίου παρατηρητή».

Αντιστοίχως, η επικρατούσα άποψη περί ανάλυσης χρονοσειρών τείνει στη χρήση γραμμικών μοντέλων πρώτου βαθμού προκειμένου να προβλεφθούν οι μελλοντικές τιμές τις οποίες είναι δυνατό να λάβει η μεταβλητή, αποκλειστικά μέσω της γνώσης των τιμών της μεταβλητής. Με αυτό τον τρόπο η προσπάθεια αφορά στην εξαγωγή προβλέψεων για τη μελλοντική κίνηση της χρονοσειράς, π.χ. Y_h , των υψομέτρων του παραδείγματος, με μόνο μέσο την παρατήρηση των παρελθοντικών τιμών.

Μια ευρέως διαδεδομένη πεποίθηση θέλει τις χρηματοοικονομικές αγορές αποδοτικές, γεγονός που υπονοεί την αδυναμία αποτελεσματικών προβλέψεων λόγω της ορθής προεξόφλησης κινδύνων που έχει προηγηθεί [63]. Μια πιο περιορισμένη αντίληψη αφορά στην υπόθεση του Τυχαίου περιπάτου (βλ. Υποενότητα 2.2.2) σύμφωνα με την οποία

η καλύτερη πρόβλεψη της μελλοντικής τιμής μίας χρονοσειράς είναι η τελευταία παρατήρηση αυτής, [85]. Βέβαια μία τέτοια υπόθεση εκ προοιμίου εκμηδενίζει οποιαδήποτε προσπάθεια πρόβλεψης των μελλοντικών κινήσεων μίας χρονοσειράς. Ωστόσο το ζήτημα του μελλοντικού χρόνου κατά τον οποίο αναμένεται να βελτιστοποιηθεί τοπικά μία χρονοσειρά δείχνει να μην έχει απασχολήσει ιδιαίτερα τη βιβλιογραφία.

Γενικώς, η γραφική αναπαράσταση μίας χρονοσειράς Y ουσιαστικά περιγράφει την μεταβολή της τιμής μίας μεταβλητής ανάμεσα σε δεδομένες χρονικές στιγμές, η οποία κίνηση εξαρτάται από το συνδυασμό του συνόλου των παραγόντων που σε κάθε χρονική στιγμή διαμορφώνουν την τιμή. Έτσι, η τυπική γραφική αναπαράσταση μίας χρηματοοικονομικής χρονοσειράς θα περιλαμβάνει, παραδείγματος χάριν, την τιμή του Γενικού Δείκτη τιμών μίας χρηματιστηριακής αγοράς σε δεδομένες χρονικές στιγμές.

Πιο συγκεκριμένα, το φαινόμενο που αναπαρίσταται από μια χρονοσειρά αντιμετωπίζεται ως μια μαθηματική συνάρτηση με ρ περιορισμούς που επηρεάζουν τη συμπεριφορά της.

Έτσι, έστω ότι η $F : \mathbb{R}^{\rho} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι μία άγνωστη αλλά υπαρκτή συνάρτηση που περιγράφει το φαινόμενο ως ακολούθως:

$$Z = F(x_1, x_2, \dots, x_{\rho}), \quad (5.1)$$

όπου $x_1, x_2, \dots, x_{\rho}$ είναι οι τιμές των ρ μεταβλητών που επηρεάζουν το φαινόμενο· επιπλέον παρατηρείται ότι η τιμή κάθε περιορισμού εξαρτάται από το χρόνο.

Επομένως, η χρονοσειρά $Y = Y\{t : t \in T\}$ είναι ισότιμη με αυτή της Σχέσης 5.1 και οι τιμές τους επίσης ως:

$$F(x_{1,t}, x_{2,t}, \dots, x_{\rho,t}) = Y_t, \quad \forall t \in T, \quad (5.2)$$

όπου το $x_{i,t}$ υποδηλώνει τις τιμές των x_i στο χρόνο t . Έτσι, η συνάρτηση F μπορεί να υπολογιστεί για κάθε πιθανή τιμή της μεταβλητής x_i .

Καθώς το φαινόμενο εξελίσσεται οι ρ παράμετροι ορίζονται αριθμητικά, και ως εκ τούτου η χρονοσειρά Y ταυτίζεται με τη γραφική αναπαράσταση των διακριτών σημείων που απαρτίζουν τη συνάρτηση $g(x_{1,t}, x_{2,t}, \dots, x_{\rho,t})$. Προφανώς, «κάθε χρονοσειρά είναι το ίχνος της καμπύλης g κατά μήκος της συνάρτησης F και έτσι η καμπύλη της

Σχήμα 5.1: Γραφική αναπαράσταση της τυχαίας συνάρτησης F και του ίχνους g

χρονοσειράς μπορεί να θεωρηθεί ως η γενική (*generic*) συνάρτηση γνωστών και μη μεταβλητών» [80]. Άρα κάθε χρονοσειρά μπορεί να θεωρηθεί ως συνάρτηση υποκείμενη σε πολυάριθμους περιορισμούς, και να προσεγγιστεί μέσω της θεωρίας της ανάλυσης.

Ας υποθέσουμε ότι η γραφική αναπαράσταση της τυχαίας συνάρτησης F είναι αυτή που παρουσιάζεται στο τρισδιάστατο Σχήμα 5.1 και το ίχνος της συνάρτησης g αναπαρίσταται με τη λευκή γραμμή κατά μήκος του γραφήματος. Τώρα, εάν η g θεωρηθεί ότι λαμβάνει τιμές συναρτήση του χρόνου t , τότε το ίχνος Y_t διαμορφώνεται όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.2.

Η προτεινόμενη προοπτική συνεπάγεται την προαγωγή των συμπερασμάτων που προκύπτουν από τις χρονοσειρές σε χαρακτηριστικά της συνάρτησης η οποία περιγράφει τη σειρά την τρέχουσα χρονική στιγμή.

Έτσι, η συμπεριφορά της συνάρτησης ερμηνεύεται βάσει των χαρακτηριστικών αυτών. Στην πραγματικότητα, είναι μια αρχική προσπάθεια να απομονωθούν εκείνα τα χαρακτηριστικά της χρονοσειράς τα οποία ουσιαστικά ταυτίζονται με συνάρτηση και όχι

Σχήμα 5.2: Δισδιάστατη γραφική αναπαράσταση της τυχαίας συνάρτησης F και του ίχνους Y_t

με τη χρονοσειρά.

Παράδειγμα: η περίπτωση της θερμοκρασίας

Ας υποθέσουμε ότι οι τιμές που λαμβάνει η καθημερινή θερμοκρασία εξαρτώνται από δύο και μόνον παράγοντες: (α) τα επίπεδα υγρασίας, και (β) την τιμή του ανέμου που επικρατεί.

Έστω λοιπόν ότι στο Σχήμα 5.1 τα επίπεδα υγρασία σημειώνονται στον άξονα των x , οι τιμές του ανέμου στον άξονα των y , και η συνάρτηση της θερμοκρασίας είναι η F . Υπό αυτή την οπτική για δεδομένη τιμή υγρασίας και δεδομένη τιμή ανέμου, η τελική τιμή της θερμοκρασίας μπορεί να είναι **μόνο μία** και αντιστοιχεί σε δεδομένο σημείο της συνάρτησης g .

Επομένως, στο δισδιάστατο χώρο η συνάρτηση F για δεδομένες τιμές των παραμέτρων -μέσα σε εξεταζόμενο χρονικό ορίζοντα t - θα είναι η γραφική παράσταση που παρέχεται στο Σχήμα 5.2.

5.2 Η μέθοδος της οπισθοδρόμησης

Η κεντρική ιδέα της μεθόδου αφορά στην εκτίμηση του μελλοντικού χρόνου -με τη χρήση παρελθόντων πληροφοριών- κατά τον οποίο η τοπική βέλτιστη τιμή μίας χρονοσειράς θα προκύψει. *Αν και ως ιδέα δε φαντάζει ιδιαιτέρως νέα, ένα από τα καινοτόμα της στοιχεία είναι ότι η πρόβλεψη που επιδιώκεται αφορά στο σημείο κατά το οποίο το τοπικό βέλτιστο θα προκύψει και όχι σε μελλοντική βέλτιστη τιμή.* Υπενθυμίζοντας τη βιβλιογραφική ανάλυση που αναπτύχθηκε στο Κεφάλαιο 2 είναι προφανές ότι η πλειοψηφία των γνωστότερων μεθοδολογιών που έχουν αναπτυχθεί επιντρώνονται στην πρόβλεψη της μελλοντικής τιμής μίας χρονοσειράς.

Η τεχνική της οπισθοδρόμησης είναι μία πολυστάδια διαδικασία και ο αριθμός των σταδίων που διαχωρίζεται ποικίλλει ανάλογα με τη φύση του προβλήματος. Επιπλέον είναι ιδιαίτερα σημαντικό να τονιστεί ότι το μεθοδολογικό πλαίσιο που έχει αναπτυχθεί επικεντρώνεται σε χρηματοοικονομικές χρονοσειρές με στόχο την λήψη επενδυτικών αποφάσεων.

Επίσης στην περίπτωση των χρηματοοικονομικών χρονοσειρών θεωρείται δεδομένο ότι στόχος του μέσου επενδυτή είναι η συναλλαγή χρηματοοικονομικών τοποθετήσεων όταν οι τιμή τους είναι η επικερδέστερη. Αυτό υποτίθεται διότι η ουσιαστική επιδίωξη του μέσου επενδυτή είναι η αγορά των τοποθετήσεων αυτών στο σημείο κατά το οποίο οι τιμές τους είναι η χαμηλότερες και η πώληση αυτών τη στιγμή της υψηλότερης δυνατής τιμής.

Υπό μαθηματικής σκοπιάς η επιδίωξη αυτή ταυτίζεται με το τοπικό ελάχιστο και μέγιστο μίας συνάρτησης $f(t)$, αντιστοίχως και για το λόγο αυτό η αναζήτηση αφορά στο μελλοντικό χρονικό σημείο κατά το οποίο η χρονοσειρά θα μεγιστοποιείται τοπικά. Έτσι, χωρίς άρση της γενικότητας θεωρείται ότι επιδιώκεται η πρόβλεψη του μελλοντικού μέγιστου.

Ακολουθώντας δίνεται μία γενικευμένη περιγραφή της διαδικασίας οπισθοδρόμησης της οποίας τα στάδια διαμορφώνονται αναλόγως σε κάθε τεχνική από αυτές που ακολουθούν στα επόμενα κεφάλαια:

A. Η διαδικασία εύρεσης παρελθοντικού τοπικού ελάχιστου

Σε πρώτη φάση η διαδικασία της οπισθοδρόμησης αφορά στη σάρωση των παρελθόντων σημείων της εξεταζόμενης χρονοσειράς προκειμένου να επιλεγθούν εκείνα των οποίων η τιμή είναι μικρότερη του αρχικού σημείου, δηλαδή του τελευταίου γνωστού. Δεδομένης της υπόθεσης ότι ο μέσος επενδυτής ενδιαφέρεται για τη γνώση του μελλοντικού σημείου κατά το οποίο η χρονοσειρά θα μεγιστοποιηθεί τοπικά, για την εφαρμογή της μεθόδου απαιτείται η εξεταζόμενη χρονοσειρά να ακολουθεί αύξουσα πορεία. Αυτό επιτυγχάνεται με φίλτρα τα οποία συνήθως έχουν τη μορφή απλών κινητών μέσων ή σταθμισμένων κινητών μέσων απαλείφοντας τις μεγάλες και απότομες διακυμάνσεις προκειμένου να φανεί η κύρια πορεία της σειράς. Στην παρούσα διατριβή για τον χαρακτηρισμό της χρονοσειράς ως τοπικά αύξουσα ή φθίνουσα ελέγχεται ο συντελεστής παλινδρόμησης (regression coefficient) στα δεδομένα της χρονοσειράς. Έτσι ανάλογα με το πρόσημο του συντελεστή της ευθείας της γραμμικής παλινδρόμησης (βλ. Υποενότητα 2.2.2) η χρονοσειρά χαρακτηρίζεται είτε ως αύξουσα, είτε ως φθίνουσα.

Κοινό στοιχείο όλων των τεχνικών είναι ότι η τιμή των επιλεγόμενων σημείων τείνει να αυξάνει. Ουσιαστικά σε αυτό το στάδιο εντοπίζεται ένα παρελθοντικό τοπικό ελάχιστο σε δεδομένο πεδίο αναζήτησης.

Τόσο στο πρώτο όσο και στο τρίτο στάδιο χρησιμοποιούνται κάποιες από τις τεχνικές βελτιστοποίησης που έχουν αναπτυχθεί στο Κεφάλαιο 3. Στο πρώτο στάδιο, οι τεχνικές βελτιστοποίησης που χρησιμοποιούνται αφορούν στον εντοπισμό του παρελθοντικού ελάχιστου σε δεδομένο πεδίο αναζήτησης. Σε αυτή την περίπτωση η κατεύθυνση και το μέγεθος του παρελθοντικού βήματος είναι γνωστά. Δηλαδή η κατεύθυνση είναι παρελθοντική και το μέγεθος βήματος είναι το επιλεγόμενο πεδίο αναζήτησης. Σε κάθε μία από τις μεθόδους που ακολουθούν η επιλογή του μεγέθους του πεδίου αναζήτησης διαφοροποιείται ανάλογα με τα χαρακτηριστικά της χρονοσειράς.

B. Η διαδικασία προσέγγισης του μελλοντικού βήματος

Το προηγούμενο στάδιο περιλαμβάνει δεδομένα της χρονοσειράς όπως σημεία, την κλίση κ.λπ. και φυσικά τα στοιχεία της ακολουθίας. Σε αυτή τη διαδικασία το

Είσοδος: F, C_λ

Θέσε $i = 1$.

Δειγμάτισε C_λ **κλίσεις**, όπου λ είναι όλοι οι εφικτοί συνδυασμοί των ζευγών (m_i, p_i) του υποσυνόλου C και υπολόγισε.

$s_i = |Y_m - Y_{m-1} - Y_p + Y_{p-1}| / |m - p|$ για $i = 1, \dots, r$.

Υπολόγισε τη μέγιστη κλίση Έστω $K_{max} = \max\{s_1, \dots, s_p\}$.

Τέλος όσο K_{max}

Σχήμα 5.3: Προσέγγιση της σταθεράς Lipschitz για το υποσύνολο F

μέγεθος του μελλοντικού βήματος το οποίο θα εφαρμοστεί στο τελευταίο γνωστό σημείο της χρονοσειράς προσεγγίζεται από την επεξεργασία των σημείων της ακολουθίας.

Η συναρτησιακή προσέγγιση των χρονοσειρών η οποία αναλύθηκε στην Ενότητα 5.1 παρέχει στη μέθοδο τη δυνατότητα χρήσης εργαλείων από την αριθμητική ανάλυση. Σημαντικό ρόλο στην εν λόγω μεθοδολογία κατέχει η χρήση της σταθεράς Lipschitz.

Συγκεκριμένα, μέσω προσεγγίσεων της σταθεράς Lipschitz επιτυγχάνεται μία εκτίμηση του βέλτιστου βήματος K του οποίου η εφαρμογή στο αρχικό σημείο της εξεταζόμενης χρονοσειράς θα καταλήξει στο μελλοντικό χρόνο που η μέθοδος προβλέπει την εμφάνιση τοπικού βέλτιστου. Ουσιαστικά, η ζητούμενη προσέγγιση του βήματος K παράγεται ως η μέγιστη τιμή της σταθεράς Lipschitz, K_{max} , που έχει υπολογιστεί από το σύνολο των σημείων που προέκυψαν από το προηγούμενο Στάδιο Α.

Στον Αλγόριθμο 5.3 παρουσιάζεται η γενικευμένη διαδικασία προσέγγισης της σταθεράς Lipschitz για ένα υποσύνολο προσεγγίσεων της, καλούμενο F .

Γ. Η διαδικασία εύρεσης μελλοντικού τοπικού μέγιστου

Στο τρίτο στάδιο, οι τεχνικές βελτιστοποίησης εφαρμόζουν το μέγεθος μελλοντικού βήματος που υπολογίστηκε στο δεύτερο στάδιο και με γνωστή κατεύθυνση,

τη μελλοντική. Διαφορετικές τεχνικές βελτιστοποίησης έχουν εφαρμοστεί δεδομένου ότι δεν υπάρχει πανάκεια μέθοδος επίλυσης προβλημάτων βελτιστοποίησης, σύμφωνα με το ‘No free lunch theorem’ αλλά και τους διαφορετικούς ρυθμούς σύγκλισης που παρουσιάζουν, [12].

Έτσι, όταν η ακολουθία που προέκυψε από το πρώτο στάδιο αντιμετωπιστεί ως μία διαδικασία με φορά προς το μέλλον (forward process), δείχνει ως μία ακολουθία η οποία ξεκινά από το παρελθοντικό ελάχιστο σημείο t_{min} , διασταυρώνεται και προσπερνά το τελευταίο γνωστό t_n και πιθανότατα -με τη χρήση του κατάλληλου βήματος- θα καταλήξει- στο μελλοντικό μέγιστο t_{max} .

Είναι ιδιαίτερα σημαντικό να τονιστεί ότι στόχος της τεχνικής της οπισθοδρόμησης και της αναζήτησης του χρονικού σημείου κατά το οποίο μία χρονοσειρά βελτιστοποιείται χρονικά, δεν είναι ο παραγκωνισμός των τεχνικών πρόβλεψης μελλοντικών τιμών αλλά ακόμη και ο συνδυασμός αυτών με στόχο την καλύτερη πρόβλεψη.

5.3 Η μέθοδος της οπισθοδρόμησης με παρελθοντικό βήμα τύπου SDAS

Στις επόμενες Υποενότητες ο Αλγόριθμος Μέγιστης Κλίσης με Αναπροσαρμοζόμενο Μέγεθος Βήματος καθώς και μία παραλλαγή του που παρουσιάστηκαν στην Υποενότητα 3.3.1 χρησιμοποιούνται ως μέρος ή και μέρη της διαδικασίας οπισθοδρόμησης η οποία καταλήγει στη χρονική πρόβλεψη του μελλοντικού βέλτιστου μίας χρονοσειράς.

5.3.1 Η μεθοδολογία BackSDAS

Έστω, ότι Y_t είναι η χρονοσειρά που δημιουργείται από τις «τιμές κλεισίματος» ενός στοιχείου ενεργητικού συναλλασσόμενου σε μία αγορά χρήματος και ισχύει $Y = Y\{t : t \in T\}$, όπου τα t -σημεία αναφέρονται στο χρόνο. Αν συνυπολογιστεί η συνέχεια της καθημερινής συναλλακτικής διαδικασίας και η αξία αυτής (όπως νοείται στη χρηματιστηριακή πρακτική) μπορεί, χωρίς βλάβη της γενικότητας, να υποτεθεί ότι η χρονοσειρά

αυτή περιγράφεται από μία συνεχή συνάρτηση $f(t)$ της οποίας οι τιμές την ώρα κλεισίματος ταυτίζονται με τις τιμές Y_t . δηλαδή η συνάρτηση $f(t)$ είναι ισότιμη της χρονοσειράς Y_t σε δεδομένη χρονική στιγμή.

Έτσι, δεχόμενοι ως τελευταία γνωστή τιμή της υπό εξέτασης σειράς την t_n ο αλγόριθμος BackSDAS αναλύεται στα ακόλουθα δύο στάδια, [79, 5]:

A. Η διαδικασία οπισθοδρόμησης για την εύρεση ελάχιστου

Κατά την εφαρμογή των τεχνικών βελτιστοποίησης προκειμένου να προσεγγίσουν το νέο σημείο t_{n+k} χρησιμοποιούν προηγούμενη γνώση που έχει συλλεχθεί κατά την επαναληπτική διαδικασία και περιλαμβάνει δεδομένα όπως σημεία, τιμές συναρτήσεων αλλά και της κλίσης αυτών, προσεγγίσεις μήτρας κλπ.

Πρακτικά η αναζήτηση κινείται προς το μελλοντικό βέλτιστο t_{max} όπου $max > n$, το οποίο όμως δεν είναι εφικτό να προσεγγιστεί δίχως πληροφορίες σχετικά με τις μελλοντικές τιμές. Βάσει των διαθέσιμων παρελθοντικών δεδομένων, είναι θεμιτή η προσέγγιση του παρελθόντος τοπικού ελάχιστου, συμβολιζόμενου με t_{min} , χρησιμοποιώντας μια «ακολουθία» m παρελθόντων σημείων, η οποία ακολουθία ξεκινά από την τελευταία γνωστή τιμή t_n της υπό εξέτασης σειράς. Έτσι αναζητείται μία ακολουθία $[t_n, t_{k_1}, t_{k_2}, \dots, t_{k_{m-2}}, t_{min}]$ όπου $n > k_1 > k_2 > \dots > k_{m-2} > min$, δηλαδή η οποία οδηγεί σε ένα τοπικό παρελθοντικό ελάχιστο. Για την προσέγγιση της ακολουθίας αυτής χρησιμοποιείται ο Αλγόριθμος 5.4 ο οποίος είναι μία προσαρμογή του Αλγόριθμου SDAS (βλ. Υποενότητα 3.3.1), σε δεδομένα χρονοσειρών.

B. Η διαδικασία εύρεσης μέγιστου με μελλοντική φορά

Όταν η «ακολουθία» αυτή αντιμετωπιστεί ως μία διαδικασία με φορά προς το μέλλον (forward process), δείχνει ως μία ακολουθία η οποία ξεκινά από το παρελθοντικό ελάχιστο σημείο t_{min} , διασταυρώνεται και προσπερνά το τελευταίο γνωστό t_n και πιθανότατα καταλήγει στο μελλοντικό μέγιστο t_{max} . Σε αυτή τη διαδικασία το μέγεθος του μελλοντικού βήματος L προσεγγίζεται με την εφαρμογή μίας προσαρμογής του αλγόριθμου SDAS (Αλγόριθμος 5.4). και η ακολουθία των σημείων είναι γνωστά από το προηγούμενο Στάδιο A. Έτσι, με την εφαρμογή ενός βήματος στον Αλγόριθμο 5.4 από το αρχικό σημείο t_n η εκτίμηση του t_{max} επιτυγχάνεται.

Είσοδος: f, t_n, MIT, ε
Θέσε $n = -1$.
Όσο $n < MIT$ και $ f(t_n) - f(t_{n-1}) > \varepsilon$, κάνε $n = n + 1$.
Αν $n \geq 1$, τότε $\Thetaέσε$ $L_n = \frac{f(t_n) - f(t_{n-1})}{f(t_n) - 2f(t_{n-1}) + f(t_{n-2})}$ Αν $L_n \neq 0$, τότε $L = 0.5/L_n$ Αλλιώς $\Thetaέσε$ $L = L_0$ Τέλος αν $\Thetaέσε$ $t_{n+1} = t_n - \frac{f(t_n) - f(t_{n-1})}{f(t_n) - 2f(t_{n-1}) + f(t_{n-2})}$ Τέλος όσο $\{t_n; f(t_n)\}$

Σχήμα 5.4: Προσαρμογή του αλγόριθμου SDAS για τη διαδικασία της οπισθοδρόμησης

Επομένως, η ως άνω διαδικασία παράγει τον αλγόριθμο BackSDAS για τον υπολογισμό του μελλοντικού τοπικού μέγιστου, ο οποίος παρουσιάζεται στον Αλγόριθμο 5.5. σημειώνεται ότι το ε είναι ένας πολύ μικρός θετικός αριθμός ο οποίος διασφαλίζει την επιθυμητή ακρίβεια.

5.3.2 Η μεθοδολογία BackSDAS-2

Ο αλγόριθμος BackSDAS-2 προκύπτει από την εφαρμογή του ονομαζόμενου αλγόριθμου Μέγιστης Κλίσης με Αναπροσαρμοζόμενο Μέγεθος Βήματος (Steepest Descent with Adaptive Stepsize, SDAS-2) των Vrahatis, Androulakis, Lambrinos και Magoulas [118] στο **σύνολο** της διαδικασίας, δηλαδή τόσο κατά την οπισθοδρόμηση όσο και κατά την εφαρμογή του μελλοντικού βήματος.

Έτσι, και στην περίπτωση αυτή θεωρούνται οι υποθέσεις που χρησιμοποιήθηκαν στην προηγούμενη Υποενότητα. Άρα ως χρονοσειρά Y_t νοείται η σειρά που δημιουργείται από τις «τιμές κλεισίματος» ενός στοιχείου ενεργητικού συναλλασσόμενου στην αγορά χρήματος και υποτίθεται ότι η χρονοσειρά αυτή περιγράφεται από μία συνεχή συνάρτηση $f(t)$ της οποίας οι τιμές την ώρα κλεισίματος ταυτίζονται με τις τιμές της Y_t . Στόχος είναι η επιλογή των τοποθετήσεων που η τιμή τους αναμένεται να μεγιστοποιηθεί τοπικά,

Είσοδος: t_n, ε

Επανάλαβε

Εφαρμογή του Σταδίου Α για να υπολογιστεί η ακολουθία των σημείων $t_n, t_{k_1}, t_{k_2}, \dots, t_{k_{m-2}}, t_{min}$ τα οποία οδηγούν στο «παρελθοντικό» τοπικό ελάχιστο.

Υπολογισμός του «μελλοντικού» σημείου t_{n+k} εφαρμόζοντας το Στάδιο Β χρησιμοποιώντας τα σημεία $t_{k_{m-2}}, \dots, t_{k_2}, t_{k_1}, t_n$.

Θέσε $t_n = t_{n+k}$

μέχρι να προκύψει $Y'_{t_n} < \varepsilon$

Θέσε $t_{max} = t_{n+k}$

Επιστροφή t_{max}

Σχήμα 5.5: Ο αλγόριθμος BackSDAS

άρα και η μέθοδος θα κινηθεί προς αναζήτηση του μελλοντικού τοπικού βέλτιστου.

Και σε αυτή την περίπτωση η διαδικασία της οπισθοδρόμησης χωρίζεται στα ήδη γνωστά δύο στάδια. Σημειώνεται ότι η βασική διαφοροποίηση της μεθόδου αυτής είναι η χρήση του βήματος τύπου SDAS-2 και στα δύο στάδια της διαδικασίας, [80].

Επομένως, στο **πρώτο στάδιο** της διαδικασίας, όπου t_n είναι το αρχικό σημείο, με τη χρήση μίας προσαρμογής του αλγόριθμου SDAS-2 (βλ. Αλγόριθμο 3.3) σε δεδομένα χρονοσειρών, η εκτίμηση του παρελθόντος τοπικού ελάχιστου επιτυγχάνεται με την εφαρμογή του Αλγόριθμου 5.6. Προφανώς, προκειμένου να υπολογιστεί μία εκτίμηση του ∇F (βλ. 3.3) χρησιμοποιούνται πεπερασμένες διαφορές. Επομένως, εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο SDAS-2, υπολογίζεται μία ακολουθία σημείων τα οποία οδηγούν σε ένα τοπικό ελάχιστο $[t_n, t_{k_1}, t_{k_2}, \dots, t_{k_{m-2}}, t_{min}]$, όπου $n > k_1 > k_2 > \dots > k_{m-2} > min$.

