ΣΧΟΛΗ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΑΓΩΓΗΣ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΗΛΙΚΙΑ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΙΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ ΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΑΓΩΓΗΣ:

Κατεύθυνση: «Διδακτική Θετικών Επιστημών: Εκπαιδευτικά Προγράμματα, Αξιολόγηση και Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στην Εκπαίδευση»

Διερευνώντας τις στρατηγικές παιδιών νηπιαγωγείου στη μέτρηση του μήκους

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Κυμπρίτου Φανή

Επιβλέπων: Κωνσταντίνος Ζαχάρος

Αναπληρωτής Καθηγητής ΤΕΕΑΠΗ

ΠΑΤΡΑ, 2014

Ευχαριστίες

Με την ευκαιρία ολοκλήρωσης της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας θα ήθελα να εκφράσω τις πιο θερμές μου ευχαριστίες σε όλους εκείνους που με βοήθησαν και συνετέλεσαν στην πραγματοποίηση της.

Πρώτα απ’ όλα, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Κωνσταντίνο Ζαχάρο για την ενθάρρυνση και την καθοδήγησή του σε κάθε βήμα της προσπάθειας μου. Με την υπομονή και την κατανόηση που επέδειξε σε κάθε δύσκολη στιγμή αυτού του εγχειρήματος λειτούργησε καταλυτικά στην εκπόνηση αυτής της εργασίας.

Ευχαριστίες, επίσης, θα ήθελα να απευθύνω σε όλους τους καθηγητές μου στο Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών οι οποίοι με τη διδασκαλία και την επιστημονική τους παρουσία μου έδωσαν τις σωστές βάσεις για να μπορέσω να φέρω εις πέρας τις σπουδές μου.

Ένα μεγάλο ευχαριστώ οφείλω και στις συναδέλφους νηπιαγωγούς των τμημάτων που συμμετείχαν στην έρευνα, για τη φιλοξενία και την καλοσύνη που επέδειξαν σε όλη τη διάρκεια του προγράμματος. Ακόμα, ευχαριστώ τους μικρούς μαθητές που αποτέλεσαν το δείγμα της έρευνάς και, με τον αυθορμητισμό που τους διακρίνει, μου χάρισαν τις ιδέες τους.

Τέλος, ευχαριστώ το σύζυγό μου Δημήτρη για την αμέριστη συμπαράστασή του όλο αυτό το διάστημα και το γιο μου Γιάννη που ήταν πάντα με το χαμόγελό του, χωρίς να το γνωρίζει, το μεγαλύτερο στήριγμά μου.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Περίληψη

Η μέτρηση είναι μία βασική ικανότητα, απαραίτητη για την επίλυση προβλημάτων στη καθημερινότητά μας. Η κατανόησή από τα παιδιά της μέτρησης συγκεκριμένων χαρακτηριστικών ενός αντικειμένου (π.χ. μήκος, όγκος, εμβαδόν) με τη χρήση κατάλληλων μονάδων και εργαλείων είναι αναγκαία για να μπορέσουν τα ίδια να ποσοτικοποιήσουν και να αντιληφθούν τον κόσμο στον οποίο ζουν. Ιδιαίτερα, οι αντιληπτικές ικανότητες που αφορούν στη μέτρηση του μήκους μπορούν να αποτελέσουν τη βάση για την κατανόηση εννοιών όπως το εμβαδόν και ο όγκος. Ωστόσο, έρευνες που έχουν γίνει μέχρι σήμερα, φέρνουν στο φως σημαντικές δυσκολίες στην κατανόηση από τα παιδιά της μέτρησης του μήκους. Η παρούσα εργασία δίνει έμφαση στην πορεία της διδασκαλίας-μάθησης για την μέτρηση του μήκους, σε παιδιά προσχολικής ηλικίας, ώστε να ξεπεραστούν τέτοιες δυσκολίες. Επιπλέον, υπογραμμίζει την ανάγκη παροχής εμπειριών που επιτρέπει στα ίδια να συγκρίνουν τα μήκη των αντικειμένων και να προχωρήσουν στη συσχέτιση του αριθμού με το μήκος. Από την έρευνα που πραγματοποιήθηκε, παρατηρήθηκε ότι η επίλυση πραγματικών προβλημάτων μέτρησης μπορεί να βοηθήσει τα παιδιά στην οικοδόμηση και κατανόηση των μονάδων, την επαναληπτική χρήση της μονάδας, και τη σωστή τοποθέτησή της. Το παιχνίδι με κατάλληλα επιλεγμένα υλικά φαίνεται ότι διευκολύνει τους μικρούς μαθητές να προβληματιστούν και να συζητήσουν τις εμπειρίες τους ενισχύοντας, έτσι, την προσπάθειά τους να αναπτύξουν ικανότητες μέτρησης.

Λέξεις κλειδιά: μέτρηση του μήκους, προσχολική εκπαίδευση, δραστηριότητες μέτρησης του μήκους.

Abstract

Measurement is a basic skill, required for solving problems in our daily lives. Children's understanding of measurement of an object’s characteristics (e.g. length, volume, size) using appropriate units and instruments is necessary to enable children to quantify and understand the world in which they live. In particular, the perceptual skills that relate to length measurement can consist of the basis for understanding concepts such as size and volume. However, research reveals significant difficulties in children‘s understanding of length measurement. This work emphasizes in the process of teaching and learning the measurement of length in preschool children, in order for them to overcome such difficulties. Moreover, it stresses the need to provide experiences that allows children to compare the lengths of objects and move to the relation between number and length. Through this process, it was observed that solving real problems of measurement can help children build and understand the unit, the repetitive use of the unit, and proper fitting. Children’s early competency in measurement is facilitated by play with appropriately selected materials and strengthened through opportunities to reflect on and discuss their experiences.

Key words: measurement of length, preschool education, length measurement activities.

Εισαγωγή

Είναι γεγονός ότι τα τελευταία χρόνια η προσχολική εκπαίδευση έχει αποτελέσει πεδίο έρευνας για πολλούς ερευνητές στην Ελλάδα αλλά και στο εξωτερικό. Η εισαγωγή νέων γνωστικών αντικειμένων, η διδακτική, η σκέψη των παιδιών προσχολικής ηλικίας είναι μόνο μερικά από τα ζητήματα που απασχολούν τους ερευνητές μέχρι και σήμερα. Κάθε νέα ερευνητική προσπάθεια φέρνει στο φως χρήσιμα συμπεράσματα που μπορούν να συμβάλουν στο σχεδιασμό και την εφαρμογή νέων προγραμμάτων διδασκαλίας.

Μέσα σε αυτό το κλίμα, παρατηρείται αύξηση του ερευνητικού ενδιαφέροντος για την εισαγωγή και διδασκαλία των μαθηματικών εννοιών στο νηπιαγωγείο. Τα νέα δεδομένα δείχνουν ότι τα παιδιά προσχολικής ηλικίας έχουν αναπτύξει μαθηματικές έννοιες πολύ πριν εισέλθουν στο σχολικό περιβάλλον. Συνεπώς, το νηπιαγωγείο μπορεί μέσα από κατάλληλες παιδαγωγικές ενέργειες να ενισχύσει και να συστηματοποιήσει αυτή τη γνώση, λαμβάνοντας υπόψη, παράλληλα, τις ανάγκες των παιδιών αυτής της ηλικίας (Ζαχάρος, 2007· Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008· Τζεκάκη, 2007).

Στην Ελλάδα, στο ισχύον Αναλυτικό Πρόγραμμα που παρουσιάζεται μέσα από το (ΔΕΠΠΣ, 2002) γίνεται προσπάθεια να εφαρμοστούν οι σύγχρονες τάσεις για τη διδασκαλία μαθηματικών εννοιών. Επιχειρείται η διατύπωση συγκεκριμένων διδακτικών στόχων για να έρθουν τα παιδιά σε επαφή με αντικείμενα όπως οι φυσικοί αριθμοί και οι πράξεις τους, η γεωμετρία και η μέτρηση. Ωστόσο, παρατηρείται ότι ένας αριθμός νηπιαγωγών αποφεύγει να εντάξει στο ημερήσιο πρόγραμμα τη διδασκαλία μαθηματικών εννοιών σύμφωνα με τους στόχους του αναλυτικού προγράμματος. Το γεγονός αυτό εν μέρει οφείλεται στην έλλειψη συστηματικής ενημέρωσης και ουσιαστικής επιμόρφωσης των εκπαιδευτικών από τους επίσημους φορείς (Κασούμη, Ζαχάρος & Πούλου, 2008). Από την άλλη, και η έλλειψη ολοκληρωμένων διδακτικών προτάσεων για τη διδασκαλία συγκεκριμένων μαθηματικών εννοιών, καθιστά το έργο των νηπιαγωγών δυσκολότερο.

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, γίνεται αντιληπτή η ανάγκη ερευνητικού σχεδιασμού που αφορά την οργάνωση και υλοποίηση διδακτικών παρεμβάσεων με στόχο να ενισχυθεί η ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης στην προσχολική ηλικία. Στο πλαίσιο αυτό, η παρούσα εργασία ασχολείται με την επεξεργασία της έννοιας του μήκους.

Η επιλογή της συγκεκριμένης έννοιας τεκμηριώνεται από τα ερευνητικά δεδομένα, καθώς έχει παρατηρηθεί ότι τα παιδιά προσχολικής ηλικίας είναι σε θέση να ασχοληθούν με ζητήματα μέτρησης αφού ο γεωμετρικός και χωρικός συλλογισμός σχετίζεται με τη σύλληψη και κατανόηση του περιβάλλοντος μέσα στο οποίο ζουν, αναπνέουν και κινούνται (Ζαχάρος, 2007· Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008· Τζεκάκη, 2007). Παράλληλα, στη σχετική βιβλιογραφία αναφέρεται ότι τα νήπια είναι σε θέση να χειριστούν συνεχή μεγέθη όπως το μήκος, το εμβαδό και η χωρητικότητα. Ακόμα, μπορούν να εφαρμόσουν διαδικασίες σύγκρισης και να πειραματιστούν με τις μετρήσεις (Antonopoulos, Zacharos & Ravanis, 2009· Zacharos, 2006). Μάλιστα, αν σκεφτούμε ότι η μέτρηση είναι απαραίτητη για την κατανόηση των μονάδων, οι οποίες είναι το θεμελιώδες μέσο μέτρησης, συμπεραίνουμε ότι η συγκεκριμένη έννοια είναι αρκετά σημαντική για τη μαθηματική εκπαίδευση στην προσχολική ηλικία (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008).

Επιπλέον, η διδακτική προσέγγιση της έννοιας του μήκους συμβαδίζει και με τους στόχους που θέτει το ισχύον αναλυτικό πρόγραμμα για το νηπιαγωγείο. Συγκεκριμένα, αναφέρεται ότι μέσα από επιλεγμένες δραστηριότητες που εμπλέκουν τα μαθηματικά, επιδιώκεται η εξοικείωση των μαθητών με διαδικασίες μέτρησης γεωμετρικών μεγεθών όπως είναι η μέτρηση του μήκους, καθώς και η ανάπτυξη ικανοτήτων μέτρησης με τη βοήθεια, κατά κύριο λόγο, μη συμβατικών μονάδων μέτρησης (ΔΕΠΠΣ, 2002).

Τα όσο αναφέρθηκαν παραπάνω σε συνάρτηση με το γεγονός ότι και τα ίδια τα παιδιά στο καθημερινό τους ελεύθερο παιχνίδι επιλέγουν να ‘μετρούν’ ενισχύει την ανάγκη περαιτέρω έρευνας στο πεδίο αυτό.

1. Θεωρητικό Πλαίσιο

Για πολλά χρόνια οι ερευνητές που μελετούν τη φύση των μαθηματικών και τις αλληλεπιδράσεις στη δομή της παιδικής σκέψης, επικεντρώθηκαν σε ορισμένα θεμελιώδη ερωτήματα. Αυτά μπορεί να είναι, για παράδειγμα, με ποιο τρόπο μαθαίνουν τα παιδιά μαθηματικά, ποιος είναι ο τρόπος σκέψης τους στα μαθηματικά και πώς αναπτύσσεται η κατανόηση των μαθηματικών εννοιών.

1.1 Η επιρροή των Piaget και Vygotsky στην εκπαιδευτική έρευνα

Η θεωρία των σταδίων γνωστικής ανάπτυξης του Piaget επηρέασε για αρκετά χρόνια τη σκέψη των ερευνητών και τη διερεύνηση του τρόπου προσέγγισης των μαθηματικών που θεωρείται κατάλληλος για τα μικρά παιδιά. Σύμφωνα με αυτή τη θεωρία, όταν το παιδί βρίσκεται στο προλειτουργικό στάδιο, δεν μπορεί να αναπτύξει ικανότητες που θα το βοηθήσουν να κατανοήσει μαθηματικές έννοιες κα συνεπώς το ίδιο δεν μπορεί να επωφεληθεί από μία σχετική διδασκαλία (Ζαχάρος, 2007· Κουτσουβάνου, 2004). Όπως αναφέρει η σχετική βιβλιογραφία, ο Piaget επισημαίνει ότι η αρχή της διατήρησης κατακτιέται από το παιδί γύρω στα 7 έτη και αυτή είναι η προϋπόθεση για την κατανόηση του αριθμού. Επιπλέον, ο ίδιος τονίζει ότι η πρώιμη εισαγωγή συστηματικής διδασκαλίας των εννοιών αυτών μπορεί να εμποδίσει το παιδί από την ολοκληρωμένη κατανόηση της έννοιας, αφού διαταράσσει το φυσικό ρυθμό του (ό.π.). Τα δεδομένα αυτά για πολλά χρόνια επηρέασαν τους ερευνητές, που, βασιζόμενοι στις αντιλήψεις του Piaget, υποστήριξαν ότι τα μικρά παιδιά χρησιμοποιούν διαισθητικά εμπειρίες που έχουν για να εκτιμήσουν το μήκος ενός αντικειμένου, χωρίς όμως, να δίνουν απόλυτα σωστές απαντήσεις (Kamii & Clark, 1997). Οι υποστηρικτές αυτής της άποψης συμπεραίνουν ότι παιδιά που δεν έχουν κατακτήσει την αρχή της διατήρησης, δεν είναι σε θέση να επεξεργαστούν και να κατανοήσουν σύνθετες έννοιες, όπως το μήκος (Ζαχάρος, 2007).

Από την άλλη μεριά, η θεωρία του Vygotsky πρόσφερε μία διαφορετική οπτική στην κατανόηση των μαθηματικών που επηρέασε την εκπαιδευτική πρακτική. Βασισμένη στην κοινωνικοπολιτισμική προσέγγιση, δίνει έμφαση στη διαδικασία της μίμησης, αλλά και στη διαμεσολάβηση των κατάλληλων εργαλείων (Ζαχάρος, 2007). Οι απόψεις του Vygotsky έδωσαν ώθηση για την αναζήτηση εκείνων των γνωστικών λειτουργιών που θα μπορούσαν να αποτελέσουν τη βάση για τη δημιουργία διδακτικών καταστάσεων στα μαθηματικά για παιδιά μικρότερα των 7 ετών.

Έτσι, στην πορεία πραγματοποιήθηκαν έρευνες που συγκλίνουν στην άποψη ότι η διαδικασία οικοδόμησης της έννοιας του μήκους και της μέτρησης αν και είναι αρκετά σύνθετες μπορούν να εισαχθούν από πολύ νωρίς στη σχολική πρακτική. Τα αποτελέσματα αυτών των ερευνών έφεραν στο φως νέα δεδομένα για τις αντιλήψεις που έχουν τα μικρά παιδιά σχετικά με τη μέτρηση του μήκους.

1.2 Η μέτρηση του μήκους

Το μήκος μπορεί να οριστεί ως το χαρακτηριστικό ενός αντικειμένου που μετρά την απόσταση μεταξύ του αρχικού και τελικού σημείου του αντικειμένου αυτού (Clements & Stephan, 2004). Σύμφωνα με τους Sarama & Clements (2009), η πραγματοποίηση της μέτρησης περιέχει δύο βασικές ενέργειες. Η πρώτη είναι ο προσδιορισμός της μονάδας μέτρησης και η υποδιαίρεση του αντικειμένου με βάση αυτή τη μονάδα και η δεύτερη είναι η επίθεση αυτής της μονάδας επαναληπτικά από το αρχικό μέχρι το τελικό σημείο του αντικειμένου. Επιπλέον, στη βιβλιογραφία αναφέρονται συνολικά έξι έννοιες που αποτελούν τα θεμέλια της κατανόησης της μέτρησης του μήκους από τα παιδιά. Οι έννοιες αυτές περιλαμβάνουν τη διατήρηση, τη μεταβατικότητα, την ίση κατάτμηση, την επανάληψη μιας μονάδας, τη συσσώρευση της απόστασης και τέλος, τη σχέση μεταξύ αριθμού και μέτρησης (Ζαχάρος 2007· Καφούση & Σκουμπουρδή 2008). Παρακάτω, γίνεται μία σύντομη περιγραφή των εννοιών αυτών.

i. Η **διατήρηση του αριθμού** (conservation) αφορά στην κατανόηση ότι το μήκος ενός αντικειμένου δεν αλλάζει όποια κι αν είναι η διάταξή του στο χώρο. Σύμφωνα με την πιαζετική οπτική, τα παιδιά ηλικίας 4½ έως 6 ετών δεν είναι σε θέση να κατανοήσουν την ιδιότητα αυτή, τα παιδιά 5-7 ετών αμφιταλαντεύονται, ενώ από τα 7 έτη και μετά κατανοούν πλήρως την έννοια αυτή.

ii. Η **μεταβατικότητα** (transitivity) είναι η έννοια που βοηθά το παιδί να προβεί σε έμμεσες συγκρίσεις.

iii. Η **ίση κατάτμηση** (equal partitioning) είναι η νοητική ικανότητα που επιτρέπει στο παιδί να χωρίσει σε ίσα τμήματα ένα αντικείμενο.

iv. Η **επανάληψη της μονάδας** (unit iteration) έχει να κάνει με την ικανότητα να χρησιμοποιήσει το παιδί μία μονάδα τόσες φορές όσες χρειάζεται για να καλύψει το μήκος ενός αντικειμένου χωρίς να αφήνει κενά η να επικαλύπτει τη μονάδα.

v. Η **συσσώρευση της απόστασης** (accumulation of distance) αναφέρεται στο γεγονός ότι κατά τη μέτρηση του μήκους οι αριθμολέξεις περιγράφουν το χώρο που έχει καλυφθεί από τις μονάδες.

vi. Η **σχέση μεταξύ αριθμού και μέτρησης** (relation between number and measurement) αφορά στην κατανόηση από το παιδί ότι το αριθμητικό αποτέλεσμα της μέτρησης εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης.

Με βάση τα παραπάνω, μπορούμε να πούμε ότι η διδακτική προσέγγιση της μέτρησης απαιτεί, προηγουμένως, την κατανόηση σύνθετων εννοιών και δεξιοτήτων που σχετίζονται με αυτή. Έτσι λοιπόν, η διαδικασία της μέτρησης μπορεί να έχει ποικίλες μορφές και βαθμούς δυσκολίας. Αρχικά επιχειρείται η άμεση σύγκριση μεγεθών, π.χ. μπορούν να αναπτυχθούν έννοιες όπως «μακρύτερο», «κοντύτερο», και σταδιακά περνώντας από την έμμεση σύγκριση τα παιδιά να προχωρήσουν στη χρήση αυθαίρετων (ή και συμβατικών) μονάδων μέτρησης (Ζαχάρος, 2007). Σε όλη αυτή τη διαδικασία πρέπει να δίνεται έμφαση στο πλαίσιο μέσα στο οποίο καλούνται τα παιδιά να δράσουν. Αυτό πρέπει να είναι ελκυστικό, προσαρμοσμένο στα ενδιαφέροντα των νηπίων και ταυτόχρονα, να προσφέρεται για την επεξεργασία αυθεντικών καταστάσεων μέτρησης (Καφούση & Σκουμπουρδή 2008).

Ο προβληματισμός που υπάρχει σχετικά με τον τρόπο αλλά και το χρόνο που θα ήταν καλό, να εισάγεται η μέτρηση του μήκους στην εκπαιδευτική διαδικασία έχει οδηγήσει πολλούς ερευνητές στην αναζήτηση νέων δεδομένων. Παρακάτω, γίνεται μία συνοπτική βιβλιογραφική ανασκόπηση των ερευνών αυτών.

1.3 Έρευνες που μελετούν την κατανόηση της μέτρησης του μήκους από τα παιδιά

Πριν από το νηπιαγωγείο, πολλά παιδιά παρουσιάζουν ελλείψεις στην κατανόηση διαδικασιών της μέτρησης, όπως για παράδειγμα, η στοίχιση αρχικών και τελικών σημείων κατά τη σύγκριση των μηκών δύο αντικειμένων. Παρόλα αυτά, παιδιά ηλικίας 4-6 μπορούν, μέσα από ευκαιρίες που τους δίνονται, να γίνουν λιγότερο εξαρτημένα από τα διαισθητικά τους κριτήρια και έτσι να σημειώσουν πρόοδο στην κατανόηση της μέτρησης ποσοτήτων (Van de Heuvel-Panhuizen & Elia, 2011). Άλλοι ερευνητές επισημαίνουν ότι παιδιά μικρότερα των 7 ετών μπορούν να αντιληφθούν την μεταβατικότητα ως ένα βαθμό για να συγκρίνουν το μήκος των δύο αντικειμένων, που δεν συγκρίνονται άμεσα, με τη χρήση ενός τρίτου αντικειμένου (Sarama κ.α., 2011). Μπορούν, επίσης, να χρησιμοποιήσουν μονάδες που τους δίνονται για να βρουν το μήκος των αντικειμένων και έτσι να οδηγηθούν στο συμπέρασμα ότι ο μεγαλύτερος αριθμός μονάδων αντιπροσωπεύει το πιο μακρύ αντικείμενο (ο.π.). Οι Nunes & Bryant (1996) παρατηρούν ότι παιδιά 5 ετών και περισσότερα ηλικίας 7 ετών είναι σε θέση να χρησιμοποιήσουν την έννοια της μονάδας για την εξαγωγή συμπερασμάτων αναφορικά με το σχετικό μέγεθος των αντικειμένων. Για παράδειγμα, εάν η ποσότητα χ μονάδων είναι ίδια με την ποσότητα ψ μονάδων, αλλά οι μονάδες χ και ψ είναι διαφορετικές σε μέγεθος, τότε το συνολικό μέγεθος θα είναι διαφορετικό (στο Sarama & Clements, 2009: σελ. 280).

Από την άλλη μεριά, παρατηρούνται και κάποιες δυσκολίες στη σκέψη των παιδιών αυτής της ηλικίας αναφορικά με τη μέτρηση του μήκους. Για παράδειγμα, λάθη που κάνουν, συνήθως, είναι η χρήση της επαναληπτικής μονάδας, είτε αφήνοντας κενά μεταξύ των επαναλήψεων είτε επικαλύπτοντας τις παρακείμενες μονάδες (Zacharos, 2006). Αυτά τα παιδιά πιθανόν να αντιλαμβάνονται τη μέτρηση ως τη φυσική ενέργεια της τοποθέτησης των μονάδων με κάποιο τρόπο κατά μήκος μιας διαδρομής, και όχι ως την ενέργεια που απαιτείται για την κάλυψη του μήκους του αντικειμένου χωρίς κενά (Παπανδρέου, 2002).

Επιπλέον, ο Stephan και οι συνεργάτες του (2003) παρατηρούν ότι ένα ποσοστό παιδιών αρχίζουν την καταμέτρηση από το ψηφίο 1 του χάρακα ή, όταν η καταμέτρηση γίνεται π.χ. με πατούσες, ξεκινούν να μετράνε αφού κάνουν την πρώτη κίνηση για να τοποθετήσουν τη δεύτερη πατούσα. Και σε αυτή την περίπτωση, τα παιδιά δεν μπορούν να αντιληφθούν τη μέτρηση ως διαδικασία κάλυψης του χώρου. Επίσης, η Sophian (2004) αναφέρει ότι πολλά παιδιά ηλικίας 2,5-4,5 δεν αντιλαμβάνονται ότι οι μονάδες πρέπει να είναι του ίδιου μεγέθους. Θα μπορούσαν ακόμη να μετρήσουν και με εργαλεία που υποδιαιρούνται σε διαφορετικού μεγέθους μονάδες και θα συμπέραιναν ότι το αντικείμενο με τις περισσότερες μονάδες είναι μεγαλύτερο (Sophian, 2004). Ωστόσο, οι ερευνητές βασίζουν την ερμηνεία αυτή των παιδιών στο γεγονός ότι οι μονάδες δίνονται πάντα από τον εκπαιδευτικό ή τον ερευνητή για να γίνει η μέτρηση από τα παιδιά. Στην πραγματικότητα, η προηγούμενη ερμηνεία μπορεί να αποφευχθεί όταν αλλάζει το πλαίσιο μέσα στο οποίο γίνεται η μέτρηση. (Sophian and Kalihiwa, 1998). Οι Kamii και Clark (1997) επιβεβαιώνουν την πιαζετική άποψη ότι τα παιδιά του νηπιαγωγείου δεν έχουν ακόμη κατανοήσει τη μεταβατικότητα και συνεπώς δυσκολεύονται να μετρήσουν με επαναληπτική χρήση της μονάδας.

Κατά συνέπεια, διαφαίνεται ότι στην πρώιμη παιδική ηλικία συντελείται σε μεγάλο βαθμό η ανάπτυξη των εννοιών που αφορούν τη μέτρηση. Ωστόσο, οι θεμελιώδεις ιδέες που σχετίζονται με το μήκος, συνήθως, δύσκολα αφομοιώνονται ακόμη και από παιδιά στις πρώτες τάξεις του δημοτικού. Μπορούμε, λοιπόν, να πούμε ότι είναι αναγκαίο να βοηθήσουμε τα παιδιά να διευρύνουν τις ικανότητες τους ως προς τις έννοιες-κλειδιά που σχετίζονται με τη μέτρηση.

Μία πρακτική για τη διδασκαλία του μήκους που, συνήθως, προτείνεται από τους ερευνητές περιλαμβάνει μια σειρά δραστηριοτήτων, κατά την οποία τα παιδιά αρχικά συγκρίνουν μήκη και μετρούν με άτυπες μονάδες. Στη συνέχεια, ενσωματώνεται η χρήση συμβατικών μονάδων και τέλος επιχειρείται η μέτρηση με χάρακα (Clements & Sarama, 2009). Μέσα από αυτή τη διαδικασία, τα παιδιά παρακινούνται να συνειδητοποιήσουν την ανάγκη για μια τυπική μονάδα μέτρησης.

Παρά το γεγονός ότι μια τέτοια προσέγγιση έχει αποδειχθεί ότι είναι αποτελεσματική, δεν είναι απαραίτητο να ακολουθείται κατά αποκλειστικότητα. Για παράδειγμα, η Boulton-Lewis κ.α. (1996) διαπίστωσε ότι τα μικρά παιδιά δημοτικού δείχνουν προτίμηση στις τυπικές μονάδες και τα όργανα μέτρησης. Οι ερευνητές συμπέραναν ότι οι αυθαίρετες μονάδες δεν είναι καλός τρόπος για να κατανοήσουν οι μαθητές τη χρήση τυπικών μονάδων μέτρησης. Αντίθετα, διατυπώνουν την άποψη ότι η χρήση και η αξιοποίηση τυπικών μονάδων, όπως χαράκων από πολύ νωρίς, βοηθά τα παιδιά να εξοικειωθούν γρηγορότερα με το εννοιολογικό πλαίσιο της μέτρησης.

Γενικά, παρατηρούμε ότι αν και η εκπαιδευτική προσέγγιση ποικίλει από έρευνα σε έρευνα, σε όλες τις περιπτώσεις καταδεικνύεται η ανάγκη έμφασης στη διαδικασία της μέτρησης. Οι ερευνητές συνηγορούν στην άποψη ότι η μέτρηση δεν μπορεί να διδάσκεται ως απλή δεξιότητα, καθώς πρόκειται για ένα πολύπλοκο συνδυασμό εννοιών και δεξιοτήτων που αναπτύσσεται κατά τη διάρκεια των ετών (Barrett κ.α., 2011· Gooya, Khosroshashi & Teppo, 2001). Σε αυτό το πλαίσιο, η παρούσα εργασία επιχειρεί να προσεγγίσει τα ερωτήματα εκείνα που αφορούν στην κατανόηση από τα παιδιά του νηπιαγωγείου της έννοιας του μήκους.

1.4 Σκοπός και ερευνητικά ερωτήματα

Τα μικρά παιδιά που φοιτούν στο νηπιαγωγείο, έρχονται σε επαφή με τη μέτρηση, όχι μόνο κατά την οργανωμένη διδασκαλία αλλά και στο ελεύθερο παιχνίδι τους. Μάλιστα, αν και οι έννοιες που σχετίζονται με την μέτρηση θεωρούνται σύνθετες και προκαλούν στους μικρούς μαθητές μία σειρά από δυσκολίες, οι εκπαιδευτικοί έχουν την τάση να υποτιμούν αυτά τα περίπλοκα νοητικά επιτεύγματα (Stephan & Clements, 2003). Η παρούσα έρευνα επιχειρεί να αναδείξει τις γνωστικές δυνατότητες των παιδιών στη μέτρηση του μήκους. Οι επιμέρους στόχοι της έρευνας αφορούν τη διερεύνηση των στρατηγικών που χρησιμοποιούν τα παιδιά στην προσπάθειά τους:

- να εκτελούν άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις μεγεθών ως προς το μήκος τους,
- να χρησιμοποιούν μη συμβατικές μονάδες μέτρησης και
- να μετρούν με επαναληπτική χρήση της μονάδας.