Στο **δεύτερο στάδιο** η ακολουθία που προέκυψε στο πρώτο αντιμετωπίζεται με διαφορετική φορά, δηλαδή ξεκινά από το παρελθοντικό ελάχιστο σημείο t_{min} , διασταυρώνεται και προσπερνά το τελευταίο γνωστό t_n και ενδεχομένως να καταλήγει στο μελλοντικό μέγιστο t_{max} . Με την εφαρμογή του βήματος L στο αρχικό σημείο t_n επιτυγχάνεται η εκτίμηση του t_{max} .

Στον Αλγόριθμο 5.6 παρουσιάζεται η προσαρμογή του αλγόριθμου SDAS-2 σε δεδομένα χρονοσειρών. Στον αλγόριθμο αυτό η παράμετρος t_n συμβολίζει το αρχικό σημείο, MIT είναι ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων και ε το προκαθορισμένο επίπεδο ακρίβειας.

Είσοδος: f, t_n, MIT, ε
Θέσε $n = -1$.
Όσο $n < MIT$ και $ f(t_n) - f(t_{n-1}) > \varepsilon$, κάνε $n = n + 1$.
Αν $n \geq 1$, τότε $\Theta\acute{\epsilon}\sigma\epsilon\ L_n = \frac{f(t_n) - f(t_{n-1})}{f(t_n) - 2f(t_{n-1}) + f(t_{n-2}))}$ Αν $L_n \neq 0$, τότε $L = 0.5/L_n$ Αλλιώς $\Theta\acute{\epsilon}\sigma\epsilon\ L = L_0$ Τέλος αν $\Theta\acute{\epsilon}\sigma\epsilon\ t_{n+1} = t_n - L\nabla f(t_n)$ Τέλος όσο $\{t_n; f(t_n); \nabla f(t_n)\}$

Σχήμα 5.6: Προσαρμογή του αλγόριθμου SDAS-2 για τη διαδικασία της οπισθοδρόμησης

Ο αλγόριθμος οπισθοδρόμησης BackSDAS-2, ως διαδικασία ταυτίζεται με τον BackSDAS με μόνη διαφοροποίηση την προσέγγιση της τεχνικής βελτιστοποίησης που χρησιμοποιείται και στα δύο στάδια από SDAS σε SDAS-2.

Η σύγκλιση των Αλγόριθμων SDAS και SDAS-2 έχει αποδειχθεί με το σχετικό Θεώρημα 3.3.2 των Vrahatis, Androulakis, Lambrinos και Magoulas [118] που παρέχεται στην Υποενότητα 3.3.1. Αφού όλες οι υποθέσεις του Θεωρήματος ικανοποιούνται και για τους προσαρμοσμένους Αλγόριθμους BackSDAS και BackSDAS-2, καταλήγει σε σύγκλιση σε μελλοντικό βέλτιστο σημείο.

Η αξιοπιστία της προτεινόμενης μεθόδου και την παραλλαγή της διερευνήθηκε σε δύο διαφορετικά δείγματα χρονοσειρών, το πρώτο προερχόμενο από τις αγορές κεφαλαίου και το άλλο από μετεωρολογικά δεδομένα και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στην Ενότητα 7.1.

5.4 Η τεχνική της οπισθοδρόμησης με τη χρήση της μεθόδου Newton

Με αυτή τη μεθοδολογία παρουσιάζεται μία προσπάθεια προσέγγισης του προβλήματος της πρόβλεψης του μελλοντικού βέλτιστου μιας χρονοσειράς. Η εφαρμογή περιλαμβάνει το μετασχηματισμό της τεχνικής οπισθοδρόμησης μέσω της σύμπτυξης της χρήσης του αλγόριθμου SDAS στη διαδικασία εύρεσης του μελλοντικού σημείου και για τη διαδικασία της οπισθοδρόμησης τη χρήση της μεθόδου Newton, [8].

Η μεθοδολογία περιγράφεται ως μία διαδικασία τριών σταδίων, όπου το πρώτο στάδιο το οποίο αναφέρεται στην παρελθοντική εύρεση (μέσω της οπισθοδρόμησης) περιλαμβάνει τη χρήση της μεθόδου Newton· στο δεύτερο στάδιο επιτυγχάνεται η προσέγγιση του βέλτιστου μεγέθους του βήματος εύρεσης σύμφωνα με υπολογισμούς της σταθεράς Lipschitz που προκύπτουν από πρότερη γνώση. Τέλος, στο τρίτο στάδιο το βήμα που υπολογίστηκε στην προηγούμενη φάση εφαρμόζεται στο αρχικό σημείο επιτρέποντας τον χρονικό εντοπισμό του σημείου κατά το οποίο θα εκδηλωθεί το βέλτιστο.

Γενικότερα, η τεχνική της οπισθοδρόμησης παρέχει τη μεθοδολογία με το αρχικό παρελθοντικό τοπικό βέλτιστο το οποίο εν συνεχεία επιτρέπει την προώθηση της διαδικασίας για τον εντοπισμό του μελλοντικού βέλτιστου. Η προσέγγιση του μελλοντικού τοπικού βέλτιστου επιτυγχάνεται μέσω της συνέχειας που διέπει τη σταθερά Lipschitz.

5.4.1 Η προτεινόμενη μεθοδολογία

Βάσει της απόδειξης των Androulakis και Vrahatis [12] ότι οι τεχνικές βελτιστοποίησης δεν αποδίδουν όλες στα ίδια επίπεδα, σε αυτή την Υποενότητα η μέθοδος Newton χρησιμοποιείται ως το εργαλείο για την επίτευξη της οπισθοδρόμησης.

Ένα από τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά της μεθόδου Newton που μας αφορούν στη συγκεκριμένη διαδικασία είναι ότι -δεδομένου ότι το αρχικό σημείο είναι σχετικά κοντά στο βέλτιστο- συγκλίνει ιδιαίτερα γρήγορα στο βέλτιστο, ελαχιστοποιώντας τον αριθμό των επαναλήψεων.

Δεδομένης της «συναρτησιακής» προσέγγισης των χρονοσειρών που παρουσιάστηκε στην Ενότητα 5.1, το πρόβλημα εντοπισμού του βέλτιστου σημείου μιας χρονοσειράς

μπορεί να αντιμετωπιστεί παρόμοια με αυτό του προβλήματος βελτιστοποίησης χωρίς περιορισμούς.

Στα προβλήματα της κλάσης αυτής είναι κοινό χαρακτηριστικό των μεθόδων να ξεκινούν από μία αρχική τυχαία λύση και να εξελίσσονται προς το βέλτιστο· έτσι η διαδικασία που προτείνεται αναλύεται σε τρία στάδια:

A. Αναζήτηση του παρελθοντικού βέλτιστου

Κατά την εφαρμογή οποιασδήποτε τεχνικής βελτιστοποίησης θεωρείται ότι για τη δημιουργία του νέου σημείου χρησιμοποιούνται παρελθοντικά σημεία.

Έτσι για την προσέγγιση του παρελθοντικού ελάχιστου, σε αυτή την περίπτωση, χρησιμοποιείται η μέθοδος Newton-Rapshon ή απλά μέθοδος Newton (βλ. Υποενότητα 3.3.2). Ωστόσο, στην περίπτωση αυτή που η προσέγγιση επιτυγχάνεται με την εφαρμογή του μεθόδου σε δεδομένα χρονοσειρών αντί του γενικού επαναληπτικού τύπου της μεθόδου που παρουσιάζεται στη Σχέση 3.20, χρησιμοποιείται μία παραλλαγή αυτής όπου απουσιάζει, προφανώς, η παρουσία του ανάδελτα και αντικαθίσταται από πεπερασμένες διαφορές.

Στην περίπτωση της χρονοσειράς Y_t , όπου $t \in T$ και εξ' ορισμού όλα της τα σημεία έχουν αποτυπωθεί σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές, και επιπλέον εφόσον η χρονοσειρά θεωρηθεί ισότιμη μίας συνάρτησης, ο επαναληπτικός τύπος της μεθόδου Newton θα είναι:

$$t_{n+1} = t_n - \frac{Y_{t_n} - Y_{t_{n-1}}}{Y_{t_n} - 2Y_{t_{n-1}} + Y_{t_{n-2}}}, \quad (5.3)$$

ή

$$t_{n+1} = t_n - \frac{f(t_n) - f(t_{n-1})}{f(t_n) - 2f(t_{n-1}) + f(t_{n-2})}. \quad (5.4)$$

Συνοπτικά, στον Αλγόριθμο 5.7 παρουσιάζεται η διαδικασία εύρεσης παρελθοντικού ελάχιστου χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Newton για τη δημιουργία της ακολουθίας παρελθοντικών σημείων που απαιτούνται στο πρώτο στάδιο της τεχνικής οπισθοδρόμησης (βλ. Ενότητα 5.2).

B. Προσέγγιση του μεγέθους του βέλτιστου βήματος

Είσοδος: $Y, t_n, K_0, MIT, \varepsilon$
Θέσε $n = -1$.
Όσο $n < MIT$ και $ Y_{t_n} - Y_{t_{n-1}} > \varepsilon$, κάνε $n = n + 1$.
Αν $n \geq 1$, τότε $\text{Θέσε } t_{n+1} = t_n - \frac{Y_{t_n} - Y_{t_{n-1}}}{Y_{t_n} - 2Y_{t_{n-1}} + Y_{t_{n-2}}}$
Τέλος όσο $\{t_n; Y_{t_n}\}$

Σχήμα 5.7: Ο αλγόριθμος Newton για την προσέγγιση παρελθοντικού ελάχιστου

Ακολουθώντας την τεχνική της οπισθοδρόμησης, στο δεύτερο στάδιο χρησιμοποιείται ο Αλγόριθμος 5.3 για την προσέγγιση του μεγέθους βήματος που θα εφαρμοστεί.

Γ. Αναζήτηση του μελλοντικού βέλτιστου

Επομένως, το υπολογισμένο βέλτιστο μέγεθος βήματος K μπορεί πλέον να εφαρμοστεί στον αλγόριθμο SDAS (βλ. Υποενότητα 5.3.1) και η διαδικασία να εξελιχθεί προς τον εντοπισμό του μελλοντικού βέλτιστου σημείου, με την εφαρμογή ενός βήματος από το αρχικό σημείο t_n . Το τρίτο αυτό στάδιο της διαδικασίας είναι όμοιο με το τελευταίο στάδιο του Αλγόριθμου BackSDAS.

Η σύγκλιση της μεθόδου αποδεικνύεται αυτομάτως από τη χρήση του Αλγόριθμου SDAS για την προσέγγιση του μελλοντικού βέλτιστου και η απόδειξη έχει ήδη διατυπωθεί (βλ. Θεώρημα 3.3.2).

Για την αξιοπιστία της προτεινόμενης εφαρμογής δημιουργήθηκε μία συναλλακτική στρατηγική προκειμένου να διαπιστωθεί η αποδοτικότητά της σε πραγματικά δεδομένα. Η συναλλακτική στρατηγική παρουσιάζεται στην Υποενότητα 5.4.2 και τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή της μεθοδολογίας αναλύονται στην Ενότητα 7.2.

5.4.2 Πρόταση μίας συναλλακτικής στρατηγικής για την εφαρμογή της μεθοδολογίας

Η προτεινόμενη συναλλακτική μεθοδολογία μίας κοινής τοποθέτησης/μετοχής απαρτίζεται από τέσσερα (4) στάδια, [4, 81]. Το πρώτο επικεντρώνεται στη διαδικασία της αρχικής προεπισκόπησης και επιλογής των μετοχών αυτών των οποίων οι τιμές ακολουθούν ανοδική πορεία. Εφαρμόζοντας την προτεινόμενη μεθοδολογία μπορούν να εξαχθούν πληροφορίες σχετικές με το χρόνο κατά τον οποίο η τιμή της τοποθέτησης αναμένεται να βελτιστοποιηθεί τοπικά. Αργότερα ο επενδυτής μπορεί να αποφασίσει το ύψος του κεφαλαίου που επιθυμεί να δεσμεύσει στην εν λόγω μετοχή· όταν η ημέρα -που η διαδικασία προέβλεψε- φτάσει ο επενδυτής πρέπει να εκτιμήσει εάν οι καταστάσεις επιτρέπουν την πώληση της μετοχής ή τη συνέχιση της διαδικασίας.

Στάδιο Α. Προεπισκόπηση και αρχική επιλογή μετοχών

Το πρώτο στάδιο αναφέρεται στην αρχική επιλογή 1 εκ των j διαθέσιμων μετοχών των οποίων οι τιμή παρουσιάζει αύξουσα πορεία. Δεδομένου ότι σε αυτή τη διατριβή θεωρείται ότι ο επενδυτής επιθυμεί να αγοράσει μία κοινή μετοχή -η οποία συναλλάσσεται στη χρηματιστηριακή αγορά- στην χαμηλότερη δυνατή τιμή και να την πουλήσει στην μεγαλύτερη δυνατή προκειμένου να επωφεληθεί από τη διαφορά, ελκυστικές θεωρούνται οι τοποθετήσεις αυτές των οποίων η τιμή αυξάνει.

Στάδιο Β. Υπολογισμός της μελλοντικής ημέρας κατά την οποία θα παρουσιαστεί το βέλτιστο

Το στάδιο αυτό αναφέρεται στην προσέγγιση της μελλοντικής ημέρας κατά την οποία αναμένεται να παρουσιαστεί το τοπικό βέλτιστο. Η εφαρμογή του προτεινόμενου διαδικασίας οπισθοδρόμησης με χρήση της μεθόδου Newton στην αρχική ημέρα n της επιλεγμένης μετοχής παράγει δεδομένα σχετιζόμενα με την ημέρα κατά την οποία η τιμή της πρόκειται να παρουσιάσει το επόμενο τοπικό βέλτιστο -εδώ μέγιστο. Προφανώς, η τιμή της μετοχής που έχει επιλεγεί σύμφωνα με τα ιστορικά δεδομένα, ακολουθεί ανοδική πορεία και σε ακολουθία με τα συμπεράσματα της μεθοδολογίας αναμένεται να παρουσιάσει βέλτιστο.

Στάδιο Γ. Κατανομή διαθέσιμου κεφαλαίου

Σε αυτό το στάδιο ο επενδυτής καλείται να επιλέξει το ποσοστό του διαθέσιμου κεφαλαίου του που θα κατανείμει στην επιλεγμένη μετοχή και κατόπιν να προβεί στη συναλλακτική διαδικασία.

Στάδιο Δ. Απόφαση για πώληση

Υπενθυμίζεται ότι για την επιλεγμένη μετοχή υπάρχει ήδη πρόβλεψη από το δεύτερο στάδιο σχετικά με τη μελλοντική ημέρα κατά την οποία η τιμή της αναμένεται να μεγιστοποιηθεί. Σε αυτή την ημέρα, εάν η τιμή της μετοχής είναι μεγαλύτερη από την τιμή της κατά την ημερομηνία αγοράς, ο επενδυτής έχει την επιλογή να πουλήσει τη μετοχή και να προβεί είτε στην επανεπένδυση της απόδοσής της -με την μεθοδολογία του πρώτου σταδίου- ή να αποχωρήσει από τη συναλλακτική διαδικασία.

Το διάγραμμα ροής που περιγράφει την προτεινόμενη συναλλακτική στρατηγική παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.8.

5.5 Η τεχνική «προβολής» για τον εντοπισμό των μελλοντικών βέλτιστων σημείων χρονοσειρών

Η προσέγγιση του προβλήματος της πρόβλεψης χρονοσειρών είναι σαφές πλέον ότι επιτυγχάνεται με τη γνώση και αξιοποίηση παρελθόντων σημείων. Με την προτεινόμενη μεθοδολογία «προβολής» υιοθετείται μία παραλλαγή της τεχνικής οπισθοδρόμησης. Συγκεκριμένα, ανάλογα με την φορά της χρονοσειράς -αύξουσα ή φθίνουσα- η επιλογή των παρελθοντικών σημείων για την εφαρμογή του βήματος οπισθοδρόμησης βασίζεται στο σωρευτικό ελάχιστο ή μέγιστο (cumulative minimum/maximum), αντιστοίχως. Η σταθερά Lipschitz προσεγγίζεται στο σύνολο των επιλεγμένων σημείων και το μελλοντικό μέγεθος βήματος υιοθετείται μέσω μίας διαδικασίας ενός και μόνον σταδίου, η οποία απορρέει από την εφαρμογή ενός αλγόριθμου μέγιστης κλίσης, [67].

Σχήμα 5.8: Διάγραμμα ροής της προτεινόμενης συναλλακτικής στρατηγικής για εφαρμογή της τεχνικής οπισθοδρόμησης με χρήση της μεθόδου Newton

5.5.1 Η προτεινόμενη τεχνική της «προβολής»

Το κοινό χαρακτηριστικό των μεθοδολογιών που έχουν προταθεί βασιζόμενες στην τεχνική της οπισθοδρόμησης για τον εντοπισμό μελλοντικών βέλτιστων είναι ότι καμία από αυτές δε χρησιμοποιεί όλα τα παρελθόντα σημεία. Για την ακρίβεια, οι μεθοδολογίες αυτές επιβάλλουν την επιλογή μόνον αυτών των παρελθοντικών σημείων τα οποία θεωρούνται «σχετικά» σημαντικά κατά την εξέλιξη της χρονοσειράς.

Επομένως, ανάλογα με τα επιλεγμένα σημεία και τα αποτελέσματα της διαδικασίας προβολής, τα σημεία που θα προκύψουν διαφοροποιούνται. Αναλόγως, κάθε εναλλακτική

Είσοδος: Y_t, t_n, m

Θέσε $n = -1$.Υπολόγισε ∇Y_t **Αν** $\nabla Y_t < 0$, **τότε**

Δημιούργησε το σωρευτικό μέγιστο σύνολο

 $cuM : \{t_n, t_{n-1}, t_{n-k}, \dots, t_{n-m+k}, t_{n-m}\}$, όπου $t_n \leq t_{n-1} \leq t_{n-k} \leq \dots \leq t_{n-m+k} \leq t_{n-m}$.**Αλλιώς**

Δημιούργησε το σωρευτικό ελάχιστο σύνολο

 $cum : \{t_n, t_{n-1}, t_{n-k}, \dots, t_{n-m+k}, t_{n-m}\}$, όπου $t_n \geq t_{n-1} \geq t_{n-k} \geq \dots \geq t_{n-m+k} \geq t_{n-m}$.**Τέλος όσο** cuM, cum

Σχήμα 5.9: Ο «σωρευτικός» αλγόριθμος

μέθοδος οπισθοδρόμησης θα μπορούσε να καταλήξει σε μία προσέγγιση στα συγκεκριμένα δικά της σημεία, αν και μερικά αυτά, βέβαια, μπορεί και να συμπίπτουν.

Η προτεινόμενη μεθοδολογία διαφοροποιείται στη φύση της τεχνικής οπισθοδρόμησης, η οποία βασίζεται στα αποτελέσματα της συνεχόμενης διαδικασίας εύρεσης σωρευτικών βέλτιστων. Ουσιαστικά στο πρώτο στάδιο της διαδικασίας οπισθοδρόμησης αντί της χρήσης μίας τεχνικής βελτιστοποίησης για τη συλλογή των παρελθόντων σημείων, χρησιμοποιείται η έννοια της αξιοποίησης του σωρευτικού βέλτιστου.

Συγκεκριμένα, στο πρώτο στάδιο επιτυγχάνεται η προσέγγιση του σωρευτικού βέλτιστου βάσει παρελθοντικών δεδομένων, ενώ το δεύτερο στάδιο περιλαμβάνει την προσέγγιση του μεγέθους του μελλοντικού βήματος. Το τρίτο στάδιο καταλήγει με την εφαρμογή ενός βήματος από το αρχικό σημείο προς το μελλοντικό βέλτιστο. Ο «προβολικός» αλγόριθμος (Projection Algorithm) παρουσιάζεται στον Αλγόριθμο 5.10 και η περιγραφή της διαδικασίας ακολουθεί.

Στάδιο Α: Δημιουργία του σωρευτικού βέλτιστου συνόλου

Το πρώτο στάδιο περιλαμβάνει την εύρεση -με την τεχνική της οπισθοδρόμησης- των «σωρευτικών» βέλτιστων σημείων (cumulative optimum points). Σε αυτό το

Είσοδος: F_t, t_n, m

Θέσε $n = -1$.

Εκτέλεσε τον Αλγόριθμο 5.9

Αν ο Αλγόριθμος 5.9 καταλήξει σε cuM , **τότε**

Δειγμάτισε cuM_λ κλίσεις, όπου λ είναι όλοι οι συνδυασμοί των ζεύγων (α, β) του υποσυνόλου (t_n, t_{n-m}) και υπολόγισε $s_i = \frac{F_\alpha - F_{\alpha-1} - F_\beta + F_{\beta-1}}{\alpha - \beta}$

για $\alpha, \beta, i = n - m, \dots, n - k, n - k - p, \dots, n$.

Υπολόγισε τη μέγιστη κλίση: Έστω $K_M = \max\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$

Αν $K_M \neq 0$, **τότε**

Θέσε $\Lambda_M = 0.5/K_M$

Θέσε $\Lambda = \Lambda_M$

Τέλος αν

Αλλιώς

Δειγμάτισε cum_λ κλίσεις, όπου λ είναι όλοι οι συνδυασμοί των ζεύγων (α, β) του υποσυνόλου (t_n, t_{n-m}) και υπολόγισε $s_i = \frac{F_\alpha - F_{\alpha-1} - F_\beta + F_{\beta-1}}{\alpha - \beta}$

για $\alpha, \beta, i = n - m, \dots, n - k, n - k - p, \dots, n$.

Υπολόγισε τη μέγιστη κλίση: Έστω $K_m = \max\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$

Αν $K_m \neq 0$, **τότε**

Θέσε $\Lambda_m = 0.5/K_m$

Θέσε $\Lambda = \Lambda_m$

Τέλος όσο

Τέλος όσο

Επέστρεψε $t_{n+\Lambda}$

Σχήμα 5.10: Ο «προβολικός» αλγόριθμος

σημείο είναι σημαντικό να διευκρινιστεί ότι η χρήση των «σωρευτικών» βέλτιστων είναι αναγκαία προκειμένου να διασφαλιστεί η επιλογή μόνον των παρελθόντων σημείων των οποίων η τιμή είναι αυστηρώς αύξουσα ή φθίνουσα.

Έστω η γνωστή μας χρονοσειρά $Y = Y\{t : t \in T\}$ όπου t είναι τα χρονικά διαστήματα σε σύνολο εξεταζόμενου χρόνου T , στο συγκεκριμένο παράδειγμα θεωρείται ισοδύναμη της F_i . Αφού τα παρελθόντα σημεία της χρονοσειράς είναι γνωστά, έστω ότι t_i είναι οι τιμές της που αντιστοιχούν σε χρόνους $i = n, n - 1, \dots, n - m$, το n είναι η τελευταία γνωστή χρονική στιγμή και το μέγεθος του βήματος οπισθοδρόμησης τίθεται ίσο προς m . Τότε για τη δημιουργία του «σωρευτικού» βέλτιστου συνόλου χρησιμοποιείται ο Αλγόριθμος 5.9. Σημειώνεται ότι το μέγεθος και των δύο συνόλων cuM και cum είναι ίσο με το μέγεθος του βήματος οπισθοδρόμησης.

Στάδιο Β: Προσέγγιση του μεγέθους βήματος

Το δεύτερο στάδιο καταλήγει στην προσέγγιση του μεγέθους βήματος το οποίο πρέπει να εφαρμοστεί στο αρχικό σημείο για την εύρεση του μελλοντικού βέλτιστου. Ο στόχος αυτός επιτυγχάνεται με τον συνεχόμενο υπολογισμό της σταθεράς Lipschitz μεταξύ όλων των σημείων του σωρευτικού συνόλου που έχει προκύψει από το πρώτο στάδιο, με την εφαρμογή του Αλγόριθμου 5.3 στο αντίστοιχο υποσύνολο cuM ή cum .

Στάδιο Γ: Προσέγγιση του μελλοντικού τοπικού βέλτιστου

Επομένως, το υπολογισμένο μέγεθος βήματος μπορεί να εφαρμοστεί στην γνωστή προσαρμογή του αλγόριθμου SDAS για τη διαδικασία της οπισθοδρόμησης (βλ. Αλγόριθμο 5.4). Η εφαρμογή αυτή -με περιορισμό για μελλοντική εύρεση- στο τελευταίο γνωστό σημείο t_n θα καταλήξει στο μελλοντικό βέλτιστο σημείο $t_{n+\Delta}$.

Υπενθυμίζεται ότι η σύγκλιση της επαναληπτικής εφαρμογής του αλγόριθμου SDAS έχει αποδειχθεί από τους Vrahatis, Androulakis, Lambrinos και Magoulas [118] (βλ. Θεώρημα 3.3.2). Επιπλέον, το θεώρημα σύγκλισης που χαρακτηρίζει την προτεινόμενη μεθοδολογία είναι το Θεώρημα 5.5.1 των Dennis και Schnabel [38].

Θεώρημα 5.5.1. Δεδομένων των απορροιών του Θεωρήματος 3.3.2 καθώς και του θεωρήματος των [38], τα ακόλουθα ισχύουν. Έστω ότι $G : G \rightarrow D$ είναι ένα στενό υποσύνολο του $\mathbb{R}^n$. Εάν για κάποια νόρμα $\|\cdot\|$ υπάρχει $\alpha \in [0, 1]$, τέτοιο ώστε $\|G_t - G_i\| \leq \alpha\|t - i\|, \forall t, i \in D$, τότε:

- (α) υπάρχει μοναδικό $t_{opt} \in D$ τέτοιο ώστε $G(t_{opt}) = t_{opt}$,
- (β) για κάθε $t_0 \in D$ στην ακολουθία t_n που δημιουργήθηκε από $t_{n+1} = G(t_n), n = 0, 1, \dots$, παραμένει στην D και συγκλίνει q -γραμμικά στο t_{opt} με σταθερά α ,
- (γ) για κάθε $n \geq \|G(t_0) - t_0\|, \|t_n - t_{opt}\| \leq \frac{\eta\alpha^n}{1 - \alpha}, n = 0, 1, \dots$

Απόδειξη: Προφανώς οι προσεγγίσεις της σταθεράς *Lipschitz* αποτελούν υποπερίπτωση του αλγόριθμου που αποδείχθηκε στους Vrahatis, Androulakis, Lambrianos και Magoulas [118]. Άρα το θεώρημα αποδεικνύεται.

Τα αποτελέσματα από την εφαρμογή του «προβολικού» αλγόριθμου αναλύονται διεξοδικά στην Ενότητα 7.3.