Συνεπώς, τα ερευνητικά ερωτήματα είναι:

1. Μπορούν τα παιδιά προσχολικής ηλικίας να εκτελέσουν άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις μήκους;
2. Μπορούν να μετρήσουν με επαναληπτική χρήση της μονάδας χρησιμοποιώντας συμβατικές μονάδες μέτρησης;

2. Μεθοδολογικό Πλαίσιο

2.1 Το δείγμα της έρευνας

Στην παρούσα έρευνα συμμετείχαν 43 παιδιά ηλικίας 4,5-6 ετών που κατά το σχολικό έτος 2012-2013 φοιτούσαν σε δύο τμήματα νηπιαγωγείου της Πάτρας. Η ερευνητική διαδικασία πραγματοποιήθηκε τους μήνες Φεβρουάριο και Μάρτιο, ώστε τα νήπια να έχουν προσαρμοστεί στο πρόγραμμα του νηπιαγωγείου. Επιπλέον, τα ίδια δεν είχαν λάβει μέρος, μέχρι τότε, σε καμία δραστηριότητα που να σχετίζεται με τη μέτρηση του μήκους. Το δείγμα της έρευνας επιλέχθηκε με τη μη πιθανοτική μέθοδο τυχαίας δειγματοληψίας και επομένως χαρακτηρίζεται «βολικό» (Cohen & Manion, 1994).

2.2 Συνθήκες και οργάνωση της έρευνας

Η έρευνα πραγματοποιήθηκε στην διάρκεια του ευρωπαϊκού προγράμματος “The Fibonacci Project” που στοχεύει στην προώθηση της διερευνητικής διδασκαλίας και μάθησης στο πεδίο των φυσικών επιστημών και των μαθηματικών.

Στο πλαίσιο αυτό, μεταξύ άλλων, αναπτύχθηκε ένα πρόγραμμα εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων για παιδιά προσχολικής ηλικίας με σκοπό την εξοικείωσή τους με τις μετρήσεις μήκους. Το πρόγραμμα αυτό έχει εφαρμοστεί και παλιότερα με επιτυχία σε μαθητές νηπιαγωγείου και συνεπώς, έχει ελεγχθεί η καταλληλόλητά του (Zacharos & Kassara, 2012). Οι δραστηριότητες που περιλαμβάνονται στη διδακτική παρέμβαση είναι κατάλληλα οργανωμένες ώστε να προσελκύσουν το ενδιαφέρον των παιδιών και να ενισχύσουν τη συμμετοχή τους. Επίσης, είναι δομημένες με τέτοιο τρόπο ώστε τα παιδιά να οικοδομήσουν σταδιακά έννοιες που σχετίζονται με τη μέτρηση του μήκους, από την άμεση σύγκριση των μεγεθών μέχρι την κατασκευή εργαλείου μέτρησης (Ζαχάρος, 2007).

Για την υλοποίηση της έρευνας ήταν απαραίτητη η συμμετοχή των νηπιαγωγών, των οποίων οι τάξεις αποτέλεσαν το δείγμα της έρευνας. Για το λόγο αυτό, οι ίδιες είχαν προηγουμένως, παρακολουθήσει επιμορφωτικά σεμινάρια που τις βοήθησαν στην πραγματοποίηση της διδασκαλίας.

Για τη διεξαγωγή της συγκεκριμένης ποιοτικής μελέτης, η συλλογή των δεδομένων πριν και μετά τη διδασκαλία έγινε με 'ημιδομημένες' (Καραγεώργος, 2002) ατομικές συνεντεύξεις από την ερευνήτρια, σε κλειστό χώρο δίπλα στην τάξη του νηπιαγωγείου. Η μέθοδος αυτή επιλέχθηκε για τα πλεονεκτήματα που προσφέρει, ως προς την άνεση του χρόνου αλλά και την ευκαιρία που παρέχεται στον ερευνητή να ζητήσει διευκρινιστικές απαντήσεις από τον ερωτώμενο (ο.π.). Ακόμα, οι απαντήσεις των παιδιών που συλλέχθηκαν τόσο πριν όσο και μετά τη διδασκαλία δίνουν μία εικόνα για το πώς και σε τι βαθμό αυτές άλλαξαν μετά τη διδακτική παρέμβαση.

Για τη συλλογή δεδομένων στη διάρκεια της διδακτικής παρέμβασης εφαρμόστηκε η 'θεατή-μη συμμετοχική παρατήρηση' (ο.π.), καθώς η συγκεκριμένη μέθοδος έχει το πλεονέκτημα της άμεσης συγκέντρωσης πραγματικών δεδομένων από τον ερευνητή. Τέλος, ως βοηθητικά μέσα καταγραφής χρησιμοποιήθηκαν το μαγνητόφωνο και η φωτογραφική μηχανή.

2.3 Διάρθρωση και στάδια της έρευνας

Η παρούσα έρευνα αποτελείται από τρία στάδια. Στο πρώτο στάδιο, μέσα από ατομικές συνεντεύξεις, γίνεται καταγραφή των ιδεών των παιδιών για βασικές έννοιες που σχετίζονται με τη μέτρηση του μήκους. Στο δεύτερο στάδιο, πραγματοποιείται η διδακτική παρέμβαση από τη νηπιαγωγό της τάξης. Εδώ, περιέχονται δραστηριότητες προς υλοποίηση, σχεδιασμένες έτσι ώστε να ανταποκρίνονται στο ενδιαφέρον των μικρών μαθητών. Τέλος, στο τρίτο στάδιο, γίνονται οι τελικές συνεντεύξεις για να εξετασθεί σε τι βαθμό έχουν αλλάξει οι αρχικές ιδέες των παιδιών, μέσα από την κοινωνική αλληλεπίδραση κατά τη διάρκεια της παρέμβασης.

Οι δραστηριότητες είναι οργανωμένες έτσι ώστε να υπάρχει σταδιακά αυξανόμενος βαθμός δυσκολίας ως προς του στόχους που τίθενται κάθε φορά. Η διάρθρωση αυτή συμφωνεί με τις, προτεινόμενες από τη βιβλιογραφία, τροχιές μάθησης[1] (learning trajectories) για τη μέτρηση του μήκους (Clements & Sarama, 2009· Szilagyi, Clements & Sarama, 2013). Συνεπώς, η ερευνητική διαδικασία χωρίζεται σε τρεις ενότητες. Στην πρώτη ενότητα, παρουσιάζονται δραστηριότητες άμεσης

[1] Οι Clements & Sarama (2009) περιγράφουν τις τροχιές μάθησης «*[…] αφενός ως περιγραφές της σκέψης των παιδιών, καθώς μαθαίνουν να επιτυγχάνουν συγκεκριμένους στόχους σε μια γνωστική περιοχή των μαθηματικών και, αφετέρου ως μια υποθετική διαδρομή εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων που σκοπό έχουν να ενεργοποιήσουν εκείνες τις διανοητικές διαδικασίες ή ενέργειες που τέθηκαν υπό υπόθεση για να επιτύχουν τα παιδιά μια αναπτυξιακή εξέλιξη των επιπέδων της σκέψης τους.*» (σελ. ix).

σύγκρισης μηκών, στη δεύτερη, ακολουθεί η έμμεση σύγκριση με τη βοήθεια αυθαίρετων μονάδων και τέλος, στην τρίτη ενότητα περιλαμβάνονται δραστηριότητες μέτρησης του μήκους με τη χρήση επαναληπτικής μονάδας και η κατασκευή εργαλείου μέτρησης.

Στο σημείο αυτό, γίνεται αντιληπτό ότι η επιτυχής διεξαγωγή της έρευνας εξαρτάται σε πολύ μεγάλο βαθμό από τη συμμετοχή και το ενδιαφέρον των μαθητών του δείγματος. Για το σκοπό αυτό, σε όλα τα στάδια της έρευνας οι ερωτήσεις των συνεντεύξεων καθώς και οι δραστηριότητες της παρέμβασης παρουσιάζονται μέσα από σενάρια με τη μορφή παραμυθιού. Η συγκεκριμένη επιλογή βασίζεται στις απόψεις ερευνητών (Stephan κ.α., 2001) που υποστηρίζουν, σύμφωνα με την κοινωνικοπολιτισμική προσέγγιση, ότι τα παιδιά μπορούν να επεξεργαστούν βασικές έννοιες της μέτρησης του μήκους με μεγαλύτερη επιτυχία, αρκεί το πλαίσιο να είναι ελκυστικό για τα ίδια. Έτσι, οι μικροί μαθητές δείχνουν να ανταποκρίνονται, σε μεγαλύτερο ποσοστό, στη μαθησιακή διαδικασία όταν εμπλέκονται σε καταστάσεις προβληματισμού όπου το ίδιο το σενάριο τους οδηγεί στην εξεύρεση λύσης για την επίτευξη της μέτρησης (στο Ζαχάρος, 2007: σελ. 49).

Παρακάτω, ακολουθεί η παράθεση του σεναρίου και η αναλυτική παρουσίαση των ενοτήτων που προαναφέρθηκαν, όπως αυτές παρουσιάστηκαν στο συνοδευτικό εκπαιδευτικό υλικό στο πλαίσιο του προγράμματος Fibonacci 2012-2013.

2.4 Παρουσίαση δραστηριοτήτων

2.4.1 Το σενάριο

'Μια φορά κι έναν καιρό ένας φοβερός Γίγαντας άρπαξε την πανέμορφη πριγκίπισσα και την φυλάκισε στο κάστρο του! Τότε ο βασιλιάς ανακοίνωσε πως θα έδινε το βασίλειό του σε όποιον κατάφερνε να την ελευθερώσει. Δύο γενναίοι πρίγκιπες, ο πρίγκιπας του γαλάζιου βασιλείου και ο πρίγκιπας του πράσινου βασιλείου υποσχέθηκαν πως θα τη φέρουν πίσω. Έτσι, λοιπόν ξεκίνησαν από τα παλάτια τους για να τη σώσουν. Όμως, πριν έπρεπε να περάσουν από κάποιες δοκιμασίες.'

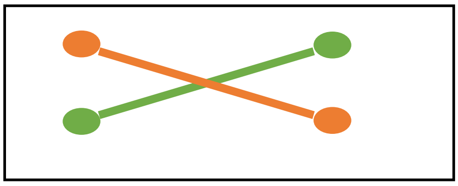
2.4.2 1η Φάση: Άμεση σύγκριση

Εισαγωγική αξιολόγηση για τη διερεύνηση στρατηγικών άμεσης σύγκρισης

- ***1η δοκιμασία:*** *Οι δύο πρίγκηπες συμμετέχουν σε έναν αγώνα σφαιροβολίας. Ο διαιτητής δυσκολεύεται να μετρήσει ποιος από τους δύο έριξε πιο μακριά* (εικόνα 1).

Τα παιδιά καλούνται να απαντήσουν στις παρακάτω ερωτήσεις:

Πιστεύεις ότι κάποιος από τους δύο πρίγκηπες έριξε πιο μακριά τη σφαίρα; Γιατί;



Εικόνα 1. Οι δύο σφαίρες και οι διαδρομές τους.

Πώς μπορούμε να βοηθήσουμε το διαιτητή να μετρήσει;

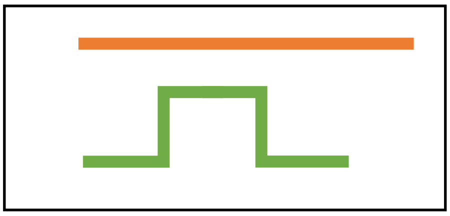
Εισαγωγική αξιολόγηση για την άμεση σύγκριση με ανάλυση και σύνθεση μηκών

- ***2η δοκιμασία:*** *Αγώνας ταχύτητας σε διαφορετικές διαδρομές. Οι πρίγκηπες διαμαρτύρονται ότι η μία διαδρομή είναι μεγαλύτερη από την άλλη* (εικόνα 2).

Υλικά: Δίνεται στα παιδιά χαρτί μεγέθους Α3 όπου είναι κολλημένες λωρίδες με τις δύο διαδρομές. Η τεθλασμένη διαδρομή αποτελείται από τμήματα λωρίδων που είναι κολλημένα με υλικό που δίνει τη δυνατότητα στα παιδιά να τα ξεκολλήσουν.

Τα παιδιά καλούνται να απαντήσουν στις παρακάτω ερωτήσεις:

Πιστεύεις ότι κάποια διαδρομή είναι μεγαλύτερη; (Αν ναι,) ποια; Ο διαιτητής επιμένει ότι οι διαδρομές είναι ίσες. Πώς μπορούμε να δούμε αν έχει δίκιο;



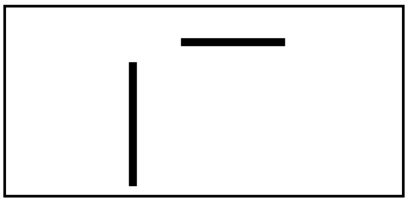
Εικόνα 2. Οι δύο διαδρομές.

Σε αυτό το σημείο, η νηπιαγωγός ξεκινά την εφαρμογή των δραστηριοτήτων που προαναφέρθηκαν, στην τάξη (Δοκιμασίες 1 & 2). Τα παιδιά είναι χωρισμένα σε μικρές ομάδες 4-5 ατόμων και σε κάθε ομάδα παρουσιάζεται το σενάριο και η προβληματική κατάσταση. Στη συνέχεια, δίνεται χρόνος για συζήτηση και ανταλλαγή απόψεων στην ομάδα με τη νηπιαγωγό να έχει ρόλο υποστηρικτικό. Κάθε ομάδα ενισχύεται έτσι ώστε να καταλήξει σε μία λύση-απάντηση για το πρόβλημα, την οποία στη συνέχεια, ανακοινώνει στην ολομέλεια της τάξης. Εκεί, δίνεται η ευκαιρία για περαιτέρω συζήτηση και ανταλλαγή ιδεών.

2.4.3 2^{η} Φάση: Έμμεση Σύγκριση

Εισαγωγική αξιολόγηση για τη διερεύνηση στρατηγικών έμμεσης σύγκρισης

- ***3^{η} δοκιμασία:*** *Οι πρίγκηπες πρέπει τώρα να τρέξουν ο καθένας από τον πύργο του μέχρι το παλάτι της πριγκίπισσας. Διαμαρτύρονται και πάλι ότι οι διαδρομές είναι άνισες (εικ.3).*



Εικόνα 3. Τοποθέτηση των δύο διαδρομών στο χαρτί

Υλικά: Δίνεται χαρτί μεγέθους Α3 με τα κάστρα και χαραγμένες τις διαδρομές. Επίσης, παρέχουμε όμοιες ράβδους μήκους 3 εκ. σε επαρκή ποσότητα για την επικάλυψη των δύο διαδρομών.

Τα παιδιά καλούνται να απαντήσουν με αιτιολόγηση στις παρακάτω ερωτήσεις: **Είναι κάποια διαδρομή μεγαλύτερη ή όχι; Πώς μπορούμε να βρούμε αν κάποια διαδρομή είναι μεγαλύτερη;**

Αμέσως μετά την ολοκλήρωση των ατομικών συνεντεύξεων και αυτής της φάσης ακολουθεί η διδακτική παρέμβαση στην τάξη, με τον ίδιο τρόπο που περιεγράφηκε παραπάνω. Η νηπιαγωγός παρουσιάζει στις ομάδες την 3^{η} δοκιμασία και αφού αυτές καταλήξουν σε κάποιο συμπέρασμα, ο προβληματισμός συζητείται στην ολομέλεια. Στη συνέχεια, περιγράφεται η πορεία της διδασκαλίας με δύο ακόμα δοκιμασίες για τη χρήση στρατηγικών έμμεσης σύγκρισης.

- ***4^{η} δοκιμασία:*** *Οι πρίγκηπες έφτασαν στο κάστρο, αλλά για να μπουν μέσα πρέπει να περάσουν ένα ποτάμι. Διαπιστώνουν ότι η γέφυρα είναι σπασμένη! Αποφασίζουν να παραγγείλουν στο μάστορα μία καινούρια αλλά δε μπορούν να βρουν πόσο μακριά πρέπει να είναι.*

Σκοπός: Τα παιδιά να κατανοήσουν ότι διαφορετικές μονάδες μέτρησης δίνουν διαφορετικά αποτελέσματα. Επίσης, να οδηγηθούν στη χρήση μιας κοινά αποδεκτής μονάδας μέτρησης.

Υλικά: Χαρτί μεγέθους Α3 που απεικονίζει το σχέδιο που φαίνεται στο σχήμα 4. Ράβδοι διαφορετικών χρωμάτων, 5 και 10 εκατοστών αντίστοιχα, σε επαρκή ποσότητα για την επικάλυψη του μήκους της γέφυρας.

Τα παιδιά χωρίζονται σε δύο ομάδες και καλούνται να απαντήσουν στις παρακάτω ερωτήσεις:

Τι οδηγίες θα δώσετε στο μάστορα για να φτιάξει τη γέφυρα; Μήπως μπορούμε να μετρήσουμε το μήκος της γέφυρας;

Αφού δοθεί ο απαραίτητος χρόνος σε κάθε ομάδα ξεχωριστά να μετρήσει τη γέφυρα, τα διαφορετικά αριθμητικά αποτελέσματα κοινοποιούνται και ακολουθεί συζήτηση. Η νηπιαγωγός αναλαμβάνει και πάλι ρόλο διαμεσολαβητικό και θέτει τα εξής ερωτήματα: **Είναι κάποια από τις γέφυρες μεγαλύτερη ή όχι; Είναι τα μέτρα σας ίδια; Τελικά τι οδηγίες θα δώσουμε στο μάστορα;**

- ***5η δοκιμασία:*** *Οι πρίγκηπες κατάφεραν να φτάσουν έξω από το δωμάτιο που είναι κλειδωμένη η πριγκίπισσα. Το δωμάτιο έχει τρία παράθυρα. Όποιος βρει το πιο χαμηλό παράθυρο θα μπει πρώτος. Θέλουν να παραγγείλουν μία σκάλα στο μάστορα. Έχουν μόνο ένα ξυλάκι κι ένα μολύβι.*

Υλικά: Τρία χάρτινα ομοιώματα παραθύρων που στερεώνονται σε διαφορετικά σημεία της αίθουσας. Το ύψος κάθε παράθυρου απέχει από το δάπεδο ακέραιο αριθμό μονάδων (7, 8 και 9 μονάδες αντίστοιχα). Κάθε παράθυρο συνδέεται με το δάπεδο με μία λωρίδα σκληρού χαρτιού, ώστε πάνω του να σημειώνουν τα παιδιά. Δίνουμε επίσης, ένα ξύλινο ραβδάκι των 10 εκ. και ένα μολύβι (εικ. 1).

Τα παιδιά χωρίζονται σε τρεις ομάδες (μία για κάθε παράθυρο) και καλούνται να απαντήσουν στις παρακάτω ερωτήσεις:

Μπορείτε να βρείτε πιο παράθυρο να διαλέξουν; Πιο είναι χαμηλότερο; Γιατί; Μπορείτε να βοηθήσετε τους πρίγκηπες να βρουν πόσο μεγάλη πρέπει να είναι η σκάλα που θα φτιάξει ο μάστορας;

2.4.4 3η Φάση: Εισαγωγή μιας μονάδας και μέτρηση του μήκους

Αμέσως μετά την ολοκλήρωση και της 5ης δοκιμασίας, η νηπιαγωγός προχωρά στην υλοποίηση μιας επιπλέον δραστηριότητας που στόχο έχει να οδηγήσει τα παιδιά στην κατασκευή ενός μέτρου μέτρησης του μήκους και η οποία περιγράφεται στη συνέχεια.

Υλικά: 5 μονάδες μήκους 5 εκ. φτιαγμένες από αφρώδες εύκαμπτο υλικό.

Πορεία δραστηριότητας: Η νηπιαγωγός δίνει σε κάθε ομάδα τις νέες μονάδες μήκους 5 εκ. και τα παροτρύνει να μετρήσουν ξανά τα παράθυρα. Σε αυτή την περίπτωση, η χρήση μικρότερης μονάδας μέτρησης, αυξάνει την επαναληπτική της χρήση. Η διαδικασία αυτή αποδεικνύεται κοπιαστική για τα παιδιά και έτσι τα ίδια καλούνται να σκεφτούν και να προτείνουν έναν ευκολότερο τρόπο για την πραγματοποίηση της μέτρησης. Εδώ, η νηπιαγωγός θέτει τις κατάλληλες ερωτήσεις για να βοηθήσει τα παιδιά να οδηγηθούν στην κατασκευή ενός εργαλείου μέτρησης που στην προκειμένη περίπτωση ονομάζουμε 'πεντάμετρο'.

Σε αυτό το σημείο, ολοκληρώνεται η διδακτική παρέμβαση και ακολουθεί η τελική αξιολόγηση με τη χρήση ατομικών συνεντεύξεων. Για να μπορέσουμε να εντοπίσουμε τις πιθανές αλλαγές στον τρόπο σκέψης των υποκειμένων και στις στρατηγικές που χρησιμοποιούν για τη άμεση και έμμεση σύγκριση παρουσιάζουμε δύο προβληματικές καταστάσεις και ζητάμε από τα υποκείμενα να προτείνουν λύσεις. Παρακάτω, ακολουθεί η περιγραφή των δύο αυτών προβλημάτων.

Τελική αξιολόγηση για τη διερεύνηση στρατηγικών άμεσης σύγκρισης

- ***1ο πρόβλημα:*** *Δύο σαλιγκάρια ξεκινούν κάθε πρωί για να βρουν την τροφή τους. Το καθένα ακολουθεί διαφορετική διαδρομή (εικόνα 2).*

  Τα παιδιά καλούνται να απαντήσουν στις παρακάτω ερωτήσεις:

  Πιστεύεις ότι κάποιο από τα δύο σαλιγκάρια θα κάνει περισσότερο δρόμο για να φτάσει στην τροφή του; Γιατί; Πώς το κατάλαβες;

Τελική αξιολόγηση για τη διερεύνηση στρατηγικών έμμεσης σύγκρισης

- ***2ο πρόβλημα:*** *Η μαμά του Γιαννάκη θέλει να αγοράσει ένα χαλί ίδιο με αυτό που έχει. Όμως δεν ξέρει πώς να το μετρήσει, γι' αυτό ζητάει από το γιο της να τη βοηθήσει.*

  Υλικά: Φύλλο χαρτί μεγέθους Α3 *(εικόνα 3).* Ένα ραβδάκι μήκους 5 εκ. και ένα μολύβι.

  Τα παιδιά καλούνται να απαντήσουν στις παρακάτω ερωτήσεις:

  Μπορείς να βοηθήσεις το Γιαννάκη να μετρήσει το χαλί; Με ποιο τρόπο;

3. Αποτελέσματα της Έρευνας

Στο κεφάλαιο αυτό, παρουσιάζονται τα δεδομένα που συλλέχθηκαν τόσο κατά τη διάρκεια των ατομικών συνεντεύξεων πριν και μετά, όσο και κατά τη διάρκεια της διδακτικής παρέμβασης. Αρχικά, γίνεται προσπάθεια ποιοτικής ανάλυσης των απαντήσεων του δείγματος που συλλέχθηκαν για κάθε φάση (άμεση σύγκριση, έμμεση σύγκριση και μέτρηση). Με αυτόν τον τρόπο, επιχειρείται ο εντοπισμός διαφορών στις γνωστικές συμπεριφορές στη διάρκεια της ερευνητικής διαδικασίας. Τέλος, παρουσιάζονται συνοπτικά οι απαντήσεις των μαθητών του δείγματος στις ατομικές συνεντεύξεις, δίνοντας μία συγκριτική εικόνα μεταξύ προ τεστ και μετά τεστ. Έτσι, μπορούμε να διαπιστώσουμε αφενός τη γνωστική πρόοδο των παιδιών και, αφετέρου να αξιολογήσουμε την αποτελεσματικότητα της διδακτικής παρέμβασης.

3.1 Άμεση σύγκριση μηκών

Αρχική αξιολόγηση (pre test)

Με τις δύο πρώτες δοκιμασίες που παρουσιάζονται στους μαθητές επιχειρείται η ανίχνευση στρατηγικών άμεσης σύγκρισης. Στην **1η δοκιμασία** οι διαδρομές προς σύγκριση είναι δύο ευθείες γραμμές τοποθετημένες σε σχήμα ‘Χ’ (εικ.1) και οι μαθητές καλούνται να απαντήσουν στα εξής ερωτήματα:

Πιστεύεις ότι κάποιος από τους δύο πρίγκιπες έριξε πιο μακριά τη σφαίρα; Γιατί; Πώς μπορούμε να βοηθήσουμε το διαιτητή να βρει αν κάποια σφαίρα έφτασε πιο μακριά;

Αν και οι δύο αποστάσεις ήταν ίσες, σχεδόν όλοι οι μαθητές επέλεξαν μία από τις δύο ως την πιο μακριά (41 μαθητές) και οι περισσότεροι από αυτούς αιτιολόγησαν την επιλογή τους. Οι απαντήσεις τους παρουσιάζονται συνοπτικά στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 1. ***Στρατηγικές μαθητών στην 1η δοκιμασία για την άμεση σύγκριση.***

Ακολουθούμενες Στρατηγικές	**Υποκείμενα έρευνας**	**f**
Αισθητηριακά-οπτικά κριτήρια	Y1, Y2, Y3, Y4, Y9, Y13, Y14, Y15, Y21, Y22, Y24, Y30, Y40, Y41	14
Χρήση χεριών/δακτύλων	Y16, Y23, Y25, Y31, Y32, Y34, Y37, Y42, Y43	9
Χωρίς αιτιολόγηση	Y5, Y6, Y7, Y8, Y10, Y11, Y12, Y17, Y18, Y19, Y20, Y26, Y27, Y28, Y29, Y35, Y36	16
Άμεση σύγκριση χωρίς σωστή τοποθέτηση	Y38	1
Άμεση σύγκριση επιτυχής	Y33, Y39	2
Σύνολο		**43**

Όπως φαίνεται και στον πίνακα 1, περίπου τα μισά υποκείμενα του δείγματος (23 μαθητές) προσπαθούν να αιτιολογήσουν την απάντησή τους, έστω και λανθασμένα. Από αυτούς, οι περισσότεροι (14 μαθητές) χρησιμοποιούν αισθητηριακά και οπτικά κριτήρια. Μάλιστα, αρκετοί μαθητές αυτής της κατηγορίας επηρεάζονται από τη θέση του αντικειμένου στο χαρτί και επιλέγουν ως μακρύτερη την ευθεία που κατευθύνεται προς τα πάνω (σχήμα 1). Από τους 9 μαθητές της δεύτερης κατηγορίας του πίνακα 1, 3 μαθητές ανοίγουν τα χέρια τους τόσο όσο το μήκος της μιας απόστασης και στη συνέχεια μεταφέρουν το άνοιγμα των χεριών τους πάνω στη δεύτερη απόσταση. Οι υπόλοιποι 6 χρησιμοποιούν τα δάχτυλά τους για να πραγματοποιήσουν τη σύγκριση των δύο ευθειών. Συγκεκριμένα, μετρούν τα βήματα που μπορούν να κάνουν με τα δάχτυλά τους πάνω στη μία ευθεία και στη συνέχεια χρησιμοποιούν τον ίδιο τρόπο ώστε να μετρήσουν και τη δεύτερη. Οι απαντήσεις τους βασίζονται στους αριθμούς που προκύπτουν από αυτές τις μετρήσεις. Τέλος, από τους τρεις μαθητές που επιχειρούν να συγκρίνουν τις δύο ευθείες, οι δύο τα καταφέρνουν, ενώ ο τρίτος (Υ38) τοποθετεί τις δύο ευθείες τη μία δίπλα στην άλλη αλλά δεν στοιχίζει τα αρχικά τους σημεία.

Στη **2η δοκιμασία**, όπου οι διαδρομές προς σύγκριση είναι μία ευθεία και μία τεθλασμένη (σχήμα 2), τα υποκείμενα καλούνται να απαντήσουν:

Πιστεύεις ότι κάποια διαδρομή είναι μεγαλύτερη; (Αν ναι,) ποια; Ο διαιτητής επιμένει ότι οι διαδρομές είναι ίσες. Πώς μπορούμε να δούμε αν έχει δίκιο;

Εδώ, οι απαντήσεις των παιδιών παρουσιάζουν ενδιαφέρον γιατί διαφοροποιούνται σε σχέση με την προηγούμενη δοκιμασία. Κανένα από τα υποκείμενα του δείγματος δεν επιχειρεί να κάνει άμεση σύγκριση των δύο διαδρομών καθώς θεωρούν ότι οπτικά μπορούν να βρουν τη σωστή απάντηση. Από τους 43 μαθητές οι 30 επιλέγουν την ευθεία ως μεγαλύτερη διαδρομή με την αιτιολογία ότι είναι πιο μακριά. Αντίθετα, μόνο 8 μαθητές επιλέγουν ως μεγαλύτερη την τεθλασμένη και υποστηρίζουν το συλλογισμό τους λέγοντας *«αυτός ο δρόμος είναι πιο πολύς» ή «είναι πιο δύσκολος και θα κάνει πιο πολλή ώρα να φτάσει».* Τέλος, ένας μικρός αριθμός υποκειμένων (5 μαθητές) υποστηρίζει ότι οι δύο διαδρομές είναι ίσες γιατί *«φτάνουν στο ίδιο μέρος»*.