5.6 Συνδυασμός τεχνικών βελτιστοποίησης για τον «εγκλωβισμό» του βέλτιστου χρονοσειρών

Η εφαρμογή μεθοδολογιών με στόχο την εξαγωγή χρονικών προβλέψεων του μελλοντικού βέλτιστου μίας χρονοσειράς βασίστηκε σε διάφορες τεχνικές βελτιστοποίησης. Στην Ενότητα 5.3 χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος μέγιστης κλίσης, ενώ τροποποιήσεις του αλγόριθμου αυτού στη διαδικασία οπισθοδρόμησης προτάθηκε επίσης στην Ενότητα 5.3.2. Η χρήση της μεθόδου Newton όμως ως το μέσο της πορείας οπισθοδρόμησης αναπτύχθηκε στην Ενότητα 5.4 και κατέστησε σαφή την ισχύ του no free lunch theorem στη προοπτική της οπισθοδρόμησης, και συγκεκριμένα στην επιλογή των «ιδανικότερων» παρελθόντων σημείων για την προσέγγιση του μεγέθους του μελλοντικού βήματος.

Μια σημαντική ασυνέπεια της τεχνικής οπισθοδρόμησης είναι ότι το εκτιμώμενο μελλοντικό σημείο που προκύπτει από την εφαρμογή της είναι είτε το βέλτιστο ή ένα σημείο που τελικά οδηγεί σε βέλτιστο· σε αυτή την περίπτωση η πρόβλεψη δεν είναι απολύτως

ακριβής. Από την άλλη πλευρά, καθώς η μέθοδος προσεγγίζει το βέλτιστο σημείο, είναι μάλλον ότι η εφαρμογή οποιασδήποτε τεχνικής βελτιστοποίησης θα συγκλίνει σε μέγεθος βήματος που οδηγεί στο μελλοντικό βέλτιστο.

Έτσι, αν η ταυτόχρονη εφαρμογή δύο μεθόδων βελτιστοποίησης καταλήξει σε ένα -σχετικά μικρό- διάστημα προβλέψεων, είναι μάλλον πιθανό ότι το μελλοντικό βέλτιστο θα παγιδευτεί στο διάστημα που προκύπτει από την διπλή εφαρμογή. Επιπλέον στην περίπτωση που το διάστημα που προκύπτει από την διπλή εφαρμογή είναι σχετικά ευρύ, είναι πιθανό το μελλοντικό βέλτιστο να βρίσκεται ανάμεσα στις δύο προβλέψεις· ειδικότερα στην περίπτωση που επιλεγόμενες τεχνικές έχουν αποκλίνοντα χαρακτηριστικά. Για παράδειγμα, οι αλγόριθμοι μέγιστης κλίσης σε αντίθεση με τη μέθοδο Newton. Η εξέταση των διαφορετικών τεχνικών οπισθοδρόμησης υπαγορεύθηκε από τη διαπίστωση που παρέχεται από τους Androulakis και Vrahatis [12] ότι η προκύπτουσα περιοχή σύγκλισης εξαρτάται από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο βελτιστοποίησης

Επομένως, η βασική ιδέα της εν λόγω μεθοδολογίας είναι η χρήση δύο διαφορετικών τεχνικών βελτιστοποίησης με διαφορετικά χαρακτηριστικά σύγκλισης, προκειμένου να εγκλωβιστεί το μελλοντικό βέλτιστο σε μία χρονική περίοδο. Το διάστημα εκτιμάται μέσω της από κοινού εκμετάλλευσης των διαφορετικών τεχνικών και, φυσικά, στηρίζεται στα ίδια ιστορικά δεδομένα. Τα διαφορετικά χαρακτηριστικά της σύγκλισης των μεθόδων έχουν ως αποτέλεσμα την εύρεση ενός χρονικού διαστήματος το οποίο είναι πιθανό να περικλείει το τοπικό βέλτιστο, [82]. Για τον ίδιο λόγο, το εύρος του διαστήματος τείνει να μειώνεται καθώς η χρονοσειρά εξελίσσεται προς την κρίσιμη τιμή της.

5.6.1 Η μεθοδολογία της τεχνικής του «εγκλωβισμού» σε διάστημα

Η μεθοδολογία της τεχνικής του «εγκλωβισμού» κάνει χρήση δύο τεχνικών βελτιστοποίησης με διαφορετικά χαρακτηριστικά προκειμένου να επιτευχθεί η διπλή εφαρμογή. Εν προκειμένω οι τεχνικές που χρησιμοποιήθηκαν αντλούνται από τις μεθόδους μέγιστης κλίσης και του Newton.

Ένα από τα πιο σημαντικά χαρακτηριστικά των αλγόριθμων μέγιστης κλίσης είναι ότι ναι μεν χαρακτηρίζονται από αργή σύγκλιση, ωστόσο είναι σταθεροί σε αλλαγές του

αρχικού σημείου. Από την άλλη πλευρά η μέθοδος Newton τείνει να συγκλίνει στο βέλτιστο, δεδομένης της εφαρμογής ενός σχετικά μεγάλου μεγέθους βήματος, με την προϋπόθεση όμως ότι το αρχικό σημείο είναι κοντά στο βέλτιστο.

Η ύπαρξη της συναρτησιακής προσέγγισης που χρησιμοποιείται στη διατριβή αυτή επιτρέπει την θεώρηση του προβλήματος της εύρεσης του μελλοντικού χρόνου εμφάνισης βέλτιστου μίας χρονοσειράς ως ισότιμο με τη γενοϊκή μορφή του προβλήματος βελτιστοποίησης χωρίς περιορισμούς. Πολλές από τις μεθοδολογίες για την αντιμετώπιση προβλημάτων χωρίς περιορισμούς είναι επαναλαμβανόμενης φύσης, ξεκινούν από ένα τυχαίο σημείο και εξελίσσονται προς το βέλτιστο με διαδοχικό τρόπο.

Κατά συνέπεια, στην περίπτωση της προτεινόμενης κοινής μεθόδου η διαδοχική συμπεριφορά προσεγγίζεται μέσω της ανίχνευσης επαναλαμβανόμενων παρελθόντων τοπικών βέλτιστων· το αποτέλεσμα της διαδικασίας αυτής είναι ισοδύναμο με ένα σύνολο αποτελούμενο από παρελθόντα σωρευτικά βέλτιστα σημεία στην εξεταζόμενη περιοχή.

Τα δυο πρώτα στάδια της μεθοδολογίας «εγκλωβισμού»

Η χρήση των δύο αρχικών σταδίων δεν είναι πρωτότυπη στη συγκεκριμένη μεθοδολογία. Συγκεκριμένα, στο **πρώτο στάδιο** επιδιώκεται η δημιουργία του «σωρευτικού» συνόλου παρελθόντων σημείων όπως αυτή παρουσιάστηκε στην Ενότητα 5.5, και ως διαδικασία περιγράφεται από τον «σωρευτικό» αλγόριθμο στον Αλγόριθμο 5.9.

Δανειζόμενοι λοιπόν την έννοια της τεχνικής της οπισθοδρόμησης μέσω «σωρευτικών» βέλτιστων σημείων, στο πρώτο στάδιο γίνεται η υπόθεση ότι $Y = Y\{t : t \in T\}$ είναι η γνωστή μας χρονοσειρά μίας ακολουθίας παρελθόντων σημείων, t_i είναι οι τιμές της που αντιστοιχούν σε χρόνους $i = n, n-1, \dots, n-m$, το n είναι η τελευταία γνωστή χρονική στιγμή και το μέγεθος του βήματος οπισθοδρόμησης τίθεται ίσο προς m . Το πρώτο στάδιο «κλείνει» με τη δημιουργία των δύο συνόλων cuM και cum.

Στο **δεύτερο στάδιο**, το σωρευτικό σύνολο των παρελθόντων σημείων, cuM ή cum, επεξεργάζεται αναλόγως ώστε να παραχθούν οι εκτιμήσεις που σχετίζονται με το βέλτιστο μέγεθος βήματος, το οποίο εδώ συμβολίζεται με M . Το μήκος του μελλοντικού βήματος υπολογίζεται ως η μέγιστη προσέγγιση της τιμής της σταθεράς Lipschitz που έχει επιτευχθεί μεταξύ όλων των εφικτών συνδυασμών των σημείων του «σωρευτικού» συνόλου, μέσω της χρήσης του Αλγόριθμου 5.3 και θεωρείται ίσο με $M = 0.5/K_{max}$.

Το τρίτο και τέταρτο στάδιο της μεθοδολογίας «εγκλωβισμού»

Τον καθορισμό του μήκους του βήματος M ακολουθεί το **τρίτο στάδιο** το οποίο περιλαμβάνει τον προσδιορισμό του κρίσιμου διαστήματος. Προκειμένου να επιτευχθεί ο εγκλωβισμός του μελλοντικού βέλτιστου της χρονοσειράς, απαιτείται η χρήση δύο τεχνικών βελτιστοποίησης. Η εφαρμογή διαφορετικών τεχνικών βελτιστοποίησης στο ίδιο σύνολο δεδομένων, θα καταλήξει σε διαφορετικές περιοχές σύγκλισης.

Υπενθυμίζεται ότι οι Androulakis και Vrahatis [12] ανέλυσαν τα ευρήματά τους σχετικά με τις περιοχές σύγκλισης που προέρχονται από κάθε διαφορετική τεχνική βελτιστοποίησης που χρησιμοποιήθηκε. Ωστόσο, οι περιοχές που είναι πιθανό να παρουσιαστεί το τοπικό βέλτιστο εν τέλει τείνουν να συγκλίνουν ασχέτως της τεχνικής βελτιστοποίησης που χρησιμοποιείται.

Επιπλέον, καθώς η πρόβλεψη κατά τη μεθοδολογία εξελίσσεται, το μέγεθος του διαστήματος που προκύπτει περιορίζεται δεδομένου μάλιστα ότι προσεγγίζει το βέλτιστο, αφού τα σημεία που προκύπτουν από τη παράλληλη εφαρμογή των δύο μεθόδων τείνουν προς ταύτιση.

Οι δύο μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για την δημιουργία του διαστήματος αναλύονται παρακάτω:

Μέθοδος Α: Για τη δημιουργία του ενός ορίου του διαστήματος χρησιμοποιείται η τεχνική της προβολής και ο «προβολικός» αλγόριθμος (Βλ. Ενότητα 5.5.1). Έστω ότι t_n είναι το αρχικό σημείο· ο υπολογισμός του μεγέθους βήματος m_1 που απαιτείται για τον καθορισμό του ενός ορίου του διαστήματος προκύπτει από την εφαρμογή ενός βήματος μήκους M όπως περιγράφεται στον Αλγόριθμο 5.10. Άρα το μελλοντικό σημείο που απορρέει από την εφαρμογή της πρώτης μεθόδου είναι $t_A = t_{n+M} = t_{n+m_1}$.

Μέθοδος Β: Η εφαρμογή της δεύτερης μεθόδου επιβάλλεται προκειμένου να επιτευχθεί μία καλύτερη προσέγγιση της βέλτιστης περιοχής. Όσο πιο στενή είναι η περιοχή μεταξύ των δύο προβλέψεων, το λιγότερο επισφαλής είναι πρόβλεψη. Το δεύτερο όριο του διαστήματος υπολογίζεται ως προέκταση των αποτελεσμάτων της πρώτης μεθόδου. Συγκεκριμένα το δεύτερο όριο θα είναι $t_b = t_{n+m_2}$, όπου t_n είναι το αρχικό σημείο και m_2 η κατεύθυνση της εύρεσης όπως αυτή υπολογίζεται από

Σχήμα 5.11: Διάγραμμα ροής της διαδικασίας σχηματισμού του διαστήματος «εγκλωβισμού»

σχετική τροποποίηση της μεθόδου Newton, που παρουσιάζεται στην ακόλουθη Σχέση 5.5,

$$m_2 = M \frac{Y_{t_n} - Y_{t_{n-1}}}{Y_{t_n} - 2Y_{t_{n-1}}}. \quad (5.5)$$

Το διάστημα προκύπτει από τις τιμές των t_A και t_B . Συγκεκριμένα, για το άνω όριο του διαστήματος t_U ισχύει $t_U = \max\{t_A, t_B\}$ και παρομοίως για το κάτω όριο t_L ισχύει $t_L = \min\{t_A, t_B\}$. Το διάγραμμα ροής της διαδικασίας σχηματισμού του διαστήματος «εγκλωβισμού» παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.11.

Σύμφωνα με το κλασσικό θεώρημα της απεικόνισης συστολής (Contractive Mapping

Theorem), κάθε επαναληπτική μέθοδος της μορφής $t_{n+1} = G(t_n)$ που ορίζει προϋποθέσεις στο G , για τις προϋποθέσεις αυτές η ακολουθία $\{t_n\}$ συγκλίνει q-γραμμικά στο t_{opt} από κάθε σημείο t_0 σε μία περιοχή D . Τα θεωρήματα σύγκλισης που χαρακτηρίζουν την προτεινόμενη μεθοδολογία είναι το Θεώρημα 5.5.1 των Dennis και Schnabel [38] (Βλ. Υποενότητα 5.5.1) σε συνδυασμό με το ακόλουθο θεώρημα σύγκλισης:

Θεώρημα 5.6.1. Το θεώρημα σύγκλισης: Υπό τις προϋποθέσεις των θεωρημάτων σύγκλισης και των μεθόδων A και B για βελτιστοποίηση, η ακολουθία u_k που δημιουργείται από το μέσο $\mu_{AB} = \frac{t_L + t_U}{2}$ του διαστήματος t_L, t_U είναι πεπερασμένη και τερματίζει σε ένα επιθυμητό σημείο x_{opt} .

Το διάστημα (t_L, t_U) αναπαριστά τα σημεία που προκύπτουν από k^n επανάληψη της εφαρμογής των μεθόδων «προβολής» και *Newton* στα ίδια σημεία. Σύμφωνα με το *Contractive Mapping Theorem* καθώς προσεγγίζεται η περιοχή του μελλοντικού βέλτιστου, η Σχέση $G_t - G_i \leq a(t - i), \forall t, i \in D$ ικανοποιείται για μεθόδους βελτιστοποίησης επίσης.

Απόδειξη. Επομένως, ικανοποιείται και ο μέσος του διαστήματος (t_L, t_U) και η ακολουθία των μέσων τιμών του διαστήματος (t_L, t_U) είναι η ακολουθία που τελικά συγκλίνει στο μελλοντικό βέλτιστο. $\square$

Τα εμπειρικά αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή της μεθόδου «εγκλωβισμού» παρουσιάζονται στην Ενότητα 7.4.

5.7 Προσαρμογή της τεχνικής οπισθοδρόμησης για πρόβλεψη χρονοσειρών συντελεστή βήτα

Στις προηγούμενες Ενότητες γίνεται λόγος για τη χρήση της τεχνικής οπισθοδρόμησης με στόχο τον εντοπισμό των μελλοντικών βέλτιστων μιας χρονοσειράς, μέσω της χρήσης κάποιων εκ των παρελθοντικών τιμών της χρονοσειράς, τα οποία επιλέγονται ως αποτέλεσμα της επαναλαμβανόμενης αναζήτησης βέλτιστων.

Η ισχύς του no free lunch theorem ως προς την ουσιαστική ανυπαρξία ιδανικής μεθόδου βελτιστοποίησης για κάθε πρόβλημα, έχει ωθήσει στην υιοθέτηση διαφορετικών

τέτοιων τεχνικών κατά την εφαρμογή της τεχνικής οπισθοδρόμησης. Πέραν όμως των τεχνικών οπισθοδρόμησης που χρησιμοποιούνται, ενδιαφέρον παρουσιάζει και η φύση των εξεταζόμενων χρονοσειρών αφού το χαρακτηριστικό αυτό σημαίνει και διαφορετικά χαρακτηριστικά της χρονοσειράς.

Σύμφωνα με τους Braun, Nelson και Sunier [26] είναι ιδιαίτερης σημασίας η επίγνωση των ιδιοτήτων των χρονοσειρών που απαρτίζονται από τις τιμές του συντελεστή βήτα για την κατανόηση της αποτίμησης στοιχείων ενεργητικού. Επιπλέον, οι τιμές των αποδόσεων απορρέουν από ακριβώς τους ίδιους παράγοντες που επηρεάζουν τις τιμές των αξιογράφων και των δεικτών.

Στην περίπτωση του συντελεστή βήτα -δεδομένου ότι αυτός υπολογίζεται ως η συνδιακύμανση της απόδοσης του αξιόγραφου σε σχέση με την ανά μονάδα μεταβολή της απόδοσης της αγοράς στο σύνολό της- οι τιμές του συντελεστή στο χρόνο ποικίλουν ανάλογα με τις διακυμάνσεις των σχετικών αποδόσεων.

Έτσι στη συγκεκριμένη Ενότητα η εξεταζόμενη χρονοσειρά απαρτίζεται από δεδομένα του συντελεστή βήτα.

5.7.1 Η μεθοδολογία b-FORC

Από τη στιγμή που το συστημικό ρίσκο που περιλαμβάνεται σε μια τοποθέτηση σε αξιόγραφα χαρακτηρίστηκε από τον υπολογισμό του συντελεστή βήτα, η πρόβλεψη των τιμών του συντελεστή αυτού έχει αποσπάσει ιδιαίτερο ερευνητικό ενδιαφέρον.

Στη συγκεκριμένη μεθοδολογία χρησιμοποιείται η μέθοδος SDAS και τα δύο στάδια στα οποία αναλύεται η διαδικασία. Ο λόγος είναι ότι οι αλγόριθμοι μέγιστης κλίσης, όπως είναι και ο SDAS, ενδείκνυνται για χρονοσειρές απαρτιζόμενες από τιμές του συντελεστή βήτα λόγω της εγγύτητας της περιοχής σύγκλισης με το αρχικό σημείο. Έτσι, προσεγγίσεις αυτού του είδους διευκολύνουν βραχυπρόθεσμες συγκλίσεις· δηλαδή η πληροφορία που απορρέει από την εφαρμογή αυτής της τεχνικής είναι δυνατό να συγκριθεί με τις τρέχουσες τιμές του συντελεστή βήτα και την πορεία τους ώστε να παράσχει επιπλέον πληροφορίες ιδανικές για το σχηματισμό βραχυπρόθεσμης συναλλακτικής στρατηγικής, [9, 10].

Η μεθοδολογία για την πρόβλεψη του πλησιέστερου -χρονικά- μελλοντικού μέγιστου

της τιμής του συντελεστή βήτα αναλύεται σε δύο στάδια:

Στάδιο Α: Χωρίς βλάβη της γενικότητας θεωρείται εκ προοιμίου ότι η τιμή του συντελεστή βήτα αυξάνει, έτσι η εύρεση μέσω της τεχνικής της οπισθοδρόμησης επικεντρώνεται στον εντοπισμό του παρελθοντικού τοπικού βέλτιστου¹. Από την εφαρμογή της τεχνικής οπισθοδρόμησης χρησιμοποιώντας τη μέθοδο SDAS θα προκύψει μια εκτίμηση του χρόνου κατά τον οποίο η χρονοσειρά παρουσίασε τοπικό ελάχιστο. Από την επαναλαμβανόμενη εφαρμογή του αλγόριθμου αυτού, τελικώς θα προκύψει μια ακολουθία των σημείων $\beta_n, \beta_{k_1}, \beta_{k_2}, \dots, \beta_{k_{m-2}}, \beta_{min}$ τα οποία οδηγούν στο παρελθοντικό τοπικό ελάχιστο.

Στάδιο Β: Αφού είναι γνωστά τα παρελθοντικά σημεία -από το πρώτο στάδιο, εφαρμόζεται το δεύτερο βήμα που αφορά στην μέγιστη προσέγγιση της σταθεράς Lipschitz που έχει υπολογιστεί από το σύνολο αυτών των παρελθόντων σημείων (βλ. Ενότητα 5.2).

Στάδιο Γ: Το τρίτο στάδιο καταλήγει στην εύρεση του μελλοντικού χρονικού σημείου κατά το οποίο αναμένεται να προκύψει το επόμενο τοπικό μέγιστο.

Εάν η ακολουθία των παρελθοντικών σημείων αντιμετωπιστεί ως μια διαδικασία με μελλοντική προοπτική, διαφαίνεται ότι άρχεται στο ελάχιστο σημείο β_{min} , διαπερνά το τελευταίο γνωστό β_n και πιθανότατα καταλήγει στο μελλοντικό μέγιστο β_{max} . Είναι προφανές ότι και σε αυτή τη διαδικασία το τελικό βήμα επιτυγχάνεται με τη χρήση του Αλγόριθμου SDAS ο οποίος με ένα βήμα από το τελευταίο γνωστό σημείο έχει ήδη αποδειχθεί ότι συγκλίνει στο μελλοντικό βέλτιστο (βλ. Θεώρημα 3.3.2).

Η προτεινόμενη μεθοδολογία με την ονομασία b-FORC (beta FOrReCasting) παρουσιάζεται συνοπτικά στον ομώνυμο Αλγόριθμο 5.12. Είναι ιδιαίτερης σημασίας να διευκρινιστεί ότι ο προτεινόμενος αλγόριθμος δεν υπολογίζει τις μελλοντικές τιμές του συντελεστή βήτα, αλλά το μελλοντικό χρόνο κατά τον οποίο η τιμή του συντελεστή θα είναι βέλτιστη. Προφανώς, το αποτέλεσμα t_{max} του αλγόριθμου δηλώνει μελλοντικό χρόνο και όχι μελλοντική τιμή.

¹ Στην περίπτωση εντοπισμού μελλοντικού ελάχιστου, η διαδικασία ακολουθεί τους ίδιους κανόνες αλλά με διαφορετική φορά.

Είσοδος: β, ε

Επανάλαβε

Εφάρμοσε το πρώτο στάδιο για τον υπολογισμό των σημείων της ακολουθίας $\beta_n, \beta_{k_1}, \beta_{k_2}, \dots, \beta_{k_{m-2}}, \beta_{min}$ που οδηγούν στο προηγούμενο τοπικό ελάχιστο.

Μέχρι

Να υπολογιστεί το μελλοντικό χρονικό σημείο t_{n+k} κατά το οποίο η άγνωστη τιμή του συντελεστή βήτα θα μεγιστοποιηθεί, εφαρμόζοντας το δεύτερο στάδιο της διαδικασίας στα σημεία που προέκυψαν από το πρώτο στάδιο αυτής.

Θέσε $t_{max} = t_{n+k}$

Επέστρεψε $\{t_{max}\}$

Σχήμα 5.12: Η μεθοδολογία b-FORC (beta FOrReCasting)

Τα εμπειρικά αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθοδολογίας σε πραγματικά δεδομένα περιγράφονται αναλυτικά στην Ενότητα 7.5.

Η τεχνική της οπισθοδρόμησης σε προβλήματα εντοπισμού χρηματοοικονομικής κρίσης

Το κοινό χαρακτηριστικό των ευρέως διαδεδομένων μεθοδολογιών (όπως αυτές αναλύθηκαν στην Ενότητα 4) είναι ότι το πρόβλημα του εντοπισμού μίας χρηματοπιστωτικής κρίσης πραγματεύεται μέσω εφαρμογών στατιστικής ανάλυσης. Με τις ακόλουθες μεθοδολογίες επιχειρείται η αντιμετώπιση του ίδιου προβλήματος, ωστόσο από διαφορετική οπτική.

Η συναρτησιακή προσέγγιση των χρονοσειρών που έχει παρουσιαστεί στην Ενότητα 5.1 καταλήγει στην παρατήρηση κοινών χαρακτηριστικών ανάμεσα στη συμπεριφορά των χρονοσειρών και των μαθηματικών συναρτήσεων. Σύμφωνα με αυτή τη θεωρήση κάθε χρονοσειρά δύναται να θεωρηθεί ως συνάρτηση υποκείμενη σε πολυάριθμους περιορισμούς, και να προσεγγιστεί μέσω της θεωρίας της αριθμητικής ανάλυσης.

Αναλόγως, η προτεινόμενη προοπτική συνεπάγεται την προαγωγή των συμπερασμάτων που προκύπτουν από τις χρονοσειρές σε χαρακτηριστικά της συνάρτησης η οποία περιγράφει τη σειρά κατά την τρέχουσα χρονική στιγμή. Έτσι, η συμπεριφορά της συνάρτησης ερμηνεύεται βάσει των χαρακτηριστικών αυτών. Στην πραγματικότητα, είναι μια αρχική προσπάθεια να απομονωθούν τα χαρακτηριστικά αυτά της χρονοσειράς τα οποία ουσιαστικά ταυτίζονται με μία συνάρτηση και όχι με τη χρονοσειρά.

Αναλόγως, από τη μαθηματική ανάλυση δανείζομαστε την έννοια της σταθεράς Lipschitz η οποία χρησιμοποιείται ως μετρικό της μέγιστης αλλαγής μίας συνάρτησης. Τέλος,

υπενθυμίζεται ότι η σταθερά Lipschitz ως σταθερά που συνοδεύει τη συνάρτηση, στη διαδικασία βελτιστοποίησης μπορεί να επιταχύνει την εύρεση βέλτιστου και εφόσον η εφαρμογή της επεκταθεί και στην περίπτωση των χρονοσειρών λειτουργεί ως μέτρο της «επιτάχυνσης» των αλλαγών της [92].

Το Κεφάλαιο αυτό είναι χωρισμένο σε δύο Ενότητες. Η Ενότητα 6.1 περιγράφει τον αλγόριθμο Lipschitz INdicator (LIN) ο οποίος παρουσιάζεται ως μέσο προειδοποιητικής ένδειξης της επαρχής μίας ασυνήθης χρηματοοικονομικής κατάστασης, η οποία ενδεχομένως να αποτελεί και μία επερχόμενη χρηματοπιστωτική κρίση.

Η Ενότητα 6.2 αφορά στην πρόταση μίας εξέλιξης της τεχνικής «εγκλωβισμού» (που παρουσιάστηκε στην Ενότητα 5.6 σε προβλήματα πρόβλεψης περιόδων χρηματοοικονομικής κρίσης).

6.1 Ο αλγόριθμος Lipschitz INdicator (LIN)

Ο προτεινόμενος αλγόριθμος παρότι εξάγει ενδείξεις (alerts) βασιζόμενες σε δείκτες, διαφοροποιείται των προσεγγίσεων «σήματος» στη φύση του δείκτη που χρησιμοποιείται. Σε αυτή τη μεθοδολογία ο δείκτης που εισάγεται βασίζεται σε συμπεράσματα που προκύπτουν από υπολογισμούς της σταθεράς Lipschitz στις τιμές μίας χρονοσειράς.

Στην εν λόγω μεθοδολογία η σταθερά Lipschitz χρησιμοποιείται ως δείκτης της επιτάχυνσης μίας χρονοσειράς. Τα αποτελέσματα που παρέχονται από την εφαρμογή της είναι ιδιαίτερα ενδιαφέροντα κυρίως ως προς την αξιοπιστία της μεθόδου να εντοπίζει χρονικά *ex-ante* μία μελλοντική, ασυνήθη χρηματοοικονομική κατάσταση, η οποία πιθανώς να αποτελεί και την έναρξη μίας χρηματοπιστωτικής κρίσης, [11, 6, 7].