Οι απαντήσεις των παιδιών που αναφέρθηκαν παραπάνω έδωσαν αφορμή για συζήτηση και προβληματισμό. Έτσι, οι δοκιμασίες 1 και 2 για την άμεση σύγκριση παρουσιάστηκαν ξανά από τις νηπιαγωγούς των δύο τμημάτων στο πλαίσιο της διδακτικής παρέμβασης. Στη συνέχεια, θα δούμε πώς διαφοροποιήθηκαν οι απαντήσεις των μαθητών όταν τα ίδια ζητήματα τέθηκαν υπό συζήτηση σε επίπεδο ομάδας μέσα στην τάξη.

Διδακτική παρέμβαση

Σε αυτό το στάδιο, οι μαθητές χωρίζονται σε ομάδες των 5-6 ατόμων. Η νηπιαγωγός προμηθεύει με το κατάλληλο υλικό κάθε ομάδα και τους δίνει το χρόνο να συζητήσουν και να συναποφασίσουν ποια διαδρομή είναι μακρύτερη (δοκιμασίες 1 & 2).

Για την δοκιμασία 1 (εικ.4), παρατηρείται ποικιλία απόψεων ανάμεσα στα μέλη κάθε ομάδας, όπως φάνηκε και στο προ τεστ. Έτσι, η νηπιαγωγός αναλαμβάνει διαμεσολαβητικό ρόλο για να βοηθήσει τις ομάδες να αποδεχτούν μία κοινή λύση, όπως στο απόσπασμα διαλόγου 1.

Εικόνα 4. Συζήτηση στην ομάδα στην 1η δοκιμασία.

<u>Απόσπασμα διαλόγου 1:</u>

Νηπιαγωγός: Συμφωνείτε όλοι;
Υ40: Όχι, αυτό που πάει πάνω (το κόκκινο) είναι πιο μεγάλο γιατί αυτή η σφαίρα που είναι ψηλά κερδίζει.
Υ42: Το ξυλάκι αυτό είναι πιο μεγάλο (το πράσινο), γιατί…κοίτα βάζω το χέρι μου και το βλέπω (μέτρηση με το άνοιγμα των χεριών)
Υ43: Όχι, παιδιά να σας πω… είναι ίδια, τα μέτρησα έτσι (με τα δάχτυλα) και είναι ίδια.
Ν: Υπάρχει όμως κάποιος άλλος τρόπος να αποδείξετε αυτό που λέτε; Μπορείτε αν θέλετε να μετακινήσετε τα δύο ξυλάκια, να τα ξεκολλήσετε.
Υ36: Τότε αν τα βάλουμε έτσι, για να δούμε….είναι ίδια! απλά αυτό πάει πάνω κι αυτό κάτω.

Στην πορεία, σταδιακά όλες οι ομάδες επιτυγχάνουν άμεσες συγκρίσεις με τη χρήση δύο στρατηγικών. Είτε τοποθετούν τη μία διαδρομή πάνω στην άλλη, είτε τη μία δίπλα στην άλλη.

Στη **2η δοκιμασία** (εικ.5), οι περισσότερες ομάδες αντιλαμβάνονται άμεσα ότι οι διαδρομές μπορούν να ξεκολλήσουν και οδηγούνται γρηγορότερα σε άμεσες συγκρίσεις. Αφού μετατρέψουν την τεθλασμένη γραμμή σε ευθεία, οι στρατηγικές που χρησιμοποιούν είναι (εικ.6,7,8):

1. τοποθέτηση της μίας δίπλα στην άλλη,
2. τοποθέτηση της μίας πάνω στην άλλη και
3. τοποθέτηση των δύο ευθειών στην αρχική τους θέση και σύγκριση με οπτικά κριτήρια.

Εικόνα 5. $2^{η}$ Δοκιμασία

Εικόνες 6,7,8. Στρατηγικές άμεσης σύγκρισης

Στη δεύτερη περίπτωση, που οι δύο ευθείες έχουν απόσταση, η νηπιαγωγός θέτει ερωτήσεις στα παιδιά όπως: «*Ωραία, τώρα που έγινε ίσια κι αυτή η γραμμή, υπάρχει άλλος τρόπος να συγκρίνουμε τις δύο διαδρομές για να είμαστε πιο σίγουροι;*». Τελικά, οι μαθητές μετακινούν τις ευθείες και τις τοποθετούν δίπλα δίπλα.

Τελική αξιολόγηση (post test) για την άμεση σύγκριση

Σε γενικές γραμμές, η άμεση σύγκριση δεν φάνηκε να δυσκόλεψε ιδιαίτερα τους μαθητές. Στις ατομικές συνεντεύξεις που έγιναν μετά τη διδακτική παρέμβαση, οι 30 από τους 43 μαθητές πραγματοποίησαν επιτυχώς άμεσες συγκρίσεις χωρίς να δυσκολευτούν. Από τους 13 μαθητές που απάντησαν λανθασμένα, οι 7 χαρακτήρισαν μία από τις δύο διαδρομές ως μεγαλύτερη. Ωστόσο, έχει ενδιαφέρον να παρατηρήσουμε ότι και οι 7 δήλωσαν πως αν μετατρέψουν την τεθλασμένη σε ευθεία, τότε οι δύο διαδρομές θα είναι ίσες.

3.2 Έμμεση σύγκριση μηκών

Αρχική αξιολόγηση (pre test)

Στην **$3^{η}$ δοκιμασία**, κατά την αρχική αξιολόγηση, κάθε μαθητής βλέπει την εικόνα με τους δύο πύργους και τους δρόμους που οδηγούν στο κάστρο. Τα παιδιά καλούνται να απαντήσουν στα παρακάτω ερωτήματα:

Ποιος πύργος νομίζεις ότι βρίσκεται πιο κοντά στο κάστρο; Γιατί το νομίζεις αυτό;

Επειδή τα παιδιά είναι σαφώς επηρεασμένα από τις δραστηριότητες της άμεσης σύγκρισης, αρχικά προτείνουν να ξεκολλήσουμε τις διαδρομές. Όμως, όταν η ερευνήτρια επισημαίνει ότι οι δύο διαδρομές δεν ξεκολλούν και το μόνο υλικό που έχουν στη διάθεσή τους είναι οι ράβδοι των 3 εκατοστών, τότε οι απαντήσεις τους διαφοροποιούνται. Έτσι, τέσσερεις (4) μαθητές (Υ8, Υ22, Υ23, Υ25) μετρούν με επιτυχία τις δύο διαδρομές χρησιμοποιώντας τη στρατηγική της επικάλυψης του μετρούμενου μήκους (εικ.9). Άλλοι τέσσερεις (Υ15, Υ32, Υ24, Υ27) προσπαθούν αλλά όχι επιτυχώς, καθώς τοποθετούν τις μονάδες λάθος, είτε αφήνοντας κενά ανάμεσα στις ράβδους είτε χωρίς να ταυτίζουν το αρχικό και τελικό σημείο του μετρούμενου μήκους (εικ.10,11). Οι στρατηγικές που χρησιμοποιούν οι υπόλοιποι μαθητές (35) παρουσιάζονται στον πίνακα 2.

Εικόνα 9. Σωστή επίθεση των μονάδων

Εικόνες 10,11. Λανθασμένη τοποθέτηση μονάδων

Πίνακας 2. Στρατηγικές που ακολουθούν οι μαθητές

Στρατηγικές μέτρησης	**Υποκείμενα έρευνας**	**f**
Αισθητηριακά-οπτικά κριτήρια	Υ1, Υ5, Υ6, Υ9, Υ13, Υ17, Υ18, Υ19, Υ28, Υ29, Υ30, Υ31, Υ33	13

Χρήση χεριών/δακτύλων	Υ4, Υ7, Υ10, Υ16	4
Χωρίς αιτιολόγηση	Υ2, Υ3, Υ11, Υ12, Υ14, Υ20, Υ21, Υ26, Υ34, Υ35, Υ36, Υ37, Υ38, Υ39, Υ40, Υ41, Υ42, Υ43	18
Σύνολο		**35**

Όπως διακρίνεται στον παραπάνω πίνακα δεκατρείς (13) από τους μαθητές χρησιμοποιούν αισθητηριακά-οπτικά κριτήρια για να αιτιολογήσουν τις απαντήσεις τους, υποστηρίζοντας ότι ο κατακόρυφος δρόμος είναι πιο μεγάλος γιατί είναι πιο ψηλός. Σχεδόν οι μισοί μαθητές (18 μαθητές), αν και προτείνουν τη διαδικασία της μέτρησης, δεν αιτιολογούν την απάντησή τους. Τέλος, ένας μικρός αριθμός μαθητών (4 μαθητές) επιμένουν στη χρήση των δαχτύλων για την μέτρηση (εικ.12,13).

Εικόνες 12,13. Μέτρηση της απόστασης με τα δάχτυλα.

Η ίδια δοκιμασία παρουσιάζεται στα παιδιά και στο στάδιο της διδακτικής παρέμβασης, όπου δουλεύουν πάλι σε ομάδες για να αποφασίσουν με ποιο τρόπο πρέπει να γίνει η μέτρηση.

Διδακτική παρέμβαση

Αρχικά, οι περισσότερες ομάδες επιχειρούν να μετρήσουν τις δύο αποστάσεις με τα δάχτυλα ή τα χέρια τους. Κάποιες ομάδες επιχειρούν να χρησιμοποιήσουν τις μονάδες για να μετρήσουν, χωρίς όμως σαφή αποτελέσματα. Εδώ, είναι καθοριστικός ο ρόλος της νηπιαγωγού, η οποία ενθαρρύνει τους μαθητές να προσπαθήσουν και να σκεφτούν διαφορετικούς τρόπους για να μετρήσουν, όπως φαίνεται και από το παρακάτω απόσπασμα διαλόγου.

<u>Απόσπασμα 2.</u>

Υ13: Πιο μακρύς είναι αυτός ο δρόμος (κατακόρυφος) γιατί πάει πάνω.
Υ7: Θα το μετρήσω έτσι…1,2,3…(μετράει με δάχτυλα). Βλέπεις, είναι πάλι ίδιοι οι δρόμοι.

Νηπιαγωγός: Βλέπω ότι έχετε διαφορετικές ιδέες, τι θα κάνετε; Πρέπει να βρείτε μία λύση. Είναι ίδιες οι δύο διαδρομές ή όχι;
Υ9: Όχι, δεν είναι γιατί αν βάλω τα ξυλάκια πάνω θα το βρω τους είπα.
Ν: Πώς νομίζεις ότι πρέπει να βάλουμε τα ξυλάκια;
Υ9: Να σου δείξω, τώρα; (Βάζει 4 μονάδες στη μία γραμμή και 4 στην άλλη πιο αραιά.)
Ν: Τώρα τι νομίζεις;
Υ9: Ε, αυτή είναι πιο μεγάλη (η κατακόρυφη) γιατί έχει κι άλλο χώρο να βάλω πιο μικρά ξυλάκια. (Εννοεί τα κενά ανάμεσα στις μονάδες.)
Ν: Ναι, αλλά δεν έχουμε πιο μικρά ξυλάκια.
Υ11:Ξέρω πώς να το διορθώσω. Αν τα κολλήσουμε κι άλλο θα μείνει κι άλλος χώρος στο τέλος, κοίτα…λείπει ένα ξυλάκι κι άμα το βάλουμε θα είναι πιο πολλά.
Ν: Συμφωνείτε όλοι ότι είναι έτσι;
Όλη η ομάδα: Ναι…

Σταδιακά, όλες οι ομάδες επιλέγουν να χρησιμοποιήσουν τις μονάδες μέτρησης για να συγκρίνουν τις δύο αποστάσεις. Οι στρατηγικές που παρατηρήθηκαν είναι:

1. Τοποθέτηση μονάδων σε κάθε μετρούμενο μήκος τόσων ώστε να καλύπτεται από άκρη σε άκρη. Δηλαδή, 5 μονάδες στην κατακόρυφη διαδρομή και 4 μονάδες στην οριζόντια. Μεγαλύτερη είναι η διαδρομή που χωράει τις περισσότερες.
2. Τοποθέτηση 4 μονάδων στην οριζόντια διαδρομή και 4 μονάδων στην κατακόρυφη. Ως μεγαλύτερη χαρακτηρίζουν τη διαδρομή που η γραμμή περισσεύει.
3. Μέτρηση της κατακόρυφης διαδρομής με τη χρήση 5 μονάδων και στη συνέχεια, μετακίνηση των μονάδων δίπλα στην οριζόντια διαδρομή. Ουσιαστικά, σε αυτή την περίπτωση γίνεται αναπαράσταση της μίας γραμμής κοντά στη δεύτερη ώστε να επιτευχθεί άμεση σύγκριση.

Μετά και την ολοκλήρωση της δραστηριότητας, η νηπιαγωγός συνεχίζει τη διήγηση του σεναρίου και παρουσιάζει στους μαθητές την **4η δοκιμασία.** Οι μαθητές αυτή τη φορά χωρίζονται σε δύο ομάδες για να επιλύσουν το πρόβλημα που σχετίζεται με τη μέτρηση μιας γέφυρας (σχεδιασμένης στο χαρτί). Κάθε ομάδα έχει στη διάθεσή της διαφορετικές μονάδες. Σκοπός μας εδώ είναι να αντιληφθούν οι μαθητές τη σχέση μεταξύ μονάδας και αριθμητικού αποτελέσματος για την μέτρηση του μήκους. Στις εικόνες 14 και 15 φαίνονται οι αρχικές προσπάθειες των ομάδων να μετρήσουν, ενώ στις εικόνες 16 και 17 βλέπουμε την τελική τους επιλογή.

Εικόνες 14, 15.

Εικόνες 16, 17.

Οι δύο ομάδες αφού μέτρησαν τη γέφυρα ανακοίνωσαν τα αποτελέσματά τους. Η πρώτη ομάδα λέει ότι η γέφυρα έχει μήκος οχτώ μονάδες, ενώ η δεύτερη ομάδα λέει ότι έχει μήκος τέσσερεις μονάδες. Το απόσπασμα διαλόγου που ακολουθεί είναι χαρακτηριστικό της έκβασης της δραστηριότητας.

<u>*Απόσπασμα 3*</u>

Νηπιαγωγός: Τελικά, τι οδηγίες θα δώσετε στο μάστορα για να φτιάξει τη γέφυρα;
Υ25: 8 άσπρα ξυλάκια
Ν: Και η άλλη ομάδα;
Υ17: 4 κίτρινα ξυλάκια.
Ν: Δηλαδή αν μετρήσουμε με τα άσπρα ξυλάκια χρειαζόμαστε 8 και αν μετρήσουμε με τα άσπρα τότε χωράνε 4; Αλλά τελικά ο μάστορας πόσο μακριά θα φτιάξει τη γέφυρα;
Υ25: 8
Υ17: 4
Ν: 8 ή 4;
Υ12: 4 μεγάλα να του πούμε.
Ν: Α, λες ότι τα άσπρα είναι μεγάλα;
Υ12: Ναι, είναι πιο μεγάλα από τα κίτρινα και εμείς τελειώσαμε πιο γρήγορα.
Ν: Ωραία, άρα λοιπόν, αν μετρήσουμε τη γέφυρα με τα μεγάλα χρειαζόμαστε λιγότερα ή περισσότερα απ' ότι αν τη μετρήσουμε με τα μικρά, τι λέτε;
Μαθητές: Λιγότερα!

Ν: Μπράβο! Σωστά. Και για να καταλάβει τελικά ο μάστορας πόσο μακριά θα φτιάξει τη γέφυρα τι πρέπει να του πούμε;
Υ12: Να του πούμε 4 αλλά να του δείξουμε τα ξυλάκια να καταλάβει!
Ν: Συμφωνείτε και η άλλη ομάδα;
Υ25: Εμείς 8 θα του πούμε σαν κι αυτά! (δείχνει τις μικρές μονάδες)

Σε αυτό τη σημείο, η νηπιαγωγός ενημερώνει τα παιδιά για την εξέλιξη της ιστορίας, καθώς προχωρούν στην **5η δοκιμασία**, όπου οι μαθητές χωρίζονται σε τρεις ομάδες για να μετρήσουν τα τρία παράθυρα του σεναρίου. Εδώ, τα παιδιά εισάγονται στην επαναληπτική χρήση της μονάδας. Τα τρία παράθυρα είναι κατασκευασμένα από χαρτόνι και είναι τοποθετημένα σε διαφορετικά σημεία στην αίθουσα, ώστε να αποφευχθεί η άμεση σύγκριση. Το ύψος που απέχει το καθένα από το δάπεδο είναι 7, 8 και 9 μονάδες αντίστοιχα, ενώ η μονάδα που δίνεται είναι 10 εκατοστά.

Στη δραστηριότητα αυτή, παρουσιάζει ενδιαφέρον ο τρόπος που τα παιδιά προσπαθούν να σημειώσουν το σημείο που τελειώνει η μονάδα κάθε φορά. Αρχικά, η πλειοψηφία των μαθητών που επιχειρούν να χρησιμοποιήσουν το μολύβι και τη μονάδα, το κάνουν σχεδιάζοντας το αποτύπωμα της μονάδας οριζόντια, ώστε να σχηματίσουν τα σκαλοπάτια της σκάλας. Το γεγονός αυτό, εγείρει προβληματισμούς μεταξύ των μελών της ομάδας καθώς η διαδικασία αυτή είναι κοπιαστική. Η νηπιαγωγός βοηθά με διάλογο τις ομάδες, ενθαρρύνοντας τους μαθητές να σκεφτούν άλλους τρόπους για να μετρήσουν το ύψος. Έτσι, στη συνέχεια παρατηρούνται οι εξής στρατηγικές:

1. Μετακινούν τη μονάδα χωρίς να σημειώνουν αλλά σημαδεύουν με το δάχτυλο το τέλος της και μετρούν παράλληλα. Η στρατηγική αυτή δημιουργεί προβλήματα αφού η προφορική αρίθμηση μπερδεύει τους μαθητές και η νηπιαγωγός επισημαίνει ότι μπορούν να χρησιμοποιήσουν και το μολύβι.
2. Σχεδιάζουν στο χαρτί όλο το μήκος της μονάδας κάθε φορά που την χρησιμοποιούν.
3. Σημειώνουν με κουκίδα το τέλος της μονάδας και στη συνέχεια επεκτείνουν το σημείο ώστε να γίνει οριζόντια γραμμή με την αιτιολογία ότι «*έτσι θα είναι στη θέση τους τα σκαλοπάτια»* (εικ.18). Η στρατηγική αυτή εφαρμόστηκε από την πλειοψηφία των μαθητών.

Εικόνα 18.

Το γεγονός ότι πρέπει να σημειώνουν τη μετακίνηση της μονάδας σε αυτή τη δραστηριότητα προκαλεί μερικές δυσκολίες στους μαθητές που αφορούν κυρίως τη σημείο μηδέν. Για παράδειγμα, αρκετοί μαθητές την πρώτη φορά που τοποθετούν τη μονάδα μέτρησης στο χαρτί σημειώνουν και την αρχή και το τέλος της. Συνεπώς, όταν στο τέλος μετρούν το σύνολο των κουκίδων βρίσκουν το ύψος περισσότερο κατά μία μονάδα. Η λύση σε αυτό το πρόβλημα δόθηκε όταν εφάρμοσαν τη δεύτερη στρατηγική που περιεγράφηκε παραπάνω.

3.3 Μέτρηση μήκους

Ως επέκταση αυτής της προηγούμενης δραστηριότητας δόθηκαν στα παιδιά μικρότερες μονάδες μήκους 5 εκατοστών και τους ζητήθηκε να μετρήσουν ξανά το ύψος του κάθε παράθυρου. Σε αυτή την περίπτωση τα αριθμητικά αποτελέσματα διπλασιάζονται (14, 16 και 18 επαναλήψεις) και τα παιδιά διαπιστώνουν ότι όσο πιο μικρή είναι η μονάδα τόσο πιο κουραστική είναι η επανάληψή της. Έτσι, η νηπιαγωγός προτείνει την κατασκευή ενός εργαλείου που θα βοηθήσει τα παιδιά στη μέτρηση. Ακολουθεί συζήτηση για τον τρόπο κατασκευής του εργαλείου όπως φαίνεται και στο απόσπασμα διαλόγου που ακολουθεί. Οι μονάδες των 5 εκ. είναι φτιαγμένες από αφρώδες μαλακό υλικό και η νηπιαγωγός προτείνει να χρησιμοποιήσουν το ίδιο υλικό για την κατασκευή του εργαλείου.

<u>Απόσπασμα 4</u>

Νηπιαγωγός: Λοιπόν, πώς θα φτιάξουμε το μέτρο μας, ένα εργαλείο δηλαδή για να μετρήσουμε πιο γρήγορα;
Υ30: Να το παραγγείλουμε στο μάστορα.

Υ33: Ο μάστορας έχει δικό του μέτρο, όπως ο μπαμπάς μου και ξέρει.
Ν: Ωραία, αλλά εμείς θέλουμε να βρούμε ένα τρόπο να φτιάξουμε ένα μόνοι μας. Σκεφτείτε ότι έχουμε αυτές τις μονάδες (5εκ) αλλά θέλουμε κάτι πιο μεγάλο.
Υ24: Ναι, γιατί…όπως στη γέφυρα κυρία!
Ν: Τι έγινε στη γέφυρα;
Υ24: Με τα μεγάλα ξυλάκια πιο γρήγορα μετρήσαμε και τελειώσαμε. Ενώ με τα μικρά οι άλλοι (άλλη ομάδα) αργούσαν και τα ξυλάκια φεύγανε από τη θέση τους.
Ν: Σωστή η παρατήρησή σου. Για σκεφτείτε λοιπόν πώς μπορούμε από τις μικρές μονάδες που έχω εδώ (5 εκ.) να φτιάξουμε κάτι πιο μεγάλο;
Υ29: Να τις κολλήσουμε δύο μαζί..
Ν: Πολύ καλή η ιδέα σου. Θα πάρω δύο μονάδες και θα τις κολλήσω πάνω εδώ…

Η συνέχεια της συζήτησης κα ο πειραματισμός οδήγησαν τα παιδιά στην κατασκευή του ‘τρίμετρου’ και του ‘πεντάμετρου’ όπου υπήρχαν αντίστοιχα τρεις και πέντε μονάδες κολλημένες σε λωρίδες ανάλογου μήκους (εικ.19 και 20). Ακολούθησε η μέτρηση των παραθύρων με τα καινούρια εργαλεία και η μαθητές κατέγραψαν τα διαφορετικά αριθμητικά αποτελέσματα.

Εικόνες 19, 20. Κατασκευή ‘πεντάμετρου’.

Η δυσκολία στη σκέψη των παιδιών παρατηρήθηκε όταν οι επαναλήψεις του ‘πεντάμετρου’ δεν χωρούσαν ακριβώς στο μετρούμενο μήκος και άρα χρειαζόταν να χρησιμοποιήσουν και τις υποδιαιρέσεις (μονάδες 5 εκ.). Τότε ένας μαθητής πρότεινε να κόψουν το πεντάμετρο για να χωρέσει. Η νηπιαγωγός αντιπρότεινε να ξεκολλήσει ο μαθητής τις μονάδες που δε χωράνε. Με αυτόν τον τρόπο τα παιδιά σταδιακά κατάφεραν να μετρήσουν τα ύψη των παράθυρων και για άλλη μια φορά να έχουν ένα διαφορετικό αριθμητικό αποτέλεσμα. Η διαδικασία αυτή οδήγησε τα παιδιά στη σκέψη ότι το ποσοτικό αποτέλεσμα της μέτρησης του μήκους μεταβάλλεται όταν μεταβάλλεται και το μέγεθος της μονάδας.

Τελική αξιολόγηση (post test) για τη μέτρηση με επαναληπτική χρήση της μονάδας

Εδώ, οι μαθητές καλούνται να μετρήσουν το μήκος ενός χαλιού που βρίσκεται σχεδιασμένο στο χαρτί χρησιμοποιώντας μία μονάδα 5,5 εκ. και ένα μολύβι. Στον πίνακα 3 καταγράφονται οι στρατηγικές που προτίμησαν οι μαθητές και τις οποίες είχαμε καταγράψει και στη διδακτική παρέμβαση. Όπως παρατηρούμε, 27 από τους 43 μαθητές κατάφεραν να ολοκληρώσουν τη μέτρηση επιτυχώς με διαφορετικές στρατηγικές, ενώ 5 μαθητές χρησιμοποίησαν επαναληπτικά τη μονάδα χωρίς όμως να σημειώνουν.

Πίνακας 3. Στρατηγικές που παρατηρήθηκαν για τη μέτρηση

Στρατηγικές	**Υποκείμενα**	**f**
Επανάληψη της μονάδας σημειώνοντας το τέλος της μονάδας	Υ2, Υ5, Υ8, Υ11, Υ14, Υ16, Υ19, Υ22, Υ24, Υ25, Υ27, Υ29, Υ34, Υ39	14
Επανάληψη μονάδας και σχεδίαση του μήκους της στο χαρτί	Υ4, Υ9, Υ10, Υ15, Υ17, Υ20, Υ21,Υ23, Υ31, Υ32, Υ33, Υ38, Υ43	13
Χρήση μολυβιού/ χεριού ως οδηγό για την επανατοποθέτηση της μονάδας	Υ5, Υ12, Υ18, Υ35, Υ42	5
Σύνολο		**32**

3.4 Σύγκριση πρότεστ και μετατέστ

Στους παρακάτω πίνακες (4 & 5) καταγράφονται τα δεδομένα που προέκυψαν από τη σύγκριση των πρότεστ και μετατέστ. Για την άμεση σύγκριση επιτυχείς χαρακτηρίζονται οι απαντήσεις που επιτυγχάνεται μετακίνηση των διαδρομών ώστε να τοποθετηθούν δίπλα ή πάνω η μία στην άλλη. Ως ενδιάμεσες χαρακτηρίζονται οι απαντήσεις που τα υποκείμενα της έρευνας επιχειρούν να πραγματοποιήσουν άμεση σύγκριση έχοντας, όμως τα δύο μήκη σε απόσταση. Τέλος, ανεπαρκείς είναι οι περιπτώσεις όπου δεν έχουμε απάντηση.

Στην περίπτωση της έμμεσης σύγκρισης, επιτυχείς θεωρούνται οι απαντήσεις όπου τα παιδιά χρησιμοποιούν σωστά τις μονάδες ή την επανάληψη της μονάδας. Ενδιάμεσες χαρακτηρίζουμε τις απαντήσεις κατά τις οποίες τα παιδιά προτείνουν ή ξεκινούν σωστά τη διαδικασία αλλά δεν την ολοκληρώνουν με επιτυχία. Τέλος, ανεπαρκείς κρίνονται οι απαντήσεις όπου δεν επιχειρείται καθόλου η έμμεση σύγκριση ή χρησιμοποιούνται λανθασμένα οι μονάδες.

Από τη συνολική εικόνα που δίνουν ο δύο πίνακες φαίνεται ότι τα υποκείμενα του δείγματος ανταποκρίνονται καλύτερα στις δραστηριότητες άμεσης σύγκρισης σε σχέση με αυτές τις έμμεσης. Το γεγονός αυτό είναι αναμενόμενο, καθώς οι δραστηριότητες της δεύτερης και τρίτης φάσης είχαν αυξημένο βαθμό δυσκολίας.