6.1.1 Τα χαρακτηριστικά του προτεινόμενου μοντέλου

Στην Ενότητα 4.1 γίνεται αναφορά στον ορισμό της κρίσης στη διεθνή βιβλιογραφία, η οποία τείνει να μεταφράζεται ως η μείωση της τιμής του κινητού μέσου της υπό εξέταση χρονοσειράς σε βαθμό μεγαλύτερο ενός προκαθορισμένου ορίου (όπως αυτό έχει προσδιοριστεί). Στη εν λόγω Κεφάλαιο η έννοια της κρίσης, υπό τη μαθηματική της σκοπιά, είναι αυτή που παρέχεται στον Ορισμό 4.1.2.

Υποτίθεται, λοιπόν, η εξεταζόμενη χρονοσειρά $Y = \{Y_t : t \in T\}$ όπου Y είναι η απλοποιημένη μορφή μίας χρονοσειράς και t οι χρονικές περίοδοι του χρόνου T . Ωστόσο, αν και αυτή είναι η αρχικά εξεταζόμενη χρονοσειρά οι παραγόμενες προβλέψεις βασίζονται στην επεξεργασία της εικονικής χρονοσειράς K_t η οποία αναπαριστά τις προσεγγίσεις της σταθεράς Lipschitz ενός υποσυνόλου και ορίζεται ακολούθως.

Ορισμός 6.1.1. Η K_t ορίζεται ως η ακολουθία των προσεγγίσεων των τοπικών τιμών της σταθεράς Lipschitz για κάθε $t \in T$ οι οποίες προκύπτουν ως η μέγιστη τιμή του K που ικανοποιεί τη Σχέση:

$$|Y_\kappa - Y_l| \leq K|\kappa - l|, \quad \forall [\kappa, l] \in [t - m, t - 1] \times [t - m, t - 1] \quad (6.1)$$

Από αυτή την οπτική το πρόβλημα που αναφέρεται στην ερμηνεία των αλλαγών της χρονοσειράς μετατρέπεται σε πρόβλημα ερμηνείας των μεταβολών που υφίσταται η σειρά K_t .

Υπενθυμίζεται ότι η σταθερά Lipschitz L προσεγγίζεται στο διάστημα $\Delta \times \Delta$ και η εκτίμηση της τιμής της τοπικής σταθεράς Lipschitz, K_t στο $[t - m, t - 1] \times [t - m, t - 1]$. Δεδομένου ότι ισχύει $[t - m, t - 1] \subset \Delta$, επίσης ισχύει και $L \geq K_t$. Άρα κάθε υπολογισμός της τιμής του K_t πρόκειται για μία **υποεκτίμηση** της πραγματικής τιμής της άγνωστης τιμής της σταθεράς Lipschitz, L . Επομένως, κάθε προσέγγιση που έχει αναπτυχθεί για τη δημιουργία ενός προειδοποιητικού δείκτη για επερχόμενη κρίση, ουσιαστικά εμπεριέχει αυτή την ιδιαιτερότητα. Επιπλέον, τα δεδομένα παρέχουν τη δυνατότητα μόνον για προσεγγίσεις της σταθεράς, όμως οι διαφορές αυτών δεν είναι αναγκαία ισότιμες με τις αλλαγές της πραγματικής σταθεράς Lipschitz. Για την αποφυγή του μειονεκτήματος αυτού προτάθηκε η έννοια της σύγκρισης της τελευταίας προσέγγισης της σταθεράς Lipschitz σε σχέση με τη μέγιστη όλων των προσεγγίσεων του υπό εξέταση υποσυνόλου.

Έτσι έστω ότι $\tilde{K}_t$ είναι η μέγιστη μεταξύ των τελευταίων m τιμών της σειράς K_t . προκύπτει ότι,

$$\tilde{K}_t = \max\{K_{t-1}, K_{t-2}, \dots, K_{t-m}\}. \quad (6.2)$$

Άρα η διαφορά $K_t - \tilde{K}_t$ παρέχει ένα μέτρο των αλλαγών που μία χρονοσειρά υφίσταται μία μεταβολή της ισορροπίας αυτής στο χρόνο t ενδεχομένως να σηματοδοτεί την έναρξη

μίας κρίσης τη χρονική στιγμή t .

Ορισμός 6.1.2. Συμβολίζεται με A_t ο δείκτης που σηματοδοτεί την προειδοποίηση κρίσης (*crisis alert*) τη χρονική στιγμή t , και λαμβάνει τιμές

$$A_t = \begin{cases} 1, & \text{όταν } K_t - \tilde{K}_t \geq \varepsilon \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (6.3)$$

όπου ε είναι το προκαθορισμένο επίπεδο σημαντικότητας.

Ωστόσο, η περίπτωση των προειδοποιητικών ενδείξεων που περιγράφεται στον Ορισμό 6.1.2 παρέχει ένα μετρικό ευάλωτο σε μη σημαντικές μεταβολές και επομένως ιδιαίτερα ευαίσθητο σε εσφαλμένες προειδοποιήσεις. Για το λόγο αυτό το επίπεδο σημαντικότητας προσαρμόζεται σύμφωνα με τη φύση του προβλήματος.

Στο ακόλουθο θεώρημα αποδεικνύεται η συσχέτιση ανάμεσα στην έναρξη μίας κρίσης -όπως αυτή ορίζεται από τη Σχέση 4.1- και στην προειδοποιητική ένδειξη επερχόμενης κρίσης -όπως ορίζεται από τη Σχέση 6.3.

Θεώρημα 6.1.1. Έστω η χρονοσειρά $Y = \{Y_t : t \in T\}$ η οποία ικανοποιεί τη Σχέση 5.2. Εάν μία κρίση (σύμφωνη του Ορισμού 4.1.2) ξεκινήσει τη χρονική στιγμή t , τότε ο προειδοποιητικός δείκτης θα σημάνει· ήτοι $A_t = 1$.

Απόδειξη. Χωρίς βλάβη της γενικότητας, για τον υπολογισμό της $\tilde{K}_t$ έστω $m = 1$, τέτοιο ώστε $\tilde{K}_t = K_{t-1}$. Με τον υπολογισμό της $\tilde{Y}_t$ χρησιμοποιώντας της $\lambda - 1$ τελευταίες γνωστές τιμές, από τη Σχέση 4.1 θα προκύψει

$$\left| \frac{Y_t - Y_{t-\lambda}}{\lambda} - \frac{Y_{t-1} - Y_{t-\lambda-1}}{\lambda} \right| \geq \varepsilon. \quad (6.4)$$

Σημειώνεται ότι η ενδεχόμενη διαφορά μεταξύ των K_t και K_{t-1} οφείλεται στα μη κοινά σημεία της χρονοσειράς που χρησιμοποιήθηκαν στη Σχέση 6.1. Επομένως η Σχέση 6.4 είναι ισοδύναμη της

$$\left| K_t - \tilde{K}_t \right| \geq \varepsilon. \quad (6.5)$$

Άρα το θεώρημα ισχύει. $\square$

Είσοδος: λ, m, n
Υπολόγισε την K_t για $t = n - m, \dots, n$.
Υπολόγισε την $\tilde{K}_t$.
Υπολόγισε το A_n .
Αν $A_n = 1$, τότε
προειδοποιητική ένδειξη=ΑΛΗΘΗΣ
Αλλιώς
προειδοποιητική ένδειξη=ΨΕΥΔΗΣ
Τέλος αν
Τέλος όσο {προειδοποιητική ένδειξη}

Σχήμα 6.1: Ο αλγόριθμος Lipschitz INdicator (LIN)

Επιπλέον, η χρήση του $m > 1$ για τον υπολογισμό της $\tilde{K}_t$ επηρεάζει θετικά την ευαισθησία της προειδοποιητικής ένδειξης.

6.1.2 Ο προτεινόμενος αλγόριθμος Lipschitz INdicator (LIN)

Δεδομένης της ανάλυσης που προηγήθηκε στην Υποενότητα 6.1.1, σε αυτή ο προτεινόμενος αλγόριθμος Lipschitz INdicator (LIN) περιγράφεται αναλυτικά.

Έστω n τα τελευταία γνωστά σημεία της χρονοσειράς, λ ο αριθμός των παρελθόντων σημείων που χρησιμοποιήθηκαν για την προσέγγιση της σταθεράς Lipschitz, και m τα παρελθόντα σημεία στα οποία εφαρμόστηκε ο αλγόριθμος. Μία σύντομη περιγραφή του αλγόριθμου LIN παριλαμβάνεται στον Αλγόριθμο 6.1.

Στην περίπτωση πρόβλεψης κρίσεων βάσει δεδομένων χρονοσειρών ένας δείκτης θεωρείται αποδοτικός εφόσον παρέχει πληροφορίες που προηγούνται της κρίσης. Στις διαδεδομένες Lipschitzian τεχνικές η υπολογισμένη τιμή της σταθεράς τείνει να είναι μεγάλη. Ωστόσο η εν λόγω εφαρμογή δε μπορεί να χρησιμοποιήσει για την πρόβλεψη χρονικών περιόδων κρίσης μία σταθερά τόσο μεγάλη, για δύο βασικούς λόγους: (α) η παγκόσμια σταθερά Lipschitz δεσμεύει ολόκληρη τη χρονοσειρά σε προηγούμενες περιόδους σημαντικών χρηματοπιστωτικών κρίσεων, επομένως είναι φύσει αδύνατο να δημιουργηθεί το σημείο το οποίο σηματοδοτεί την έναρξη της επερχόμενης κρίσης, και (β) η αργή σύγκλιση δε διασφαλίζει την ex-ante προειδοποιητική ένδειξη.

Για τους λόγους αυτούς οι υπολογισμοί της σταθεράς Lipschitz υπολογίστηκαν για μια προκαθορισμένη περιοχή $[n-m, n]$, κοντά στο αρχικό σημείο n , ώστε να διασφαλιστεί μία οπτική επικεντρωμένη στη συγκεκριμένη περιοχή.

Στις χρονοσειρές -ειδικότερα στις χρηματοοικονομικές- η σχηματισμένη καμπύλη χαρακτηρίζεται από απότομα σημεία και διαφοροποιήσεις, μακρές και σύντομες περιόδους ομαλότητας αλλά και υψηλά επίπεδα διαφορετικότητας μεταξύ των σημείων. Εξάλλου, όσο πιο ευρεία είναι η περιοχή τόσο πιο ομαλές -ή και μηδενικές- είναι οι μεταβολές τις οποίες η σταθερά Lipschitz θα υποστεί.

Η ευαισθησία του αλγόριθμου συνδέεται όχι μόνο με την ακρίβειά του να εντοπίζει χρονικά την έναρξη μίας κρίσης, αλλά επίσης με την ικανότητα αυτού να προσπερνά τις εσφαλμένες προειδοποιήσεις. Στον προτεινόμενο αλγόριθμο LIN η πιθανότητα μία εσφαλμένη προειδοποίηση να προκύψει, εξαρτάται από τη χρονική περίοδο που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της.

Ένα επιπλέον ζήτημα που τίθεται είναι το υπολογιστικό κόστος που απορρέει από την εφαρμογή του αλγόριθμου LIN. Σύμφωνα με το Θεώρημα 6.1.1 το κόστος σχετίζεται με το υπολογιστικό κόστος υπολογισμού των κινητών μέσων.

Ο προτεινόμενος αλγόριθμος LIN εφαρμόστηκε σε χρονοσειρές προερχόμενες από δείκτες συναλλαγματικών ισοτιμιών και γενικούς δείκτες κεφαλαιαγορών για διάφορες χρονικές περιόδους. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή του αναλύονται στην Ενότητα 8.1.

6.2 Εξέλιξη της τεχνικής «εγκλωβισμού» για την πρόβλεψη περιόδων κρίσης

Στην Ενότητα αυτή παρουσιάζεται η ιδέα της εφαρμογής της τεχνικής οπισθοδρόμησης για τον «εγκλωβισμό» του βέλτιστου χρονοσειρών που έχει παρουσιαστεί στην Ενότητα 5.6 σε χρονοσειρά αποτελούμενη από ενδείξεις που έχουν προκύψει από την εφαρμογή του αλγόριθμου LIN.

Η ταυτόχρονη εφαρμογή δύο τεχνικών βελτιστοποίησης στην εν λόγω χρονοσειρά, καταλήγει σε μία μελλοντική χρονική περίοδο η οποία είναι πιθανό να περιλαμβάνει την

έναρξη της επερχόμενης χρηματοοικονομικής κρίσης.

Τα αποτελέσματα από την εφαρμογή της τεχνικής (όπως παρουσιάζονται στην Ενότητα 8.1) είναι ιδιαίτερα θετικά και η προτεινόμενη τεχνική μπορεί να χρησιμοποιηθεί και ως Σύστημα Έγκαιρης Προειδοποίησης (Early Warning System, EWS) για την περίπτωση των χρηματοοικονομικών κρίσεων, [83]. Υπενθυμίζεται ότι και σε αυτή την Ενότητα η έννοια της κρίσης αντιμετωπίζεται βάσει του Ορισμού 4.1.2.

6.2.1 Η μεθοδολογία για τον «εγκλωβισμό» της κρίσης

Με την τεχνική αυτή επιχειρείται η χρήση των χαρακτηριστικών της μεθοδολογίας που αναλύθηκε στην Ενότητα 5.6. Το ριζοσπαστικό χαρακτηριστικό της τεχνικής αυτής είναι η χρήση μίας χρονοσειράς αποτελούμενης από υπολογισμούς του δείκτη που εκφράζει την πιθανότητα έναρξης μίας κρίσης.

Στάδιο Α: Κατασκευή της phantom χρονοσειράς, A_t

Η phantom χρονοσειρά που δημιουργείται στο πρώτο στάδιο θα είναι $A_t = A_t, A_{t_1}, A_{t_2}, \dots, A_{t_n}$. Ουσιαστικά είναι η χρονοσειρά που προκύπτει από τις προειδοποιήσεις (alerts) που παράγονται από την συνεχή εφαρμογή της σχέσης $A_t : K_t - \tilde{K}_t \geq \varepsilon$ (για λεπτομέρειες σχετικά με τον υπολογισμό βλ. Ενότητα 6.1).

Στάδιο Β: Υπολογισμός του «σωρευτικού» συνόλου

Το δεύτερο στάδιο περιλαμβάνει την οπισθοδρομική εύρεση του «σωρευτικού» συνόλου σημείων. Έστω ότι A_t είναι η phantom χρονοσειρά των παρελθόντων προσεγγίσεων της σταθεράς Lipschitz που προέκυψε από την εφαρμογή του πρώτου σταδίου. Σημειώνεται ότι η χρονοσειρά βασίζεται σε προσεγγίσεις της σταθεράς Lipschitz· επομένως έστω ότι A_n είναι οι τιμές της phantom χρονοσειράς A_t που ανταποκρίνονται στα χρονικά σημεία $t = n, n-1, n-2, \dots, n-m$. Το βήμα της οπισθοδρόμησης τίθεται ίσο με m .

Τονίζεται ότι το σύνολο αυτό θα είναι το «σωρευτικό» ελάχιστο στην περίπτωση που τα παρελθοντικά σημεία ακολουθούν αύξουσα πορεία, και αντιστρόφως το «σωρευτικό» μέγιστο.

Στάδιο Γ: Καθορισμός του βέλτιστου μεγέθους βήματος

Ο καθορισμός του βέλτιστου μεγέθους βήματος K_m επιτυγχάνεται με την εφαρμογή της διαδικασίας που περιγράφεται στο τρίτο στάδιο της μεθοδολογίας «εγκλωβισμού» (βλ. Ενότητα 5.6). Δηλαδή υπολογίζεται ως η μέγιστη υπολογισμένη τιμή της σταθεράς Lipschitz που προκύπτει από όλους τους πιθανούς συνδυασμούς των σημείων που περιλαμβάνονται στο «σωρευτικό» σύνολο του δευτέρου σταδίου.

Στάδιο Δ: Προσέγγιση του κριτικού διαστήματος

Για τη δημιουργία των ορίων του διαστήματος επιστρατεύεται η χρήση δύο μεθόδων, αυτής της «προβολής» (βλ. Ενότητα 5.5) καθώς και η μέθοδος Newton.

Κατά την εφαρμογή της μεθόδου παρατηρήθηκε ότι καθώς αυτή εξελίσσεται κατά την πρόβλεψη, το προτεινόμενο κριτικό διάστημα μειώνεται δεδομένου ότι η πρόβλεψη προσεγγίζει το βέλτιστο, και τα σημεία που προκύπτουν από την ταυτόχρονη εφαρμογή των δύο μεθόδων εν τέλει τείνουν προς ταύτιση.

Τεχνική βελτιστοποίησης Α: Για τον προσδιορισμό του μελλοντικού ακρότατου χρησιμοποιείται η μέθοδος της οπισθοδρόμησης με παρελθοντικό επαναληπτικό βήμα SDAS (βλ. Ενότητα 5.3). Το μέγεθος βήματος προκύπτει από την προσέγγιση της σταθεράς Lipschitz ως ακολούθως:

$$t_A = t_{n+m_1}, \quad m_1 = w_n \frac{1}{2K_m} \cdot |Y_n - Y_{n-1}|, \quad (6.6)$$

όπου Y είναι η αρχική χρονοσειρά και t οι χρονικές περίοδοι του χρόνου T (βλ. Υποενότητα 6.1.1) και w_n είναι ένας προκαθορισμένος συντελεστής σταθερότητας.

Τεχνική βελτιστοποίησης Β: Το άλλο όριο δημιουργείται βάσει υπολογισμών της μεθόδου Newton σε συνθήκες βελτιστοποίησης χωρίς περιορισμούς. Το απαιτούμενο -για την μέθοδο Newton- μέγεθος βήματος m_2 υπολογίζεται ως εξής:

$$t_B = t_{n+m_2}, \quad m_2 = w_n \frac{1}{2K_m} \cdot \frac{A_n - A_{n-1}}{A_n - 2A_{n-1} + A_{n-2}} \cdot |Y_n - Y_{n-1}|, \quad (6.7)$$

όπου Y είναι η αρχική χρονοσειρά και t οι χρονικές περίοδοι του χρόνου T (βλ.

Υποενότητα 6.1.1) και w_n είναι ένας προκαθορισμένος συντελεστής σταθερότητας.

Επομένως, το κριτικό διάστημα θα είναι (t_L, t_U) όπου t_L και t_U , είναι το ανώτατο και κατώτατο όριο, αντιστοίχως. Άρα, για τον προσδιορισμό των ορίων του διαστήματος ισχύει, $t_L = \min\{t_A, t_B\}$ και $t_U = \max\{t_A, t_B\}$. Η απόδειξη της σύγκλισης του παραγόμενου διαστήματος για το μελλοντικό βέλτιστο αναφέρεται στην Ενότητα 5.6.

Ο προτεινόμενος αλγόριθμος για τον προσδιορισμό μελλοντικού διαστήματος χρηματοοικονομικής κρίσης περιγράφεται στον Αλγόριθμο 6.2. Σημειώνεται ότι στον Αλγόριθμο 6.2, Y_t είναι η αρχική χρονοσειρά (δηλαδή βάσει της οποίας «κατασκευάζεται» η A_t , το A_t συμβολίζει τις n τελευταίες τιμές της χρονοσειράς, το q την ποσότητα των τιμών που χρησιμοποιήθηκαν για τον προσδιορισμό της αύξουσας/φθίνουσας πορείας της χρονοσειράς, και το m την ποσότητα των τελευταίων τιμών της χρονοσειράς που χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό.

Τα αποτελέσματα από την εφαρμογή του προτεινόμενου αλγόριθμου και μεθοδολογίας παρουσιάζονται στην Ενότητα 8.2.

Είσοδος: Y_t, A_t, q, m

Θέσε $n = -1$.

Υπολόγισε την κατεύθυνση της πορείας της χρονοσειράς χρησιμοποιώντας $\{A_{t-q+1}, \dots, A_t\}$

Αν η πορεία είναι φθίνουσα, **τότε**

Θέσε $A_t = -A_t$ (αντιστροφή της χρονοσειράς για την διεξαγωγή με αύξουσα πορεία)

Τέλος αν

Υπολογισμός του «σωρευτικού» ελάχιστου $C_i, i = 1, \dots, m$, χρησιμοποιώντας τις m τελευταίες τιμές της χρονοσειράς $\{A_t, \dots, A_{t-m+1}\}$.

Δημιούργησε τις C_i κλίσεις, όπου λ είναι όλοι οι συνδυασμοί των ζευγαριών

(α, b) στο υποσύνολο $(1, m)$ και υπολόγισε

$$s_i = \frac{|C_\alpha - C_{\alpha-1}| + |C_b - C_{b-1}|}{|\alpha - b|}.$$

Υπολόγισε την μέγιστη κλίση:

Έστω $K_m = \max\{s_1, s_2, \dots\}$ (προσέγγιση της σταθεράς Lipschitz)

Θέσε $\Lambda = 0.5/K_m$

Θέσε $t_A = n + \Lambda \cdot |Y_n - Y_{n-1}|$ (προσέγγιση του μελλοντικού βέλτιστου με τη μέθοδο A).

Θέσε $t_B = n + \Lambda \cdot \frac{A_n - A_{n-1}}{A_n - 2A_{n-1} + A_{n-2}} \cdot |Y_n - Y_{n-1}|$

(προσέγγιση του μελλοντικού βέλτιστου με τη μέθοδο B).

Θέσε $t_L = \min\{t_A, t_B\}$

Θέσε $t_U = \max\{t_A, t_B\}$

Τέλος όσο $\{t_L, t_U\}$

Σχήμα 6.2: Ο αλγόριθμος «εγκλωβισμού» περιόδου κρίσης

Μέρος ΙΙΙ

Αποτελέσματα και Εμπειρικές Εφαρμογές

Αποτελέσματα των προτεινόμενων μοντέλων· εύρεση μελλοντικού βέλτιστου χρονοσειρών

Στο παρόν Κεφάλαιο αναλύονται τα αποτελέσματα από την εφαρμογή των μεθοδολογικών πλαισίων και τεχνικών που έχουν προταθεί στο Κεφάλαιο 5. Έτσι είναι δομημένο στις εξής Ενότητες· η Ενότητα 7.1 αφορά σε πρακτικές εφαρμογές της τεχνικής οπισθοδρόμησης σε συνδυασμό με τον αλγόριθμο SDAS και επιπλέον περιλαμβάνει την παρουσίαση των εμπειρικών αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την εφαρμογή του αλγόριθμου BackSDAS-2. Ακολούθως, στην Ενότητα 7.2 η ίδια τεχνική, αυτή της οπισθοδρόμησης, χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με τη μέθοδο Newton και τα σχετικά αποτελέσματα παρουσιάζονται.

Στις Ενότητες 7.3 και 7.4 αναφέρονται τα αποτελέσματα από τη χρήση της μεθόδου «εγκλωβισμού» και του «προβολικού» αλγόριθμου, αντιστοίχως. Τέλος, τα συμπεράσματα από την εφαρμογή του αλγόριθμου b-FORC παρουσιάζονται λεπτομερώς στην Ενότητα 7.5.

7.1 Πρακτικές εφαρμογές της τεχνικής οπισθοδρόμησης με παρελθοντικό βήμα τύπου SDAS

Η προτεινόμενη μεθοδολογία εξετάστηκε σε δεδομένα προερχόμενα από δύο περιπτώσεις χρονοσειρών οι οποίες αποτελούνται από (α) τις καθημερινές τιμές κλεισίματος του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών (Χ.Α.Α.), και (β) από μετεωρολογικά δεδομένα της πόλης των Αθηνών. Οι δύο αυτές περιπτώσεις και τα αποτελέσματά τους περιλαμβάνονται στις ακόλουθες υποενότητες.

7.1.1 Η περίπτωση του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών

Η προτεινόμενη μεθοδολογία εξετάστηκε στις ημερήσιες τιμές κλεισίματος του Χ.Α.Α. και το εξεταζόμενο δείγμα αποτελείται από τις ημερήσιες τιμές 18 ετών -από το 1985 έως το 2002.

Στο Σχήμα 7.1 παρουσιάζεται η γραφική αναπαράσταση των αποτελεσμάτων της εφαρμογής του αλγόριθμου οπισθοδρόμησης σε δεδομένα απαρτιζόμενα από την τιμή του Γενικού Δείκτη τιμών του Χ.Α.Α. *δεχόμενοι ως τελευταία γνωστή τιμή αυτή της 14 Απριλίου 1999*. Από τη μεθοδολογία είναι γνωστό ότι πρέπει να επιλεγούν κάποιες από τις τελευταίες γνωστές τιμές προκειμένου να επιτευχθεί η διαδικασία της αναζήτησης με οπισθοδρόμηση. Έτσι, οι τελευταίες 50 γνωστές τιμές -που προηγούνται της προς εφαρμογή ημέρας- χρησιμοποιούνται· π.χ. στην περίπτωση της 14 Απριλίου 1999 οι 50 τελευταίες γνωστές τιμές είναι από τις 29 Ιανουαρίου 1999 έως τις 14 Απριλίου 1999.

Τα σημεία αυτά είναι που συμβολίζονται στο Σχήμα 7.1 με το τετραγωνικό σχήμα. Επίσης, στο ίδιο σχήμα, οι γκρι κύκλοι αναπαριστούν τις πραγματικές τιμές του Δείκτη για την προκύπτουσα από τη μέθοδο περίοδο -14 Απριλίου 1999 έως 14 Ιουλίου 1999. Οι μελλοντικές τιμές ενώνονται μεταξύ τους με τη μη-συνεχή γραμμή. Τα σημεία που προέκυψαν από τον αλγόριθμο οπισθοδρόμησης συμβολίζονται με το ρόμβο.

Αποσαφηνίζεται ότι τα σημεία που απεικονίζονται με το ρόμβο προέκυψαν από την εφαρμογή της μεθοδολογίας και υπολογίστηκαν την τελευταία γνωστή ημέρα, δηλαδή πριν επέλθει η ημερομηνία που αντιπροσωπεύουν.

Σχήμα 7.1: Εφαρμογή του αλγόριθμου οπισθοδρόμησης στον Γενικό Δείκτη του Χ.Α.Α. με αρχικό σημείο τις 14 Απριλίου 1999

Παρομοίως, στο Σχήμα 7.2 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής αλγόριθμων με χρήση μεγέθους βήματος τύπου SDAS για τον εντοπισμό του χρόνου της μελλοντικής βέλτιστης τιμής του Γενικού Δείκτη τιμών του Χ.Α.Α. έχοντας επιλέξει ως τελευταία γνωστή ημέρα την 13 Ιουλίου 1998.

Για την εφαρμογή του Αλγόριθμου BackSDAS-2 χρησιμοποιούνται οι 50 τελευταίες γνωστές τιμές του δείκτη τιμών, π.χ. για την περίπτωση της 13 Ιουλίου 1998 οι 50 τελευταίες γνωστές τιμές αφορούν την περίοδο από 4 Μαΐου 1998 έως 13 Ιουλίου 1998. Τα εν λόγω σημεία συμβολίζονται στο Σχήμα 7.2 με το ρόμβο.

Επιπλέον, στο ίδιο σχήμα, οι γκρι κύκλοι αναπαριστούν τις πραγματικές τιμές του δείκτη κατά τη συναλλακτική περίοδο από τις 14 Ιουλίου 1998 έως τις 16 Σεπτεμβρίου του ίδιου έτους. Οι μελλοντικές τιμές συνδέονται μεταξύ τους με τη μη-συνεχή γραμμή. Τα σημεία που προέκυψαν από τον αλγόριθμο οπισθοδρόμησης συμβολίζονται με το ρόμβο.

Σχήμα 7.2: Εφαρμογή του αλγόριθμου οπισθοδρόμησης στον Γενικό Δείκτη του Χ.Α.Α. με αρχικό σημείο τις 13 Ιουλίου 1998

Προφανώς, παρατηρείται ότι η μέση τιμή μεταξύ του προβλεπόμενου τοπικού ελάχιστου και μέγιστου είναι περί τις 15 ημέρες. Κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου η μέση απόδοση είναι 6,6%.

Η περίπτωση του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών· μία συνολική θεώρηση

Για τη διερεύνηση της αξιοπιστίας του αλγόριθμου, ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε σε 100 τυχαία επιλεγμένες τιμές τοποθετήσεων που διαπραγματεύονται στο Χ.Α.Α. προκειμένου να προσεγγιστούν οι ημερομηνίες t_{min} και t_{max} κατά τις οποίες η συναλλακτική τους τιμή θα παρουσιάσει τοπικό ελάχιστο και μέγιστο, αντιστοίχως.

Δεδομένου ότι ισχύει η υπόθεση ότι ο μέσος επενδυτής ενδιαφέρεται για την απόκτηση των τοποθετήσεων των οποίων η τιμή κτήσης είναι σχετικά χαμηλή και τείνει να αυξάνει, ο παρακάτω πίνακας περιλαμβάνει μόνον τις περιπτώσεις όπου το τοπικό ελάχιστο προηγείται χρονικά το τοπικού μέγιστου.

Πίνακας 7.1: Στατιστικοί δείκτες εφαρμοσμένοι σε τυχαία επιλεγμένες τοποθετήσεις

Μεταβλητή	Ημέρες	Απόδοση
Min	1.00	-0.2320
Q_1	4.00	0.0020
Διάμεσος	9.00	0.0520
Μέση τιμή	15.54	0.0662
Q_3	21.25	0.1162
Max	55.00	0.4020
s.d.	15.65	0.1343

Η διαφορά μεταξύ των υπολογισμών του τοπικού ελάχιστου και τοπικού μέγιστου εξάγονται υπό την έννοια του χρόνου, ήτοι ημέρες συναλλαχτικά ενεργές. Επιπλέον, η απόδοση κάθε τοποθέτησης υπολογίζεται βάσει της ακόλουθης συνάρτησης,

$$R = \frac{Y_{t_{max}} - Y_{t_{min}}}{Y_{t_{min}}}. \quad (7.1)$$

Στον Πίνακα 7.1 περιγράφονται συνοπτικά οι στατιστικοί δείκτες που περιγράφουν τις μεταβλητές «Ημέρες» και «Απόδοση», βάσει της Σχέσης 7.1. Πιο συγκεκριμένα, στη γραμμή «*Ημέρες*» αναφέρεται η διαφορά που προκύπτει (σε ημέρες) ανάμεσα στην ημέρα εμφάνισης του τοπικού ελάχιστου και αυτή του τοπικού μέγιστου, $t_{max} - t_{min}$. ομοίως, στη γραμμή «*Απόδοση*» απεικονίζονται οι δείκτες ο οποίοι προκύπτουν από τη μεταβλητή R , βάσει της Σχέσης 7.1.

Οι συντομογραφίες που χρησιμοποιούνται ως στήλες αναφέρονται στο τοπικό ελάχιστο, στο πρώτο τεταρτημόριο Q_1 , στη μέση τιμή (mean value), στη διάμεσο (median), στο τρίτο τεταρτημόριο Q_3 και την τυπική απόκλιση (s.d.).

Παρατηρείται λοιπόν ότι η μέση τιμή ανάμεσα στο προβλεπόμενο τοπικό ελάχιστο και μέγιστο είναι περί τις 15 ημέρες. Κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου η μέση αναμενόμενη απόδοση από τη χρήση της προτεινόμενης μεθόδου κυμαίνεται στο 6.6%.

Σχήμα 7.3: Η θερμοκρασία της πόλης των Αθηνών την ημέρα των Χριστουγέννων του 2006.

7.1.2 Η περίπτωση της θερμοκρασίας της πόλης των Αθηνών

Όπως είναι λογικό, οι χρονοσειρές που παράγονται από μετεωρολογικά δεδομένα παρουσιάζουν πολλαπλά τοπικά βέλτιστα λόγω της εξάρτησης τους από ευαίσθητους παράγοντες. Στην παρούσα Υποενότητα παρουσιάζεται μία χρονοσειρά η οποία έχει κατασκευαστεί από δεδομένα συλλεγμένα ανά 10 λεπτά για την περίοδο από τις 14 Φεβρουαρίου 1999 έως τις 20 Οκτωβρίου 2008 από το μετεωρολογικό σταθμό του Ε.Μ.Π.

Παρατηρώντας λεπτομερώς το Σχήμα 7.3 το οποίο αναπαριστά ένα μέρος της εξεταζόμενης χρονοσειράς, και αφορά στην ημέρα των Χριστουγέννων του 2006, είναι προφανές ότι κατά την ημέρα αυτή παρουσιάστηκε μεγάλος αριθμός βέλτιστων. Επίσης στο ίδιο μέρος της χρονοσειράς, υπάρχουν περιοχές συνεχών εναλλαγών ανάμεσα σε ελάχιστα ή μέγιστα, ειδικότερα πλησίον του ολικού μέγιστου -που παρουσιάστηκε στις 15.00- και του ολικού ελάχιστου -που παρουσιάστηκε στις 22.30 (της ημέρας αυτής).

Υπενθυμίζεται ότι ο προτεινόμενος αλγόριθμος εξετάστηκε σε δεδομένα της περιόδου από τις 14 Φεβρουαρίου 1999 έως τις 20 Οκτωβρίου 2008. Προκειμένου να αποφευχθούν

Πίνακας 7.2: Στατιστικοί δείκτες εφαρμοσμένοι σε τυχαία επιλεγμένες αύξουσες τιμές θερμοκρασίας

Μεταβλητή	Προβλεπόμενο Max	Προβλεπόμενο Min
Min	-1.16	-8.93
Q_1	-0.20	-0.21
Διάμεσος	0.03	0.01
Μέση τιμή	0.20	-0.08
Q_3	0.24	0.28
Max	4.64	3.62
s.d.	0.99	1.39

οι επιδράσεις των συνεχών αλλαγών, επιλέχθηκαν τυχαία σημεία τα οποία τείνουν να ακολουθούν είτε ανοδική είτε καθοδική πορεία. Θεωρείται ότι η προς εξέταση χρονοσειρά ακολουθεί ανοδική πορεία όταν τα τελευταία m γνωστά της σημεία έχουν κι αυτά αύξον ρυθμό.

Επιπλέον, όταν η χρονοσειρά ακολουθεί μία τέτοια ανοδική πορεία ο αλγόριθμος οπισθοδρόμησης εφαρμόζεται για τον εντοπισμό του παρελθοντικού γνωστού ελάχιστου· ακολούθως και ο αλγόριθμος BackSDAS-2 εφαρμόζεται για τον εντοπισμό του πιθανού μελλοντικού βέλτιστου. Ομοίως, εάν η χρονοσειρά ακολουθεί φθίνουσα πορεία ο αλγόριθμος οπισθοδρόμησης θα εφαρμοστεί για τον εντοπισμό του παρελθοντικού τοπικού μέγιστου και με τη σειρά του αλγόριθμος BackSDAS-2 θα χρησιμοποιηθεί για τον χρονικό προσδιορισμό του μελλοντικού τοπικού ελάχιστου.

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την αύξουσα θερμοκρασία παρουσιάζονται στον Πίνακα 7.2, ενώ αυτά που προέκυψαν από την εφαρμογή της μεθόδου σε δεδομένα με φθίνουσες τιμές θερμοκρασίας περιγράφονται στον Πίνακα 7.3.

Προκειμένου να εκτιμηθεί η υπόθεση ότι για την περίπτωση της αύξουσας πορείας των χρησιμοποιούμενων δεδομένων τα επίπεδα επιτυχίας προσδιορισμού του μελλοντικού τοπικού βέλτιστου είναι μεγαλύτερα αυτού του μελλοντικού ελάχιστου και αντιστρόφως, δημιουργήθηκε ο Πίνακας 7.4. Ο εν λόγω πίνακας περιέχει τα επίπεδα επιτυχίας για κάθε περίπτωση. Οι τιμές που φαίνονται στις στήλες «Προβλεπόμενο Max» και «Προβλεπόμενο Min» προκύπτουν από τη διαφορά μεταξύ των τιμών των προβλεπόμενων

Πίνακας 7.3: Στατιστικοί δείκτες εφαρμοσμένοι σε τυχαία επιλεγμένες φθίνουσες τιμές θερμοκρασίας

Μεταβλητή	Προβλεπόμενο Max	Προβλεπόμενο Min
Min	-2.24	-5.36
Q_1	-0.43	-0.38
Διάμεσος	-0.11	-0.07
Μέση τιμή	0.16	-0.37
Q_3	0.34	0.10
Min	4.00	0.56
s.d.	1.24	1.12

Πίνακας 7.4: Επίπεδα επιτυχίας πρόβλεψης μέγιστου και ελάχιστου σε σχέση με τη φορά της χρονοσειράς

Φορά	Min	Max
Αύξουσα	47%	52%
Φθίνουσα	55%	38%

τοπικών βέλτιστων σημείων και την τιμή του αρχικού σημείου.

Η στήλη «Φορά» αναφέρεται στη φορά της χρονοσειράς υπό την έννοια της «αύξουσας» και της «φθίνουσας» πορείας. Στη στήλη «Min» παρουσιάζονται τα επίπεδα επιτυχίας πρόβλεψης του τοπικού ελάχιστου και ομοίως στη στήλη «Max» επιδεικνύονται αυτά της πρόβλεψης του τοπικού μέγιστου.

Παρατηρείται ότι η πρόβλεψη του τοπικού μέγιστου, ενόσω η χρονοσειρά ακολουθεί αύξουσα πορεία είναι σχετικά καλύτερη συγκρινόμενη με αυτή που προκύπτει για την πρόβλεψη του ελάχιστου εφαρμοζόμενη σε φθίνουσα χρονοσειρά. Ωστόσο, η συμπεριφορά αυτή είναι μάλλον προβλέψιμη δεδομένης της χρήσης του αλγόριθμου BackSDAS-2 ο οποίος ανήκει στην κατηγορία των αλγόριθμων μέγιστης κλίσης. Σύμφωνα με τους [12] αυτή η κατηγορία μεθόδων τείνει να συγκλίνει στο κοντινότερο βέλτιστο.

7.2 Αποτελέσματα από την εφαρμογή της τεχνικής της οπισθοδρόμησης με τη χρήση της μεθόδου Newton

Η προτεινόμενη εφαρμογή εξετάστηκε σε δεδομένα προερχόμενα από διεθνείς χρηματοπιστωτικές αγορές. Η φύση των δεδομένων και οι χρονικές περίοδοι στις οποίες αφορούν ποικίλουν μεταξύ των αγορών, ανάλογα με τη διαθεσιμότητα των δεδομένων. Για κάθε αγορά επιλέχθηκε ο γενικός δείκτης καθώς και αριθμός, είτε μετοχών που διαπραγματεύονται σε αυτή, είτε κλάδων αυτής.

Καμία υπόθεση δεν έχει γίνει σχετικά με τα χαρακτηριστικά κάθε αγοράς. Σε σχέση με την προτεινόμενη μεθοδολογία η μόνη υπόθεση αφορά στην ανυπαρξία συναλλακτικού κόστους σε όλες τις περιπτώσεις.

Στον Πίνακα 7.5 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή της διαδικασίας στο σύνολο των εξεταζόμενων χρονοσειρών. Η πρώτη στήλη, με την ονομασία «Όνομα» αναφέρεται στην ταυτότητα του δείκτη/κλάδου/μετοχής που περιγράφεται στην εν λόγω σειρά. Η δεύτερη στήλη, «B&H» συνοψίζει την απόδοση που παράγεται από την εφαρμογή της τεχνικής «Buy and Hold» για την εξεταζόμενη περίοδο. Η στήλη «MA» (Μέση Απόδοση) παρουσιάζει, προφανώς, τη μέση απόδοση που προκύπτει από την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθοδολογίας.

Σύμφωνα με την συναλλακτική στρατηγική που συζητήθηκε στην Υποενότητα 5.4.2 κρίσιμο σημείο της διαδικασίας είναι ο αριθμός των συναλλακτικά ενεργών ημερών που παρεμβάλλεται μεταξύ της αγοράς και της πώλησης των στοιχείων. Ουσιαστικά πρόκειται για ένα περιγραφικό μέτρο της βραχυπρόθεσμης ή μη απόδοσης από την εν λόγω στρατηγική. Ο μέσος αριθμός αυτών των συναλλακτικών ημερών αναφέρεται στη στήλη «MAH» (Μέσος Αριθμός Ημερών). Τέλος, η στήλη «ΣΗ» (Συναλλακτικές Ημέρες) δίδει τον αριθμό του συνόλου των συναλλακτικών ημερών κατά τις οποίες εφαρμόστηκε η μεθοδολογία.

Table 7.5: Συνοπτικά αποτελέσματα από την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθοδολογίας στην ομάδα δεδομένων

Όνομα	B&H	MA	MAH	ΣΗ
ATHEX	16.95	171.63	14	3980
<i>Banking Sector</i>	23.72	1.05	3	3980
National Bank of Greece	-0.26	0.06	5	3980
Emporiki Bank	1.94	0.74	6	3980
Geniki Bank	0.09	0.31	8	3980
Alpha Bank	0.08	0.35	5	3980
<i>Industrial Sector</i>	12.39	13.65	13	3980
METKA	4.74	0.30	12	3980
Viohalko	-0.82	0.88	27	3980
FTSE 100	2.92	5.16	21	6346
British Airways	0.14	0.14	5	1653
NASDAQ	15.80	0.00	5	9657
South Texas Oil Company	0.44	0.72	54	859
NYSE (Composite Index New)	8.02	0.63	21	7419
McDonald's	0.74	0.28	5	9943
Dow Jones	6.47	1.58	12	7170
General Electric	-0.73	1.00	12	7418
Austrian Traded Index	1.58	0.00	12	4081
Österreichische Postsparkasse	0.10	0.80	9	726
Shanghai Stock Exchange	0.88	0.04	19	2426
China United Netcom	1.36	0.95	169	1654
Deutscher Aktien Index	2.40	0.00	30	4656
Stockholm Stock Exchange (All-shares)	-0.14	0.50	4	2162
Amsterdam Stock Exchange	-0.07	0.00	5	4225
Swiss Market Index	2.89	134.53	31	4662

7.2.1 Η περίπτωση του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών (Athens Stock Exchange, ASE)

Για την περίπτωση του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών το σύνολο των δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν καλύπτει τη συναλλακτική περίοδο από 01.02.1987 έως 31.12.2002. Εκτός του Γενικού Δείκτη της αγοράς, εξετάστηκαν επίσης και δεδομένα που αφορούν στον Τραπεζικό κλάδο και τέσσερις από τις μετοχές που διαπραγματεύονται σε αυτό καθώς και ο Βιομηχανικός κλάδος και δύο από τις μετοχές του κλάδου. Η επιλογή τόσο των κλάδων όσο και των μετοχών έγινε με κριτήριο τη διαθεσιμότητα δεδομένων για την ίδια εξεταζόμενη περίοδο.

Για τον Τραπεζικό κλάδο, οι τέσσερις τράπεζες των οποίων οι κοινές μετοχές εξετάστηκαν είναι: (α) η Εθνική Τράπεζα της Ελλάδας, (β) η Εμπορική Τράπεζα, (γ) η Γενική Τράπεζα, και (δ) η Alpha Bank. Οι μετοχές που προήλθαν από τον Βιομηχανικό κλάδο είναι: (α) η METKA, η οποία είναι εταιρεία κατασκευής έργων τεχνολογίας, με ειδίκευση στους τομείς Ενέργειας, Υποδομών και Άμυνας, και (β) η BIOXALKO, η οποία είναι η μητρική εταιρία ενός ελληνικού μεταλλουργικού ομίλου εταιριών.

7.2.2 Η περίπτωση του Financial Times Stock Exchange 100

Για την περίπτωση του London Stock Exchange εξετάστηκε ο δείκτης Financial Times Stock Exchange (FTSE) 100 για τη συναλλακτική περίοδο από 02.04.1984 έως 15.05.2009. Οι μετοχές της British Airways, του αντιπροσωπευτικού αερομεταφορέα της Μ. Βρετανίας, εξετάστηκε για την ίδια περίοδο με τον ανωτέρω δείκτη της χώρας.

7.2.3 Η περίπτωση του NASDAQ composite

Η εξέταση του NASDAQ composite αφορά στην περίοδο από 05.02.1971 έως 15.05.2009. Επιπλέον, η μεθοδολογία εφαρμόστηκε και στην μετοχή της εταιρείας South Texas Oil Company -μίας ανεξάρτητης εταιρείας ενέργειας που ενεργοποιείται στον τομέα του αργού πετρελαίου και του φυσικού αερίου· η μεθοδολογία εφαρμόστηκε για χρονική περίοδο τεσσάρων ετών, από 15.12.2005 έως 15.05.2009.

7.2.4 Η περίπτωση του New York Stock Exchange (Composite Index New)

Ο δείκτης New York Stock Exchange (Composite Index New) περιλαμβάνει όλες τις κοινές μετοχές που διαπραγματεύονται στο New York Stock Exchange. Σε αυτή την περίπτωση εξετάστηκε η περίοδος από 02.01.1980 έως 22.05.2009. Επιπλέον εξετάστηκε η μετοχή της εταιρείας McDonald's, της παγκόσμιας αλυσίδας καταστημάτων εστίασης· η εν λόγω μετοχή εξετάστηκε για τη χρονική περίοδο από 02.01.1970 έως 22.05.2009.

7.2.5 Η περίπτωση του δείκτη Dow Jones

Η προτεινόμενη μεθοδολογία εφαρμόστηκε επίσης στις τιμές του δείκτη Dow Jones για την περίοδο από 23.12.1980 έως 22.05.2009. Οι τιμές της μετοχής της General Electric μίας Αμερικανικής, πολυεθνικής εταιρείας που δραστηριοποιείται στον κλάδο της τεχνολογίας και των υπηρεσιών, εξετάστηκαν για την ίδια περίοδο με τον δείκτη Dow Jones.

7.2.6 Η περίπτωση του αυστριακού δείκτη Austrian Traded (ATX)

Ο δείκτης ATX είναι ο πιο σημαντικός δείκτης του χρηματιστηρίου Wiener Börse της αυστριακής οικονομίας και αποτελείται από 20 μετοχές· για την περίπτωση αυτή ο δείκτης εξετάστηκε σε δεδομένα από τις 11.11.1992 έως 15.05.2009. Η Österreichische Postsparkasse είναι το ταχυδρομικό ταμειευτήριο της Αυστρίας και για την εφαρμογή της μεθοδολογίας οι τιμές της κοινής του μετοχής εξετάστηκαν για χρονική περίοδο από 31.05.2006 έως 15.05.2009.

7.2.7 Η περίπτωση του Shanghai Stock Exchange

Το Shanghai Stock Exchange (SSE) είναι μία σημαντική κινεζική χρηματιστηριακή αγορά της εγκατεστημένης στη Shanghai. Οι τιμές του γενικού δείκτη αυτής της αγοράς εξετάστηκαν για χρονική περίοδο από 01.04.2000 έως 15.05.2009. Επιπλέον για την περίπτωση του Shanghai Stock Exchange, ερευνήθηκαν και οι τιμές της μετοχής της China

United Netcom η οποία δραστηριοποιείται στο χώρο των τηλεπικοινωνιών στη χώρα. Τα δεδομένα που αφορούν στην εταιρεία καλύπτουν χρονική περίοδο από 10.10.2002 έως 15.05.2009.

7.2.8 Η περίπτωση του δείκτη Deutscher Aktien Index

Ένας από τους δείκτες που προκύπτουν στο Frankfurt Stock Exchange είναι ο Deutscher Aktien Index (DAX) ο οποίος ανήκει στην κατηγορία των blue chip και απαρτίζεται από τριάντα αξιόλογες γερμανικές εταιρείες. Τα δεδομένα που αφορούν στον εν λόγω δείκτη καλύπτουν την περίοδο από 26.11.1990 έως 08.05.2009.

7.2.9 Η περίπτωση του Stockholm Stock Exchange (All-shares)

Το Stockholm Stock Exchange (OMXSPI) είναι μία χρηματιστηριακή αγορά που βρίσκεται στη Στοκχόλμη και είναι η πιο σημαντική αγορά των σκανδιναβικών χωρών. Η προτεινόμενη μεθοδολογία εφαρμόστηκε στο γενικό δείκτη (all-shares) της αγοράς σε περίοδο από 08.01.2001 έως 22.05.2009.

7.2.10 Η περίπτωση του Amsterdam Stock Exchange

Παρομοίως, το Amsterdam Stock Exchange είναι μία χρηματιστηριακή αγορά εγκατεστημένη στο Άμστερνταμ και η μεθοδολογία που προτάθηκε στην Ενότητα 5.4 εξετάστηκε στις τιμές του γενικού δείκτη της αγοράς για δεδομένα της χρονικής περιόδου από 12.10.1992 έως 22.05.2009.

7.2.11 Η περίπτωση του δείκτη Swiss Market Index

Ο Swiss Market Index (SMI) είναι ένας ελβετικός blue-chip δείκτης που απαρτίζεται από 20 μετοχές. Το σύνολο των δεδομένων του SMI που εξετάστηκε καλύπτει την περίοδο από 09.11.1990 έως 22.05.2009.

Από τα αποτελέσματα είναι προφανές ότι η μεθοδολογία είναι μάλλον αποδοτική στην περίπτωση ενός συγκεντρωτικού δείκτη παρά σε μία μοναδική μετοχή· ουσιαστικά, όσο περισσότερα τα στοιχεία που περιλαμβάνει ο υπό εξέταση δείκτης τόσο πιο αποτελεσματική η μεθοδολογία αποδεικνύεται. Οι αιτίες αυτής της συμπεριφοράς μπορούν να ερμηνευτούν ποικιλοτρόπως, δεδομένου μάλιστα ότι κάθε δείκτης (υπό τους περιορισμούς διαθεσιμότητας) απαρτίζεται από μετοχές που διαμορφώνουν την τιμή του.

7.3 Αποτελέσματα από την εφαρμογή του «προβολικού» αλγόριθμου

Για την παραγωγή ποσοτικών αποτελεσμάτων από την εφαρμογή του «προβολικού» αλγόριθμου (βλ. Ενότητα 5.5) χρησιμοποιήθηκε η συναλλακτική στρατηγική που προτάθηκε στην Υποενότητα 5.4.2. Συγκεκριμένα, ο «προβολικός» αλγόριθμος χρησιμοποιείται ως το εργαλείο οπισθοδρόμησης και η εφαρμογή της συναλλακτικής στρατηγικής καταλήγει στην παραγωγή ποσοτικών, άρα και μετρήσιμων, αποτελεσμάτων.

Το εξεταζόμενο δείγμα αποτελείται από χρονοσειρές οι οποίες εκφράζουν τις ημερήσιες τιμές κλεισίματος των σημαντικότερων δεικτών έξι διεθνών χρηματιστηριακών αγορών. Τα δεδομένα καλύπτουν διετή χρονική περίοδο, από τις 29 Ιανουαρίου 2008 έως τις 27 Ιανουαρίου 2010. Σημειώνεται ότι το μέγεθος του βήματος οπισθοδρόμησης m (βλ. περιγραφή στην Ενότητα 5.5, Υποενότητα 5.5.1), είναι ίσο με την εβδομαδιαία εφαρμογή του αλγόριθμου.

Καμία υπόθεση δεν έχει γίνει σχετικά με τα ξεχωριστά χαρακτηριστικά κάθε εξεταζόμενης αγοράς. Σχετικά με την μεθοδολογία, η μόνη υπόθεση αφορά στην ανυπαρξία συναλλακτικού κόστους για όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις.

Στον Πίνακα 7.6 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από την εφαρμογή του «προβολικού» αλγόριθμου στις εξεταζόμενες χρονοσειρές. Η πρώτη στήλη, «Όνομα» αναφέρεται στην ταυτότητα του δείκτη, η δεύτερη στήλη, «B&H» συνοψίζει την απόδοση που παράγεται από την εφαρμογή της τεχνικής «Buy and Hold» για την εξεταζόμενη χρονική περίοδο και η τρίτη στήλη «PRet%» (Projection Return) αναφέρεται στην απόδοση που

Table 7.6: Συνοπτικά αποτελέσματα από την εφαρμογή του «προβολικού» αλγόριθμου στην ομάδα δεδομένων

Όνομα	B&H	PRet%
FTSE100	-11.09	15.71
NIKKEI 225	-24.23	6.14
XETRA DAX	-16.58	14.41
CAC 40	-21.32	10.07
DJ INDU AVERAGE	-16.54	9.55
NASDAQ COMPOSITE	-4.00	10.44

προκύπτει από την εφαρμογή του «προβολικού» αλγόριθμου (ως μέρος της συναλλακτικής στρατηγικής).

Συγκεκριμένα, για την περίπτωση του London Stock Exchange εξετάστηκε ο δείκτης Financial Times Stock Exchange (FTSE) 100 για τη χρονική περίοδο από 29 Ιανουαρίου 2008 έως 27 Ιανουαρίου 2010. Τα αποτελέσματα αποδεικνύουν ότι η στρατηγική «Buy and Hold» θα οδηγούσε σε μείωση κατά 11.09% του επενδυόμενου ποσού. Αντιθέτως, η προτεινόμενη στρατηγική καταλήγει σε κέρδος κατά 15.71%. Αντιστοίχως, εάν ένα χαρτοφυλάκιο διαπραγματευόταν στον δείκτη NIKKEI 25 για την εξεταζόμενη χρονική περίοδο, με την προτεινόμενη μέθοδο το κέρδος θα ήταν της τάξης του 6.14%, ενώ με την στρατηγική «Buy and Hold» για την ίδια χρονική περίοδο η απώλεια θα έφτανε το 24.23% του κεφαλαίου.

Τα ίδια αποτελέσματα προκύπτουν και από την εφαρμογή των δύο μεθόδων στον δείκτη XETRA DAX · η χρήση της προτεινόμενης μεθόδου αποφέρει αύξηση κατά 14.41% στο αρχικό κεφάλαιο, ενώ η χρήση της «B&H» μείωση κατά 16.58%. Η εφαρμογή της στρατηγικής στο γαλλικό δείκτη CAC 40 κατέληξε σε κέρδος 10.07% του επενδυόμενου κεφαλαίου· αντιθέτως, η χρήση της στρατηγικής «Buy and Hold» μείωσε το ύψος του κεφαλαίου κατά 21.32%.