Πίνακας 4. ***Οι απαντήσεις των μαθητών στο προ-τεστ και μετατέστ για την άμεση σύγκριση***

	Pre-test				Post-test	
	1η δοκιμασία	f	2η δοκιμασία	f		f
Επαρκείς	Υ33, Υ39	2	-		Υ1, Υ2, Υ4, Υ5, Υ6, Υ8, Υ10, Υ11, Υ12, Υ13, Υ14, Υ16, Υ17, Υ18, Υ22, Υ23, Υ24, Υ25, Υ26, Υ27, Υ29, Υ32, Υ33, Υ34, Υ35, Υ37, Υ39, Υ40, Υ41, Υ42	30
Ενδιάμεσες	Υ38	1	-		-	
Ανεπαρκείς	Υ1, Υ2,Υ3, Υ4, Υ5, Υ6, Υ7, Υ8, Υ9, Υ10, Υ11, Υ12, Υ13, Υ14, Υ15, Υ16, Υ17, Υ18, Υ19, Υ20, Υ21, Υ22, Υ23, Υ24, Υ25, Υ26, Υ27, Υ28, Υ29, Υ30, Υ31, Υ32, Υ34, Υ35, Υ36, Υ37, Υ40, Υ41, Υ42, Υ43	40	Υ1, Υ2, Υ3, Υ4, Υ5, Υ6, Υ7, Υ8, Υ9, Υ10, Υ11, Υ12, Υ13, Υ14, Υ15, Υ16, Υ17, Υ18, Υ19, Υ20, Υ21, Υ22, Υ23, Υ24, Υ25, Υ26, Υ27, Υ28, Υ29, Υ30, Υ31, Υ32, Υ33, Υ34, Υ35, Υ36, Υ37, Υ38, Υ39, Υ40, Υ41, Υ42, Υ43	43	Υ3, Υ7, Υ9, Υ15, Υ19, Υ20, Υ21, Υ28, Υ30, Υ31, Υ36, Υ38, Υ43	13
Σύνολο		43		43		43

Πίνακας 5. Οι απαντήσεις των μαθητών στο πρότεστ και μετατέστ για την έμμεση σύγκριση

	Pre-test		Post-test	
		f		f
Επαρκείς	Y8, Y22, Y23, Y25	4	Y2, Y4, Y5, Y8, Y9, Y10, Y11, Y14, Y15, Y16, Y17, Y19, Y20, Y21, Y22, Y23, Y24, Y25, Y27, Y29, Y31, Y32, Y33, Y34, Y38, Y39, Y43	27
Ενδιάμεσες	Y15, Y32, Y24, Y27	4	Y5, Y12, Y18, Y35, Y42	5
Ανεπαρκείς	Y1, Y2, Y3, Y4, Y5, Y6, Y7, Y9, Y10, Y11, Y12, Y13, Y14, Y16, Y17, Y18, Y19, Y20, Y21, Y26, , Y28, Y29, Y30, Y31, Y34, Y35, Y36, Y37, Y40, Y41, Y42, Y43	35	Y1, Y3, Y4, Y7, Y11, Y13, Y26, Y28, Y30, Y36, Y37, Y40, Y41,	13
Σύνολο		43		43

4. Συμπεράσματα και Συζήτηση

4.1 Άμεση σύγκριση μηκών

Κατά τη διάρκεια των δραστηριοτήτων άμεσης σύγκρισης φάνηκε να συντελείται αναπτυξιακή πρόοδος στον τρόπο σκέψης των παιδιών αναφορικά με το μήκος. Πιο συγκεκριμένα, αρχικά, φάνηκε να αντιμετωπίζουν το μήκος ως ιδιότητα του αντικειμένου ανεξάρτητα από το άλλο αντικείμενο, που τίθεται προς σύγκριση. Στην πορεία, βλέπουν το μήκος ως ποσότητα που επιτρέπει τη σύγκριση των δύο αντικειμένων. Από το προ-τεστ φαίνεται ότι τα περισσότερα παιδιά, αντιλαμβάνονται το μήκος ως μια ιδιότητα που έχει το αντικείμενο σε συνάρτηση με το σχήμα του (π.χ. «αυτή η διαδρομή είναι μακριά», ή «αυτή η διαδρομή έχει στροφές, είναι πιο πολλή»).

Αναλυτικότερα, **στην 1η δοκιμασία**, όπου οι δύο διαδρομές προς σύγκριση ήταν ευθείες, όταν τα παιδιά ρωτήθηκαν αν κάποια διαδρομή είναι μεγαλύτερη, μερικά απάντησαν ότι και οι δύο είναι μακριές. Τα περισσότερα επέλεξαν μία από τις δύο ως μακρύτερη, χωρίς όμως να επιχειρήσουν να μετακινήσουν τις δύο διαδρομές, ή να αιτιολογήσουν την επιλογή τους. Ακόμη και όταν η ερευνήτρια τα παρότρυνε να αποδείξουν με κάποιο τρόπο την επιλογή τους, τα περισσότερα απάντησαν «το ξέρω γιατί το βλέπω», «το ξέρω από τον εαυτό μου», «γιατί έτσι το σκέφτηκα».

Αντίστοιχα, στη **2η δοκιμασία**, η οποία περιελάβανε ευθεία και τεθλασμένη διαδρομή, στην ερώτηση αν νομίζουν ότι κάποια είναι πιο μακριά, η πλειοψηφία των απαντήσεων αναφέρει την ευθεία ως μακρύτερη με την αιτιολογία ότι είναι μεγαλύτερη. Αντίθετα, λίγες ήταν οι απαντήσεις που επέδειξαν την τεθλασμένη ως μεγαλύτερη, με την αιτιολογία ότι είναι πιο δύσκολη. Αυτό, ίσως, εξηγείται από το γεγονός ότι στις καθημερινές τους εμπειρίες ο όρος «μακρύ» χρησιμοποιείται για την περιγραφή ευθειών. Και σε αυτή τη δοκιμασία, απέφυγαν να προβούν σε άμεση σύγκριση.

Κατά συνέπεια, μπορούμε να πούμε ότι αυτά τα παιδιά αξιολογούν το μήκος μόνο με οπτικά κριτήρια. Φαίνεται, να μην έχουν ακόμη εδραιώσει πρακτικές αντιστοίχισης 1 προς 1 για τη σύγκριση μηκών. Το συμπέρασμα αυτό, μοιάζει παράδοξο, καθώς από τη σχολική πρακτική γνωρίζουμε ότι ακόμη και παιδιά μικρότερης ηλικίας προβαίνουν σε άμεσες συγκρίσεις αντικειμένων στο ελεύθερό τους παιχνίδι. Ωστόσο, από τα σχετικά αποτελέσματα φαίνεται ότι όταν τα παιδιά καλούνται να επεξεργαστούν μαθηματικές έννοιες, δυσκολεύονται να συνδέσουν την γνώση που ήδη έχουν με τους γλωσσικούς όρους που σχετίζονται με το μήκος, όπως π.χ. «μακρύς». Με βάση αυτή τη διαπίστωση, κρίνεται αναγκαία η εξάσκηση των μικρών μαθητών με δραστηριότητες που ενθαρρύνουν τις άμεσες συγκρίσεις αντικειμένων με διαφορετικά σχήματα.

Στο δεύτερο στάδιο της έρευνας, οι **δοκιμασίες 1 και 2** για την άμεση σύγκριση, παρουσιάστηκαν από τη νηπιαγωγό και τα παιδιά κλήθηκαν να δουλέψουν σε ομάδες και να παρουσιάσουν τις απαντήσεις τους. Εδώ, είναι αξιοσημείωτη η γνωστική πρόοδος των μαθητών, καθώς, μέσα από την ομαδική επεξεργασία των δεδομένων, οι ίδιοι οδηγούνται σε σωστές απαντήσεις με επαρκή αιτιολόγηση. Οι νοητικές συγκρούσεις που δημιουργούνται κατά την ανταλλαγή απόψεων, καταλήγουν σε αποσταθεροποίηση των πρότερων αντιλήψεων των παιδιών και ταυτόχρονα ενισχύουν πιο σύνθετες νοητικές λειτουργίες. Παρατηρούμε, για παράδειγμα, ότι καθώς οδηγούνται στην αποσύνθεση και ανασύνθεση της τεθλασμένης διαδρομής σε ευθεία, αναγκάζονται να απομακρυνθούν από το νοητικό σχήμα ότι το μήκος είναι μία άκαμπτη απόσταση ανάμεσα σε δύο άκρα. Αντίθετα, τους δίνεται η ευκαιρία να παρατηρήσουν ότι το συνολικό μήκος αποτελείται από το άθροισμα των μερών του.

Τα αποτελέσματα σε αυτή τη φάση είναι παραπάνω από ενθαρρυντικά, καθώς η πλειοψηφία των παιδιών υιοθετεί στρατηγικές άμεσης σύγκρισης με επιτυχία. Ωστόσο, παρά τη θετική πρόοδο που σημειώθηκε στο δείγμα, παρατηρήθηκε ότι τα παιδιά αυτά αποφεύγουν να μετακινήσουν τις διαδρομές πριν εκφράσουν τη γνώμη τους για το ποιο είναι το μακρύτερο.

4.2 Έμμεση σύγκριση μηκών

Οι δραστηριότητες που αναπτύχθηκαν σε αυτή τη φάση έχουν ελαφρώς αυξημένο βαθμό δυσκολίας σε σχέση με αυτές τις προηγούμενης φάσης. Από τη σχετική βιβλιογραφία προκύπτει ότι για να μπορέσουν τα παιδιά να κάνουν έμμεσες συγκρίσεις πρέπει, πρώτα, να έχουν κατανοήσει δύο βασικές αρχές: 1)την αρχή της μεταβατικότητας και 2)την επαναληπτική χρήση της μονάδας (Kamii & Clark, 1997). Τα αποτελέσματα του προ-τεστ για την **3^{η} δοκιμασία**, συμφωνούν με αυτή την άποψη.

Συγκεκριμένα, η πλειοψηφία των παιδιών απέτυχε να χρησιμοποιήσει σωστά τις ράβδους για να συγκρίνει τις δύο διαδρομές. Για παράδειγμα, τοποθέτησαν τις ράβδους είτε αφήνοντας κενά ανάμεσα στις μονάδες, είτε μη λαμβάνοντας υπόψη τους τα αρχικά και τελικά σημεία. Το σχόλιο που μπορούμε να κάνουμε, εδώ, είναι ότι αυτά τα παιδιά δεν μπορούν ακόμη να αντιληφθούν το μήκος ως την κάλυψη της απόστασης μεταξύ αρχικών κα τελικών σημείων. Μερικά παιδιά δήλωσαν ότι δεν γνώριζαν κάποιο τρόπο για να συγκρίνουν τις αποστάσεις, παρά μόνο αν τις ξεκολλήσουν. Κάποια άλλα χρησιμοποίησαν τα δάχτυλά τους για να 'περπατήσουν' πάνω στις γραμμές και να αποφασίσουν ποια είναι μακρύτερη. Η τάση αυτή, πιθανόν, δείχνει ότι τα παιδιά σε αυτό το στάδιο, δεν είναι ακόμη έτοιμα να αντιληφθούν τις ράβδους ως αναπαράσταση του μήκους της διαδρομής. Αντίθετα, έχουν την ανάγκη να προβούν σε φυσικές κινήσεις για να αναπαραστήσουν το μήκος της διαδρομής.

Αργότερα, όταν η ίδια δοκιμασία παρουσιάστηκε από τη νηπιαγωγό στις ομάδες προέκυψαν ενδιαφέρουσες αλληλεπιδράσεις που ενεργοποίησαν τη σκέψη των παιδιών προς μία διαφορετική κατεύθυνση. Έτσι, όταν η κάθε ομάδα κλήθηκε να αποφασίσει για το ποια είναι η μακρύτερη διαδρομή προέκυψαν νοητικές συγκρούσεις μεταξύ των μελών της. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα το κάθε παιδί να επιχειρεί να μετρήσει με το δικό του τρόπο χωρίς όμως να βρίσκουν όλοι το ίδιο αποτέλεσμα. Σταδιακά, και με την παρότρυνση της νηπιαγωγού ότι πρέπει να καταλήξουν σε μία κοινώς αποδεκτή λύση, οι ομάδες κατάφεραν να χρησιμοποιήσουν τις δοσμένες μονάδες και να επικαλύψουν σωστά τα δύο μήκη. Από τα παραπάνω, διαπιστώνεται ο καταλυτικός ρόλος που παίζει ο κοινωνικοπολιτισμικός παράγοντας στην αποσταθεροποίηση των αρχικών ιδεών που έχουν τα παιδιά.

Ωστόσο, παρά τη θετική αλλαγή στις απαντήσεις των παιδιών, δεν μπορούμε με σιγουριά να συμπεράνουμε ότι τα υποκείμενα του δείγματος έχουν ενσωματώσει την αρχή της μεταβατικότητας. Κι αυτό, γιατί μπορεί η σύγκριση των δύο διαδρομών να είναι έμμεση, αφού αυτές δεν ξεκολλούν, παρόλα αυτά επιτυγχάνεται με τη βοήθεια άμεσης αναφοράς στο μετρούμενο μήκος (δηλαδή, την επικάλυψη του μήκους με τις μονάδες).

Επιπλέον, μία ανησυχία που προκύπτει από την πορεία της συγκεκριμένης δραστηριότητας, είναι η σύνδεση του αριθμού με το μήκος, ανεξάρτητα από το μέγεθος της μονάδας. Δηλαδή, αν και η πλειοψηφία των παιδιών έχει καταφέρει να επικαλύψει τα μήκη και να βρει το σωστό αριθμητικό αποτέλεσμα δεν επισημαίνεται πουθενά η σχέση του αποτελέσματος με το μέγεθος της μονάδας.

Το κενό αυτό, έρχεται να καλύψει η **4η δοκιμασία**, κατά την οποία οι μαθητές χωρίζονται σε δύο ομάδες και κάθε ομάδα μετράει τη γέφυρα με τη χρήση διαφορετικού σετ μονάδων. Εδώ, λοιπόν, επιχειρείται να αντιληφθούν τα παιδιά την αντιστρόφως ανάλογη σχέση μεταξύ μεγέθους και πλήθους των μονάδων. Το πρόβλημα της μέτρησης που προκύπτει, δημιουργεί και πάλι μία σύγκρουση. Στην προκειμένη περίπτωση, η μέτρηση του ίδιου μήκους (δηλαδή της γέφυρας) φέρνει δύο διαφορετικά αριθμητικά αποτελέσματα. Το γεγονός αυτό, προβληματίζει τα παιδιά και δίνει αφορμή για συζήτηση ανάμεσα στα ίδια και τη νηπιαγωγό.

Έτσι, όταν η νηπιαγωγός ζήτησε από τις δύο ομάδες να απαντήσουν για ποιο λόγο οι μετρήσεις τους είναι διαφορετικές αφού και οι δύο μέτρησαν την ίδια γέφυρα, οι περισσότεροι μαθητές ήταν σε θέση να απαντήσουν ότι οι μονάδες τους είναι διαφορετικές. Ωστόσο, έπειτα, ισχυρίστηκαν ότι η ομάδα με τις μεγαλύτερες μονάδες θα είχε και το μεγαλύτερο αριθμητικό αποτέλεσμα. Η πρόβλεψη αυτή θα μπορούσε να χαρακτηριστεί αναμενόμενη αφού, η ικανότητα συσχέτισης αριθμού και μονάδας εξαρτάται από την κατάκτηση της διατήρησης. Παρόλα αυτά, η πρόβλεψη αυτή γρήγορα κλονίστηκε όταν οι ομάδες ανακοίνωσαν η μία στην άλλη τα αποτελέσματα της μέτρησης. Σε αυτό το σημείο, οι μαθητές έχουν πλέον πειστεί για την αναγκαιότητα χρήσης μια κοινά αποδεκτής μονάδας για την πραγματοποίηση των μετρήσεων και είναι έτοιμοι να προχωρήσουν στην επόμενη φάση.

4.3 Επαναληπτική χρήση της μονάδας

Η **5η δοκιμασία** ενθαρρύνει τους μαθητές να εξασκηθούν στη διαδικασία της επαναληπτικής χρήσης της μονάδας. Η έκβαση αυτής της δραστηριότητας θεωρείται επιτυχής όταν οι ίδιοι καταφέρουν να μετρήσουν τα τρία ύψη των παραθύρων χρησιμοποιώντας μόνο μία μονάδα και σημειώνοντας το τελικό σημείο της μονάδας κάθε φορά πριν αυτή μετακινηθεί.