Αντιστοίχως, στην περίπτωση του δείκτη Dow Jones η μείωση με τη διαδικασία «B&H» είναι 16.54% ενώ η αύξηση με τη χρήση της προτεινόμενης μεθόδου είναι 9.55%. Παρομοίως, το χαρτοφυλάκιο που έχει διαπραγματευτεί στο δείκτη NASDAQ Composite με τη μέθοδο «B&H» παρουσιάζει μείωση κατά 4.00%, ενώ η διαπραγμάτευση με την

προτεινόμενη μέθοδο καταλήγει σε αύξηση κατά 10.44%.

7.4 Αποτελέσματα από την εφαρμογή της μεθόδου «εγκλωβισμού»

Για τους σκοπούς της παρουσίασης και απόδειξης της προτεινόμενης μεθόδου «εγκλωβισμού», η μέθοδος εφαρμόστηκε σε δεδομένα προερχόμενα (α) από το Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών, (β) από τον δείκτη ISE National 100 που διαπραγματεύεται στη χρηματιστηριακή αγορά της Κωνσταντινούπολης, και (γ) από έξι δείκτες παγκόσμιων χρηματιστηριακών αγορών. Οι δύο πρώτες περιπτώσεις περιγράφονται στις Υποενότητες 7.4.1 και 7.4.2, αντιστοίχως, και στην 7.4.3 αναφέρονται συνοπτικά τα τελικά αποτελέσματα.

7.4.1 Η περίπτωση του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών (Athens Stock Exchange, ASE)

Στο Σχήμα 7.4 διακρίνεται η πραγματική χρονοσειρά των τιμών του Γενικού Δείκτη τιμών του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών για τη χρονική περίοδο από 18 Ιουνίου 2009 μέχρι και 17 Ιουλίου 2010 (με τη μπλε γραμμή). Με την κόκκινη γραμμή απεικονίζεται χαρακτηριστική παλινδρόμηση της χρονοσειράς η οποία έχει εκτιμηθεί βάσει εβδομαδιαίων προσεγγίσεων, δηλαδή πέντε συναλλακτικών ημερών.

Ο Πίνακας 7.7 περιλαμβάνει τα περιγραφικά στατιστικά στοιχεία που προέκυψαν από την εφαρμογή της τεχνικής «εγκλωβισμού» του μελλοντικού βέλτιστου σε ένα διάστημα. Η πρώτη στήλη με την ονομασία «Όνομα» αναφέρει την ταυτότητα του δείκτη που περιγράφεται. Σημειώνεται ότι οι δείκτες *i* και *ii* έχουν χρησιμοποιηθεί για να διαφοροποιηθούν οι περιπτώσεις που η φορά της χρονοσειράς είναι αύξουσα (*i*) και φθίνουσα (*ii*).

Η δεύτερη στήλη «beta» δείχνει τη φορά της χρονοσειράς που απαρτίζουν οι τιμές του δείκτη σύμφωνα με την τιμή του συντελεστή βήτα (beta) και οι σχετικές εκτιμήσεις του έχουν προκύψει από εβδομαδιαίες προσεγγίσεις. Επιπλέον στη μεθοδολογία αυτή ο χαρακτηρισμός της χρονοσειράς σε αύξουσα ή φθίνουσα επιτυγχάνεται με τη χρήση του προσήμου του συντελεστή βήτα της εξεταζόμενης χρονοσειράς. Για τον υπολογισμό του

Σχήμα 7.4: Η πραγματική χρονοσειρά του Γ.Δ. τιμών του Χ.Α.Α. για την περίοδο 18.06.2009-17.07.2010 και η αντίστοιχη παλινδρόμηση

συντελεστή βήτα υπολογίστηκαν πρώτα οι εβδομαδιαίες αποδόσεις των μετοχών, χρησιμοποιώντας τις τιμές κλεισίματος της πρώτης ημέρας διαπραγμάτευσης κάθε εβδομάδας, ως εξής:

$$R_{i,t} = \frac{P_{i,t} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}} \quad (7.2)$$

όπου $P_{i,t}$ η τιμή της μετοχής i στο τέλος της χρονικής περιόδου (εδώ εβδομάδας) t , και $P_{i,t-1}$ η τιμή της μετοχής i στο τέλος της χρονικής περιόδου $t-1$. Κατόπιν, η απόδοση της αγοράς στην οποία διαπραγματεύεται η εξεταζόμενη μετοχή υπολογίστηκε ως εξής:

$$R_{j,t} = \frac{P_{j,t} - P_{j,t-1}}{P_{j,t-1}} \quad (7.3)$$

όπου $P_{j,t}$ και $P_{j,t-1}$ είναι η τιμή του εξεταζόμενου δείκτη j στο τέλος των χρονικών περιόδων t και $t-1$. Έτσι ο ζητούμενος συντελεστής βήτα και το εξεταζόμενο πρόσημο καταλήγουν μέσω της Σχέσης $\beta_{i,t} = R_{i,t}/R_{j,t}$.

Το πλήθος των σημείων για τα οποία η υπολογισμένη τιμή του συντελεστή βήτα ακολουθεί είτε αύξουσα ή φθίνουσα πορεία, υποδεικνύεται στην τρίτη στήλη, «Πλήθος σημείων». Στις στήλες «min» και «max» αναφέρονται τα ελάχιστα και μέγιστα εύρη των υπολογισμένων διαστημάτων, αντιστοίχως. Υπενθυμίζεται ότι όσο πιο περιορισμένο είναι το διάστημα, τόσο πιο πιθανό είναι να περιλαμβάνει το μελλοντικό τοπικό βέλτιστο.

Πίνακας 7.7: Περιγραφικά στατιστικά χαρακτηριστικά της ομάδας δεδομένων από τον Γ.Δ. τιμών του X.A.A.

Όνομα	beta	Πλήθος σημείων	min	median	mean	max
ATHEX (i)	↗	67	0.90	38.82	42.51	152.80
ATHEX (ii)	↘	85	1.31	38.13	41.06	121.30

Εν συνεχεία, οι στήλες «mean» και «median» περιλαμβάνουν τις τιμές του μέσου και της διάμεσου των υπολογισμένων διαστημάτων, αντιστοίχως.

Προφανώς, στην περίπτωση που η τιμή του συντελεστή βήτα ακολουθεί φθίνουσα πορεία το μελλοντικό προς πρόβλεψη διάστημα θα περιλαμβάνει το τοπικό ελάχιστο. Παρομοίως, όταν η τιμή του συντελεστή βήτα ακολουθεί αύξουσα πορεία, το προβλεπόμενο διάστημα θα περιλαμβάνει το μελλοντικό βέλτιστο.

7.4.2 Η περίπτωση του δείκτη ISE National 100

Παρομοίως με την προηγούμενη υποενότητα, στο Σχήμα 7.5, με την μπλε γραμμή αναφέρεται η πραγματική χρονοσειρά των τιμών του δείκτη ISE National 100 πουπραγματεύεται στη χρηματιστηριακή αγορά της Κωνσταντινούπολης. Τα δεδομένα που περιγράφονται αφορούν στην χρονική περίοδο από 18 Ιουνίου 2009 μέχρι και 17 Ιουλίου 2010. Για την ίδια περίοδο, με την κόκκινη γραμμή, διακρίνεται η χαρακτηριστική παλινδρόμηση της χρονοσειράς η οποία έχει εκτιμηθεί βάσει εβδομαδιαίων προσεγγίσεων.

Ο Πίνακας 7.8 δείχνει τα περιγραφικά στατιστικά στοιχεία που προέκυψαν από την εφαρμογή της τεχνικής. έτσι, παρομοίως με τον Πίνακα 7.7, η στήλη «Όνομα» αναφέρει την ταυτότητα του δείκτη και οι υποδείκτες *i* και *ii* διαφοροποιούν τις περιπτώσεις που η φορά της χρονοσειράς είναι αύξουσα (*i*) και φθίνουσα (*ii*).

Η στήλη «beta» δείχνει τη φορά της χρονοσειράς που απαρτίζουν οι τιμές του δείκτη σύμφωνα με την τιμή του του συντελεστή βήτα, και το πλήθος των σημείων για τα οποία αυτή έχει υπολογιστεί με τη διακεκριμένη πορεία, υποδεικνύεται στη στήλη, «Πλήθος σημείων». Οι στήλες «min» και «max» δείχνουν τα ελάχιστα και μέγιστα εύρη των υπολογισμένων διαστημάτων, αντιστοίχως, και, οι στήλες «mean» και «median» δείχνουν τις τιμές του μέσου και της διάμεσου των διαστημάτων, αντιστοίχως.

Σχήμα 7.5: Η πραγματική χρονοσειρά του δείκτη ISE National 100 για την περίοδο 18.06.2009-17.07.2010 και η αντίστοιχη παλινδρόμηση

Πίνακας 7.8: Περιγραφικά στατιστικά χαρακτηριστικά της ομάδας δεδομένων από τον δείκτη ISE National 100

Όνομα	beta	Πλήθος σημείων	min	median	mean	max
ISE 100 (i)	↗	95	18.6	540	633.2	3648
ISE 100 (ii)		65	23.7	485	676,3	3747

7.4.3 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα από δείκτες παγκόσμιων χρηματιστηριακών αγορών

Για τους σκοπούς της παρουσίασης και απόδειξης της προτεινόμενης μεθόδου «εγκλωβισμού», η μέθοδος εφαρμόστηκε επιπλέον και σε δεδομένα προερχόμενα από έξι χρηματιστηριακούς δείκτες. Τα δεδομένα αποτελούνται από τους δείκτες FTSE100, NIKKEI 225, XETRA DAX, CAC 40, DJ Average και NASDAQ Composite για τη χρονική περίοδο από τις 29 Ιανουαρίου 2008 έως και 27 Ιανουαρίου 2010. Τα περιγραφικά χαρακτηριστικά των αποτελεσμάτων που προέκυψαν περιλαμβάνονται στον Πίνακα 7.9

Η πρώτη στήλη με την ονομασία «Όνομα» αναφέρεται στην ταυτότητα του περιγραφόμενου δείκτη. Η δεύτερη στήλη «beta» υποδεικνύει τη φορά της χρονοσειράς που απαρτίζουν οι τιμές του δείκτη σύμφωνα με την χαρακτηριστική τους παλινδρόμηση.

Table 7.9: Περιγραφικά στατιστικά χαρακτηριστικά των διαστημάτων στην ομάδα δεδομένων

Όνομα	beta	Πλήθος σημείων	min	median	mean	max
FTSE100 (i)	↗	173	0	41.8	48.68	176
FTSE100 (ii)	↘	174	0	43.3	55.68	270
NIKKEI 225 (i)	↗	161	0	89.6	112.4	524
NIKKEI 225 (ii)	↘	172	11	102.10	149.4	905
XETRA DAX (i)	↗	177	0	39.74	57.31	410
XETRA DAX (ii)	↘	169	1	62.25	71.07	249
CAC 40 (i)	↗	159	0	36.4	44.07	239
CAC 40 (ii)	↘	177	0	37.04	47.20	238
DJ INDU AVERAGE (i)	↗	170	1	77.7	106.4	862
DJ INDU AVERAGE (ii)	↘	166	1	94.24	117.3	625
NASDAQ COMPOSITE (i)	↗	252	1	37.03	40.33	195
NASDAQ COMPOSITE (i)	↘	242	0	41.45	46.57	200

Οι εκτιμήσεις της τιμής του συντελεστή βήτα (beta) έχουν γίνει με εβδομαδιαίες προσεγγίσεις, ήτοι πέντε συναλλακτικές ημέρες. Ο αριθμός των σημείων για τα οποία η υπολογισμένη τιμή του συντελεστή βήτα ακολουθεί είτε αύξουσα ή φθίνουσα πορεία, υποδεικνύεται στην τρίτη στήλη, «Πλήθος σημείων».

Οι στήλες με τις ονομασίες «min» και «max» δείχνουν τα ελάχιστα και μέγιστα εύρη των διαστημάτων, αντιστοίχως. Τέλος, οι στήλες «mean» και «median» περιλαμβάνουν τις τιμές του μέσου και της διάμεσου των διαστημάτων, αντιστοίχως.

Σημειώνεται ότι οι δείκτες *i* και *ii*, όπως και στους δύο προηγούμενους πίνακες έχουν χρησιμοποιηθεί για να διαφοροποιηθούν οι περιπτώσεις που η φορά της χρονοσειράς είναι αύξουσα (*i*), και φθίνουσα (*ii*).

7.5 Εμπειρικές εφαρμογές από τη χρήση του αλγόριθμου b-FORC

Η ακρίβεια των αποτελεσμάτων σε σχέση με την πραγματικότητα συνιστούν την επίδοση της μεθοδολογίας στο ζήτημα της πρόβλεψης, και ιδιαίτερα σε βραχυπρόθεσμο ορίζοντα.

Σχήμα 7.6: Τριμηνιαίες προσεγγίσεις της τιμής του συντελεστή βήτα για τις τρεις επιλεγμένες μετοχές του FTSE100 για την περίοδο 07:2005-03:2009

Στα επιλεγμένα παραδείγματα το αρχικό σημείο είναι το πρώτο τρίμηνο του 2009, έτσι ώστε τα αποτελέσματα να αναφέρονται σε άγνωστο χρόνο.

7.5.1 Η περίπτωση του δείκτη FTSE100

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν είναι εβδομαδιαία και αφορούν στη χρονική περίοδο από τον Ιούλιο 2005 έως το Μάρτιο 2009. Πέραν των τιμών του υπό εξέταση δείκτη, για την ίδια περίοδο, εξετάστηκαν και οι τιμές τριών μετοχών προερχόμενες από την αγορά της Μεγάλης Βρετανίας και διαπραγματεύονται στο δείκτη. Το σύνολο του δείγματος αποτελείται από 15 τριμηνιαίες παρατηρήσεις για την περίοδο 2005:07 έως 2009:3. Στο Σχήμα 7.6 παρουσιάζεται η χρονοσειρά των τιμών του συντελεστή βήτα για κάθε μία από τις τρεις μετοχές για την εξεταζόμενη χρονική περίοδο.

Για την περίπτωση της μετοχής ALL.L της οποίας η τιμή του συντελεστή βήτα μειώνεται, το μελλοντικό ελάχιστο της τιμής του συντελεστή βήτα -σύμφωνα με τον αλγόριθμο b-FORC αναμένεται να εκδηλωθεί σε χρονικό διάστημα περί των 6 εβδομάδων

Σχήμα 7.7: Τριμηνιαίες προσεγγίσεις της τιμής του συντελεστή βήτα για το X.A.A. για την περίοδο 01:2006-03:2009

από την τελευταία παρατήρηση.

Στην περίπτωση της μετοχής FGP.L της οποίας η τιμή του συντελεστή βήτα -για την υπό εξέταση χρονική περίοδο- ακολουθεί ανοδική πορεία, από την εφαρμογή της μεθόδου προέκυψε ότι το μελλοντικό μέγιστο της τιμής αυτής θα προκύψει σε 1 εβδομάδα.

Τέλος, η αυξανόμενη τιμή του συντελεστή βήτα της μετοχής MKS.L αναμένεται να μεγιστοποιηθεί τοπικά μετά από περίοδο 6 εβδομάδων.

7.5.2 Η περίπτωση του δείκτη ATHEX

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για τον δείκτη ATHEX καλύπτουν τη χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο 2006 μέχρι το Μάρτιο 2009 και αφορούν σε εβδομαδιαίες παρατηρήσεις της τιμής του δείκτη. Και σε αυτή την περίπτωση εκτός των τιμών του δείκτη, μελετήθηκαν και οι τιμές του συντελεστή βήτα και τριών τυχαία επιλεγμένων κλάδων που διαπραγματεύονται στο δείκτη.

Γενικότερα, το δείγμα αποτελείται από 13 τριμηνιαίες παρατηρήσεις για την περίοδο από 2006:01 έως 2009:3· επιπλέον, στο Σχήμα 7.7 αναπαριστώνται οι χρονοσειρές του συντελεστή βήτα για κάθε έναν από τους εξεταζόμενους κλάδους.

Η τιμή που συντελεστή βήτα για τον Τραπεζικό κλάδο ακολουθεί αύξουσα πορεία και σύμφωνα με τα συμπεράσματα από την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθοδολογίας αυτή θα μεγιστοποιηθεί τοπικά εντός μίας εβδομάδας από την τελευταία παρατήρηση. Επιπλέον, η τιμή του συντελεστή βήτα για τον κλάδο Ταξίδια-Αναψυχή αναμένεται να συνεχίσει την φθίνουσα πορεία του και να ελαχιστοποιηθεί τοπικά σε χρονική περίοδο 3 εβδομάδων από την τελευταία παρατήρηση. Προφανώς η πρόβλεψη και για τον κλάδο της Υγείας είναι παρόμοια με αυτή του Τουρισμού-Αναψυχής.

Εμπειρικά αποτελέσματα: Προβλήματα εντοπισμού χρηματοοικονομικής κρίσης

Οι διεθνείς χρηματαγορές στο σύνολο τους, ώριμες και αναδυόμενες, γνώρισαν μια σειρά οικονομικών κρίσεων και γεγονότων των οποίων οι δυσμενείς εξελίξεις υπερέβησαν τα εθνικά σύνορα των χωρών που επλήγησαν και εξαπλώθηκαν σε όλες τις γεωγραφικές περιφέρειες του πλανήτη. Σημαντικότερες από αυτές είναι η ασιατική κρίση του 1998 η οποία το 1999 θα πλήξει την ρώσικη οικονομία, η οικονομική κρίση των χωρών της Λατινικής Αμερικής από το τέλος του 1999 έως το 2001 καθώς και η οικονομική αστάθεια που ακολούθησε την τρομοκρατική επίθεση στους δίδυμους πύργους του Παγκοσμίου Κέντρου Εμπορίου της Νέας Υόρκης τον Σεπτέμβριο του 2001.

Η διεθνοποίηση βέβαια είχε διαφόρων ειδών αποτελέσματα ανάλογα με τη σχετιζόμενη οικονομία. Πολλές χώρες του αναπτυσσόμενου κυρίως κόσμου δεν μπόρεσαν να ωφεληθούν των καρπών της. Η χρηματοοικονομική ολοκλήρωση αυξάνει την πιθανότητα οικονομικών κρίσεων, με σοβαρές επιπτώσεις στις χώρες που δεν είναι σε θέση να διαχειριστούν την κρίση αποτελεσματικά. Σε χώρες που η οικονομική τους πολιτική δεν είναι πλήρως προσανατολισμένη προς την μακροχρόνια νομισματική και συναλλαγματική σταθερότητα και το πολιτικό και κοινωνικό τους οικοδόμημα δεν έχει πλήρως αποδεχθεί τους όρους του παιχνιδιού της διεθνοποιημένης οικονομίας.

Το Κεφάλαιο αυτό είναι χωρισμένο σε δύο Ενότητες. Η Ενότητα 8.1 αναφέρεται στα

αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή του αλγόριθμου LIN που προτάθηκε στην Ενότητα 6.1. Η Ενότητα 8.2 είναι αφιερωμένη στα εμπειρικά αποτελέσματα από την εφαρμογή της τεχνική του «εγκλωβισμού» για τον εντοπισμό μίας μελλοντικής χρονικής περιόδου που θα περιέχει μία χρηματοπιστωτική κρίση και παρουσιάστηκε στην Ενότητα 6.2.

8.1 Ο αλγόριθμος LIN· εμπειρικά αποτελέσματα από την εφαρμογή του

Ο προτεινόμενος αλγόριθμος LIN εφαρμόστηκε σε χρονοσειρές προερχόμενες από δείκτες συναλλαγματικών ισοτιμιών και γενικούς δείκτες κεφαλαιαγορών για διάφορες χρονικές περιόδους. Κάθε ανεξάρτητη χρονοσειρά απαρτίζεται από ημερήσιες παρατηρήσεις κατά τα ημερολογιακά έτη (ή και έτος) κατά τα οποία η υπό εξέταση κρίση ξέσπασε, και τα δεδομένα επεξεργάζονται με το στατιστικό λογισμικό R, [105]. υπενθυμίζεται ότι η ποιότητα των δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν υπόκειται στα ξέχωρα χαρακτηριστικά κάθε χρονοσειράς. Σημειώνεται ότι ο αλγόριθμος LIN εφαρμόστηκε καθημερινά ασχέτως της ημερομηνίας κατά την οποία η υπό εξέταση κρίση ουσιαστικά ξέσπασε.

Κατά την εφαρμογή του προτεινόμενου αλγόριθμου παρατηρήθηκε ότι η τιμή της παραμέτρου λ επηρεάζει την αξιοπιστία της μεθοδολογίας, άρα και τον αριθμό των εσφαλμένων προειδοποιήσεων που προκύπτουν. Φυσικά, είναι απολύτως λογικό δεδομένου ότι όσο μεγαλύτερο είναι το δείγμα που χρησιμοποιείται, τόσο πιο ρεαλιστική είναι η υπολογισμένη τιμή της σταθεράς Lipschitz $\hat{K}$ και επομένως πιο ακριβείς οι ενδείξεις της κρίσης.

Για τα εμπειρικά αποτελέσματα η παράμετρος λ (ήτοι ο αριθμός των παρελθόντων σημείων) που χρησιμοποιήθηκε για τους υπολογισμούς της σταθεράς Lipschitz είχε τις τιμές $\lambda = 5, 10, \dots, 50$ αυξανόμενες γραμμικά κατά 5 σημεία. Σημειώνεται ότι όλες οι χρονοσειρές εξετάστηκαν για $\lambda = 5, 10, \dots, 50$.

Επιπλέον, οι χρονικές περίοδοι κάθε περίπτωσης δεν επικεντρώνονται στα σημεία τα κοντινά της κρίσης αλλά σε ολόκληρο το ημερολογιακό έτος που περιλαμβάνει και

την περίοδο της κρίσης. Ο αλγόριθμος LIN δεν αναμένεται να παρουσιάσει προειδοποιητικές ενδείξεις σε περιόδους ηρεμίας αλλά μόνον κατά τη διάρκεια μη φυσιολογικών χρηματοοικονομικών καταστάσεων. Τα αποτελέσματα επιβεβαιώνουν την ικανότητα του αλγόριθμου LIN.

Τέλος, σε όλες τις υπό εξέταση χρονοσειρές το επίπεδο σημαντικότητας ε ορίστηκε ίσο με το τριπλάσιο της τυπικής απόκλισης της ακολουθίας $\tilde{K}$, [18, 65].

8.1.1 “The crash of 2008” (The Sunday Times, 10/12/2008)

Η σημασία της χρηματοοικονομικής κρίσης, όπως αναπτύχθηκε στην Ενότητα 4, και η παρούσα διεθνής χρηματοοικονομική κατάσταση ώθησαν στη διερεύνηση της αποτελεσματικότητας του αλγόριθμου LIN κατά την εφαρμογή του σε τρέχοντα δεδομένα. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή του αλγόριθμου LIN στους Γενικούς Δείκτες τριών Ευρωπαϊκών χρηματιστηρίων αναλύονται στις ακόλουθες υποενότητες.

Η περίπτωση του Stockholm Stock Exchange (OMXSPI) ο δείκτης Aktiebolaget Optionsmäklarna

Ο αλγόριθμος LIN εφαρμόστηκε στην ημερήσιες τιμές του δείκτη OMXSPI για τη χρονική περίοδο από τον Ιούνιο 2007 έως το Δεκέμβριο 2008. Έχει ήδη αναφερθεί ότι η παράμετρος λ λαμβάνει διαφορετικές τιμές ($\lambda = 5, 10, \dots, 50$ ανά 5) ώστε να διασφαλιστεί η εμφάνιση των πραγματικών προειδοποιητικών ενδείξεων και να αποκλειστεί αυτή των εσφαλμένων.

Στον Πίνακα 8.1 αναφέρεται ο αριθμός των προειδοποιητικών ενδείξεων κατά τον αλγόριθμο LIN σύμφωνα με την τιμή του λ που χρησιμοποιήθηκε· το μέγεθος βήματος που εφαρμόστηκε για την προσέγγιση της σταθεράς Lipschitz (βλ. τον Αλγόριθμο 6.1) εμφανίζεται στη στήλη « λ », ενώ η στήλη « $N(A_t)$ » περιλαμβάνει τον αριθμό των προειδοποιητικών ενδείξεων ανά λ . Τέλος, στη στήλη $N(K_t > \tilde{K}_t)$ εμφανίζεται ο αριθμός των μεταβολών που υπέστη η σταθερά Lipschitz κατά την υπό εξέταση χρονική περίοδο.

Από τον Πίνακα 8.1 είναι προφανές ότι όσο μικρότερος είναι ο αριθμός των παρελθόντων σημείων που χρησιμοποιούνται τόσο μεγαλύτερος ο αριθμός των προειδοποιητικών

Πίνακας 8.1: OMXSPI Σύνοψη των προειδοποιητικών ενδείξεων κατά τον αλγόριθμο LIN ανά μέγεθος βήματος

λ	$N(A_t)$	$N(K_t > \tilde{K}_t)$
5	9	150
10	9	79
15	9	55
20	8	38
25	6	26
30	5	23
35	4	21
40	3	17
45	3	15
50	3	14

Πίνακας 8.2: OMXSPI Σύνοψη των σημαντικών προειδοποιητικών ενδείξεων κατά τον αλγόριθμο LIN

Έναρξη	Τιμή	Τέλος	Τιμή	Συνέχεια	$K_t - \tilde{K}_t$
22.01.2008	308.61	04.02.08	325.68	48	5.83
19.09.2008	268.01	10.10.08	197.74	16	5.06
13.10.2008	214.11	12.01.08	187.25	35	7.73

ενδείξεων που προκύπτουν, και ως εκ τούτου αυξημένο και το ενδεχόμενο εμφάνισης εσφαλμένων προειδοποιητικών ενδείξεων.

Άρα, αν για $\lambda = 5$ ο αλγόριθμος σήμανε 150 μεταβολές στην τιμή της σταθεράς Lipschitz, όσο η τιμή του λ αύξανε και περισσότερα δεδομένα ανέκυπταν από το δείγμα, σταδιακά ο αριθμός των μεταβολών αυτών μειώθηκε στις 14. Παρομοίως και στην περίπτωση των προειδοποιητικών ενδείξεων, για $\lambda = 5$ ο αριθμός αυτών είναι 9, ωστόσο καθώς το μέγεθος βήματος αυξάνει σε $\lambda = 50$ εν τέλει και ο αριθμός των ενδείξεων καταλήγει στις 3.

Για την περίπτωση του OMXSPI το εξεταζόμενο δείγμα περιλαμβάνει τις ημερήσιες τιμές κλεισίματος του δείκτη για την περίοδο από τον Ιούνιο 2007 έως το Δεκέμβριο

2008. Ο αλγόριθμος LIN εφαρμόστηκε καθημερινώς από τον Ιούνιο 2007 και κατά τη διάρκεια της περιόδου από 26.06.2007 μέχρι και 21.01.2006 δε προέκυψε καμία προειδοποιητική ένδειξη διότι η μέγιστη τιμή της σταθεράς Lipschitz για την εν λόγω περίοδο δεν μεταβλήθηκε σημαντικά.

Αντιθέτως, στις 22.01.2008 η τιμή K_t της σταθεράς αυξήθηκε σχεδόν κατά 5.83 μονάδες και παρέμεινε σε αυτό το -συγκριτικά- υψηλό επίπεδο για 48 διαπραγματεύσιμες ημέρες, ήτοι η περίοδος 22.01.2008-02.04.2008 η οποία σηματοδοτεί και την αρχική προειδοποιητική ένδειξη κατά Lipschitz στην υπό εξέταση περίοδο.

Μετά τις 02.04.2008 η υπολογισμένη τιμή του K_t μειώθηκε και δεν παρουσίασε σημαντική αύξηση μέχρι τις 19.09.2008. Έκτοτε και μέχρι την τελευταία υπό εξέταση ημέρα του δείγματος η ημερήσια υπολογισμένη τιμή του K_t συνέχισε να αυξάνει και μάλιστα με ολοένα ενισχυμένη δυναμική.

Η σύνοψη των περιγραφικών χαρακτηριστικών των προειδοποιητικών ενδείξεων που προέκυψαν από την εφαρμογή του προτεινόμενου αλγόριθμου κατά την περίοδο από τον Ιούνιο 2007 έως τον Δεκέμβριο 2008 παρατίθεται στον Πίνακα 8.2.

Η πρώτη στήλη «Έναρξη» περιλαμβάνει την ημερομηνία κατά την οποία ο αλγόριθμος σήμανε την έναρξη της επερχόμενης κρίσης και η τιμή κλεισίματος του δείκτη κατά την εν λόγω ημέρα αναφέρεται στη στήλη «Τιμή». Ομοίως, η δεύτερη στήλη επ' ονόματι «Τέλος» αναφέρει την ημερομηνία κατά την οποία η μη-φυσιολογική κατάσταση που ξεκίνησε την ημερομηνία που αναφέρεται στη στήλη «Έναρξη» δείχνει ότι τερματίζει· η τιμή του δείκτη κατά την ημερομηνία αυτή σημειώνεται στην αντίστοιχη στήλη «Τιμή».

Η στήλη με την ονομασία «Συνέχεια» περιλαμβάνει τον αριθμό των συνεχόμενων ημερών κατά τις οποίες η υπολογισμένη τιμή K_t παρέμεινε σε ιδιαίτερα αυξημένα επίπεδα. Ουσιαστικά η στήλη αυτή αναφέρει τον αριθμό των συνεχόμενων συναλλακτικών ημερών που αντιστοιχούν στη χρονική περίοδο που μεσολαβεί από την ημερομηνία «Έναρξη» μέχρι και την ημερομηνία «Τέλος». Στην τελευταία στήλη επ' ονόματι « $K_t - \tilde{K}_t$ » περιλαμβάνονται οι διαφορές μεταξύ των προσεγγίσεων της σταθεράς Lipschitz και της υπολογισμένης τιμής K_t .

Επιπλέον, τα σημεία που αναφέρονται στον Πίνακα 8.2 αναπαρίστανται γραφικά στην πραγματική υπό εξέταση χρονοσειρά στο Σχήμα 8.1. Η κόκκινη γραμμή συμβολίζει τη χρονοσειρά των τιμών του OMXSPI για τη χρονική περίοδο 05.06.2007-01.12.2008, ενώ

Σχήμα 8.1: OMXSPI Τα σημεία των προειδοποιητικών ενδείξεων κατά LIN τοποθετημένα στην πραγματική χρονοσειρά

τα πράσινα σημεία αντιστοιχούν στις κρίσιμες ημερομηνίες κατά τον αλγόριθμο LIN.

Η περίπτωση του δείκτη Deutscher Aktien (DAX)

Το εξεταζόμενο δείγμα περιλαμβάνει τις τιμές κλεισίματος του δείκτη DAX κατά τη χρονική περίοδο από 26.06.2007 έως 01.12.2008. Η εφαρμογή του αλγόριθμου LIN κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου κατέδειξε 5 προειδοποιητικές ενδείξεις, οι οποίες αναφέρονται στον Πίνακα 8.3.

Ωστόσο, παρατηρώντας τον Πίνακα 8.3 είναι προφανές ότι η πραγματικές περίοδοι κρίσης είναι 2 αντί των 3 που αναφέρονται. Παραδείγματος χάριν, ας θεωρηθούν οι δύο πρώτες περιπτώσεις: οι περίοδοι 21.01.2008-23.01.2008 και 24.01.2008-04.04.2008 ουσιαστικά είναι συνεχείς, αλλά ο αλγόριθμος τις διαχωρίζει διότι η τιμή $K_t - \tilde{K}_t$ αυξήθηκε κατά 208,86 μονάδες σε σχέση με την πρώτη περίοδο. Άρα οι πρώτες ενδείξεις για την αρχή μίας κρίσης εμφανίστηκαν κατά την περίοδο 21.01.2008-01.08.2008 και

Πίνακας 8.3: DAX Σύνοψη των σημαντικών προειδοποιητικών ενδείξεων κατά τον αλγόριθμο LIN

Έναρξη	Τιμή	Τέλος	Τιμή	Συνέχεια	$K_t - \tilde{K}_t$
21.01.2008	6790.19	01.23.08	5902.40	3	273.03
24.01.2008	6821.07	04.04.08	6753.87	48	208.86
08.09.2008	6263.74	10.03.08	5797.03	19	100.13
06.10.2008	5387.01	10.10.08	4544.31	4	230.75
13.10.2008	5062.45	12.01.08	4394.76	35	314.41

η κρίση ουσιαστικά επιβεβαιώθηκε την αμέσως επόμενη ημέρα της 04.04.2008 κατά την οποία η τιμή της σταθεράς Lipschitz αυξήθηκε κατά 208,86 μονάδες και παρέμεινε σε υψηλά επίπεδα για 48 συναλλακτικές ημέρες. Η επιθετικότητα της κρίσης είναι προφανής στην περίπτωση της τέταρτης περιόδου κατά την οποία η τιμή $K_t - \tilde{K}_t$ ουσιαστικά διπλασιάστηκε.

Στο Σχήμα 8.2 αναπαριστώνται γραφικά οι τιμές της υπολογισμένης σταθεράς Lipschitz για την υπό εξέταση περίοδο. Υπενθυμίζονται οι προειδοποιητικές ενδείξεις που περιγράφονται στον Πίνακα 8.3· προφανώς, η πρώτη προειδοποιητική ένδειξη σήμανε στις 21.01.2008 -όπως φαίνεται και από την πρώτο πράσινο σημείο- και τρεις ημέρες αργότερα, όταν η τιμή $K_t - \tilde{K}_t$ αυξήθηκε, η κρίση συνεχίστηκε με ιδιαίτερα επιθετική μορφή.

Οι περίοδοι σταθερότητας χαρακτηρίζονται από επίπεδες γραμμές και οι μειωμένες τιμές της σταθεράς Lipschitz χαρακτηρίζουν την απουσία ασύνηθων αλλαγών στις τιμές των προσεγγίσεων της σταθεράς, επομένως και την απουσία προειδοποιητικών ενδείξεων. Τα τρία τελευταία συνεχόμενα σημεία σηματοδοτούν την έναρξη της κρίσης στις 08.09.2008 και την απότομα έντονη αλλαγή ειδικότερα μετά τις 06.10.2008.

8.1.2 Η περίπτωση του δείκτη Financial Times Stock Exchange Index (FTSE100)

Για την περίπτωση του FTSE100 το δείγμα που εξετάστηκε περιλαμβάνει τις ημερήσιες τιμές κλεισίματος του δείκτη για την περίοδο από Ιούλιο 2007 έως Δεκέμβριο 2008.

Τα περιγραφικά χαρακτηριστικά που προέκυψαν από την εφαρμογή του αλγόριθμου

Σχήμα 8.2: DAX Οι υπολογισμοί της σταθεράς Lipschitz και τα σημεία έναρξης της κρίσης

LIN κατά την εξεταζόμενη περίοδο, περιγράφονται στον Πίνακα 8.4.

Παρομοίως με την περίπτωση του δείκτη DAX, ενώ οι προειδοποιητικές ενδείξεις που προέκυψαν είναι 4, ουσιαστικά ο αριθμός των πραγματικών είναι 2. Έτσι, η πρώτη προειδοποιητική ένδειξη σήμανε στις 21.01.2008 και διήρκεσε 49 συνεχόμενες συναλλακτικές ημέρες, ήτοι χρονική περίοδος μεγαλύτερη των 2 ημερολογιακών μηνών κατά τη διάρκεια της οποίας η τιμή του δείκτη μειωνόταν σταδιακά.

Μετά την περίοδο αυτή, η υπολογισμένη τιμή του K_t μειώθηκε και παρέμεινε στα επίπεδα αυτά έως τις 05.09.2008. Ωστόσο, από την ημερομηνία αυτή και μέχρι την τελευταία ημέρα του δείγματος η ημερησίως υπολογισμένη τιμή K_t άρχισε να αυξάνει και μάλιστα κατά τρία διαφορετικά επίπεδα αυξητικής τάσης.

Παρατηρείται ότι οι τρεις τελευταίες προειδοποιητικές ενδείξεις είναι κατ' ουσία συνεχείς, ξεκινώντας από τις 05.09.2008 και μέχρι την τελευταία ημέρα του δείγματος. Ο αλγόριθμος σήμανε την έναρξη της κρίσης στις 05.09.2008 διότι η τιμή $K_t - \tilde{K}_t$ μεταβλήθηκε σημαντικά στην ημερομηνία αυτή· ωστόσο επειδή η τιμή $K_t - \tilde{K}_t$ συνέχισε

Πίνακας 8.4: FTSE100 Σύνοψη των σημαντικών προειδοποιητικών ενδείξεων κατά τον αλγόριθμο LIN

Έναρξη	Τιμή	Τέλος	Τιμή	Συνέχεια	$K_t - \tilde{K}_t$
01.21.08	5578.2	04.02.08	5915.9	49	209.3
09.05.08	5240.7	09.18.08	4880.0	9	85.0
09.19.08	5311.3	10.10.08	3932.1	15	179.3
10.13.08	4256.9	12.01.08	4065.5	35	200.2

να αυξάνει έντονα -ουσιαστικά τριπλασιάστηκε, η κρίση κατά LIN που σηματοδοτήθηκε στις 05.09.2008 δεν τελείωσε στις 18.09.2008 αλλά συνέχισε να αυξάνει με ακόμη πιο επιθετική μορφή.

Η γραφική αναπαράσταση της πραγματικής χρονοσειράς που περιγράφει τις τιμές του δείκτη FTSE100 κατά την εξεταζόμενη περίοδο φαίνεται στο Σχήμα 8.3. Επιπλέον, στο ίδιο σχήμα τα πράσινα σημεία αναφέρουν τις κρίσιμες ημερομηνίες κατά LIN, οι οποίες τείνουν να συμπίπτουν με τις πραγματικές ημέρες κρίσης ή συνεχούς μείωσης της τιμής του δείκτη.

Και στις τρεις περιπτώσεις, OMXSPI, DAX και FTSE100 παρατηρείται ότι η προειδοποιητική ένδειξη για την επερχόμενη μη-φυσιολογική χρηματοοικονομική κατάσταση δεν τοποθετείται στις περίοδο 6-10 Οκτωβρίου 2008 -την επονομαζόμενη «Μαύρη Εβδομάδα», αλλά τουλάχιστον δύο ημερολογιακές εβδομάδες νωρίτερα. Για την ακρίβεια, στην περίπτωση του δείκτη FTSE100 η ένδειξη για την επερχόμενη κρίση προέκυψε στις 08.09.2008 ενώ για την περίπτωση του δείκτη DAX στις 05.09.2008.

Παρομοίως με τους δείκτες DAX και FTSE100 η ένδειξη για την απρόσμενη μείωση των τιμών του δείκτη OMXSPI σήμανε 10 ημέρες αργότερα, ήτοι στις 19.09.2008. Παρατηρείται ότι η τιμή της προειδοποιητικής ένδειξης επιταχύνθηκε ιδιαίτερα στο τέλος της «Μαύρης Εβδομάδας» επιβεβαιώνοντας με τον τρόπο αυτό την ύπαρξη της χρηματοοικονομικής κρίσης.

Σχήμα 8.3: FTSE100 Τα σημεία των προειδοποιητικών ενδείξεων κατά LIN τοποθετημένα στην πραγματική χρονοσειρά

8.1.3 Η διεθνής συναλλαγματική κρίση της δεκαετίας του '90

Πέραν των περιπτώσεων των σχετιζόμενων με την πρόσφατη γενικευμένη χρηματοοικονομική κατάσταση, ο προτεινόμενος αλγόριθμος εφαρμόστηκε και σε προηγούμενες χρηματοοικονομικές περιπτώσεις. Συγκεκριμένα, ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε σε χρονοσειρές απαρτιζόμενες από τιμές συναλλαγματικών ισοτιμιών σε διάφορες χρονικές περιόδους. Στην Υποενότητα αυτή, η κρίση του Ρώσικου ρουβλίου κατά το 1998 και αυτή του Μεξικάνικου πέσο κατά τα 1994-1995, αναλύονται υπό το πρίσμα του αλγόριθμου LIN. Σημειώνεται ότι και στις δύο περιπτώσεις οι τιμές αφορούν την ισοτιμία των εν λόγω νομίσματος έναντι του δολαρίου Η.Π.Α.

Πίνακας 8.5: RUB Σύνοψη των προειδοποιητικών ενδείξεων κατά τον αλγόριθμο LIN ανά μέγεθος βήματος

λ	$N(A_t)$	$N(K_t > \tilde{K}_t)$
5	10	143
10	10	79
15	10	58
20	9	43
25	8	35
30	8	28
35	7	23
40	7	21
45	7	21
50	7	19

Η Ρώσικη κρίση του 1998

Η ανάλυση της περίπτωσης του Ρώσικου ρουβλίου κατά το 1998 βασίστηκε σε χρονοσειρά απαρτιζόμενη από 365 παρατηρήσεις που αντιστοιχούν στην ισοτιμία του ρουβλίου έναντι του δολαρίου Η.Π.Α. κατά το 1998.

Υπενθυμίζεται ότι τα παρελθόντα σημεία που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της σταθεράς Lipschitz λαμβάνουν τις τιμές $\lambda = 5, 10, \dots, 50$ αυξανόμενες κατά 5. Έτσι στον Πίνακα 8.5 συνοψίζεται ο αριθμός των προειδοποιητικών ενδείξεων κατά LIN σύμφωνα με το μέγεθος βήματος λ που χρησιμοποιήθηκε.

Επιπλέον οι ημερομηνίες που ο αλγόριθμος LIN υπέδειξε ως πιθανές για την έναρξη μίας κρίσης είναι οι 17.08.1998, 19.08.1998, 25.08.1998, 29.08.2009, 04.09.1998, 05.09.1998 και 15.09.1998. Στο Σχήμα 8.4 οι ημερομηνίες αυτές υποδεικνύονται με τα πράσινα σημεία πάνω στην κόκκινη γραμμή η οποία με τη σειρά της συμβολίζει την πραγματική πορεία της ισοτιμίας του Ρώσικου ρουβλίου έναντι του δολαρίου Η.Π.Α. κατά το 1998.

Σχήμα 8.4: RUB Τα σημεία των προειδοποιητικών ενδείξεων κατά LIN τοποθετημένα στην πραγματική χρονοσειρά του 1998

Η Μεξικανική κρίση των 1994-1995

Η εξεταζόμενη χρονοσειρά απαρτίζεται από τις τιμές του Μεξικάνικου πέσο έναντι του δολαρίου Η.Π.Α. για τη διετία 1994-1995, ήτοι 730 ημερήσιες παρατηρήσεις. Οι κρίσιμες ημερομηνίες κατά LIN στη συγκεκριμένη χρονική περίοδο είναι 24.02.1994, 25.02.1994, 03.03.1994, 20.12.1994 και 25.12.1994. Οι ημερομηνίες αυτές αναπαρίστανται και γραφικά στο Σχήμα 8.5 και μάλιστα σε σχέση με τις πραγματικές τιμές της εξεταζόμενης χρονοσειράς για την συγκεκριμένη χρονική περίοδο.

Άρα, στο Σχήμα 8.5 οι κόκκινες γραμμές αφορούν στα επίπεδα των τιμών του Μεξικανικού πέσο έναντι του δολαρίου Η.Π.Α. για την περίοδο από τον Ιανουάριο 1994 μέχρι και το τέλος του 1995· τα πράσινα σημεία αφορούν τις προειδοποιητικές ενδείξεις κατά τον αλγόριθμο LIN. Σημειώνεται ότι η ένδειξη κατά LIN στις 20.12.1994 συμπίπτει με την πραγματική έναρξη της κρίσης.

Σχήμα 8.5: MEX Τα σημεία των προειδοποιητικών ενδείξεων κατά LIN τοποθετημένα στην πραγματική χρονοσειρά της περιόδου 1994-1995

8.2 Εμπειρικά αποτελέσματα· η τεχνική «εγκλωβισμού» για κρίση

Η προτεινόμενη μεθοδολογία εφαρμόστηκε σε δύο χρονοσειρές που προέρχονται από αγορές συναλλάγματος. Κάθε σειρά αποτελείται από καθημερινές τιμές και αφορά το χρονικό διάστημα πριν το ξέσπασμα μίας χρηματοπιστωτικής κρίσης, και τα αποτελέσματα προήλθαν από την εφαρμογή του στατιστικού λογισμικού R, [105]. Σημειώνεται ότι η μεθοδολογία εφαρμόζεται καθημερινά, ασχέτως της ημερομηνίας που η κρίση ουσιαστικά ξέσπασε.

Κατά την εφαρμογή παρατηρήθηκε ότι τα υπολογισμένα διαστήματα περιλαμβάνουν τις σημαντικές ενδείξεις και μάλιστα η σύγκλιση των μεθόδων έχει αποδειχθεί στην Ενότητα 6.1 αλλά και στους [11]. Επιπλέον καθώς η μεθοδολογία εξελίσσεται προσεγγίζοντας την επερχόμενη περίοδο κρίσης, τόσο αυξάνεται ο αριθμός των κριτικών

Πίνακας 8.6: MEX Περίληψη των κριτικών διαστημάτων

Κριτικές περιόδοι	Μέσος των διαστημάτων	Εγγύτητα
12	53.25	15.50

διαστημάτων που αφορούν στην κρίση.

8.2.1 Η κρίση του Μεξικάνικου πέσο κατά το 1994-1995

Η εξεταζόμενη χρονοσειρά αποτελείται από τα επίπεδα της τιμής του Μεξικάνικου πέσο έναντι του δολαρίου των Η.Π.Α. για χρονική περίοδο δύο ετών, από τον Ιανουάριο του 1994 έως το τέλος του 1995· ήτοι σύνολο δεδομένων 730 ημερήσιων παρατηρήσεων.

Στον Πίνακα 8.6 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που έχουν υπολογιστεί από την προτεινόμενη μέθοδο. Στην πρώτη στήλη αναφέρεται ο αριθμός των υπολογισμένων από τη μέθοδο διαστημάτων. Η δεύτερη στήλη, με την ονομασία «Μέσος των διαστημάτων» δείχνει το μέσο των περιόδων που προέκυψαν, και η τρίτη αναφέρεται στην απόσταση μεταξύ του κάτω ορίου του διαστήματος και της ημέρας που έγινε η πρόβλεψη. Ουσιαστικά στη στήλη αυτή αναφέρεται η εγγύτητα της πρόβλεψης σε σχέση με την προβλεπόμενη περίοδο.

Στο Σχήμα 8.6 η γραμμή αντιπροσωπεύει τα επίπεδα του Μεξικάνικου πέσο έναντι του δολαρίου των Η.Π.Α. για την περίοδο από τον Ιανουάριο του 1994 έως τα τέλη του 1995. Σημειώνεται ότι οι ενδείξεις που προέκυψαν για την 20.12.1994 συμπίπτουν με την ημέρα που πραγματικά ξέσπασε η κρίση του Μεξικάνικου πέσο.

8.2.2 Η Ασιατική κρίση του 1997· η περίπτωση του Hong Kong

Ο ευρύς αντίκτυπος της Ασιατικής χρηματοπιστωτικής κρίσης κατά τον Ιούλιο του 1997 και η σταδιακή του επέκταση στις χώρες της Άπω Ανατολής, αντικατοπτρίζεται στην περίπτωση του δολαρίου του Hong Kong (βλ. Σχήμα 8.7). Για το λόγο αυτό το εξεταζόμενο δείγμα απαρτίζεται από τις τιμές του δολαρίου του Hong Kong έναντι του

Σχήμα 8.6: MEX Τα επίπεδα του Μεξικάνικου πέσο έναντι του δολαρίου των Η.Π.Α. για την περίοδο 1994-1995

Πίνακας 8.7: HKD Περίληψη των κριτικών διαστημάτων

Ημέρα πρόβλεψης	Μέθοδος A	Μέθοδος B	Διάστημα	Εύρος
156	225	208	{208, 225}	17
180	204	212	{204, 212}	8
200	224	320	{224, 320}	96
257	314	345	{314, 345}	31
291	348	373	{348, 373}	25
355	419	463	{419, 463}	44

δολαρίου των Η.Π.Α. για το 1997.

Παρομοίως με τον Πίνακα 8.6 της προηγούμενης Υποενότητας 8.2.1, στον Πίνακα 8.7 παρουσιάζονται τα χαρακτηριστικά των διαστημάτων που προέκυψαν από τη μεθοδολογία. Η πρώτη στήλη αναφέρεται στην ημέρα κατά την οποία έγινε η πρόβλεψη (η αρίθμηση ξεκινά από την πρώτη ημέρα του υπό εξέταση έτους). Η δεύτερη στήλη περιλαμβάνει την -αριθμημένη- ημέρα του έτους η οποία προέκυψε από την εφαρμογή της μεθόδου A, και η τρίτη στήλη αυτή που προέκυψε από τη μέθοδο B. Εν τέλει η τέταρτη στήλη δείχνει το παραγόμενο κριτικό διάστημα και η πέμπτη το εύρος του διαστήματος. Το εύρος αυτό περιγράφεται σε συναλλασσόμενες ημέρες.

Σχήμα 8.7: HKD Τα επίπεδα του δολαρίου του Hong Kong έναντι του δολαρίου των Η.Π.Α.για το 1997

Μέρος IV

Συμπεράσματα-Βιβλιογραφία- Ευρετήριο

Συμπεράσματα

Η παρούσα διδακτορική διατριβή αφορά στην ανάπτυξη νέων μεθόδων χρονικής πρόβλεψης του βέλτιστου χρονοσειρών με τη χρήση συνδυασμένων και μη τεχνικών βελτιστοποίησης. Οι εφαρμογές που έχουν αναπτυχθεί επικεντρώνονται σε χρονοσειρές προερχόμενες από χρηματοοικονομικούς δείκτες και προτείνουν διαδικασίες εύρεσης των χρονικών σημείων κατά τα οποία η τιμή αυτών πιθανόν να βελτιστοποιείται τοπικά.

Η έλλειψη εφαρμογών στις οποίες οι προβλέψεις γίνονται ανεξαρτήτως της τιμής του επόμενου σημείου αλλά επικεντρώνονται στο χρονικό σημείο κατά το οποίο θα εμφανιστεί το τοπικό μέγιστο ή ελάχιστο, αποτέλεσε το κίνητρο της έρευνας προς τη συγκεκριμένη παρούσα κατεύθυνση.

Η πρωτότυπη μεθοδολογία που έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια της εν λόγω έρευνας, ουσιαστικά χωρίζεται σε δύο κατευθύνσεις. Αρχικά σε μεθόδους εντοπισμού μελλοντικού βέλτιστου χρονοσειρών βάσει της τεχνικής οπισθοδρόμησης και επιπλέον στην επέκταση της τεχνικής σε προβλήματα εντοπισμού χρηματοοικονομικής κρίσης.

Σημειώνεται ότι τα αποτελέσματα του συνόλου των μεθοδολογικών πλαισίων και τεχνικών που αναπτύχθηκαν έχουν ήδη παρουσιαστεί σε διεθνή συνέδρια με από το 2007 μέχρι και σήμερα.

Η εργασία αυτή είναι δομημένη σύμφωνα με την υπόθεση ότι οι χρηματοοικονομικές χρονοσειρές δύνανται να αντιμετωπιστούν ως συναρτήσεις υποκειμένες στους περιορισμούς εκείνους οι οποίοι αντικατοπτρίζουν τους παράγοντες αυτούς που επηρεάζουν την τιμή τους μέσα στο χρόνο· επομένως, επιλέχθηκε η χρήση τεχνικών βελτιστοποίησης αντί των διαδεδομένων στατιστικών. Για το σκοπό αυτό το σύνολο των προτεινόμενων

μεθοδολογιών διακρίνεται από μία πολυστάδια διαδικασία κατά την οποία:

- Αρχικά επιλέγεται μία ακολουθία παρελθόντων σημείων μίας χρονοσειράς, η οποία ακολουθία έχει προέλθει από την εφαρμογή μίας τεχνικής βελτιστοποίησης.
- Βάσει της επιλεγόμενης ακολουθίας υπολογίζεται το βέλτιστο μήκος βήματος που θα πρέπει να εφαρμοστεί για τη σύγκλιση στο μελλοντικό σημείο.
- Τέλος το μήκος βήματος που υπολογίστηκε, εφαρμόζεται στο τελευταίο γνωστό σημείο της ακολουθίας και επιτυγχάνεται η προσέγγιση του μελλοντικού σημείου κατά το οποίο η χρονοσειρά αναμένεται να βελτιστοποιηθεί χρονικά.

Η συνεισφορά της παρούσας διατριβής είναι ότι σε αντίθεση με όλες τις γνωστές μεθοδολογίες πρόβλεψης οι οποίες είναι προσανατολισμένες στην τιμή, η έρευνα που έχει διενεργηθεί προσανατολίζεται στα χρονικά σημεία, με στόχο την πρόβλεψη όχι των τιμών της χρονοσειράς, αλλά του χρόνου κατά τον οποίο τα μελλοντικά βέλτιστα αυτής αναμένεται να προκύψουν.

Τα αποτελέσματα που έχουν προκύψει από την εφαρμογή των μεθόδων αποδεικνύουν την αποδοτικότητα των προτεινόμενων τεχνικών. Επιπλέον κάθε μέθοδος συνοδεύεται και από το ανάλογο θεώρημα σύγκλισης, γεγονός που ενισχύει την αξιοπιστία τους. Ωστόσο, πέραν της αποτελεσματικότητάς τους, τα αποτελέσματα επίσης καταδεικνύουν και πιθανά μειονεκτήματα που φέρει η εφαρμογή τους. Παραδείγματος χάριν, προέκυψε ότι ένα γενικευμένο χαρακτηριστικό είναι ότι η πρόβλεψη του μελλοντικού τοπικού μέγιστου τείνει να είναι πιο ακριβής από αυτή του τοπικού ελάχιστου.