Η στρατηγική που χρησιμοποιούν αυθόρμητα τα παιδιά για την επαναληπτική χρήση της μονάδας φανερώνει ότι η ουσιαστική κατανόηση της έννοιας αυτής σχετίζεται με την κατάκτηση δύο άλλων στρατηγικών. Αυτές είναι η κατανόηση της ανάγκης χρήσης ίσων μονάδων και η συσσώρευση της απόστασης. Έτσι, στην παρούσα έρευνα, παρατηρήθηκαν δύο κυρίαρχες στρατηγικές που χρησιμοποίησαν τα παιδιά του δείγματος για να μετρήσουν τα ύψη των παραθύρων. Η πλειοψηφία των παιδιών, έκανε επαναληπτική χρήση της μονάδας, ‘σημειώνοντας’, όμως, το τελικό σημείο της κάθε φορά με το δάχτυλο. Αυτή η κατηγορία παιδιών, φαίνεται να μη λαμβάνει υπόψη της το χώρο που καταλαμβάνει το δάχτυλο. Από την άλλη μεριά, ένας μικρός αριθμός παιδιών τοποθετεί επαναληπτικά τη μονάδα ‘με το μάτι’, και επιχειρηματολογούν την πρακτική αυτή δηλώνοντας ότι «θυμούνται με τα μάτια τους» που τελειώνει. Οι στρατηγικές που αναφέρθηκαν, οδηγούν σε διαφορετικά αριθμητικά αποτελέσματα, γεγονός που ευνοεί τις γνωστικές συγκρούσεις και δίνει αφορμή για περαιτέρω διάλογο και εξεύρεση μιας κοινά αποδεκτής λύσης. Λίγο αργότερα, οι ομάδες καταλήγουν, με την παρότρυνση της νηπιαγωγού, να χρησιμοποιήσουν το μολύβι για να σημειώνουν κάθε φορά το τέλος της μονάδας και έτσι, να πετύχουν μια πιο αξιόπιστη μέτρηση.

Μια ακόμη δυσκολία στη σκέψη των παιδιών που παρατηρήθηκε σε αυτή τη φάση ήταν η μέτρηση του σημείου μηδέν. Καθώς, κάποια παιδιά είχαν την τάση να σημειώνουν την αρχή της μονάδας μόλις την τοποθετούσαν για πρώτη φορά επάνω στο χαρτί, όταν τελείωναν έκαναν απαρίθμηση των σημείων και συνεπώς μετρούσαν ένα παραπάνω. Ενδιαφέρουσα ήταν η προσέγγιση μικρού αριθμού μαθητών που προτίμησαν να σημειώσουν τη μονάδα σχεδιάζοντας με μία γραμμή όλο το μήκος της, κάθε φορά που την επαναλάμβαναν. Έτσι, κατέληγαν να μετρούν τα διαστήματα αντί των σημείων της μονάδας. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι, έστω και υποσυνείδητα, αυτά τα παιδιά, δείχνουν σημάδια αντίληψης του όλου ως άθροισμα των μερών του.

Τέλος, παρατηρήσαμε τα υποκείμενα του δείγματος σε μία ακόμη δοκιμασία, που θεωρείται επέκταση της προηγούμενης και περιλαμβάνει την κατασκευή μιας μονάδας μέτρησης με υποδιαιρέσεις. Εδώ, δίνονται στα παιδιά μικρότερες μονάδες μέτρησης και επαναλαμβάνεται η προηγούμενη δραστηριότητα. Σύντομα διαπιστώνουν ότι η εργασία αυτή απαιτεί περισσότερο κόπο, αφού χρειάζονται περισσότερες επαναλήψεις. Η νηπιαγωγός αναλαμβάνει και πάλι διαμεσολαβητικό ρόλο στη συζήτηση για την επίτευξη πιθανώς ευκολότερου τρόπου μέτρησης. Προτείνεται η κατασκευή μιας μεγαλύτερης μονάδας που θα αποτελείται από πέντε μικρότερες. Για λόγους ευκολίας η κατασκευή ονομάζεται ‘πεντάμετρο’ και στη συνέχεια επαναλαμβάνονται οι μετρήσεις.

Σε αυτό το επίπεδο, παρουσιάζει ενδιαφέρον η ενσωμάτωση των νοητικών αναπαραστάσεων που αφορούν τη σχέση των μερών με το όλο. Ενισχύονται οι αντιλήψεις που σχετίζονται με τη σύνθεση μηκών με τη χρήση μονάδων αλλά και τη σύνθεση μονάδων από άλλες μικρότερες. Η δυσκολία στη σκέψη των παιδιών εδώ εντοπίζεται στη σχέση ανάμεσα στις δύο αυτές αναπαραστάσεις. Δηλαδή, αν και παρατηρήθηκε ότι τα υποκείμενα ήταν σε θέση να χρησιμοποιήσουν επαναληπτικά το 'πεντάμετρο' για να βρουν το ύψος του παραθύρου, όταν έφταναν στο σημείο που δεν χωρούσε μία ακόμη επανάληψη δεν επιχειρούσαν να τοποθετήσουν τις μικρότερες μονάδες (π.χ. το ύψος ενός παραθύρου ήταν 3 'πεντάμετρα' και 1 ραβδάκι).

Κατά συνέπεια, μπορούμε να πούμε ότι η συγκεκριμένη δραστηριότητα απαιτούσε σύνθετες νοητικά δεξιότητες που τα παιδιά προσχολικής ηλικίας δυσκολεύτηκαν να κατακτήσουν.

Από τα ευρήματα της έρευνας παρατηρούμε ότι η πλειοψηφία των παιδιών του δείγματος εμφανίζει παρόμοια εξέλιξη στην ανάπτυξη εννοιών και στρατηγικών που σχετίζονται με τη μέτρηση του μήκους. Αν και το μέγεθος του δείγματος δεν μας επιτρέπει να προβούμε σε γενικεύσεις, οι διαπιστώσεις που διατυπώθηκαν μπορούν να βοηθήσουν στην οργάνωση και το σχεδιασμό περαιτέρω διδακτικών προτάσεων στην προσχολική εκπαίδευση για την προσέγγιση της μέτρησης του μήκους.

Αρχικά, φαίνεται ότι τα παιδιά προσχολικής ηλικίας χρησιμοποιούν διαισθητικά κριτήρια για να επεξεργαστούν μετρικές διαδικασίες. Τα νοητικά εργαλεία που ήδη έχουν μπορούν να αποτελέσουν το έναυσμα για να εισαχθούν πιο σύνθετες έννοιες που αφορούν τη μέτρηση του μήκους και αυτές με τη σειρά τους να αποτελέσουν τη βάση για την ενσωμάτωση ενός επιστημονικά αποδεκτού συλλογισμού. Από τα αποτελέσματα παρατηρείται ότι όταν οι μαθητές φτάνουν στο σημείο να αναγνωρίσουν την αναγκαιότητα της μέτρησης για την επίλυση προβλημάτων σύγκρισης, τότε μπορούν να δεχθούν και να εφαρμόσουν διανοητικά απαιτητικές στρατηγικές που θα οδηγήσουν στη λύση του προβλήματος.

Ωστόσο, ακόμη κι όταν νέες στρατηγικές εφαρμόζονται στη θέση των παλιών, δε σημαίνει ότι έχει εδραιωθεί κι ένα πιο γενικό σχήμα που θα χρησιμεύσει στην επίλυση ποικίλων προβληματικών καταστάσεων. Αυτό σημαίνει, ότι μπορεί σε κάποιες περιπτώσεις να χρησιμοποιούν τις νέες στρατηγικές με επιτυχία, άλλες φορές όμως, χρησιμοποιούν παράλληλα και το διαισθητικό κανόνα. Η αποσταθεροποίηση συντελείται σταδιακά καθώς τα παιδιά βρίσκονται σε μια προοδευτική πορεία αλλαγής των γνωστικών σχημάτων που κατέχουν.

Στο πλαίσιο της διδακτικής παρέμβασης που εφαρμόστηκε, τα παιδιά είχαν την ευκαιρία να έρθουν σε μια πρώτη επαφή με την ποσοτικοποίηση του μήκους, όμως, θα ήταν σφάλμα να δηλώσουμε ότι αυτά τα παιδιά έχουν πλήρως συγκροτήσει την έννοια. Κάτι τέτοιο, απαιτεί περαιτέρω ενασχόληση και σχεδιασμό ποικίλων καταστάσεων που ανταποκρίνονται στα ενδιαφέροντα των μαθητών του νηπιαγωγείου. Έτσι, μπορούν να βοηθηθούν ώστε σε βάθος χρόνου να μπορέσουν να σταθεροποιήσουν τη νέα γνώση.

Με μια πρώτη ματιά, θα ισχυριζόταν κανείς ότι οι δυσκολίες που παρουσιάζονται στη σκέψη των παιδιών για τις έννοιες που πραγματεύεται η παρούσα εργασία πιθανόν να οφείλονται στην έλλειψη ετοιμότητας τους να ανταποκριθούν σε τέτοιου είδους δραστηριότητες. Ωστόσο, από την έρευνα μας προκύπτει ότι η ύπαρξη των δυσκολιών αυτών μάλλον επισημαίνει την ανάγκη εκπαιδευτικού σχεδιασμού προγραμμάτων που έχοντας ως αφετηρία το επίπεδο ανάπτυξης του μαθητή θα παρέχουν αρκετές ευκαιρίες για την εφαρμογή και συσχέτιση εμπειριών και επιστημονικών εννοιών (Sophian, 2004). Όταν οι δραστηριότητες χτίζονται πάνω σε σαφείς στόχους, τότε τα αντικείμενα και οι ενέργειες που διαδραματίζονται πάνω σε αυτά οδηγούν τα υποκείμενα σε νοητικές αφαιρέσεις και αναπτυξιακή πρόοδο (Sarama & Clements, 2009). Τέλος, θα ήταν ενδιαφέρον να αποτελέσει αντικείμενο μελλοντικής πειραματικής έρευνας ο τρόπος με τον οποίο η σκέψη των μαθητών μετακινείται από ένα νοητικό επίπεδο στο επόμενο για τη συγκρότηση εννοιών όπως η μέτρηση του μήκους.

Βιβλιογραφία

Antonopoulos, K., Zacharos, K., & Ravanis, K. (2009). Measurement activities and teaching interaction in early childhood education. Στο M. Paramythiotou & C. Angelaki (επιμ.), *Proceedings of the O.M.E.P. European Regional Meeting and Conference* (pp. 55-63). Syros, Greece.

Barrett, J. E., Cullen, C., Sarama, J., Clements, D. H., Klanderman, D., Miller, A. L., & Rumsey, C. (2011). Children's unit concepts in measurement: a teaching experiment spanning grades 2 through 5. *International Journal on Mathematics Education, 43,* 637-650.

Boulton-Lewis, G. M., Wilss, L. A., & Mutch, S. L. (1996). An analysis of young children's strategies and use of devices for length measurement. *Journal of Mathematical Behavior, 15*, 329-347.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2004). *Engaging young children in mathematics. Standards for early childhood mathematics education.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math. The learning trajectories approach.* New York*:* Routledge.

Clements, D.H., & Stephan, M. (2004). Measurement in Pre-K to Grade 2 Mathematics. Στο D.H. Clements, & J. Sarama (επιμ.), *Engaging young children in mathematics. Standards for early childhood mathematics education* (pp. 299-317). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Cohen, L., & Manion, L. (1994). *Μεθοδολογία εκπαιδευτικής έρευνας*, Αθήνα: Μεταίχμιο.

Gooya, Z., Khosroshahi, L. G., & Teppo, A. R. (2011). Iranian students measurement estimation performance involving linear and area attributes of real-world objects. *International Journal on Mathematics Education, 43*, 709-722.

Kamii, C., & Clark, F. B. (1997). Measurement of Length: The need for a better approach to teaching. *Journal of School Science and Mathematics*, *97,* 116–121.

Sarama, J., Clements, D. H., Barrett, J., Dine, D. W., & McDonel, J. S. (2011). Evaluation of a learning trajectory for length in the early years. *International Journal on Mathematics Education, 43*, 667-680.

Sarama, J., & Clements, D.H. (2009). *Early childhood mathematics education research. Learning trajectories for young children.* London, New York: Routledge.

Sophian, C., & Kailihiwa, C. (1998). Units of counting: Developmental changes. *Journal of Cognitive Development, 13,* 561-585.

Sophian, C. (2004). Mathematics for the future: Developing a Head Start curriculum to support mathematics learning. *Journal of Early Childhood Research, 19*, 59-81.

Szilagyi, J., Clements, D.H., & Sarama, J. (2013). Young children's understandings of length measurement: Evaluating a learning trajectory. *International Journal on Mathematics Education, 44*(3), 581-620.

Stephan, M., Cobb, P., Gravemeijer, K., & Estes, B. (2001). The role of tools in supporting students' development of measuring conceptions. Στο A. A. Cuoco & F. R. Curcio (επιμ.) The roles of representation in school mathematics (pp. 63-76). Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Zacharos, K. (2006). Prevailing educational practices of area measurement and students΄ failure. *Journal of Mathematics Behavior, 25*(3), 224-239.

Zacharos, K., & Kassara, G. (2012). The development of practices for measuring length in preschool education. *Skhole, 17*, 97-103.

Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών για το Νηπιαγωγείο (2002). Αθήνα: ΥΠΕΠΘ/Π.Ι.

Ζαχάρος, Κ. (2007). *Οι μαθηματικές έννοιες στην προσχολική εκπαίδευση και η διδασκαλία τους*. Αθήνα: Μεταίχμιο.

Καραγεώργος, Δ. (2002). *Μεθοδολογία Έρευνας στις επιστήμες της αγωγής. Μια διδακτική προσέγγιση*. Αθήνα: Σαββάλας.

Κασούμη, Ε., Ζαχάρος, Κ., & Πούλου, Μ. (2008). Αντιλήψεις νηπιαγωγών της Δημόσιας Εκπαίδευσης σχετικά με την ικανότητά τους να ανταποκριθούν στο πρόγραμμα μαθηματικής εκπαίδευσης του Νηπιαγωγείου. Στην 5η Διεθνή Διημερίδα Διδακτικής των Μαθηματικών, Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης του Παν/μίου Κρήτης, Ρέθυμνο.

Καφούση, Σ., & Σκουμπουρδή, Χ. (2008). *Τα μαθηματικά των παιδιών 4-6 ετών. Αριθμοί και χώρος.* Αθήνα: Πατάκη.

Κουτσουβάνου Ε. (1994). *Η θεωρία του Piaget και παιδαγωγικές εφαρμογές στην προσχολική εκπαίδευση.* Αθήνα: Οδυσσέας.

Τζεκάκη, Μ. (2007). *Μικρά παιδιά, μεγάλα μαθηματικά νοήματα*. Αθήνα: Gutenberg.