Επίσης, η διαδικασία LIN που αφορά στην χρονική πρόβλεψη χρηματοοικονομικών κρίσεων, αν και καταφέρνει να υποδείξει το μελλοντικό σημείο έναρξης μίας κρίσης, η πρόβλεψη δε μπορεί να επιτευχθεί παρά μία μέρα πριν την έναρξη της κρίσης. Ωστόσο, η επόμενη μεθοδολογία που προτάθηκε για την πρόβλεψη περιόδων κρίσης αντιμετώπισε το πρόβλημα αυτό. Εξάλλου αυτός είναι και ο στόχος της έρευνας, κάθε βήμα να προωθεί περαιτέρω προβληματισμό και ταυτόχρονα να δίδει λύση στο προηγούμενο πρόβλημα.

Κατευθύνσεις για μελλοντική έρευνα

Τα αποτελέσματα αυτής της εργασίας παρέχουν περαιτέρω κίνητρα για μελλοντική έρευνα σε διάφορους τομείς και επεκτάσεις της διαδικασίας οπισθοδρόμησης. Ενδεικτικά αναφέρονται οι παρακάτω τομείς ενδιαφέροντος:

- Εφαρμογή του αλγόριθμου οπισθοδρόμησης σε άλλους αλγόριθμους ελαχιστοποίησης οι οποίοι χρησιμοποιούν πληροφορίες από συνεχόμενα σημεία, όπως είναι οι μέθοδοι quasi-Newton, συζυγούς κλίσης κ.ά.,
- Χρήση της τεχνικής οπισθοδρόμησης σε συνδυασμό με τεχνικές πολυκριτήριας βελτιστοποίησης για τη διαχείριση ενός δεδομένου χαρτοφυλακίου.
- Επεκτάσεις της μεθοδολογίας «εγκλωβισμού» προκειμένου να δημιουργηθεί ένα εργαλείο στρατηγικής διαχείρισης χαρτοφυλακίου. Στην περίπτωση αυτή η χρήση των διαστημάτων «εγκλωβισμού» πιθανόν να αναδείξει κοινά χαρακτηριστικά μεταξύ των στοιχείων του χαρτοφυλακίου και έτσι να επιτευχθεί η ελαχιστοποίηση των συναλλαγών και εν τέλει να μεγιστοποιηθεί το κέρδος.
- Στην ανάπτυξη συναλλακτικών μεθοδολογιών με τη χρήση μεθόδων πολυκριτήριας ανάλυσης, δύναται επιπλέον να επιλύσει και το ζήτημα της ελαχιστοποίησης των συναλλακτικών κόστων.
- Η χρήση της λεξικογραφικής βελτιστοποίησης πιθανότατα θα προωθήσει την έρευνα στο πεδίο της βαθμωτής βελτιστοποίησης για τη επιλογή και διαχείριση χαρτοφυλακίου αξιογράφων.
- Δημιουργία κλάσης μεθοδολογιών ανάλογα με τη φύση των δεδομένων.

Η προτεινόμενη ανάλυση μπορεί να εφαρμοστεί και σε άλλα ερευνητικά πεδία όπου εκλείπουν οι περιορισμοί των αγορών χρήματος και κεφαλαίου.

Βιβλιογραφία

- [1] S. K. Aggarwal, L. M. Saini, and Kumar A. Electricity price forecasting in ontario electricity market using wavelet transform in artificial neural network based model. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, pages 639–650, 2008.
- [2] S. Al Wadi, I. Mohd Tahir, and Karim Abdul Samsul Ariffin. Selecting wavelet transforms model in forecasting financial time series data based on arima model. *Applied Mathematical Sciences*, 5:315–326, 2011.
- [3] T. G. Andersen, T. Bollerslev, F. X. Diebold, and J. G. Wu. A framework for exploring the macroeconomic determinants of systematic risk. *The American Economic Review*, 95(2):398–404, 2005.
- [4] G. S. Androulakis and Lisgara E. G. Generating portfolio selection strategy under the Lipschitz constant derivations’ scope. In *23rd European Conference on Operational Research*, Bonn, Germany, July 5–8 2009.
- [5] G. S. Androulakis and E. G. Lisgara. On the prediction of time series’ local optima: a backtrack technique. In E. Gallopoulos, E. Houstis, I. I. S. Kotsireas, D. Noutsos, and M. N. Vrahatis, editors, *Conference in Numerical Analysis (NumAn)*, pages 19–23, Kalamata, Greece, September 3–7 2007.
- [6] G. S. Androulakis and E. G. Lisgara. Allocating stock market crises periods. In E. Gallopoulos, E. Houstis, I. Kotsireas, D. Noutsos, and M. Vrahatis, editors, *Conference in Numerical Analysis (NumAn)*, Kalamata, Greece, September 1–5 2008.

- [7] G. S. Androulakis and E. G. Lisgara. Using the Lipschitz constant as a currency crisis indicator. In *Hellenic Financial and Accounting Association*. 7th Annual Conference, December 12–13 2008.
- [8] G. S. Androulakis and E. G. Lisgara. Generating portfolio selection strategy under the Lipschitz constant derivations' scope. In *The 9th Hellenic European Research on Computer Mathematics & its Applications Conference (HERCMA)*, Athens, Greece, September 24–26 2009.
- [9] G. S. Androulakis and E. G. Lisgara. Towards forecasting a time varying beta series by backtracking. In *International Conference on Applied Economics (ICOAE)*, Kastoria, Greece, May 27–30 2009.
- [10] G. S. Androulakis and E. G. Lisgara. Towards forecasting a time varying beta series by backtracking. *Journal of European Economy*, 9:3–11, 2010.
- [11] G. S. Androulakis and E. G. Lisgara. Exploiting the usage of the Lipschitz constant approximations as a financial crisis indicator. *submitted*, 2011.
- [12] G. S. Androulakis and M. N. Vrahatis. OPTAC: A portable software package for analyzing and comparing optimization methods by visualization. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 72:41–62, 1996.
- [13] J. R. Angelos, M. S Henry, E. H. Jr. Kaufman, T. D Lenker, and A. Kroó. Local and global Lipschitz constants. *Journal of Approximation Theory*, 46:137–156, February 1986.
- [14] L. Armijo. Minimization of function having Lipschitz continuous first partial derivatives. *Pacific Journal of Mathematics*, 16:1–3, 1966.
- [15] L. Bachelier. Théorie de la spéculation. *Annales scientifiques de l'É.N.S.*, 3e Série(tome 17):21–86, 1900.
- [16] D. Beckmann, L. Menkhoff, and K. Sawischlewski. Robust lessons about practical early warning systems. *Journal of Policy Modeling*, 28:163–193, 2006.

- [17] A. Berg and R. E. Coke. Autocorrelation-corrected standard errors in panel probits: An application to currency crisis prediction. Technical report, Technical report, International Monetary Fund, March 2004.
- [18] A. Berg and C. Pattillo. Predicting currency crises: the indicators approach and an alternative. *Journal of International Money and Finance*, 18(4):561–586, August 1999.
- [19] J. V. D. Berg, B. Candelon, and J. P. Urbain. A cautious note on the use of panel models to predict financial crises. *Economics Letters*, 101(1):80–83, October 2008.
- [20] M. J. Best and R. R. Grauer. The efficient set mathematics when mean-variance problems are subject to general linear constraints. *Journal of Economics and Business*, 42:105–120, 1990.
- [21] M. J. Best and J. Hlouskova. The efficient frontier for bounded assets. *Mathematical Methods of Operations Research*, 52:195–212, 2000.
- [22] O. J. Blanchard and Watson M. W. Bubbles, Rational Expectations and Financial Markets. Technical Report 0945, Working papers, The National Bureau of Economics Research, 1983.
- [23] H. Blanco and P. M. Garber. Recurrent devaluations and speculative attacks on the Mexican Peso. *Journal of Political Economy*, 94:148–166, 1986.
- [24] T. Bollerslev. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3):307–327, February 1986.
- [25] G. E. P. Box and G. M. Jenkins. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. 2nd Edition, Holden–Day, San Francisco, 1976.
- [26] P. A. Braun, D. B. Nelson, and A. M. Sunier. Good News, Bad News, Volatility, and Betas. *Journal of Finance*, 50(5):1575–1603, December 1995.

- [27] P. J. Brockwell and R. A. Davis. *Introduction to Time Series and Forecasting*. Springer Verlag, 2002.
- [28] R. G. Brown. *Statistical Forecasting for Inventory Control*. McGraw-Hill, New York, 1959.
- [29] D. Burago, Y. Burago, and S. Ivanov. *A Course in Metric Geometry*. American Mathematical Society, 2000.
- [30] M. Bussière and M. Fratzscher. Towards a New Early Warning System of Financial Crises. *Journal of International Money and Finance*, 25:953–973, 2006.
- [31] G. Casella, S. Fienberg, and I. Olkin. *A Modern Approach to Regression with R*. Springer Texts in Statistics, 2009.
- [32] A. Cauchy. Méthode générale pour la résolution des systèmes d’équations simultanées. *Comptes Rendus, Actualites Sci. Ind., Paris*, 25:536–538, 1847.
- [33] Y. Chen, L. Peng, and A. Abraham. Stock index modeling using hierarchical radial basis function networks. *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, 4253 LNAI - III:398–405, 2006.
- [34] S. Christensen and F. Oppacher. What can we learn from No Free Lunch? a first attempt to characterize the concept of a searchable function. In *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference*, 2001.
- [35] A. Cipollini and G. Kapetanios. Forecasting financial crises and contagion in Asia using dynamic factor analysis. *Journal of Empirical Finance*, 16:188–200, 2009.
- [36] V. Coudert and M. Gex. Does Risk Aversion Drive Financial Crises? Testing the Predictive Power of Empirical Indicators. *Journal of Empirical Finance*, 15(2):167–184, June 2007.

- [37] R. Davidson and J. G. MacKinnon. *Econometric Theory and Methods*. Oxford University Press, New York, 2004.
- [38] J. J. E. Dennis and R. B. Schnabel. *Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1983.
- [39] D. W. Diamond and P. H. Dybvig. Bank runs, Deposit insurance and Liquidity. *Journal of Political Economy*, 91:401–419, 1983.
- [40] F. Diebold, J. H. Lee, and G. Weinbach. Regime switching with time-varying transition probabilities. *Nonstationary Time Series Analysis and Cointegration*, pages 238–302, 1994.
- [41] R. Dornbusch, I. Goldfajn, and R. O. Valdés. Currency crises and collapses. *Brookings Papers on Economic Activity*, 26(2):219–294, 1995.
- [42] N. Draper and H. Smith. *Applied regression analysis*. John Wiley and Sons-Inc, 3rd edition, 1998.
- [43] J. Edwards, R. D. Magee and W. H. Bassetti. *Technical Analysis of Stock Trends*. AMACOM, Division of the American Management Associations, 2001.
- [44] B. Eichengreen, A. Rose, C. Wyplosz, B. Dumas, and A. Weber. Exchange Market Mayhem: The Antecedents and Aftermath of Speculative Attacks. *Economic Policy*, 10(21):249–312, October 1995.
- [45] E. J. Elton, M. J. Gruber, S. J. Brown, and W. N. Goetzmann. *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. John Wiley and Sons, 2003.
- [46] R. F. Engle. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4):987–1007, July 1982.
- [47] R. F. Engle and V. K. Ng. Measuring and Testing the Impact of News on Volatility. *Journal of Finance*, 48:1749–1778, 1993.

- [48] A. J. Fox. Outliers in time series. *Journal of the Royal Statistical Society*, Ser. B(34):350–363, 1972.
- [49] J. Frankel and A. Rose. Currency Crashes in Emerging Markets: An Empirical Treatment. *Journal of International Economics*, 41:351–366, November 1996.
- [50] K. C. Giannakoglou. Design of Optimal Aerodynamic Shapes using Stochastic Optimization Methods and Computational Intelligence. *International Review Journal Progress in Aerospace Sciences*, 38:43–76, 2002.
- [51] I. Goldfajn and R. O. Valdes. Are currency crises predictable? *European Economic Review*, 42:873–885, 1998.
- [52] A. A. Goldstein. On steepest descent. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics Control*, 3:147–151, 1965.
- [53] G. H. Golub and C. G. Van Loan. *Matrix computations*. Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1996.
- [54] J. G. Goswami and A. K. Chan. *Fundamentals of Wavelets: Theory, Algorithms, and Applications*. Wiley, 2nd edition, 2011.
- [55] Π. Μαυρογιάννη. *Εφαρμογή Αλγορίθμων και Τεχνικών Υπολογιστικής Νοημοσύνης στην Πρόβλεψη Χρηματιστηριακών Μεγεθών της Ελληνικής Αγοράς*. Διπλωματική Εργασία, Πανεπιστήμιο Πατρών, 2009.
- [56] Κ. Συριόπουλος. *Στρατηγική Τραπεζών*. Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο, 2000.
- [57] C. Grosan and A. Abraham. *Stock Market Modeling Using Genetic Programming Ensembles*. Springer, Berlin/Heidelberg, 2006.
- [58] R. T. Haftka, Z. Gurdal, and M. P. Kamat. *Elements of Structural Optimization*, 3. Kluwer Academic Publishers, 3rd edition, 1992.
- [59] M. R. Hestenes. *Conjugate Direction Methods in Optimization*. Springer-Verlag, New York, 1980.

- [60] Y. C. Ho and D. L. Pepyne. Simple Explanation of the No-Free-Lunch Theorem and Its Implications. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 115:549–570, 2002.
- [61] B. I. Jacobs, K.N. Levy, and H. Markowitz. Portfolio optimization with factors, scenarios, and realistic short positions. *Operations Research*, 53:586–599, 2005.
- [62] O. Jeanne and P. Masson. Currency crises, sunspots, and Markov-switching regimes. *Journal of International Economics*, 50:327–350, 2000.
- [63] M. C. Jensen. Some Anomalous Evidence Regarding Market Efficiency. *Journal of Financial Economics*, 6(2/3):95–101, 1978.
- [64] E. Kalotychou and S.K. Staikouras. An empirical investigation of the loan concentration risk in Latin America. *Journal of Multinational Financial Management*, 16:363–384, 2006.
- [65] G. Kaminsky, S. Lizondo, and C. M. Reinhart. Leading indicators of currency crises. *IMF Staff Papers*, (1):1–48, March 1998.
- [66] G. Kaminsky and C. M. Reinhart. The twin crises: The causes of banking and balance-of-payments problems. *American Economic Review*, 89(3):473–500, June 1999.
- [67] G. I. Karolidis, E. G. Lisgara, and G. S. Androulakis. A new projection method for predicting time series points. In Refail Kasimbeyli, Cemali Dinçer, Selin Özpeynirci, and Leonidas Sakalauskas, editors, *24th Mini EURO Conference on Continuous Optimization and Information-Based Technologies in The Financial Sector*, Izmir, Turkey, June 23–26 2010. Department of Industrial Systems Engineering, Faculty of Engineering and Computer Sciences, Izmir University of Economics.
- [68] K. Kasa. Common stochastic trends in international stock markets. *Journal of Monetary Economics*, 29(1):95–124, February 1992.

- [69] M. G. Kendall. The Analysis of Economic Time-Series-Part I: Prices. *Journal of the Royal Statistical Society*, 1(116):11–24, 1953.
- [70] K. Kim and S. W. Moon. Foreign reserve crisis and the Korean industrial structure—a CGE approach. *Mathematical and Computer Modelling*, 33:577–596, 2001.
- [71] T. Y. Kim, C. Hwang, and J. Lee. Korean economic condition indicator using a neural network trained on the 1997 crisis. *Journal of Data Science*, 2:371–381, 2004.
- [72] T. Y. Kim, K. J. Oh, I. Sohn, and C. Hwang. Usefulness of artificial neural networks for early warning systems of economic crisis. *Expert Systems with Applications*, 26:583–590, 2004.
- [73] P. Krugman. Are currency crises self-fulfilling? *NBER Macroeconomics Annual*, 11:345–407, 1996.
- [74] C. M. Kuan and T. Lim. Forecasting exchange rates using feedforward and recurrent neural networks. *Journal of Applied Econometrics*, 10:347–364, 1994.
- [75] M. Kumar, U. Moorthy, and W. Perraudin. Predicting emerging market currency crashes. *Journal of Empirical Finance*, 10:427–454, 2003.
- [76] L. Laeven and F. Valencia. Systemic Banking Crises: A New Database. Technical report, International Monetary Fund, October 2008.
- [77] K. H. Lee and G. S. Jo. Expert system for predicting stock market timing using a candlestick chart. *Expert Systems with Applications*, 16:357–364, 1999.
- [78] A. Leontitsis and C. Siriopoulos. Nonlinear forecast of financial time series through dynamical calendar correction. *Applied Financial Economics Letters*, 2(5):337–340, September 2006.
- [79] E. G. Lisgara and G. S. Androulakis. An applied methodology for the prediction of time series’ local optima. In *The 8th Hellenic European Research*

on Computer Mathematics & its Applications Conference (HERCMA), Athens, Greece, September 20–22 2007.

- [80] E. G. Lisgara and G. S. Androulakis. Estimating time series future optima using a steepest descent methodology as a backtracker. In *Workshop on Computational Optimization 2008*, volume 3 of *International Multiconference on Computer Science and Information Technology*, pages 893–898, Wisla, Poland, October 20–22 2008. International Multiconference on Computer Science and Information Technology.
- [81] E. G. Lisgara and G. S. Androulakis. Approaching portfolio selectivity under estimations of the Lipschitz constant. In *Hellenic Financial and Accounting Association*. 8th Annual Conference, December 18–19 2009.
- [82] E. G. Lisgara, G. I. Karolidis, and G. S. Androulakis. Entrapping a time series future optima using a combination of optimization techniques. In Refail Kasimbeyli, Cemali Dinçer, Selin Özpeynirci, and Leonidas Sakalauskas, editors, *24th Mini EURO Conference on Continuous Optimization and Information-Based Technologies in The Financial Sector*, Izmir, Turkey, June 23–26 2010. Department of Industrial Systems Engineering, Faculty of Engineering and Computer Sciences, Izmir University of Economics.
- [83] E. G. Lisgara, G. I. Karolidis, and G. S. Androulakis. A progression of the back-track optimization technique for forecasting potential financial crisis periods. In E. Gallopoulos, E. Houstis, I. Kotsireas, D. Noutsos, and M. Vrahatis, editors, *Conference in Numerical Analysis (NumAn)*, Chania, Greece, September 15–18 2010.
- [84] R. Majhi, G. Panda, and G. Sahoo. Efficient prediction of exchange rates with low complexity artificial neural network models. *Expert Systems with Applications*, 36(1):181–189, 2009.
- [85] B. G. Malkiel. *A Random Walk Down Wall Street*. W. W. Norton & Company, Inc., 1973.

- [86] H. Markowitz. Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7:77–91, 1952.
- [87] R. C. Merton. An analytic derivation of the efficient frontier. *Journal of Finance and Quantitative Analysis*, 9:1851–1872, 1972.
- [88] R. C. Merton. On Market Timing and Investment Performance. I. An Equilibrium Theory of Value for Market Forecasts. *The Journal of Business*, 54:363–406, 1981.
- [89] Z. Michalewicz and Fogel D. B. *How to Solve It: Modern Heuristics, 2nd Edition, Revised and Extended*. Springer, 2004.
- [90] T. C. Mills. *Econometric Theory and Methods*. Cambridge University Press, Cambridge, 1991.
- [91] F. S. Mishkin. Anatomy of a financial crisis. *Journal of Evolutionary Economics*, 2:115–130, 1992.
- [92] A. Molinaro, C. Pizzuti, and Y. D. Sergeyev. Acceleration Tools for Diagonal Information Global Optimization Algorithms. *Computational Optimization and Applications*, 18(1):5–26, January 2001.
- [93] K. Mouratidis. Evaluating currency crises: a Bayesian Markov switching approach. *Journal of Macroeconomics*, 30:1688–1711, 2008.
- [94] L. Nazareth. A relationship between the BFGS and conjugate gradient algorithms and its implications for new algorithms. *SIAM Journal of Numerical Analysis*, 16:794–800, 1979.
- [95] S. Neftci. Optimal prediction of cyclical downturns. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 4:225–241, 1982.
- [96] M. P. Niemira and T.L. Saaty. An analytic network process model for financial-crisis forecasting. *International Journal of Forecasting*, 20:573–587, 2004.

- [97] J. Nocedal. Theory of algorithms for unconstrained optimization. In A. Iserles, editor, *Acta Numerica 1991*, pages 199–242. Cambridge University Press, Cambridge, 1991.
- [98] J. Nocedal and S. J. Wright. *Numerical Optimization*. Springer-Verlag, New York, 1999.
- [99] K. J. Oh, K. T. Yoon, H. Y. Lee, and H. Lee. Using neural networks to support early warning system for financial crisis forecasting. *Lecture Notes in Computer Science*, 3809:284–296, 2005.
- [100] J. S. Pang. A new efficient algorithm for a class of portfolio selection problems. *Operational Research*, 28:754–767, 1980.
- [101] N. G. Pavlidis, V. P. Plagianakos, D. K. Tasoulis, and M. N. Vrahatis. Financial Forecasting through Unsupervised Clustering and Neural Networks. *Operational Research: An International Journal*, 6(2):103–127, 2006.
- [102] N. G. Pavlidis, D. K. Tasoulis, V. P. Plagianakos, and M. N. Vrahatis. Computational intelligence methods for financial time series modeling. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 16(7):2053 – 2062, 2006.
- [103] A. F. Perold. Large-scale portfolio optimization. *Management Science*, 30:1143–1160, 1984.
- [104] S. A. Piyavskii. An Algorithm for Finding the Absolute Extremum of a Function. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 12:57–67, 1972.
- [105] A Language & Environment for Statistical Computing R. *R Development Core Team*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2008.
- [106] S. Radelet and J. Sachs. The Onset of the East Asian Financial Crisis. Technical Report 6680, Working papers, The National Bureau of Economics Research, 1998.

- [107] S. S. Rao. *Optimization, Theory and Applications*. Wiley Eastern Limited, New Delhi, 1984.
- [108] J. Sachs. Theoretical issues in international borrowing. Technical Report 1189, Working papers, The National Bureau of Economics Research, 1983.
- [109] J. D. Sachs, A. Tornell, and A. Velasco. Financial crises in emerging markets: the lessons from 1996. *Brookings Papers on Economic Activity*, pages 147–215, 1996.
- [110] C. Schumacher, M. D. Vose, and L. D. Whitley, editors. *The No Free Lunch and Problem Description Length*. Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference, 2001.
- [111] S. Sclove. Time-Series Segmentation: A Model and a Method. *Information Sciences*, 29:7–25, 1983.
- [112] A. Sfetsos and C. Siriopoulos. Time series forecasting with a hybrid clustering scheme and pattern recognition. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part A: Systems and Humans*, 34(2):399–405, 2004.
- [113] W. F. Sharpe. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, 19(3):425–442, September 1964.
- [114] W. F. Sharpe. *Portfolio Theory and Capital Markets*. McGraw–Hill, New York, 1970.
- [115] L. H. Summers. International Financial Crises: Causes, Prevention, and Cures. *American Economic Review*, 90(2), 2000.
- [116] R. A. Jr. Taggart. A Model of Corporate Financing Decisions. *The Journal of Finance*, 32:1467–1484, 1977.
- [117] G. N. Vanderplaats. *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design: With Applications*. McGraw Hill Series in Mechanical Engineering, New York, 1984.

- [118] M. N. Vrahatis, G. S. Androulakis, J. N. Lambrinos, and G. D. Magoulas. A class of gradient unconstrained minimization algorithms with adaptive stepsize. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 114:367 – 386, 2000.
- [119] P. Wolfe. Convergence conditions for ascent methods. *SIAM Review*, 11:226–235, 1969.
- [120] P. Wolfe. Convergence conditions for ascent methods II: some corrections. *SIAM Review*, 13:185–188, 1971.
- [121] D. H. Wolpert and W. G. Macready. No free lunch theorems for optimization. *IEEE Computational Intelligence Society*, (1):67–82, April 1997.
- [122] G. R. Wood and B. P. Zhang. Estimation of the Lipschitz Constant of a Function. *Journal of Global Optimization*, 8(1):91–103, January 1996.
- [123] D. H. Yang, S. Kim, C. Nam, and J. W. Min. Developing a decision model for business process outsourcing. *Computers and Operations Research*, 34(12):3769–3778, December 2007.
- [124] Y. Yuan. A modified BFGS algorithm for unconstrained optimization. *IMA Journal of Numerical Analysis*, 11:325–332, 1991.

Ευρετήριο

- Απλή αυτοπαλινδρόμηση, 26
Αυτοπαλινδρόμηση κινητού μέσου, 27
Αυτοπαλινδρόμηση ολοκληρωμένου κινη-
τού μέσου, 27
Βελτιστοποίηση, 34
 Κατηγορίες μεθόδων, 35
 Πρόβλημα, 35
Χρηματοοικονομική κρίση
 Κατηγοριοποίηση, 58
 Μέθοδοι πρόβλεψης, 59
 Ορισμός, 57
 Συστήματα Έγκαιρης Προειδοποίη-
 σης, 61
Χρονοσειρά, 15
 Ανάλυση, 18
 Χαρακτηριστικά, 17
 Ορισμός, 16
Δεσμευμένη ετεροσκεδαστικότητα, 31, 32
Η μέθοδος της Χρυσής Τόμης (Golden
 section), 42
Η μέθοδος της οπισθοδρόμησης, 70
Η μέθοδος Fibonacci, 42
Γραμμική Παλινδρόμηση, 24
Ιακωβιανός Πίνακας, 44
Κινητός μέσος, 26
Λευκός θόρυβος, 23
Μέθοδοι ανίχνευσης κατά γραμμή, 37
Μέθοδοι μέγιστης κλίσης, 43
Μέθοδοι συζυγών κλίσεων (Conjugate
 Gradient), 51
Μέθοδος Οπισθοδρόμησης (Backtrack-
 ing), 41
Μέθοδος BFGS, 53
Μέθοδος Newton-Raphson, 50
Σύγκλιση SDAS-2, 48
Σταθερά Lipschitz, 46, 49
Συναρτησιακή προσέγγιση, 67
Συνθήκες Goldstein, 40
Συνθήκες Wolfe, 39
Συνθήκη Κυρτότητας, 39
Συνθήκη του Armijo, 39
Τυχάιος περίπατος, 23, 66
ARCH, 31
ARIMA, 27
ARMA, 27
AR, 26
Armijo, 46
BFGS, 53
Box and Jenkins, 29
Cauchy, 46, 47

Contractive Mapping Theorem, 92

Exact μέθοδοι, 42

GARCH, 32

Inexact μέθοδοι, 39

Linear Regression, 24

MA, 26

No free lunch theorem, 54

Random walk, 23

SDAS-2, 48, 49

SDAS, 46, 73

White noise, 23